

**APLICACIÓN DE MODELOS SIMPLIFICADOS LLUVIA-ESCORRENTÍA EN
UNA MICROCUENCA URBANA. CASO DE ESTUDIO CAMPUS UNIVERSIDAD
NACIONAL DE COLOMBIA, SEDE BOGOTÁ.**

**JUAN DIEGO GONZÁLEZ PARRA Cód. 213534
ANDRÉS FELIPE ROJAS AGUIRRE Cód. 213586**

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL**

Director:

Ing. ERASMO ALFREDO RODRÍGUEZ SANDOVAL I.C. M.Sc. Ph.D.

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, SEDE BOGOTÁ
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AGRÍCOLA
BOGOTÁ D.C., 2008.**

**APLICACIÓN DE MODELOS SIMPLIFICADOS LLUVIA-ESCORRENTÍA EN
UNA MICROCUENCA URBANA. CASO DE ESTUDIO CAMPUS UNIVERSIDAD
NACIONAL DE COLOMBIA, SEDE BOGOTÁ.**

JUAN DIEGO GONZÁLEZ PARRA cód. 213534
ANDRÉS FELIPE ROJAS AGUIRRE cód. 213586



**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL**

Director:
Ing. ERASMO ALFREDO RODRÍGUEZ SANDOVAL I.C. M.Sc. Ph.D.

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, SEDE BOGOTÁ
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AGRÍCOLA
BOGOTÁ D.C
DICIEMBRE DE 2008.**

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos de forma especial, al profesor Erasmo Rodríguez, por su asesoría en la elaboración de este documento, por incentivarnos a profundizar en el maravilloso mundo de los recursos hídricos, por involucrarnos en los proyectos de extensión e investigación y por sus excelentes cátedras durante el tiempo que ha sido nuestro profesor.

Igualmente, al profesor Luis Alejandro Camacho, por sus valiosas sugerencias y las herramientas suministradas para la elaboración del presente estudio. Asimismo, agradecemos a la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, por la financiación en los instrumentos de medición, indispensables para el desarrollo de este estudio.

A los integrantes del grupo de investigación de recursos hidráulicos GIREH, por su colaboración en el suministro de la información, sus aportes, asesorías y colaboración durante el transcurso de esta investigación.



CONTENIDO

LISTA DE ILUSTRACIONES.....	3
LISTA DE TABLAS.....	5
1 INTRODUCCIÓN	6
2 OBJETIVOS	8
2.1 Objetivo general.....	8
2.2 Objetivos específicos.....	8
3 ANTECEDENTES	9
4 MARCO TEÓRICO	13
4.1 Modelos hidrológicos	13
4.1.1 Modelos matemáticos en hidrología.....	13
4.2 Modelos implementados en la zona de estudio.....	15
4.2.1 Modelos simplificados basados en series de tiempo	15
4.2.2 Modelos hidrológicos distribuidos.....	20
4.3 Etapas de la modelación hidrológica	21
4.3.1 Calibración.....	22
4.3.2 Validación.....	24
4.3.3 Análisis de incertidumbre.....	25
5 DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO Y DE LA INSTRUMENTACIÓN IMPLEMENTADA	29
5.1 Subcuenca objeto del análisis: Campus Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá.....	29
5.1.1 Descripción del sistema de alcantarillado.	30
5.2 Descripción de la red de instrumentación implementada.....	31
5.3 Bases de datos.	36
5.3.1 Niveles	37
5.3.2 Precipitación.....	38
6 CARACTERIZACIÓN DE EVENTOS	39
7 CALIBRACIÓN DE LOS MODELOS SIMPLIFICADOS.....	41



7.1 Series de tiempo.	41
7.2 Calibración de los modelos.	42
7.3 Análisis de sensibilidad, evento 8 de octubre de 2007.	49
7.4 Análisis de resultados.	57
8 VALIDACIÓN	58
8.1 Hipótesis para el modelo SISO.....	59
8.1.1 Hipótesis parámetro τ	59
8.1.2 Hipótesis parámetro T_R	60
8.1.3 Hipótesis parámetro βSG	61
8.2 Hipótesis para el modelo MISO.....	62
8.2.1 Hipótesis parámetro a	63
8.2.2 Hipótesis parámetros b_1 y b_2	63
8.2.3 Hipótesis parámetros δ_1 y δ_2	64
8.3 Validación de modelos.....	65
8.3.1 Validación modelo SISO ₁	65
8.3.2 Validación modelo SISO ₂	68
8.3.3 Validación modelo MISO	70
8.4 Análisis de los resultados de la validación.....	72
9 CONCLUSIONES.....	74
10 RECOMENDACIONES.....	77
11 BIBLIOGRAFÍA.....	78
ANEXO 1	81
CARACTERIZACIÓN DE EVENTOS.....	81
ANEXO 2.....	89
RESULTADOS CALIBRACIONES.....	89
ANEXO 3.....	95
DESCRIPCIÓN MODELO MDLC	95



LISTA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Diagrama del modelo ADZ, aplicado al proceso lluvia-escorrentía. Adaptado de Camacho, 2003.	19
Ilustración 2. Diagramas de dispersión. A) Izquierda: Parámetro no definido B) Derecha: Parámetro definido.....	26
Ilustración 3. Gráfica regional de sensibilidad. A) Izquierda: Parámetro poco sensible B) Derecha: Parámetro sensible.	26
Ilustración 4. Simulaciones con diferentes combinaciones de parámetros (Class plot).	27
Ilustración 5. Intervalos de confianza.	27
Ilustración 6. Parámetros Vs función objetivo (minimización).....	28
Ilustración 7. Estación climatológica Universidad Nacional, IDEAM.	30
Ilustración 8. Histograma de precipitación mensual multianual estación Universidad Nacional (2120622), obtenido a partir de registros del IDEAM para los años 1987-2004.....	30
Ilustración 9. Campus Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá.	30
Ilustración 10. Delimitación de la zona de estudio.	31
Ilustración 11. Instrumentación del Campus	32
Ilustración 12. Ubicación de los pluviógrafos en los edificios.....	33
Ilustración 13. Detalle pluviógrafo.	33
Ilustración 14. Sensor ultrasónico Pozo LEH.	34
Ilustración 15. Instrumentación instalada en el alcantarillado del campus	35
Ilustración 16. Detalle muestreador automático ISCO 6712.	35
Ilustración 17. Datos registrados de precipitación y nivel para el evento 5 de Noviembre de 2007.	37
Ilustración 18. Curvas de masa para el evento de 1 de noviembre de 2007.....	38
Ilustración 19. Curvas de calibración para los pozos P1(LEH) y P11((Estadio)	41
Ilustración 20. Evento octubre 8 de 2007.	43
Ilustración 21. Evento diciembre 8 de 2007.....	43
Ilustración 22. Modelo SISO, calibrado con el PG11 (Laboratorio de Hidráulica). Evento 8 de octubre de 2007.	44
Ilustración 23. Modelo SISO, calibrado con el PG11 (Laboratorio de Hidráulica). Evento 8 de diciembre de 2007.	45
Ilustración 24. Modelo SISO, calibrado con el PG13 (Instituto de Genética). Evento 8 de octubre de 2007.	45
Ilustración 25. Modelo SISO, calibrado con el PG13 (Instituto de Genética). Evento 8 de diciembre de 2007.	46
Ilustración 26. Modelo MISO, calibrado con los pluviógrafos PG11 (Laboratorio de Hidráulica) y PG13 (Instituto de Genética). Evento 8 de octubre de 2007.	47
Ilustración 27. Modelo MISO, calibrado con los pluviógrafos PG11 (Laboratorio de Hidráulica) y PG13 (Instituto de Genética). Evento 8 de diciembre de 2007.	47
Ilustración 28. Gráfico de dispersión, modelo SISO (PG 11). Evento octubre 08 de 2007.....	50



Ilustración 29. Análisis de sensibilidad paramétrica, modelo SISO (PG 11). Evento octubre 08 de 2007.....	51
Ilustración 30. Bandas de confianza, modelo SISO (PG 11). Evento octubre 08 de 2007.....	51
Ilustración 31. Parámetros Vs. Función de minimización, modelo SISO (PG 11). Evento octubre 08 de 2007.....	52
Ilustración 32. Gráfico de dispersión, modelo SISO (PG 13). Evento octubre 08 de 2007.....	53
Ilustración 33. Análisis de sensibilidad paramétrica, modelo SISO (PG 13). Evento octubre 08 de 2007.....	53
Ilustración 34. Bandas de confianza, modelo SISO (PG 13). Evento octubre 08 de 2007.....	54
Ilustración 35. Parámetros Vs. Función de minimización, modelo SISO (PG 13). Evento octubre 08 de 2007.....	54
Ilustración 36. Gráfico de dispersión, modelo MISO. Evento octubre 08 de 2007.	55
Ilustración 37. Análisis de sensibilidad paramétrica, modelo MISO. Evento octubre 08 de 2007.	56
Ilustración 38. Bandas de confianza, modelo MISO. Evento octubre 08 de 2007.	56
Ilustración 39. Resultados obtenidos, validación modelo SISO ₁ . Evento abril 13 de 2008.....	66
Ilustración 40. Resultados obtenidos, validación modelo SISO ₁ . Evento julio 13 de 2008.....	67
Ilustración 41. Resultados obtenidos, validación modelo SISO ₂ . Evento abril 13 de 2008.....	69
Ilustración 42. Resultados obtenidos, validación modelo SISO ₂ . Evento julio 13 de 2008.....	70
Ilustración 43. Resultados obtenidos, validación modelo MISO. Evento abril 13 de 2008.....	71
Ilustración 44. Resultados obtenidos, validación modelo MISO. Evento julio 13 de 2008.....	72



LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Ubicación de pluviógrafos en el campus.	32
Tabla 2. Características de los eventos de precipitación y de la zona de estudio.	58
Tabla 3. Parámetros obtenidos para las regresiones T_R/t_s	61
Tabla 4. Parámetros obtenidos para las regresiones SSG	62
Tabla 5. Constantes para el parámetro a	63
Tabla 6. Constantes para los parámetros b_1 y b_2	64
Tabla 7. Constantes para los parámetros δ_1 y δ_2	64
Tabla 8. Caracterización evento abril 13 de 2008, PG 11.	65
Tabla 9. Parámetros obtenidos, validación modelo SISO ₁ . Evento abril 13 de 2008.	66
Tabla 10. Caracterización evento julio 13 de 2008, PG 11.	67
Tabla 11. Parámetros obtenidos, validación modelo SISO ₁ . Evento julio 13 de 2008.	67
Tabla 12. Caracterización evento abril 13 de 2008, PG 13.	68
Tabla 13. Parámetros obtenidos, validación modelo SISO ₂ . Evento abril 13 de 2008.	68
Tabla 14. Caracterización evento julio 13 de 2008, PG 13.	69
Tabla 15. Parámetros obtenidos, validación modelo SISO ₂ . Evento julio 13 de 2008.	69
Tabla 16. Parámetros obtenidos, validación modelo MISO. Evento abril 13 de 2008.	70
Tabla 17. Parámetros obtenidos, validación modelo MISO. Evento julio 13 de 2008.	71



1 INTRODUCCIÓN

La descripción física de los fenómenos naturales ha llevado al desarrollo de una gran cantidad de modelos matemáticos bastante complejos, tanto en su solución, como en la medición de las variables involucradas. Dicha complejidad, sumada al predominio de procesos dinámicos no lineales en dichos fenómenos, generan una gran incertidumbre asociada a su naturaleza y comportamiento (Young *et al.*, 1996).

Sin embargo, la ciencia y la ingeniería han realizado simplificaciones de estos modelos, asumiendo condiciones cuasi ideales, que de alguna u otra forma se aproximan a la realidad. En muchos casos, estas aproximaciones conllevan a una pérdida de detalle en los fenómenos simulados, y por tanto, los resultados obtenidos sólo son válidos para ciertas condiciones. Es por esta razón, que la ciencia ha enfocado gran parte de su trabajo a desarrollar modelos más simples, que se aproximen de manera adecuada a la realidad. De esta manera, han surgido modelos simplificados que cumplen con esta expectativa, cuyas simplificaciones no generan gran pérdida de detalle en la modelación, e incluso arrojan resultados comparables con los modelos matemáticos, basados en la física del fenómeno. La principal limitación de este tipo de modelos, consiste en que en muchas ocasiones, los parámetros obtenidos no cuentan con una interpretación física; por lo tanto, han surgido nuevas metodologías de modelación, que buscan distanciarse del enfoque de “caja negra”, al darle un sentido físico a los parámetros de los modelos simplificados, relacionándolos con características físicas del proceso modelado.

Los modelos simplificados, han sido útiles para la descripción de diferentes fenómenos naturales, como el proceso lluvia-escorrentía en zonas urbanas, en el que simulan la respuesta (caudal o nivel) del alcantarillado a partir de registros de precipitación, usando un número reducido de parámetros (modelos parsimoniosos). Esta aplicación de los modelos simplificados, ha surgido por la necesidad de explicar los fenómenos que ocurren en una red de alcantarillado, como resultado de eventos de precipitación, y han demostrado una gran aplicabilidad y utilidad, pues proporcionan una herramienta que permite predecir con buena aproximación y en un corto tiempo, los caudales que se generarán como consecuencia de una tormenta ocurrida en la cuenca. Dichos caudales pueden llegar a ser bastante altos en zonas urbanas, como resultado de la impermeabilización del suelo.

Existen modelos simplificados, que generan resultados a partir de una única variable de entrada, denominados modelos SISO (del inglés *Simple Input Single Output*); y modelos que calculan la respuesta de la cuenca a partir de dos o más variables de entrada, denominados modelos MISO (del inglés *Multiple Input Single Output*).

Cabe anotar que, debido a los avances en la computación, la solución matemática de los modelos basados en la física del fenómeno se realiza de forma rápida y precisa. Sin embargo, la gran cantidad de variables y procesos que interactúan en los sistemas modelados, generan problemas de identificación y eficiencia paramétrica. Específicamente en el caso del proceso



lluvia-escorrentía, la respuesta de los caudales que fluyen por la red de alcantarillado de una cuenca urbana, tras eventos de precipitación, no es nada fácil de calcular, por el sinnúmero de parámetros que influyen en ella. En lo anterior, radica la principal desventaja de los modelos físicamente basados que han sido desarrollados, los cuales involucran una gran cantidad de parámetros, que incluso pueden llegar a generar problemas de identificabilidad y de interdependencia paramétrica.

Por su parte, las principales limitaciones de los modelos simplificados radican en que, para su calibración se requiere información detallada (*i.e.* series de tiempo de buena calidad); además, los resultados obtenidos son aplicables únicamente si los parámetros del modelo pueden ser interpretados en términos físicos (dado que este tipo de modelos están basados en series de tiempo de entrada y de salida) (Young *et al.*, 1996).

Como parte del proyecto *Instrumentación Hidrometeorológica y Ambiental de una cuenca urbana, caso de estudio campus Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá*, se cuenta con series de tiempo de precipitación y niveles del alcantarillado de buena calidad, óptimas para la implementación de este tipo de modelos.

Específicamente, para la subcuenca analizada en el presente proyecto, existen registros de precipitación tomados de los pluviógrafos ubicados en el Laboratorio de Hidráulica y el Instituto de Genética de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá; y datos de niveles registrados en los sensores ubicados en el pozo Laboratorio de Ensayos Hidráulicos (LEH), y en el pozo del Estadio Alfonso López.

A lo largo del presente documento, se pretende calibrar y validar modelos SISO y MISO, para cincuenta eventos ocurridos durante diferentes épocas, en el período comprendido entre octubre de 2007, y noviembre de 2008. Estos eventos representan diferentes condiciones meteorológicas y de humedad del suelo. Asimismo, se pretende validar los resultados obtenidos, aplicando dichos modelos a eventos no incluidos durante el proceso de calibración.

La calibración, o estimación de los parámetros de los modelos mencionados, se realiza a través de metodologías objetivas de calibración, que adicionalmente permiten realizar el análisis de sensibilidad y la cuantificación de la incertidumbre de dichos modelos.

La metodología del presente documento incluye una breve descripción de los modelos hidrológicos, haciendo énfasis en los modelos simplificados basados en series de tiempo; posteriormente, se realiza una descripción del área de estudio, de la instrumentación implementada y caracterización de los eventos. Finalmente se describe el proceso de calibración y validación de los modelos.



2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo general

- Implementar modelos de una entrada una salida (SISO) y múltiples entradas una salida (MISO) en la microcuenca del campus de la Universidad Nacional, para analizar, mediante formulaciones mecánicas, el proceso lluvia (entrada) - caudal (salida), para diferentes eventos de precipitación, registrados a través de la instrumentación hidrometeorológica implementada en el campus universitario.

2.2 Objetivos específicos

- Calibrar, mediante técnicas objetivas, los parámetros de los modelos SISO y MISO, que mejor representen la respuesta del alcantarillado, para diferentes eventos, y validar los resultados obtenidos, utilizando eventos no considerados en el proceso de calibración.
- Realizar el análisis de incertidumbre mediante técnicas de Montecarlo, para los diferentes eventos analizados.
- Establecer regresiones que permitan relacionar los parámetros calibrados de los modelos SISO y MISO, con las características de la precipitación, las características físicas de la cuenca y los datos de caudales/niveles registrados, para propósitos de simulación del proceso lluvia – escorrentía de forma operacional.



3 ANTECEDENTES

En el presente capítulo se presenta una breve descripción de las metodologías de modelación implementadas, así como aplicaciones de este tipo de metodologías, reportadas en la literatura.

Históricamente, la modelación de procesos ambientales ha tenido muchas limitaciones, debido principalmente al predominio de procesos dinámicos no lineales, al poco conocimiento de los factores y parámetros que los gobiernan, y a la incertidumbre asociada a su naturaleza y sus interconexiones (Young *et al.*, 1996).

Comúnmente, se ha buscado desarrollar modelos físicamente basados que representen, a partir de parámetros físicos, el comportamiento de los procesos ambientales. Este tipo de modelos asumen que estos sistemas pueden ser descritos correctamente a partir de ecuaciones derivadas de leyes físicas (Young *et al.*, 1996). Sin embargo, dada la gran cantidad de procesos que pueden interactuar, muchas veces se puede llegar a modelos muy complejos, con una alta interacción entre sus parámetros, y que no describen adecuadamente el comportamiento del sistema. Lo anterior lleva a la necesidad de desarrollar modelos más simples, que permitan simular procesos ambientales usando un número más reducido de parámetros.

En el caso de los procesos lluvia–escorrentía en cuencas urbanas, existen diferentes modelos determinísticos que simulan dichos procesos a partir de información física de la cuenca y de precipitación puntual en diferentes sitios de la misma. Entre éstos se pueden mencionar:

- SWMM, desarrollado por la Agencia de Protección Ambiental de Estados Unidos, *EPA*.
- MOUSE, desarrollado por *Danish Hydraulic Institute*.
- SEWER CAD, desarrollado por *Bentley Systems Inc.*

Este tipo de modelos pueden llegar a ser muy complejos, y requieren de una gran cantidad de información. Además, dada la gran cantidad de procesos que intervienen en el ciclo hidrológico, los modelos determinísticos pueden llegar a tener una alta incertidumbre, e incluso presentar problemas de interacción entre sus parámetros.

Por otra parte, se han desarrollado nuevas metodologías de modelación basadas en series de tiempo, con el fin de desarrollar modelos simplificados, que a partir de series de entrada y de salida de buena calidad permiten simular el proceso lluvia-escorrentía. Este tipo de modelos involucran un número muy reducido de parámetros, facilitando la identificación de los mismos, y reduciendo los problemas de interacción paramétrica. De esta manera se obtienen modelos parsimoniosos, *i.e.* modelos que involucran un menor número de parámetros, para representar adecuadamente los procesos simulados. Mediante un análisis de sensibilidad de los modelos calibrados, es posible identificar los parámetros más sensibles del modelo, así como estimar la incertidumbre asociada a los mismos.



Sin embargo, la principal limitación de los modelos simplificados radica en que para su calibración se requiere información detallada (*i.e.* series de tiempo de buena calidad, con alta resolución espacial); además, los resultados obtenidos son aplicables únicamente si los parámetros del modelo pueden ser interpretados en términos físicos (Young *et al.*, 1996). Debido a que la información hidrometeorológica a una alta resolución espacio-temporal en cuencas urbanas es escasa, se han desarrollado pocas aplicaciones para este tipo de modelos.

A nivel mundial, la mayoría de registros disponibles obedecen a mediciones puntuales, con una resolución espacial baja. Por ejemplo, para la estimación de la precipitación a nivel areal, los registros puntuales se extrapolan, utilizando coeficientes obtenidos en otras latitudes. Probablemente esta baja densidad de instrumentación a nivel urbano, obedece a que se considera un campo de precipitación uniforme, y por consiguiente es posible utilizar el método racional (Mulaney, 1850) para áreas menores a 700 *ha*, con el objetivo de diseñar redes de drenaje urbano (RAS-2000 D).

No obstante, se han realizado estudios que han minimizado las limitaciones mencionadas, mediante la implementación de una red de instrumentación densa en pequeñas cuencas urbanas; recientemente, un grupo de investigadores del departamento de hidráulica de la Universidad del Nordeste (Argentina), ha instrumentado una cuenca de alrededor de 3 *ha*, con el objetivo de estudiar los procesos hidrológicos en áreas de pendiente baja. El área de estudio se encuentra ubicada en la zona metropolitana de la ciudad de Resistencia (Argentina), y la instrumentación implementada consiste en un pluviómetro digital de precisión de 0.2 *mm* para medición de la precipitación y una mira hidrométrica, a los lados de la calzada de una vía, para medición de escorrentía (Depettris *et al.*, 2003).

Por otra parte, metodologías como la “mecanística basada en series de tiempo” (*data-based mechanistic, DBM*), buscan diferenciar los modelos simplificados del enfoque de “caja negra”, dando un sentido físico a los parámetros identificados para el modelo (Young *et al.*, 1997; Young, 1992; Young, 1998). Así, es posible usar los resultados del modelo de manera predictiva en el control de sistemas de drenaje.

La literatura reporta diferentes aplicaciones de este tipo de metodologías, en la modelación de sistemas complejos (Young, 1998, entre otros). Diferentes aplicaciones se han realizado en el campo de la modelación de procesos lluvia–escorrentía, encontrando un excelente ajuste entre los datos modelados y los registros observados.

Una de las principales aplicaciones de los modelos simplificados radica en la posibilidad de usar sus resultados en el control en tiempo real de compuertas, alivijs y otras estructuras de control de sistemas de drenaje urbano, debido a que se facilita la calibración casi instantánea de los modelos a partir de series de precipitación transmitidas (Camacho *et al.*, 2002). Aplicaciones de este tipo se han realizado principalmente en el Reino Unido, específicamente en Lancaster, como por ejemplo sistemas adaptativos de alarma de inundaciones y de manejo de flujo (Young, 1992).



En Colombia, el estudio llevado a cabo por la Empresa de Acueducto y Alcantarillado de Bogotá (EAAB) y la Universidad de los Andes (Luna, 2002, Camacho *et al.*, 2002), demostró la gran aplicabilidad de los modelos simplificados lluvia-escorrentía en cuencas urbanas, logrando simular con acierto la respuesta del alcantarillado para diferentes eventos de precipitación en la zona de estudio. Dicho estudio, denominado “*Instrumentación y Análisis Ambiental de una Subcuenca del Sistema de Alcantarillado de Bogotá*”, tuvo como objetivo recopilar información para entender algunos procesos hidrológicos, hidráulicos y de calidad ambiental que se presentan en el alcantarillado; y fue pionero en el análisis de sistemas integrados de drenaje urbano (Camacho *et al.*, 2002). La zona de estudio, denominada “*Subcuenca del Virrey*”, se encuentra ubicada en la ciudad de Bogotá, entre la calle 72 y la 77 y entre los cerros orientales y la Avenida Caracas. Contaba con las siguientes características: área de 93 hectáreas, con una población cercana a 95000 habitantes, un uso del suelo residencial y comercial, impermeabilización alrededor del 60% y un sistema de drenaje de tipo combinado con alivios al Canal del Virrey (Fuente: Camacho *et al.*, 2002).

La instrumentación de esta subcuenca, consistió en 3 pluviógrafos de balancín, con una precisión de 0.1mm y toma de información cada minuto. Los parámetros de calidad (OD, temperatura, conductividad y pH) y nivel se midieron mediante 3 muestreadores automáticos con sondas de nivel y 4 platones para medir el depósito atmosférico (Camacho; Díaz-Granados, 2003).

Con los datos recopilados en la “*Subcuenca del Virrey*”, se implementaron modelos simplificados lluvia-escorrentía y de calidad de agua. Se aplicaron modelos tipo SISO y MISO, para lluvia-escorrentía y el modelo ADZ-QUASAR (Lees *et al.*, 1998) para calidad de agua. Estos modelos fueron calibrados a través del método de la variable instrumental simplificada y refinada SRIV (Young, 1984; 1985) y de la metodología de incertidumbre generalizada (*Generalised Likelihood Uncertainty Estimation Methodology*, GLUE, Beven y Binley, 1992). Los análisis de las simulaciones de Montecarlo se realizaron a través de la herramienta MCAT (Lees y Wagener, 2000). Descripción y análisis de los resultados obtenidos son presentados en detalle en (Camacho & Díaz-Granados, 2003, y Luna, 2002).

Específicamente en la cuenca objeto del presente estudio, el Grupo de Investigación en Ingeniería de Recursos Hídricos, GIREH, de la Universidad Nacional de Colombia, a través del proyecto de investigación *Instrumentación Hidrometeorológica y Ambiental del campus Universidad Nacional de Colombia*, ha implementado una red de instrumentación densa, con el fin de estudiar el comportamiento del campo de precipitación, la influencia de la variación espacio-temporal del mismo en la respuesta de la cuenca urbana, y la caracterización del fenómeno del primer lavado, basado en parámetros de calidad registrados en la red de drenaje y en algunos sitios de la cuenca (Rodríguez *et al.*, 2007).

Como resultados de estas investigaciones, se ha demostrado, de forma preliminar, la aplicabilidad de los modelos simplificados, resaltando la facilidad en la calibración de sus parámetros que resulta de la simplicidad en la estructura del modelo (Jiménez *et al.*, 2008). Dichos estudios han reflejado la importancia de usar modelos SISO y MISO, para tener en



cuenta la variabilidad espacial de la precipitación, no obstante los problemas de interacción paramétrica que pueden llegar a presentarse en los modelos MISO.

También se ha reportado la importante variabilidad espacio-temporal del campo de precipitación sobre la cuenca (Rodríguez *et al.*, 2008), la aplicabilidad de los modelos simplificados para describir el proceso lluvia-escorrentía (Jiménez *et al.*, 2008), entre otros. Actualmente se desarrollan otras aplicaciones como la implementación de los modelos CITYDRAIN y SWMM en la modelación del drenaje en la cuenca.



4 MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se describen los fundamentos de la modelación hidrológica, y los modelos implementados en la zona de estudio. Asimismo, se describen los procedimientos seguidos durante la implementación de los modelos simplificados.

4.1 Modelos hidrológicos

Los modelos hidrológicos son representaciones simplificadas de los procesos hidrológicos que suceden en un sistema hídrico, y son útiles para el análisis, planeación y predicción, y por tanto, la toma de decisiones en situaciones de riesgo o de operación. Éstos pueden ser de tipo matemático o físico. Los primeros están basados en métodos matemáticos y estadísticos que describen los procesos que suceden dentro de la zona de estudio; mientras que los segundos son representaciones reales, con una escala diferente, que tratan de imitar las características físicas y los procesos que ocurren dentro de la zona de estudio.

Los modelos hidrológicos contienen básicamente tres componentes, los cuales son:

- Variables: que a su vez se dividen en:
 - Variables exógenas: son externas e influyen en el comportamiento del sistema. Un claro ejemplo puede ser la precipitación en una cuenca.
 - Variables de control o de decisión: son internas del sistema y lo caracterizan; pueden ser modificadas; por ejemplo la tasa de bombeo.
 - Variables de estado: son cambiantes en el tiempo, y caracterizan el sistema en un instante de tiempo dado; por ejemplo los volúmenes y las láminas de agua.
- Parámetros: son propiedades que califican al sistema y son constantes en el tiempo o varían de forma conocida. En los modelos, estos parámetros coinciden con los coeficientes del modelo y permiten realizar la transformación de las series de entrada en series de salida.
- Ecuación de estado: muestra la evolución de las variables de estado, en función de las exógenas, de los parámetros y de las variables de control.

4.1.1 Modelos matemáticos en hidrología

Se hace énfasis en los modelos hidrológicos matemáticos basados en series de tiempo, debido a que esta metodología fue usada para la simulación de los procesos lluvia-escorrentía que se describen en el presente documento. A continuación se realiza una breve descripción teórica acerca de la modelación matemática en hidrología.

Un modelo matemático se puede definir como una simplificación que describe un sistema complejo, utilizando técnicas matemáticas que se traducen en la realidad física. En el ámbito de la hidrología, los modelos matemáticos proporcionan una forma de simplificación de los



procesos hidrológicos, utilizando métodos matemáticos, con el fin de predecir y entender los procesos que ocurren en la cuenca.

Existen muchas clasificaciones para los modelos matemáticos en hidrología, dependiendo del autor y/o del modelador. Sin embargo, en la práctica, los modelos se clasifican en determinísticos, conceptuales y paramétricos.

Los modelos determinísticos siguen leyes de la física, expresadas mediante ecuaciones diferenciales con grupos de variables y parámetros; sin embargo, en la práctica este tipo de modelos no son muy útiles debido a que requieren gran cantidad de información para su implementación.

Debido a la complejidad de los procesos hidrometeorológicos, se desarrollan modelos conceptuales, los cuales son simplificaciones de los procesos físicos y cuya estructura matemática se basa en pocos parámetros conceptuales. En muchos casos, los modelos conceptuales sustituyen a los modelos determinísticos, debido a su practicidad y a la incapacidad de considerar componentes determinísticos siempre.

Por otro lado, los modelos paramétricos o de caja negra son los más sencillos y consisten en ecuaciones algebraicas que contienen parámetros a ser determinados por análisis de datos o medios empíricos. Su uso se restringe al rango de datos utilizado para la determinación de los parámetros y son útiles cuando los demás modelos no son prácticos.

Además de la anterior, existen otras clasificaciones de los modelos matemáticos que se pueden dividir en determinísticos o probabilísticos, globales o distribuidos, continuos o discretos, lineales o no lineales, invariables o variables en el tiempo, analíticos o numéricos y eventos guiados o procesos continuos, entre otros (Ponce, 1989).

Los modelos probabilísticos siguen leyes de probabilidad y se pueden dividir en estadísticos y estocásticos. Los primeros trabajan con ejemplos observados, mientras que los segundos tienen una estructura al azar observada en series hidrológicas temporales.

Los modelos globales o agregados suponen que los parámetros no varían dentro de la cuenca, por tanto, la respuesta de la misma es evaluada únicamente a la salida. En tanto que los modelos distribuidos consideran la variación de los parámetros en la cuenca y por tanto la respuesta se da en subcuencas o celdas individuales. En consecuencia, cuando se usan modelos distribuidos, se requiere una gran cantidad y calidad de datos para obtener un resultado satisfactorio, así como un elevado número de parámetros durante el proceso de calibración. Un ejemplo de modelos distribuidos es el SWMM, desarrollado por la Agencia de Protección Ambiental de Estados Unidos, *EPA*.

Por otro lado, los modelos continuos se diferencian de los modelos discretos (o de evento), ya que en los primeros las soluciones pueden ser obtenidas en cualquier instante de tiempo, mientras que en los segundos se obtienen en ciertos tiempos determinados. Generalmente, las funciones analíticas llevan a un modelo continuo y pueden ser resueltas por medio de métodos



analíticos, mientras que las discretas utilizan procedimientos numéricos como diferencias finitas o elementos finitos. Los modelos discretos se adaptan mejor a la práctica real, en donde las condiciones de borde pueden ser especificadas.

Los procesos físicos en la naturaleza son generalmente no lineales, sin embargo, los modelos lineales pueden explicar los procesos con una consecuencia en la pérdida de detalle. Los modelos no lineales son más complejos, pero usualmente detallan mejor el comportamiento de los procesos físicos.

4.2 Modelos implementados en la zona de estudio

En la zona de estudio, se han implementado pocos modelos, debido a que el proyecto es relativamente reciente (desde mayo de 2007). Sin embargo, gracias a los trabajos de grado en pregrado (Ingeniería Civil) y a las tesis de maestría (Maestría en Recursos Hidráulicos), de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional, se han implementado: el modelo distribuido SWMM modelos simplificados SISO y MISO y el método racional (Jiménez, 2008). Actualmente se está implementando el modelo CITYDRAIN (Estupiñán, en desarrollo).

4.2.1 Modelos simplificados basados en series de tiempo

En el presente documento, se ha utilizado una metodología de modelación basada en series de tiempo: series de entrada representadas como registros de precipitación y series de salida como registros de caudal (nivel). La utilización de estos modelos se ha ido incrementando debido a que únicamente se requieren series de entrada para obtener las de salida, utilizando pocos parámetros para describir el proceso (modelos parsimoniosos), los cuales se asocian a características físicas. Este tipo de modelación se conoce como mecanística basada en series de tiempo, DBM (del inglés *Data Based Mechanistic*).

Los modelos DBM, representan los modos dominantes del comportamiento del sistema, que son claramente identificables a partir de los datos de las series de tiempo. Por tanto, la eficiencia de los modelos depende fuertemente de la calidad de los datos, lo que puede implicar que generen poca interacción paramétrica, debido a que a partir de series de datos se obtienen pocos parámetros que representan el proceso de manera adecuada.

Otros modelos que simulan los procesos lluvia-escorrentía, requieren gran cantidad de información para poder ser calibrados, sin garantizar que luego de calibrados no haya interdependencia paramétrica. Lo anterior puede ser demostrado a través de la utilización del modelo SWMM, que simula los procesos hidrológicos e hidráulicos de un sistema de alcantarillado. Este modelo se aplicó en la zona de estudio con 12 parámetros preestablecidos, y los resultados obtenidos mostraron que únicamente existía un parámetro identificable (Jiménez, 2008).

La estructura de los modelos simplificados se basa en la aplicación de funciones de transferencia. Una función de transferencia relaciona dos o más series temporales, entregando la respuesta de un sistema a una excitación o señal exterior. De manera general, esta relación



entre series de tiempo de entrada (*input*) y de salida (*output*) ($u(j)$ y $y(j)$, respectivamente) puede ser descrita por una función de transferencia de forma:

$$y(j) = \frac{B(\rho)}{A(\rho)} u(j-d) \quad (1)$$

Donde $A(\rho)$ y $B(\rho)$ son polinomios en el operador ρ . En términos prácticos, las formas más usadas de este tipo de modelos son (Young, 1992):

➤ Función de transferencia en tiempo continuo, u operador de *Laplace*.

Es la forma más usada para análisis y control de sistemas. En este tipo de modelos j es reemplazado por el tiempo t , d es reemplazado por el retraso τ , y ρ es reemplazado por la derivada del tiempo $s=d/dt$.

➤ Función de transferencia especial en tiempo discreto (operador delta).

Es una aproximación a la función de transferencia en tiempo continuo. En este tipo de modelos j es reemplazado por el número entero k , d es reemplazado por el número entero de retraso Δ , y ρ es reemplazado por el operador δ .

➤ Función de transferencia en tiempo discreto (operador de retraso).

Esta es la forma de función de transferencia más usada para estudios de identificación y estimación. En este tipo de modelos j es reemplazado por el número entero k , d es reemplazado por el número entero de retraso Δt , y ρ es reemplazado por el operador de retraso z^{-1} .

Debido a que las mediciones de las variables meteorológicas comúnmente se realizan en tiempo discreto, la función de transferencia con operador de retraso es la más usada en la modelación de sistemas hidrológicos.

La aplicación de los modelos lluvia-escurrentía que involucran series de tiempo, puede ser considerada como una simplificación del modelo de componentes no observados, *UC* (del inglés *Unobserved Components*), cuyos componentes esenciales son:

$$y_k = f(u_k) + \xi_k \quad (2)$$

Donde y_k corresponde a la escurrentía en el k -ésimo instante y ξ_k es el ruido estocástico con varianza σ_{ξ}^2 . El componente $f(u_k)$, es una función de transferencia de múltiples entradas (*multi-input*), que puede ser representada por la matriz de función de transferencia *TFM*, que relaciona m entradas con p salidas, mientras que u_k corresponde al vector de variables de entrada (*inputs*), es decir:



$$f(u_k) = \begin{pmatrix} \frac{B_{11}(z^{-1})}{A_{11}(z^{-1})} & \frac{B_{12}(z^{-1})}{A_{12}(z^{-1})} & \vdots & \frac{B_{1m}(z^{-1})}{A_{1m}(z^{-1})} \\ \frac{B_{21}(z^{-1})}{A_{21}(z^{-1})} & \frac{B_{22}(z^{-1})}{A_{22}(z^{-1})} & \vdots & \frac{B_{2m}(z^{-1})}{A_{2m}(z^{-1})} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{B_{p1}(z^{-1})}{A_{p1}(z^{-1})} & \frac{B_{p2}(z^{-1})}{A_{p2}(z^{-1})} & \ddots & \frac{B_{pm}(z^{-1})}{A_{pm}(z^{-1})} \end{pmatrix} \vec{u}(k) \quad (3)$$

El vector $\vec{u}(k)$ representa las variables de entrada, que pueden ser registros de precipitación o funciones de variables ambientales como temperatura, humedad, evapotranspiración, etc., que afectan de algún modo la escurrentía. A su vez, $A_{ij}(z^{-1})$ y $B_{ij}(z^{-1})$ son funciones de transferencia con un operador de retraso z^{-1} .

La linealización del modelo, en el caso multivariado con m entradas y p salidas, se puede realizar, descomponiendo la Ecuación 3, en subsistemas de una entrada una salida (SISO) o en subsistemas de múltiples entradas una salida (MISO).

Para un modelo SISO, la forma general de la función de transferencia en tiempo discreto con operador de retraso está dada por la Ecuación 4.

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} z^{-\delta} \cdot u(k) + \xi(k) \quad (4)$$

Donde el operador de retraso está definido por la Ecuación 5:

$$z^{-\delta} y(k) = y(k - \delta) \quad (5)$$

Por su parte, $\xi(k)$ denota el error asociado a efectos estocásticos, ruido, o incertidumbres en las mediciones y δ es el tiempo de retraso advectivo, entendido como el menor entero más cercano a $\tau/\Delta t$.

Los polinomios de la función de transferencia son:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + \dots + a_n \cdot z^{-n} \quad (6)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + \dots + b_m \cdot z^{-m} \quad (7)$$



Para un modelo de primer orden, los polinomios de la función de transferencia quedan de la forma:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 \cdot z^{-1} \quad (8)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 \quad (9)$$

Al reemplazar las Ecuaciones 8 y 9 en la Ecuación 4, se obtiene (sin considerar el error estocástico):

$$y(k) = \frac{b_0 \cdot z^{-\delta}}{1 + a_1 \cdot z^{-1}} u(k) \quad (10)$$

La Ecuación 10 se simplifica como se describe a continuación:

$$(1 + a_1 \cdot z^{-1}) \cdot y(k) = b_0 \cdot z^{-\delta} \cdot u(k) \quad (11)$$

$$y(k) = b_0 \cdot z^{-\delta} \cdot u(k) - a_1 \cdot z^{-1} \cdot y(k) \quad (12)$$

Reemplazando la Ecuación 5 en la Ecuación 12, se obtiene la expresión general de un modelo SISO; en términos de modelación lluvia-escurrentía (reemplazando la variable de entrada $u(k)$ por la precipitación en el tiempo t $P(t)$, y la variable de salida $y(k)$ por el caudal o nivel en el tiempo t $Q(t)$), se tiene la Ecuación 13.

$$Q(t) = b_0 \cdot P(t - \delta) - a_1 \cdot Q(t - 1) \quad (13)$$

Es decir, que el caudal en el tiempo t es igual a la precipitación en el tiempo t menos el retraso advectivo del sistema, multiplicada por el parámetro b_0 , menos el caudal en el instante de tiempo anterior, multiplicado por el parámetro a_1 .

Para el caso de modelos con múltiples entradas y una salida (modelos MISO), una aproximación similar lleva a la Ecuación 14:

$$Q(t) = b_1 \cdot P_1(t - \delta_1) + b_2 \cdot P_2(t - \delta_2) - a_1 \cdot Q(t - 1) \quad (14)$$

Donde los parámetros b_i y δ_i son, respectivamente, el parámetro de conservación de masa y el retraso advectivo de la serie de precipitación P_i .

La Ecuación 14 corresponde a la solución exacta (en tiempo discreto), de la ecuación diferencial en tiempo continuo definida por la Ecuación 15:



$$\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{1}{T_R} [P(t - \tau) - Q(t)] \quad (15)$$

Donde T_R corresponde al tiempo de residencia en el sistema. La Ecuación 15 corresponde a un modelo conceptual simplificado en el que la precipitación ocurre sobre un embalse lineal, y es afectada por un retraso τ .

En una forma más general, la Ecuación 15 es conocida como el modelo de zona muerta agregada, *ADZ* (*Aggregated Dead Zone*, Beer y Young, 1983), usado para modelar el transporte de solutos. Los parámetros del modelo SISO pueden ser relacionados con los parámetros del modelo *ADZ*, a través de las ecuaciones 16, 17 y 18, y su representación gráfica se puede observar en la Ilustración 1.

$$T_R = \frac{-\Delta t}{\ln(-a_1)} \quad (16)$$

$$\tau = \Delta t \cdot \delta \quad (17)$$

$$SSG = \frac{b_0}{1 + a_1} \quad (18)$$

Donde a_1 y b_0 son los parámetros del modelo; T_R es el tiempo de residencia en el sistema, Δt es el intervalo de tiempo (un minuto, para el presente estudio), τ es el tiempo de retraso advectivo o tiempo de arribo, y δ corresponde al entero menor del tiempo de retraso advectivo, expresado en intervalos de muestreo. A su vez, *SSG* es el estado de ganancia estable del sistema, el cual indica la conservación de la masa.

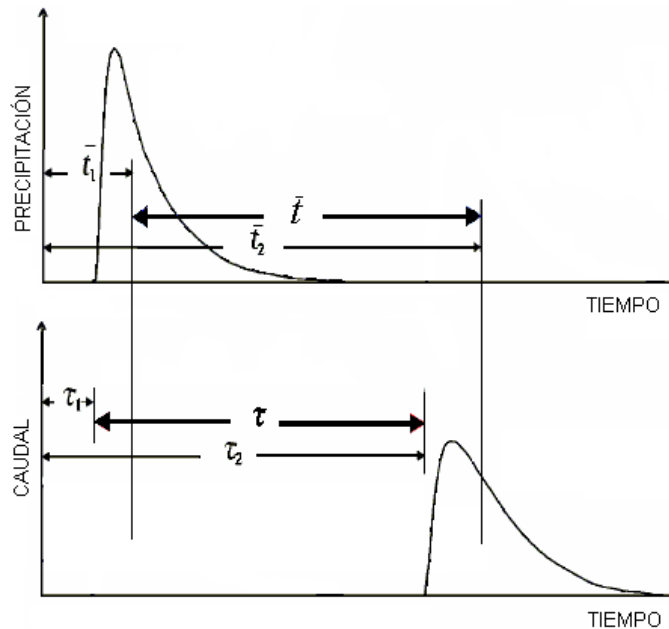


Ilustración 1 Diagrama del modelo ADZ, aplicado al proceso lluvia-escorrentía. Adaptado de Camacho, 2003.



Físicamente, el tiempo de arribo τ , corresponde al tiempo que transcurre entre el inicio del evento de precipitación y el inicio de su correspondiente hidrógrafa o limnigrama. Por otra parte, el tiempo medio de viaje $\bar{t}$ corresponde a la distancia entre los centroides del histograma de precipitación y la hidrógrafa. De la misma forma, el tiempo de residencia T_R , es la diferencia entre el tiempo $\bar{t}$ y el tiempo τ , como se puede observar en la Ecuación 19.

$$T_R = \bar{t} - \tau \quad (19)$$

4.2.2 Modelos hidrológicos distribuidos

En el mercado existen varios modelos de este tipo, como el SWMM, el MOUSE, ILLUDAS, que son útiles para el diseño, operación y rehabilitación de sistemas de alcantarillado. Como se mencionó en la sección 4.1.1, estos modelos suponen una variación espacial en los parámetros; por tanto, su aplicación requiere la subdivisión del área de estudio en celdas o subcuencas.

En la zona de estudio, se implementó el modelo SWMM (Jiménez, 2008), cuya descripción se realiza a continuación.

➤ *SWMM (Storm Water Management Model)*

Es un modelo urbano que simula los efectos de los eventos de precipitación en una red de alcantarillado. Realiza una simulación dinámica del proceso lluvia-escorrentía, simulando la calidad y/o cantidad de la escorrentía de eventos en forma continua o aislada. Se cataloga como un modelo distribuido, ya que funciona bajo una segmentación de subcuencas, con series de precipitación como datos de entrada y cargas contaminantes y/o escorrentía como series de salida en cada una de estas áreas.

Los datos de entrada de este modelo son: precipitación (histogramas o series continuas) y variables climatológicas como temperatura, que generan como resultados datos de calidad y cantidad representados en hidrogramas o polutogramas.

El SWMM está compuesto por dos tipos de módulos: de manejo de la información y de procesos. Los primeros manejan y generan la información de entrada, y corresponden a los módulos: *STATISTICS*, *GRAPH*, *COMBINE*, *RAIN* y *TEMP*. La información de entrada es utilizada por los módulos de procesos y su objetivo es la simulación de éstos; corresponden a *RUNOFF*, *TRANSPORT*, *EXTRAN* y *STORAGE*.

En la zona de estudio (Jiménez, 2008), se implementó el módulo de proceso *RUNOFF*, que adicionalmente modela los procesos de infiltración. Asimismo, se utilizó el módulo *EXTRAN*, que realiza los tránsitos de hidrogramas de entrada, de acuerdo al detalle que el usuario desee. Los hidrogramas de salida generados por el módulo *RUNOFF*, son captados por el *EXTRAN*, con el fin de transitarlos a hidrogramas a la salida de la red o en nodos. Al utilizar



este módulo se resuelve la hidráulica de la red con un buen detalle, ya que utiliza todos los componentes de las ecuaciones de *Saint-Venant* y la ecuación de *Manning*.

➤ **Modelo *City Drain***

Mediante el trabajo de Estupiñán (2008), se está implementando el modelo *City Drain* (modelo de uso libre), para simular el proceso lluvia-escorrentía en la zona del campus universitario (Estupiñán, en desarrollo). La estructura del modelo está basada en bloques, que se pueden interconectar para describir, de acuerdo con las necesidades, los procesos de interés. Asimismo, es posible adicionar otros bloques o modificar los ya existentes, para simular otros procesos que no se encuentren preestablecidos en el modelo. *City Drain* fue creado en el año 2006, por *Stefan Achleitner, Michael Moderl y Wolfgang Rauch*, para ser utilizado en un ambiente MATLAB/SIMULINK (Achleitner *et al.*, 2007).

Este modelo se compone de 5 grandes módulos:

- *SOURCE*: permite ingresar los datos de precipitación y caudal.
- *CATCHMENT SEWER*: este módulo permite modelar los sistemas de drenaje urbano de tipo combinado y separado.
- *WASTEWATER TREATMENT*: permite modelar plantas de tratamiento de agua residual, estimando las eficiencias, remoción de contaminantes y concentración máxima de carga.
- *RIVER*: realiza el tránsito de crecientes en ríos a través del método de *Muskingum*.
- *TOOLS*: incluye bloques adicionales para simular condiciones frecuentes en los procesos.

4.3 Etapas de la modelación hidrológica

Con el fin de llevar a cabo una modelación hidrológica, es muy importante realizar una programación, que consiste en la definición de una serie de etapas o procesos que son necesarios para obtener una respuesta satisfactoria. Esta programación puede ser realizada a través de diagramas de flujo o algoritmos conceptuales, que permiten al modelador orientarse durante el proceso.

El primer paso consiste en percibir el modelo, por ejemplo, predecir bajo el criterio y/o experiencia de un hidrólogo cual será la posible respuesta que genere un evento de precipitación en la cuenca. De este paso dependen las teorías matemáticas que serán utilizadas a posteriori. Cuando se describe el proceso en forma matemática, se pasa al segundo paso, o modelo conceptual. Este paso se representa con ecuaciones que pueden tener solución analítica o no, y por tanto es necesario realizar un análisis de tipo numérico. Posteriormente, en la etapa procesal, estas ecuaciones pueden ser trasladadas a un lenguaje de programación, para ser ejecutadas con ayuda de software (Beven, 2001).



En la etapa de calibración, se estiman los parámetros que representan de forma adecuada el funcionamiento del modelo. Este es un proceso iterativo en el cual inicialmente se suponen los parámetros; esta estimación inicial es modificada con el fin de obtener una diferencia reducida entre los datos observados y los simulados. Esta calibración se puede realizar de forma manual o automática. La primera se realiza a través de métodos gráficos; sin embargo, no es muy aconsejable por su subjetividad y el consumo de tiempo que genera. Actualmente, y gracias a la evolución de los computadores, esta calibración puede ser realizada a través de la maximización o minimización de una función objetivo.

La función objetivo puede ser la desviación estándar, valores máximos, distribuciones probabilísticas, entre otros. Una de las funciones objetivo más útiles es el índice de eficiencia de *Nash-Sutcliffe*, R^2 , que se define a continuación.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N \left(Q_t - \hat{Q}_t(\theta) \right)^2}{\sum_{t=1}^N \left(Q_t - \bar{Q} \right)^2} \quad (20)$$

Donde:

- θ : Parámetros del modelo.
- Q_t : Valor del caudal observado.
- $\hat{Q}_t(\theta)$: Valor del caudal modelado.
- $\bar{Q}$: Valor del caudal observado medio.

Este coeficiente varía en un rango entre -∞ y 1, donde el valor de uno corresponde a un excelente ajuste entre los datos observados y los modelados, mientras que valores negativos indican que la media es un mejor modelo que el analizado.

4.3.1 Calibración

El objetivo de la calibración de los modelos es obtener el mejor ajuste entre series observadas y simuladas, a través de una función objetivo, modificando los valores de los parámetros. La calibración de los modelos se puede realizar por métodos manuales o automáticos. Los primeros, usualmente se realizan por ensayo y error; sin embargo, gracias al avance en la computación, los métodos manuales se han relegado y han dado paso a los automáticos. Los métodos automáticos de calibración, se realizan a través de metodologías objetivas con unos algoritmos ya preestablecidos. Entre estas metodologías se encuentran:

- Metodologías locales, que empiezan asumiendo un punto posible, y realizan la optimización bajo ciertas reglas, hasta satisfacer un criterio. Ejemplo: método Simplex (Nelder y Mead, 1965).
- Metodologías de búsquedas aleatorias, que se clasifican a su vez en puras, aleatorias y adaptativas.



- Métodos evolutivos, que parten de una población de parámetros basada en una distribución normal y mejoran sus miembros con esquemas evolutivos. Entre éstos se destacan los algoritmos genéticos y el SCE (*Shuffled Complex Evolution Algorithm*, Duan *et al.*, 1994)
- Métodos que buscan la forma de la función objetivo. Entre éstos se encuentra la metodología *Generalized Likelihood Uncertainty Estimation* (GLUE), que está basada en funciones de Montecarlo (Beven y Binley, 1992).

Para la calibración de los modelos implementados en el presente documento, se empleó el método de la variable instrumental simplificada refinada SRIV (del inglés, *Simplified Refined Instrumental Variable*, Young, 1984; 1985), el cual se describe a continuación.

➤ **Método de calibración objetiva de la variable instrumental simplificada refinada SRIV**

La metodología SRIV es la única de las metodologías existentes que puede ser usada con funciones de transferencia con operador de retraso, y funciones de transferencia con operador delta (Young, 1992).

La Ecuación 4 puede ser escrita en forma vectorial (Young *et al.*, 1996), según la Ecuación 21:

$$y(k) = z(k)^T \cdot a + n(k) \quad (21)$$

Donde a es el vector de parámetros del modelo, $n(k)$ es un vector asociado al error estocástico, y $z(k)^T$ está dado por:

$$z(k)^T = [-x_1(k-1) - x_2(k-2) - \dots - x_n(k-n) u(k) \dots u(k-m)] \quad (22)$$

Al aplicar el procedimiento SRIV a una función de transferencia como la descrita en la Ecuación 21, el algoritmo obtiene, en la k -ésima iteración, una estimación del vector de parámetros del modelo, $a(k)$, dado por la Ecuación 23.

$$a = [a_1 a_2 \dots a_n b_0 \dots b_m]^T \quad (23)$$

A la vez, el algoritmo calcula la matriz $P(k)$, que se puede relacionar con la matriz de estimación de covarianza de error $P^*(k)$, por la Ecuación 24.

$$P^*(k) = \sigma^2 P(k) \quad (24)$$

Los errores estándar en cada estimación de parámetros, son calculados a partir de la diagonal de la matriz $P^*(k)$; de esta manera el algoritmo SRIV calcula para cada instante de tiempo t



tanto una estimación de los parámetros del modelo (el vector de parámetros a), como la incertidumbre asociada a dicha estimación (Young, 1992).

Selección del mejor modelo.

La selección del modelo que mejor representa los datos observados se realiza a partir de criterios estadísticos: el criterio de información de Young, YIC , y el coeficiente de determinación de *Nash* (Ecuación 20).

Un modelo que minimice el valor de YIC , cuenta con los parámetros necesarios para describir el sistema; es decir que no se encuentra sobre-parametrizado. La sobre-parametrización puede llevar a problemas de identificabilidad e incluso interacción entre sus parámetros. El YIC se calcula mediante la Ecuación 25.

$$YIC = \ln \left(\frac{\sigma^2}{\sigma_y^2} \right) + \ln (NEVN) \quad (25)$$

Donde σ^2 es la varianza de los residuos del modelo y σ_y^2 es la varianza observada en los datos de salida. El término $NEVN$ es la varianza normalizada del error (en inglés *Normalized Error Variance Norm*), y está dado por la Ecuación 26:

$$NEVN = \frac{1}{np} \sum_{i=1}^{np} \frac{\hat{\sigma}^2 \hat{p}_{ii}}{\hat{a}_i^2} \quad (26)$$

Donde np es el número total de parámetros estimados, $\hat{a}_i^2$ es la estimación del i -ésimo parámetro en el vector de parámetros a , y $\hat{p}_{ii}$ es el i -ésimo elemento de la diagonal de la matriz $P(N)$ (para N número de muestras).

La justificación estadística del YIC (Young, 1992, Young *et al.*, 1996) radica en que el primer término de la Ecuación 25 arroja una medida normalizada de qué tan bien el modelo explica los datos, mientras que el segundo término corresponde a una medida normalizada de la estimación de parámetros para el modelo de orden np . Es decir, que mientras más pequeña sea la varianza de los residuos del modelo, y mientras la varianza del error relativo sea menor, el modelo reproducirá mejor los datos observados, y el valor de YIC se hará más negativo.

4.3.2 Validación

Posterior a la etapa de calibración, se encuentra la de validación, que habitualmente consiste en verificar los modelos calibrados con datos no utilizados en la calibración. Sin embargo, Wagner (Wagener, *et al.*, 2004), ha propuesto varios esquemas de validación, que se enuncian a continuación:

- Validación los modelos con datos no usados en la calibración.



- Validación física a partir de una cuenca similar, para predecir el comportamiento en la cuenca de estudio.
- Validación con períodos diferentes de datos con características hidrológicas diferentes.
- Validación combinada de los ítems 3 y 4.

En el presente estudio se realizará la validación mediante el uso de eventos no usados en la etapa de calibración.

4.3.3 Análisis de incertidumbre

Posteriormente, sigue la etapa de análisis de incertidumbre e identificabilidad de los parámetros, que, como su nombre lo indica, considera si los parámetros son identificados con base en un criterio fundamental: el parámetro se encuentra en una región reducida en la que cualquier variación implica un cambio en la respuesta del modelo.

La no identificabilidad puede deberse a razones como: interdependencia de parámetros, falta de calidad en la información, la función objetivo no es la adecuada, o insensibilidad de los parámetros. Para el presente documento se realizó el análisis de identificabilidad de los parámetros a través de la herramienta *Monte Carlo Analysis Toolbox* (MCAT) (Monte-Carlo Analysis Toolbox, MCAT, Lees y Wagener, 2000).

➤ Herramienta MCAT

Esta herramienta, permite realizar el análisis de incertidumbre de los modelos calibrados, a través del análisis de simulaciones de Monte Carlo.

A continuación se realiza una breve descripción de algunas de las funciones incluidas en la herramienta para el análisis de las simulaciones de Monte-Carlo. Para mayor información, el lector es remitido al manual de usuario de la herramienta (*Montecarlo Analysis Tool Manual MCAT V.2, User Manual*).

Mediante las diferentes opciones que tiene la herramienta MCAT, se pueden observar los parámetros individuales graficados contra la función objetivo, a través de diagramas de dispersión, y analizar si éstos son identificables o no. Por ejemplo, la Ilustración 3, presenta los casos en los que se puede o no identificar un parámetro. En la parte izquierda, se presenta un diagrama de dispersión en el que el parámetro *rt* es poco identificable; mientras que en la parte derecha de la misma ilustración, se puede observar un parámetro identificable, pues existe un mínimo en la función objetivo considerada. El cuadro en color magenta indica el punto para el cual la combinación de parámetros minimiza el valor de la función objetivo.

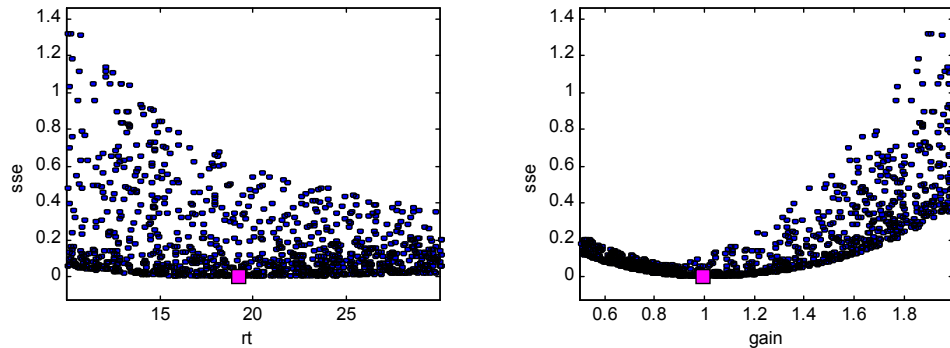


Ilustración 2. Diagramas de dispersión. A) Izquierda: Parámetro no definido B) Derecha: Parámetro definido. Fuente: Montecarlo Analysis Tool Manual MCAT V.2, User Manual.

Otra opción que suministra el programa, es el análisis del grado de sensibilidad de los parámetros en forma gráfica, a través de la herramienta “*Regional Sensitivity Analysis*”. Mediante esta opción se grafican 10 grupos de parámetros, con su distribución acumulada. Un gran espaciamiento entre las líneas y una pendiente grande, indica que el parámetro es sensible, mientras que poco espaciamiento y una pendiente pequeña indica lo contrario. La parte izquierda de la Ilustración 4, muestra que el parámetro rt es poco sensible, mientras que en la sección derecha del mismo gráfico, el parámetro $gain$ es muy sensible.

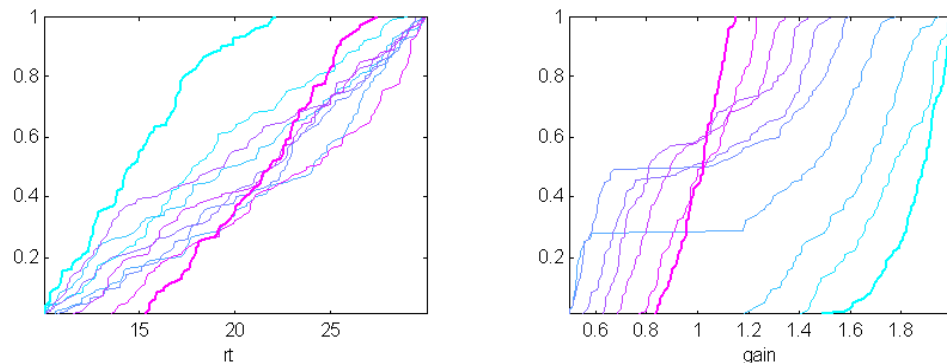


Ilustración 3. Gráfica regional de sensibilidad. A) Izquierda: Parámetro poco sensible B) Derecha: Parámetro sensible. Fuente: Montecarlo Analysis Tool Manual MCAT V.2, User Manual.

De la misma forma, es posible observar simulaciones con distintas combinaciones de parámetros, mostrando las mejores simulaciones en magenta, las cuales satisfacen la función objetivo, mientras que las de color azul representan las de peor resultado (Ilustración 5).

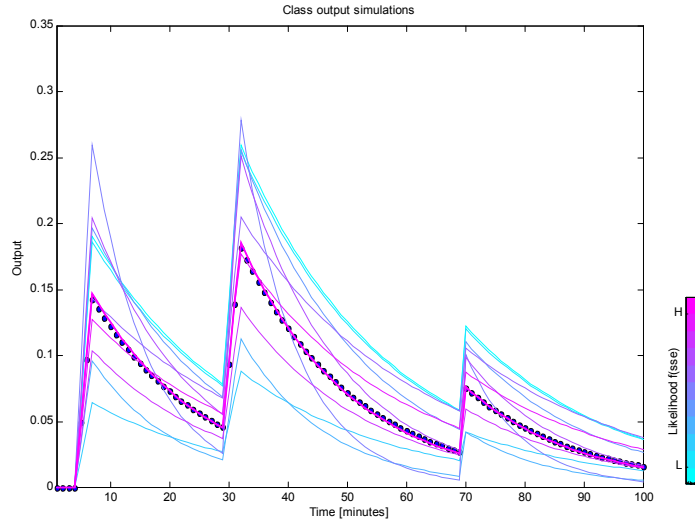


Ilustración 4. Simulaciones con diferentes combinaciones de parámetros (Class plot). Fuente: Montecarlo Analysis Tool Manual MCAT V.2, User Manual.

Asimismo, mediante el uso de esta herramienta es posible observar gráficamente los intervalos de confianza de las series de salida, hallados a través de la metodología GLUE. En la parte inferior de la Ilustración 5, se observa una gráfica que muestra la relación entre la diferencia entre el límite de confianza mayor y el menor con el valor máximo de las diferencias, es decir:

$$dCFL = \frac{UCFL_i - LCFL_i}{\max(UCFL - LCFL)} \quad (27)$$

Donde $UCFL_i$ y $LCFL_i$ son los límites de confianza superior e inferior, respectivamente. Esta ilustración muestra las zonas en donde se presenta la mayor incertidumbre en la respuesta del modelo, asociadas con los valores pico de la variable media.

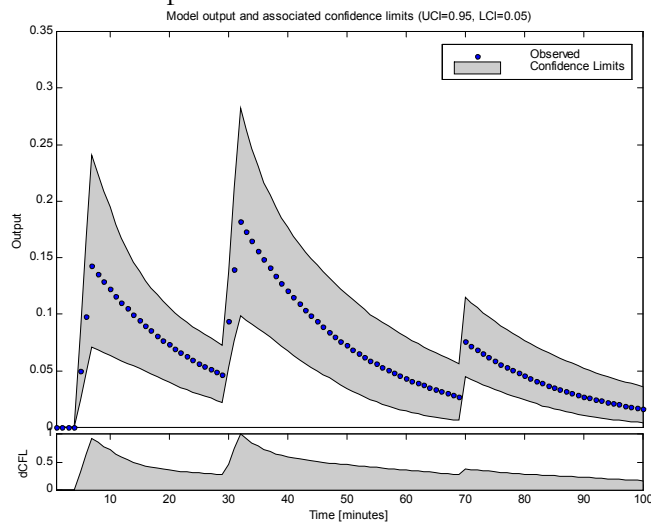


Ilustración 5. Intervalos de confianza. Fuente: Montecarlo Analysis Tool Manual MCAT V.2, User Manual.



Es posible graficar los parámetros simultáneamente, con respecto a la función objetivo, obteniendo de esta manera un gráfico tridimensional, que muestra bajo qué combinación de parámetros se produce un mínimo local (Ilustración 6)

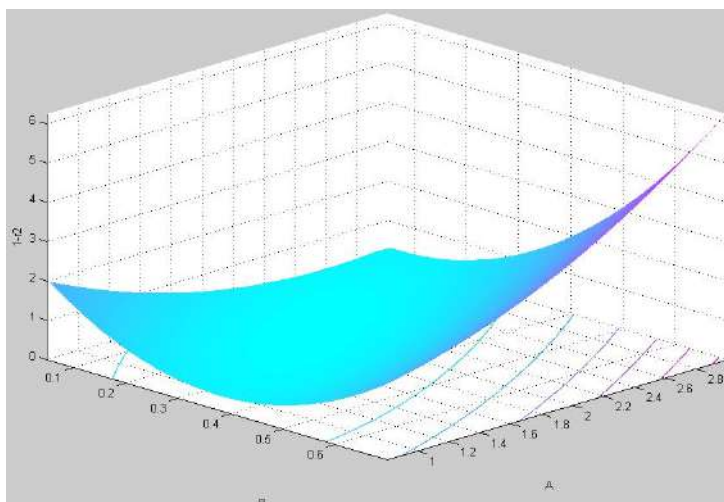


Ilustración 6. Parámetros Vs función objetivo (minimización).



5 DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO Y DE LA INSTRUMENTACIÓN IMPLEMENTADA

El presente capítulo, tiene como objetivo describir el área de estudio y el sistema de alcantarillado existente, enfocándose en las características físicas y algunos procesos hidrológicos que suceden dentro de ésta. Asimismo, en este capítulo se presenta la instrumentación instalada en la subcuenca, mediante la cual se registran los procesos hidrometeorológicos y de calidad de agua.

5.1 Subcuenca objeto del análisis: Campus Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá.

En el marco del proyecto “*Instrumentación Hidrometeorológica y Ambiental de una cuenca urbana, caso de estudio campus Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá*” (apoyado económicamente por la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad), se han realizado mediciones de precipitación, niveles del agua en el alcantarillado, y parámetros de calidad del mismo en la cuenca del campus, contando con registros de precipitación desde marzo de 2007, y registros de niveles y calidad de agua desde mayo del mismo año (Rodríguez *et al.*, 2008).

La sede Bogotá de la Universidad Nacional de Colombia, se encuentra ubicada en la localidad de Teusaquillo, en la parte central de la ciudad, entre las calles 45 y 26, y entre las carreras 30 y 50. La universidad tiene un área aproximada de 1.20 Km^2 , con un porcentaje de zonas impermeables cercano al 40% del área. El uso del suelo es principalmente de tipo institucional; sin embargo, debido a sus grandes zonas verdes, el campus ha sido usado para desarrollar actividades de agricultura y de pastoreo, necesarias para el desarrollo de carreras que involucran estos procesos.

Al interior del campus se encuentra ubicada la estación climatológica principal Universidad Nacional, operada por el IDEAM, código 2120622, la cual ha registrado información climatológica desde mayo de 1987. De los registros de dicha estación, se obtuvo que la precipitación promedio en el campus es del orden de 810 mm/año , con un régimen bimodal (régimen característico de la Sabana de Bogotá), con máximos durante los meses de abril y mayo, y octubre y noviembre, como se observa en la Ilustración 8 (Rodríguez *et al.*, 2008).



Ilustración 7. Estación climatológica Universidad Nacional, IDEAM.

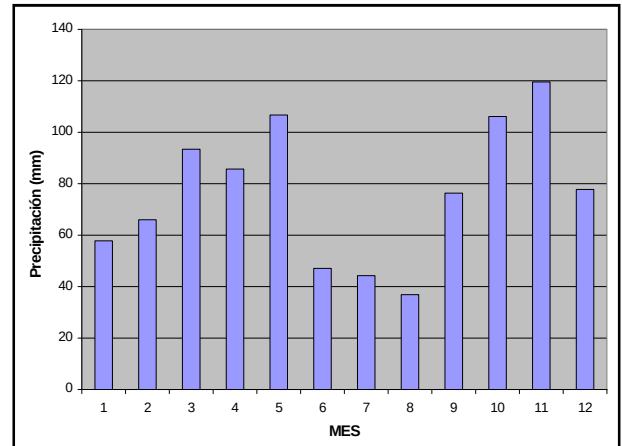


Ilustración 8. Histograma de precipitación mensual multianual estación Universidad Nacional (2120622), obtenido a partir de registros del IDEAM para los años 1987-2004.

5.1.1 Descripción del sistema de alcantarillado.

El sistema de alcantarillado de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, es de tipo combinado, y en su historia ha tenido varias modificaciones debido a las necesidades de infraestructura en la Universidad y sus alrededores. Estas modificaciones no han sido plasmadas en ningún plano y solamente se encuentra información acerca de la red que data del año 1964. Desde entonces no ha existido actualización de los planos del alcantarillado, por lo que ha sido necesario realizar un inventario de las redes existentes y sus conexiones (Jiménez, 2008).



Ilustración 9. Campus Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá. Red de drenaje 1 (azul) y 2 (negro). (Adaptado de Jiménez *et al.*, 2008).



Por limitaciones de presupuesto, no ha sido posible instrumentar en forma completa toda la extensión del campus universitario, por lo que fue necesario subdividirlo e instrumentar la subcuenca que drena hacia el sistema 1 (ver Ilustración 9). En adelante, dicha subcuenca se denominará zona de estudio (ver Ilustración 10). Esta zona tiene un área de aproximadamente 0.41 Km^2 , drenando hacia una red de aproximadamente 1.06 Km de longitud, con colectores en ladrillo y concreto, cuyos diámetros varían entre 12" (colectores primarios) y 48" (colectores secundarios). La pendiente promedio de la red de drenaje es de aproximadamente 0.0014. La zona de estudio tiene un porcentaje de área permeable de 55%, aproximadamente, y 45% en zonas impermeables.



Ilustración 10. Delimitación de la zona de estudio. Fuente: Jiménez, 2008

5.2 Descripción de la red de instrumentación implementada.

La instrumentación meteorológica implementada en el campus, obedece a la necesidad de investigar los fenómenos hidrológicos, hidráulicos y de calidad del agua que tienen lugar en un sistema de alcantarillado de una zona urbana. Para esto, y dentro del proyecto de investigación marco, se instalaron instrumentos de medición capaces de registrar datos que representen los fenómenos mencionados anteriormente. Se realizó un estudio detallado del catastro de redes y de los sitios a instrumentar en el sistema 1. Asimismo, se efectuó un análisis minucioso del número de pluviógrafos requeridos y de los sitios donde se deberían instalar. Posterior a este exigente análisis, se iniciaron los procesos de adquisición de los equipos y una rigurosa calibración de éstos antes de su instalación. La instalación concluyó en marzo de 2007 y siguiendo una metodología convencional, se optó por un lapso de tiempo para pruebas previas al registro oficial de información, el cual inició a finales de marzo de 2007 (Jiménez, 2008).



En la etapa de análisis de cantidad y ubicación de los pluviógrafos, se realizó un análisis detallado, y se adoptó el criterio más conservador reportado en la literatura, con el fin de observar la variación espacio temporal de la precipitación en el campus (Villarreal *et al.*, 2008). Como conclusión del estudio realizado, se instalaron parejas de pluviógrafos tipo balancín en las cubiertas de siete edificios del campus. En la Tabla 1, y en la Ilustración 11, se observa la ubicación de los pluviógrafos instalados.

Tabla 1. Ubicación de pluviógrafos en el campus.

Ubicación	Pluviógrafos instalados	
Hemeroteca	PG 1	PG 2
Concha acústica	PG 3	PG 4
Posgrados Ciencias Humanas	PG 5	PG 6
Medicina	PG 7	PG 8
Capilla	PG 9	PG 10
Laboratorio de Hidráulica	PG 11	PG 12
Instituto de Genética	PG 13	PG 14

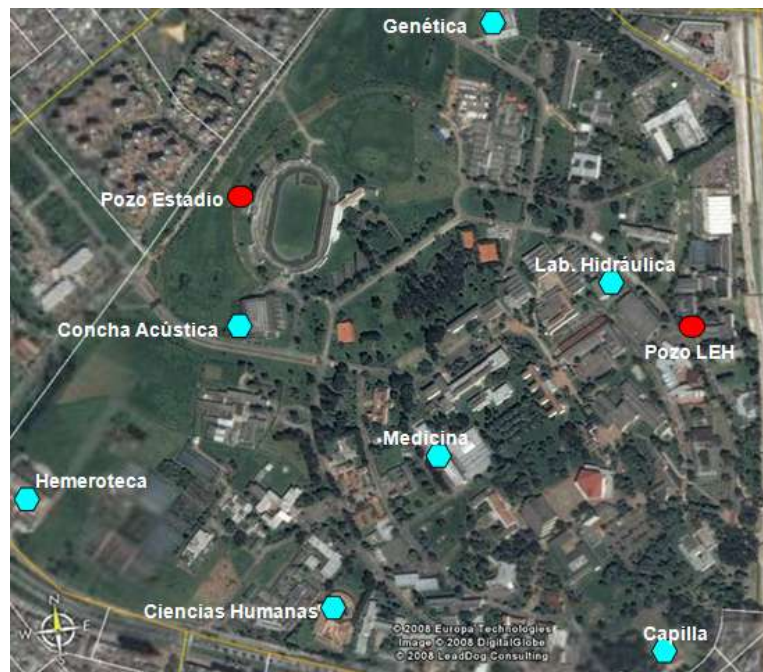


Ilustración 11. Instrumentación del Campus. Hexágonos en color turquesa indican la posición de las estaciones pluviográficas, mientras que los óvalos color rojo los pozos de inspección instrumentados (Fuente: Rodríguez *et al.*, 2008).

Como se puede observar en la Ilustración 11, se ha instalado una red de instrumentación de precipitación aproximadamente uniforme, con una resolución espacial alta. Los puntos de medición se encuentran separados entre 400 y 750 metros (separación promedio de 500m.). La ubicación de los aparatos en la cubierta de los edificios reseñados varía entre 8 y 17 metros (Villarreal *et al.*, 2008).



La instalación de pluviómetros testigo, garantiza la confiabilidad de la información recolectada, facilita el análisis, y reduce el riesgo de pérdida de información debido al mal funcionamiento de algún equipo. Se instalaron catorce pluviómetros tipo *Rain Collector II*, fabricados por *Davis Instruments* (ver Ilustración 13). Dichos aparatos tienen una altura de 24cm , un área de captación de 214 cm^2 , y una resolución de 0.2 mm . El fabricante reporta una precisión de los aparatos de $\pm 4\%$, para intensidades menores a 50 mm/h , y de $\pm 5\%$, para intensidades entre 50 y 100 mm/h . Cada pluviógrafo cuenta con un *Datalogger* marca *HOBO* con sensor de temperatura, que facilita la recolección de los registros, la cual se realiza semanalmente, con ayuda de una lanzadera marca *HOBO*.

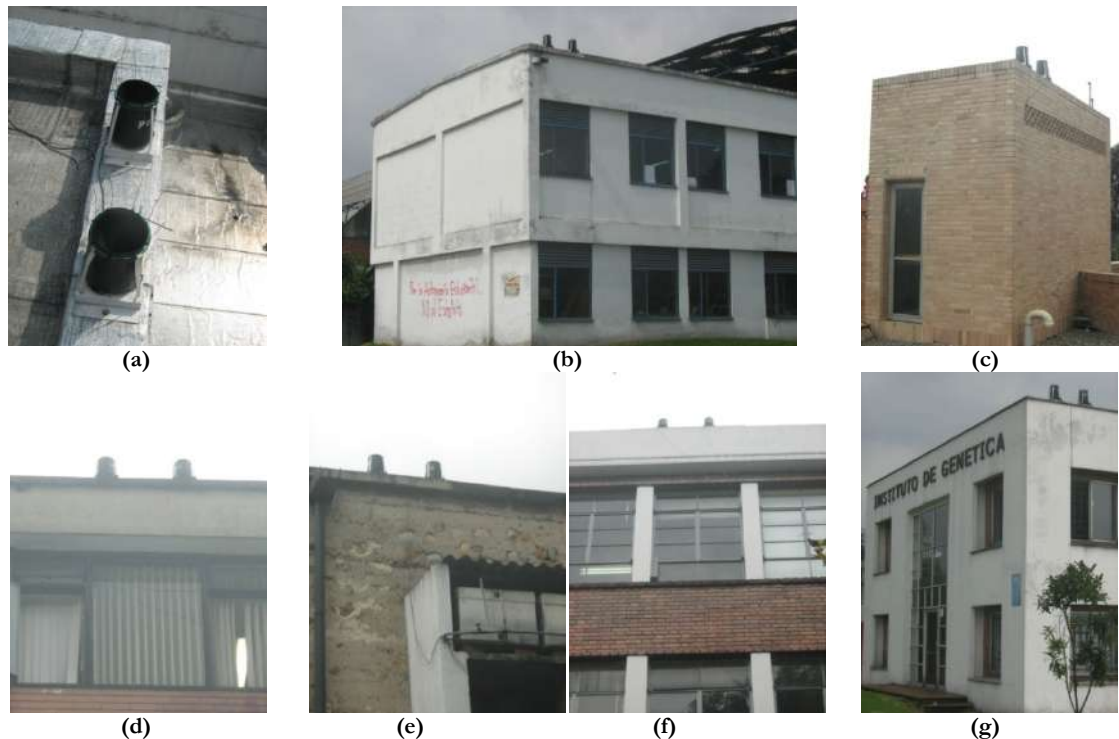


Ilustración 12. Ubicación de los pluviómetros en los edificios. (a) Hemeroteca. (b) Concha acústica. (c) Posgrados de Ciencias Humanas. (d) Medicina. (e) Capilla. (f) Laboratorio de Hidráulica. (g) Instituto de Genética.



Ilustración 13. Detalle pluviógrafo.



Con el fin de realizar mediciones de los parámetros de calidad y cantidad del agua se han instalado sensores en la entrada y salida de la red de drenaje asociada a la zona de estudio (sistema 1) (Jiménez *et al.*, 2008). Las características de los sensores instalados se describen a continuación:

➤ **Sensor ultrasónico SONDAR SLM600**

En el pozo Laboratorio de Ensayos Hidráulicos (LEH), identificado como la entrada a la red, se ha instalado un sensor ultrasónico de nivel, el cual se ha programado para registrar y almacenar datos cada minuto. Se trata de un transductor de nivel por ultrasonido, con una resolución de 0.25% del rango medido. Este sensor está programado para recolectar información de nivel cada minuto; la información es almacenada en un *Datalogger* con capacidad para 15 días aproximadamente, con la resolución mencionada (ver Ilustración 14).



Ilustración 14. Sensor ultrasónico Pozo LEH.

➤ **Sonda multiparamétrica YSI 556**

Para el registro de datos de calidad de agua en el pozo LEH, se cuenta con una sonda YSI 556, que almacena simultáneamente lecturas de oxígeno disuelto, pH, conductividad y temperatura. La sonda está programada para registrar datos cada 5 minutos (ver Ilustración 15). Esta sonda cuenta con las características de durabilidad, impermeabilidad y resistencia a impactos, necesarias para su adecuado funcionamiento en un ambiente tan hostil como el alcantarillado.

➤ **Muestreador automático ISCO 6712**

En el pozo Estadio se ha instalado un muestreador ISCO 6712, equipo que cuenta con una bomba peristáltica que se puede programar para que tome muestras del agua de manera automática. Estas muestras se pueden almacenar y preservar en 24 botellas que se encuentran en el interior del aparato. (Ilustración 16).

Este muestreador cuenta con dos módulos (ISCO 700 y Sonda YSI 600R) que son necesarios para la toma de registros de niveles de agua, y parámetros de calidad del agua (pH,



temperatura, sólidos disueltos totales SDT, oxígeno disuelto y conductividad). Se realiza un registro cada minuto de los niveles, mientras que los parámetros de calidad se toman cada 5 minutos.



Ilustración 15. Instrumentación instalada en el alcantarillado del campus. Izquierda: muestreador ISCO instalado en el pozo Estadio. Centro: sensor de nivel instalado en el pozo LEH. Derecha: sonda multiparamétrica, localizada en el pozo LEH.



Ilustración 16. Detalle muestreador automático ISCO 6712.

Debido a que los pluviógrafos capturan la información de precipitación en el momento en que el balancín realiza el giro, mientras que los sensores instalados en la red de alcantarillado registran la información a intervalos de tiempo preestablecidos (cada minuto), surge la necesidad de homogenizar la información, convirtiendo los datos de precipitación registrados en cualquier instante de tiempo a intervalos constantes, para hacerlos compatibles con los niveles registrados en el alcantarillado. A través de algoritmos realizados en *MATLAB*, los registros de precipitación son desagregados por minuto y preparados para luego introducirlos en la base de datos que maneja el programa *FLOWLINK*.



Buscando garantizar la calidad y confiabilidad en los registros, todos los instrumentos se encuentran sincronizados en el tiempo, y fueron adaptados para funcionar con corriente alterna, para evitar la pérdida de información en caso de falla de las baterías, y así contar con bases de datos consistentes. Asimismo, se realiza el mantenimiento y la calibración de los equipos instalados de forma periódica, y se mantienen las bases de datos en constante actualización. Los datos registrados por los pluviógrafos se descargan semanalmente, y mensualmente se realiza mantenimiento a los mismos. La información registrada en los equipos de medición de calidad y cantidad del agua de la red de alcantarillado, es descargada semanalmente, y su calibración se realiza cada dos semanas.

Adicional a la instrumentación descrita, en febrero de 2008 se adquirió una estación meteorológica telemétrica tipo *DAVIS Vantage Pro2 Plus*, la cual se encuentra instalada en la cubierta del Laboratorio de Hidráulica. La estación está equipada con sensores que registran datos de precipitación, dirección y velocidad del viento, temperatura, humedad relativa, radiación solar y radiación UV.

Los datos meteorológicos registrados en dicha estación son publicados a través de la página web del grupo de investigación GIREH, en la cual se pueden observar, en tiempo real, las variables meteorológicas registradas por la estación en los últimos quince minutos, y en el último mes¹.

5.3 Bases de datos.

La red de instrumentación descrita, ha permitido contar, para el estudio aquí reportado, con series de tiempo de precipitación desde marzo de 2007 hasta la fecha, y de calidad–cantidad de agua desde mayo del mismo año, a la fecha. Los modelos implementados en el presente documento han sido desarrollados basados en los datos recolectados durante este proceso. Específicamente para el presente proyecto, se tendrán en cuenta los registros de precipitación observados en los pluviógrafos PG 11, PG 12 (ambos ubicados en el Laboratorio de Hidráulica), PG 13 y PG 14 (ubicados en el Instituto de Genética); así como los datos de cantidad de agua registrados en los pozos LEH y Estadio, por encontrarse los puntos mencionados dentro, o cercanos a la zona de estudio.

Con el fin de unificar la información recolectada en los diferentes instrumentos, los datos son analizados, depurados y organizados en la base de datos *FLOWLINK* (Programa para la recolección de datos de los instrumentos *ISCO*), que es administrada por el proyecto de investigación “*Instrumentación Hidrometeorológica y Ambiental del campus Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá*”, del grupo de Investigación GIREH, de la Universidad Nacional.

Como se ha mencionado, los registros de precipitación son almacenados en un *Datalogger*, y luego descargados a través del software *HOBOWARE*. A su vez, la información registrada en el equipo del estadio (*ISCO*), es recolectada a través de un dispositivo *RTD (Rapid Transfer Device)*, cuya descarga se realiza directamente a la base de datos de *FLOWLINK*. El tratamiento de los datos registrados en el pozo LEH, es similar al de los pluviógrafos, pero su descarga se

¹ <http://168.176.26.27/gireh/estacion/Current Vantage Pro Plus2.htm>



realiza a través del software *ECOWATCH*, para los registros de calidad (pH, conductividad, temperatura), y del software *MADG·TECH*, para los registros de nivel.

Una vez introducidos todos los registros de los diferentes instrumentos en el software FLOWLINK, se pueden visualizar varios parámetros a la vez, en el lapso de tiempo que se desee. La Ilustración 17, presenta los registros de precipitación para los pluviómetros PG11 y PG13, y los datos de nivel del Pozo LEH (P1) y Pozo Estadio (P11) para el evento del 5 de noviembre de 2007. Esta visualización permite detectar y eliminar rápidamente datos anómalos, que se presentan por corte de fluido eléctrico, mantenimiento de equipos, taponamiento de pluviómetros y otras actividades o errores que puedan afectar los registros.

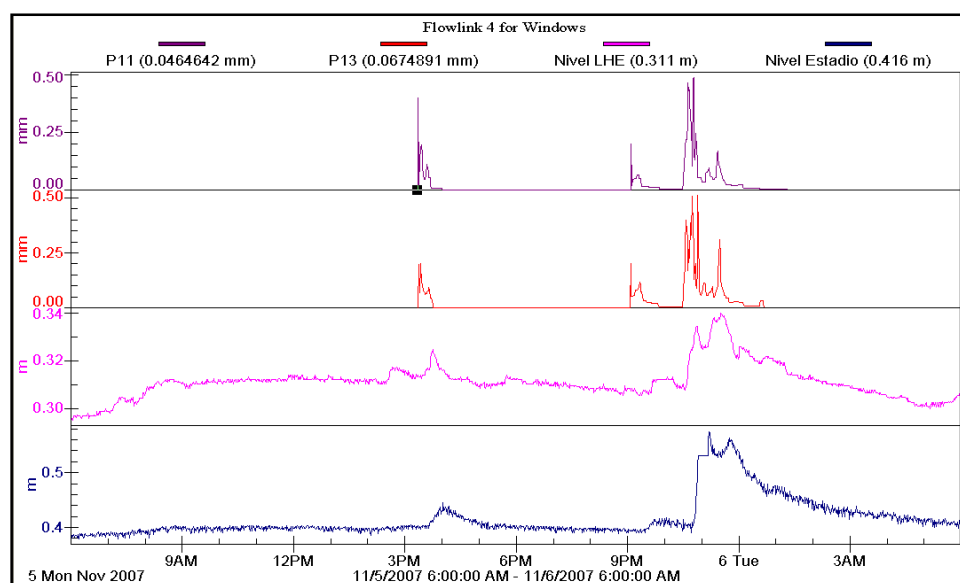


Ilustración 17. Datos registrados de precipitación y nivel para el evento 5 de Noviembre de 2007.

5.3.1 Niveles

La base de datos de nivel cuenta con información continua desde marzo de 2007; sin embargo, en algunos períodos se han presentado suspensiones en los registros por diferentes causas, como corte del fluido eléctrico, descalibración de los equipos y/o mantenimiento de los mismos.

Debido a que la zona de estudio tiene un sistema de alcantarillado de tipo combinado, los niveles registrados, cuando no hay eventos de precipitación, corresponden al nivel base que es causado por contribuciones de tipo institucional, industrial, comercial e infiltración aguas arriba y dentro del campus universitario. Cuando sucede un evento de precipitación, a las contribuciones mencionadas se suma la escurrentía pluvial, que se refleja en el limnigrama.

En tiempo seco, el nivel sigue un comportamiento regular los días laborales. El nivel mínimo se presenta alrededor de las 3 am y aumenta desde las 5 am hasta las 7 am, manteniéndose relativamente constante hasta las 7 pm, cuando empieza a descender. Los fines de semana,



especialmente el domingo, se presenta un patrón diferente a los días laborales. A las 3 de la mañana se presenta el mínimo y empieza a aumentar hasta alcanzar un máximo alrededor de las 10:30 am, para luego descender hasta las 3:00 am, nuevamente.

Es posible convertir estos niveles en caudales, a través de las curvas de calibración halladas por Jiménez A, 2008 (a partir de aforos en los pozos instrumentados), para utilizarlos como registros para la modelación.

5.3.2 Precipitación

La base de datos de precipitación cuenta con información desde marzo de 2007. Los registros han mostrado una significativa variación espacio-temporal del campo de precipitación en el campus universitario. Por ejemplo, para el evento del 1 de noviembre de 2007, se presentan las curvas de masa para los diferentes pluviógrafos ubicados en el campus (ver Ilustración 18), presentando coeficientes de variación para precipitación total de $C_v=27\%$, y para intensidades de $C_v=132\%$ (Villarreal *et al.*, 2008).

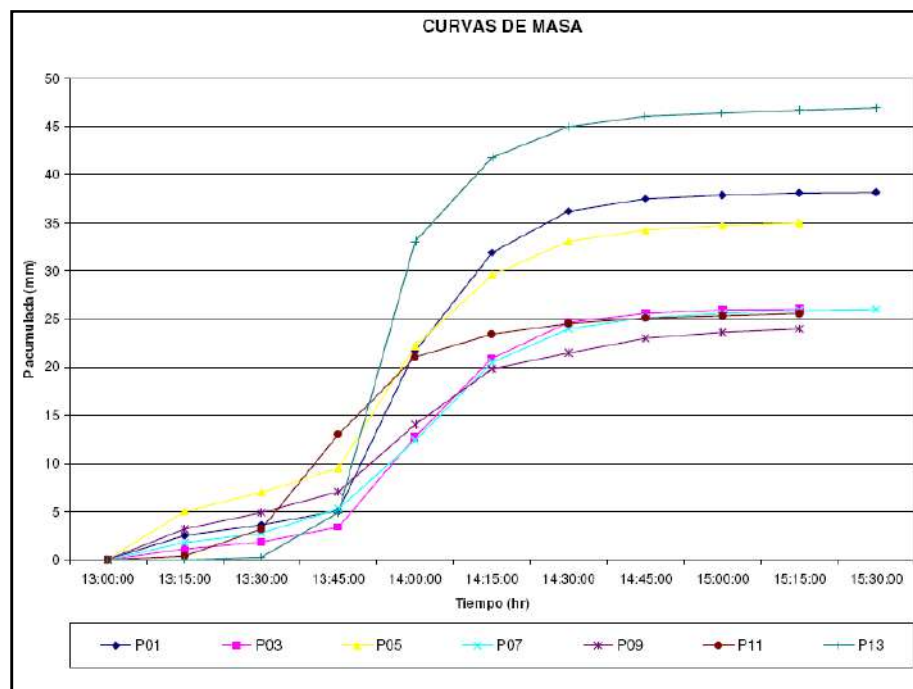


Ilustración 18. Curvas de masa para el evento de 1 de noviembre de 2007. Fuente: Villarreal *et al.*, 2007.



6 CARACTERIZACIÓN DE EVENTOS

Con el fin de calibrar modelos que incorporen de manera acertada las condiciones de la cuenca, se han seleccionado cincuenta eventos de la base de datos disponible, buscando contar con un amplio rango de valores de precipitación total, duración e intensidades, así como diferentes condiciones antecedentes de humedad del suelo.

Los eventos seleccionados para la calibración ocurrieron entre octubre de 2007 y octubre de 2008, representando diferentes condiciones climáticas. El objetivo principal de la caracterización de los eventos seleccionados, es determinar algunas variables físicas, propias de cada evento, que permitan correlacionar los parámetros calibrados para los modelos simplificados con características de la precipitación y características físicas de la cuenca.

Para cada uno de los eventos seleccionados, y para cada pluviógrafo, se calcularon las siguientes características de la precipitación:

- Precipitación antecedente (mm), durante uno, dos y tres días anteriores a la ocurrencia del evento.
- Tiempo seco antecedente (min).
- Precipitación total (mm).
- Duración del evento (min).
- Intensidad máxima en quince minutos (mm/h).
- Intensidad máxima en veinte minutos (mm/h).
- Intensidad máxima en treinta minutos (mm/h).
- Intensidad promedio del evento (mm/h).
- Intensidad en los quince minutos iniciales del evento (mm/h).

De la misma forma, se calcularon los volúmenes totales de lluvia y de escurrentía, para cada evento seleccionado, y para cada estación pluviográfica. Lo anterior, con el fin de calcular el coeficiente de escurrentía correspondiente, asumiendo uniformidad espacial en la precipitación.

En el Anexo 1 del presente documento, se observan los resultados obtenidos durante la caracterización de los eventos seleccionados. A partir de dichos resultados, se observa que los eventos presentan una gran variación en las condiciones antecedentes, precipitaciones totales e intensidades, garantizando así una amplia gama de escenarios de calibración.

Las características de los eventos de precipitación y de la respuesta de la cuenca, presentadas en el Anexo 1, fueron halladas a través de códigos en MATLAB (desarrollados como parte de esta investigación), con base en los datos observados. A continuación se realiza un análisis de estas características.



Al comparar los resultados obtenidos en las dos estaciones pluviográficas (Laboratorio de Hidráulica e Instituto de Genética), para los eventos registrados, se evidencia la variabilidad espacio temporal del campo de precipitación. En general, para los eventos analizados, se encuentran diferencias en duración de hasta 53 minutos durante un evento, y hasta de 13.15 mm/h en intensidad promedio. Un caso especial es el evento del 5 de octubre de 2008, cuyos registros muestran una diferencia en profundidad de precipitación de 4.6 mm, con un delta en la intensidad de 1.12 mm/h, y en duración de 10 minutos. Lo anterior contradice, de alguna manera, la suposición del método racional, que asume que la precipitación es constante en espacio y tiempo, para áreas menores a 700 ha (Mulaney, 1850), como la del área de estudio.

Un hecho que cabe destacar, es que para el 60% de los eventos analizados, el pluviógrafo PG11 registró la intensidad máxima en 15 minutos (I_{15min}), durante los primeros 15 minutos del evento; mientras que para el pluviógrafo PG13, dicho porcentaje fue de 46%. La diferencia entre los porcentajes mencionados vuelve a indicar la variabilidad espacio temporal de la precipitación, y podría ser un indicio del comportamiento de los eventos en la zona de estudio, con una probabilidad alta de presentarse la mayor intensidad durante los primeros minutos. Sin embargo, para generalizar esta afirmación, es necesario realizar un análisis similar a un mayor número de eventos.

Se observa en el Anexo 1, que el volumen de precipitación en la zona de estudio, para los eventos analizados, osciló entre 327 y 10634 m³, mientras que los volúmenes de escurrentía observados en el sistema de alcantarillado variaron entre 55 y 4792 m³; dichos valores reflejan el gran volumen de agua que fluye en las cuencas urbanas, como consecuencia de la impermeabilización del suelo.

Asimismo, los coeficientes de escurrentía observados varían para cada evento, dependiendo de las características de la precipitación, y de la humedad antecedente del suelo. Se hallaron valores de coeficiente de escurrentía entre 0.062 y 0.476, para los datos registrados con el pluviógrafo PG11; y entre 0.069 y 0.563, para el pluviógrafo PG13. Aunque la zona de estudio se encuentra en la ciudad de Bogotá, cabe recordar que ésta contiene un área permeable considerable, que implica un coeficiente de escurrentía menor al de una zona netamente urbana.

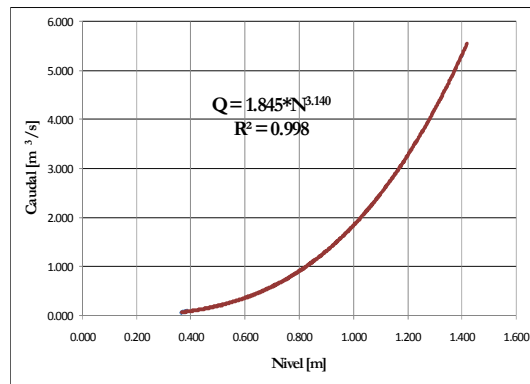


7 CALIBRACIÓN DE LOS MODELOS SIMPLIFICADOS

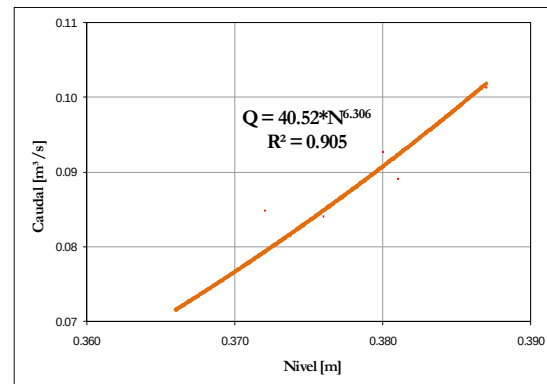
Siguiendo el procedimiento propuesto en la sección 4.3 (Etapas de la modelación hidrológica), y posterior al análisis, selección y caracterización de los eventos de precipitación, continúa la etapa de calibración, en la que se pretende aplicar la metodología SRIV, para obtener el mejor ajuste entre los datos observados y los simulados. El presente capítulo describe la metodología seguida durante la calibración de los modelos implementados, así como los resultados obtenidos.

7.1 Series de tiempo.

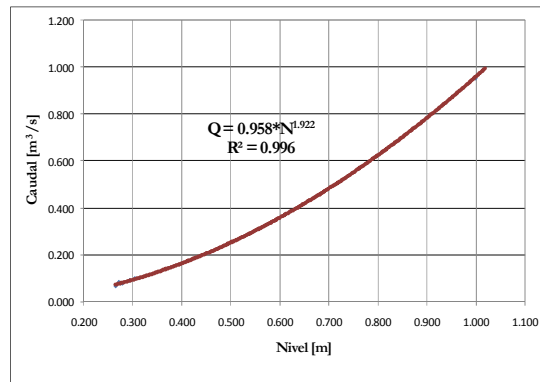
Tanto las calibraciones como las validaciones de cada uno de los modelos se realizaron con los registros de precipitación de los pluviógrafos PG11, PG12, PG13 y PG14, como series de entrada. Como series de salida, se usaron los registros de nivel obtenidos de los sensores ubicados en los pozos P1 y P11. Dichos valores de nivel fueron transformados a caudales, con ayuda de las curvas de calibración obtenidas en el estudio realizado por *Jiménez A., 2008*, las cuales se observan en la Ilustración 19.



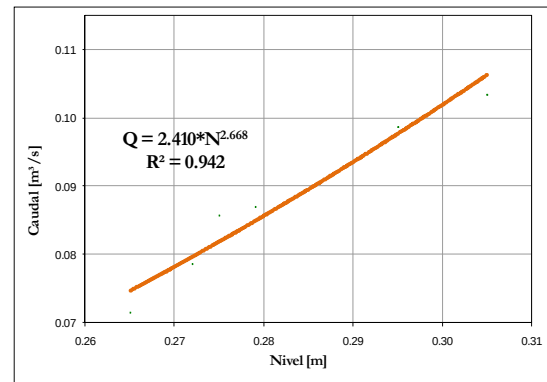
Pozo Estadio. Caudales de creciente



Pozo Estadio. Caudales Base



Pozo LEH. Caudales de creciente



Pozo LEH. Caudales Base

Ilustración 19. Curvas de calibración para los pozos P1(LEH) y P11(Estadio) Fuente: *Jiménez, 2008*.



Debido a que los modelos simplificados están basados en funciones de transferencia (un pulso a la entrada genera una respuesta a la salida), es necesario usar como serie de salida únicamente el caudal aportado por la cuenca, sin tener en cuenta el caudal base, ni posibles aportes debidos a eventos ocurridos aguas arriba de la zona de estudio. Para calcular el caudal neto que aporta la zona de estudio, se realizó un tránsito de crecientes, para los caudales observados en el pozo de entrada (P1) hasta el de salida (P11).

Dicho tránsito se realizó aplicando el modelo *MDLC* (*Multilinear discrete lag-cascade model*, Camacho, L.; Lees, M., 1999). En el Anexo 3 del presente documento, se realiza una breve descripción de dicho modelo. La hidrógrafa obtenida como resultado del tránsito realizado es restada de la hidrógrafa observada en el pozo de salida, y el resultado de esta operación es utilizado como serie de salida para la calibración del modelo. De esta forma, se garantiza que el caudal modelado es el generado únicamente por la zona de estudio, como resultado del evento de precipitación.

Con las series de tiempo descritas, se implementaron dos modelos simplificados SISO (uno con las series de precipitación registradas en el Laboratorio de Hidráulica, y otro con las series registradas en el Instituto de Genética), y un modelo MISO, que combina las series registradas en las dos locaciones.

7.2 Calibración de los modelos.

Mediante la calibración de los modelos SISO y MISO, se pretenden estimar los parámetros (a , b_1 , b_2 , δ_1 , δ_2) que mejor representen la respuesta (caudal) de la cuenca para eventos de precipitación.

La calibración de cada modelo se realizó mediante la metodología *SRIV*, y la selección del mejor modelo se efectuó mediante el Criterio de Información de Young (*YIC*) y el coeficiente de Nash (R^2) (ver Ecuaciones 20 y 25).

En el Anexo 2 del presente documento, se presentan los resultados obtenidos de la calibración de los modelos SISO y MISO, para cada uno de los eventos modelados. Igualmente, se presentan los resultados de los criterios de *Young* (*YIC*) y de *Nash* (R^2), para los mejores modelos calibrados. De igual forma, se presenta el estado de ganancia estable (*SSG*), calculado mediante la Ecuación 18, con unidades consistentes.

Como muestra de los resultados obtenidos y de los análisis realizados, a continuación se describen en detalle las calibraciones realizadas, para los eventos ocurridos el ocho de octubre de 2007, y el ocho de diciembre del mismo año. Las series de precipitación y de caudales usadas durante la calibración, se observan gráficamente en la Ilustración 20 y en la Ilustración 21. En dichas ilustraciones es evidente la variabilidad espacio-temporal de la precipitación, entre las estaciones pluviográficas del Laboratorio de Hidráulica e Instituto de Genética.



Las magnitudes de los parámetros calibrados, son presentadas en el Anexo 2 del presente documento. A su vez, los gráficos correspondientes para estos parámetros, se presentan en el Anexo 4.

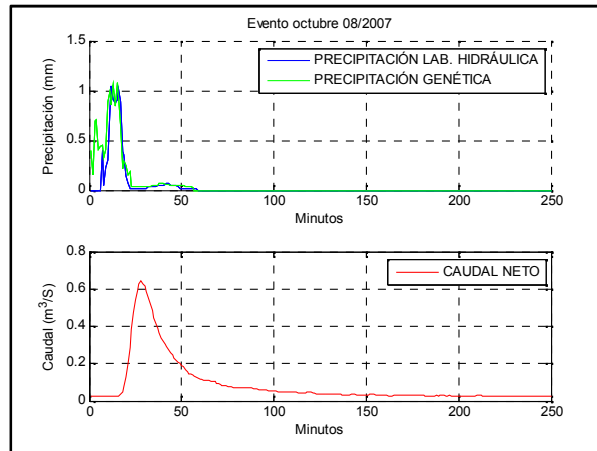


Ilustración 20. Evento octubre 8 de 2007.

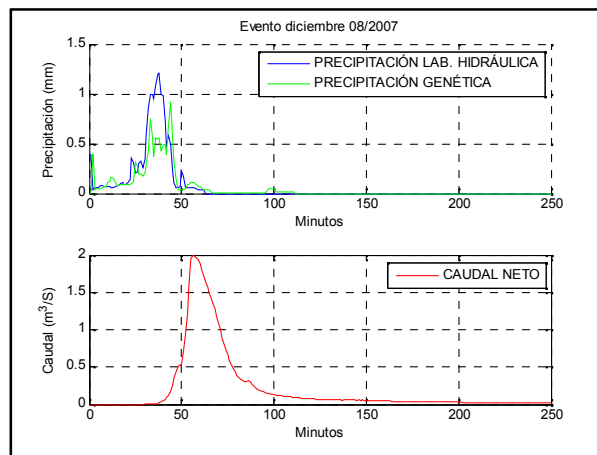


Ilustración 21. Evento diciembre 8 de 2007.

➤ Modelo SISO₁, Laboratorio de Hidráulica.

La Ilustración 22 y la Ilustración 23 presentan los resultados obtenidos durante la calibración de los modelos SISO, usando como series de entrada los datos de precipitación registrados en el Laboratorio de Hidráulica, durante los eventos ocurridos el ocho de octubre, y el ocho de diciembre de 2007, respectivamente. En las dos ilustraciones se puede observar alguna dificultad para modelar la curva de recesión de la hidrógrafa; lo anterior se puede deber a que el Laboratorio de Hidráulica se encuentra en la parte media de la subcuenca, y por ende las series de precipitación registradas en este punto no tienen en cuenta los aportes hechos por la parte baja de la zona de estudio.

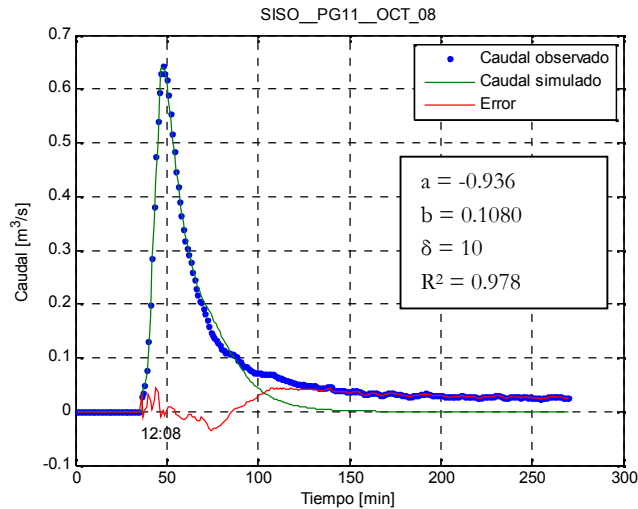


Ilustración 22. Modelo SISO, calibrado con el PG11 (Laboratorio de Hidráulica). Evento 8 de octubre de 2007.

Para el evento ocurrido el 8 de octubre de 2007, se observa que, tanto el caudal pico, como el tiempo al pico, son modelados con gran precisión, y se obtuvieron errores siempre menores a $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ (ver Ilustración 22). Por su parte, el evento ocurrido el 8 de diciembre de 2007 presenta un error un poco mayor, con problemas principalmente al simular el limbo ascendente de la hidrógrafa: la hidrógrafa modelada empieza a ascender unos minutos antes que la observada (Ilustración 23). Lo anterior se puede explicar a partir de la Ilustración 21. En dicha ilustración, se observa que en los primeros minutos del evento se presentó una precipitación intensa, seguida de unos minutos de precipitación más leve. Por otra parte, en los tres días anteriores a la ocurrencia del evento, la precipitación acumulada apenas fue de 3 mm . (Ver Anexo 1), por lo que se puede afirmar que la humedad del suelo, previa a la ocurrencia del evento, era baja. De lo anterior, se puede deducir que la precipitación en los primeros minutos, aunque fue bastante intensa, no logró satisfacer las pérdidas de la cuenca, y por consiguiente no se convirtió en escorrentía. Es decir que la precipitación efectiva es, únicamente, la que se observa en el segundo pico de la Ilustración 21. Sin embargo, el modelo SISO responde al primer pico de precipitación, sin tener en cuenta las condiciones antecedentes de humedad del suelo, y genera un caudal de respuesta después de un tiempo de retraso (δ). Lo anterior puede explicar por qué el caudal modelado crece ligeramente unos minutos antes que el observado.

Los valores de YIC obtenidos de la calibración de los eventos descritos anteriormente, muestran una alta eficiencia paramétrica (ver Anexo 2), debido a que su magnitud, para ambos casos, es menor a -11 , evidenciando que el modelo $SISO_1$ no presenta problemas de sobreparametrización.

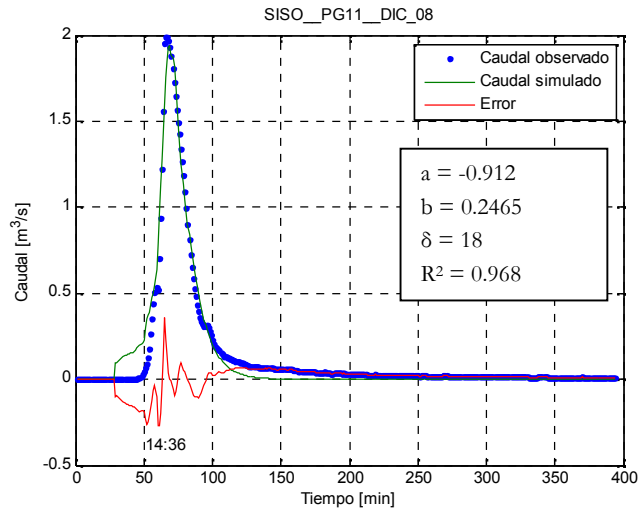


Ilustración 23. Modelo SISO, calibrado con el PG11 (Laboratorio de Hidráulica). Evento 8 de diciembre de 2007.

A partir de los resultados observados, se puede concluir que el modelo $SISO_1$, es un modelo que reproduce de manera acertada la respuesta de la cuenca, sin problemas de sobreparametrización, no obstante las posibles limitaciones que puede tener debido a que no tiene en cuenta la variabilidad espacio-temporal de la precipitación.

➤ Modelo $SISO_2$, Instituto de Genética.

En la Ilustración 24 y en la Ilustración 25, se observan los resultados obtenidos al calibrar modelos $SISO_2$, para los eventos ocurridos el 8 de octubre y el 8 de diciembre de 2008, respectivamente.

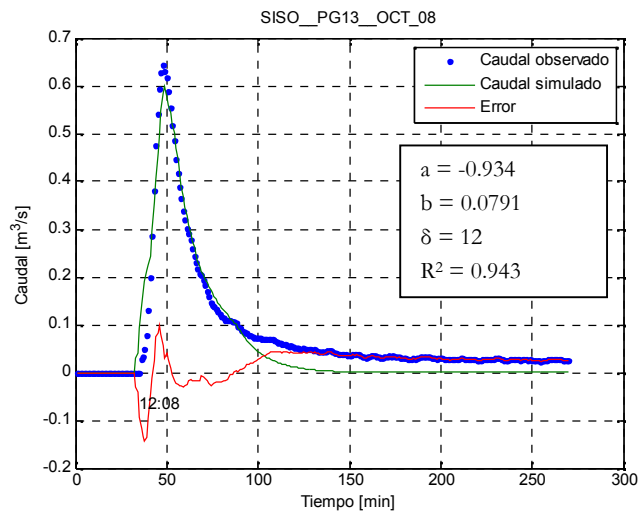


Ilustración 24. Modelo SISO, calibrado con el PG13 (Instituto de Genética). Evento 8 de octubre de 2007.

La Ilustración 24, presenta un muy buen ajuste entre la serie modelada y la observada (con un valor de $R^2 = 0.943$), presentándose el error máximo en las cercanías al caudal pico. Sin



embargo, se siguen presentando problemas para modelar la curva de recesión, y el caudal modelado desciende mucho más rápido que el observado.

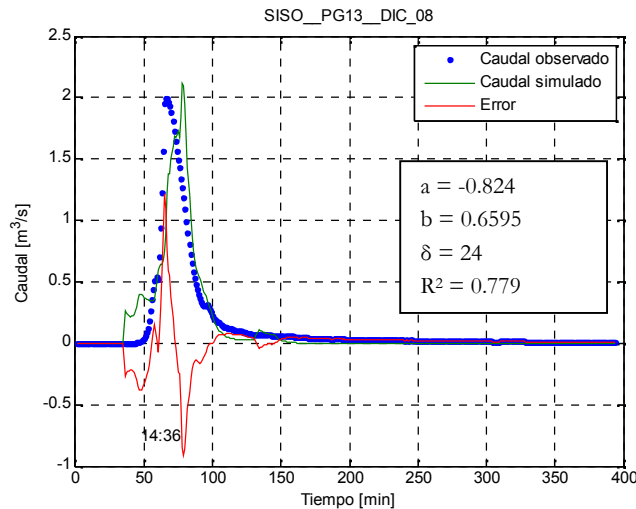


Ilustración 25. Modelo SISO, calibrado con el PG13 (Instituto de Genética). Evento 8 de diciembre de 2007.

A su vez, el evento ocurrido el 8 de diciembre presenta un ajuste aceptable, con un coeficiente de determinación de *Nash* menor que el obtenido al modelar el evento con el pluviógrafo 11 ($R^2 = 0.779$). El valor relativamente bajo del coeficiente de determinación obtenido se puede explicar, nuevamente, por la precipitación intensa que se presentó durante los primeros minutos del evento. Dicha precipitación no sólo vuelve a generar que la hidrógrafa modelada empiece a ascender antes de tiempo, sino que también pudo ocasionar errores en la estimación del parámetro de retraso (δ), hecho que se evidencia en el error al estimar el tiempo al pico observado.

➤ Modelo MISO.

Los resultados obtenidos durante la calibración de los modelos MISO, para los eventos ocurridos el 8 de octubre y el 8 de diciembre de 2007, son presentados en la Ilustración 26 y en la Ilustración 27, respectivamente. Se aprecia en dichos gráficos un excelente ajuste de los modelos calibrados, que se hace más evidente en la curva de recesión de la hidrógrafa modelada, que se observa mucho más acertada que en el caso de los modelos SISO.

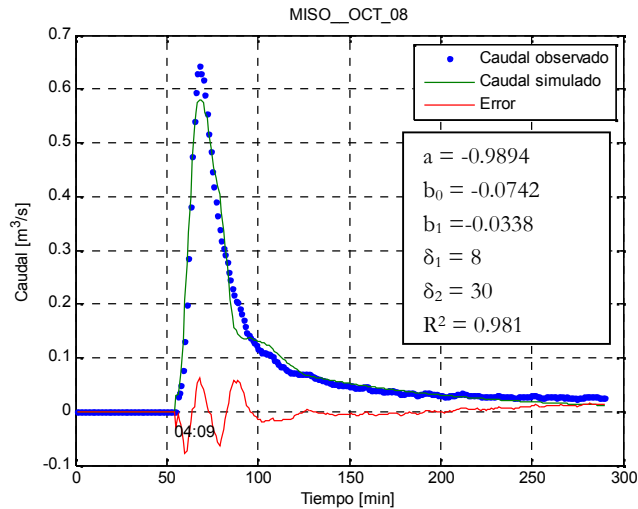


Ilustración 26. Modelo MISO, calibrado con los pluviógrafos PG11 (Laboratorio de Hidráulica) y PG13 (Instituto de Genética). Evento 8 de octubre de 2007.

En la Ilustración 26, se observa el excelente ajuste obtenido al calibrar el modelo MISO, para el evento ocurrido el 8 de octubre de 2007. La curva de recesión en este caso es modelada con gran precisión, pero el caudal pico es levemente subestimado.

Por su parte, el modelo MISO para el evento ocurrido el 8 de diciembre de 2008, sigue presentando problemas para modelar el inicio de la escorrentía, aunque el error se disminuye mucho al tener en cuenta, simultáneamente, los registros de las dos estaciones pluviográficas. La curva de recesión también tiene algunos problemas, pero en general el ajuste es bastante bueno, con un coeficiente de Nash cercano a 1.

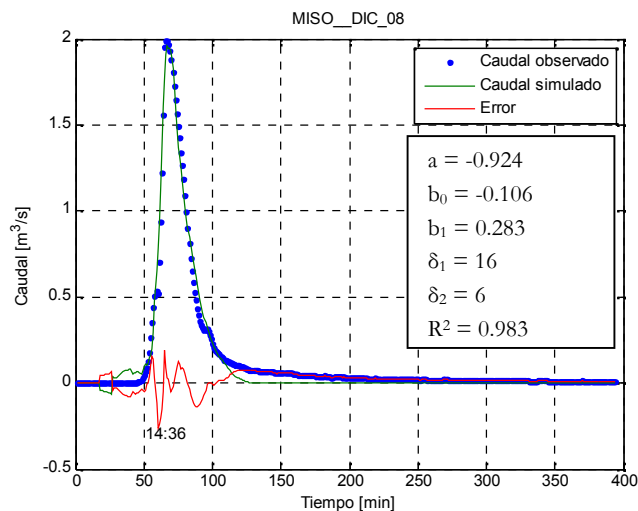


Ilustración 27. Modelo MISO, calibrado con los pluviógrafos PG11 (Laboratorio de Hidráulica) y PG13 (Instituto de Genética). Evento 8 de diciembre de 2007.



Un análisis general de los resultados obtenidos durante la etapa de calibración (dichos resultados son presentados en el Anexo 2 del presente documento), arroja un resultado satisfactorio en la estimación de los parámetros, para todos los modelos calibrados. El porcentaje de eventos para los cuales se obtuvo un valor de R^2 mayor a 0.90, es de 60%, 54% y 82%, para los modelos SISO₁, SISO₂ y MISO, respectivamente. De igual forma, tan sólo el 2%, el 8% y el 0% de los modelos, en el mismo orden, arrojaron un valor de R^2 menor a 0.75, lo que indica un muy buen ajuste entre los datos observados y los modelados, para la mayoría de los casos.

Así mismo, los valores promedio de los coeficientes de determinación de *Nash*, para los modelos calibrados fueron de 0.898, 0.882 y 0.935, para los modelos SISO₁, SISO₂ y MISO, respectivamente, lo que sugiere que el ajuste de los modelos MISO es muy bueno, generalmente superior al de los modelos SISO.

Por otra parte, al realizar una comparación entre los valores de R^2 obtenidos para los modelos SISO₁ y SISO₂, se puede concluir que el pluviógrafo PG11 representa de manera más acertada la hidrógrafa neta que el pluviógrafo PG13, lo que se puede deber a la ubicación del primero dentro de la zona de estudio.

Del mismo modo, al realizar un análisis para el criterio *YIC*, se aprecia que para los modelos SISO₁ y SISO₂, tan sólo el 8% y el 14% de los eventos, respectivamente, arrojaron un valor de *YIC* mayor a -8.5; mientras que para el modelo MISO, este porcentaje asciende al 40%, indicando mayor parsimonia para los modelos SISO. Este resultado es esperado, debido a que los modelos SISO involucran un menor número de parámetros para explicar el proceso lluvia-escorrentía de forma adecuada, mientras que los MISO, involucran dos parámetros más, que posiblemente generan algún tipo de interacción paramétrica.

La afirmación anterior es ratificada al calcular los valores promedio de *YIC*, para los diferentes modelos. Dichos valores son de -10.195, -9.954 y -8.736, para los modelos SISO₁, SISO₂ y MISO, respectivamente. Estos valores indican que el modelo SISO₁ es el más parsimonioso de los modelos implementados.

En conclusión, se puede afirmar que el modelo MISO se ajusta mejor a los datos, por tener en cuenta la información de dos pluviógrafos ubicados en diferentes sitios, lo que, de alguna forma, involucra la variación espacio temporal de la precipitación. Sin embargo, esta ganancia en el ajuste, genera a su vez, una pérdida de parsimonia por la posible interacción entre sus parámetros. A pesar de la reducción de la eficiencia paramétrica del modelo, los modelos MISO siguen arrojando valores de *YIC* bastante buenos, con una notable mejoría en los resultados de la modelación.

Sin embargo, el modelo SISO₁ presenta un gran balance entre precisión y parsimonia, que indica que el proceso lluvia-escorrentía puede ser simulado con una sola serie de entrada, con un buen ajuste entre los datos observados y modelados. La diferencia observada entre los ajustes del modelo SISO₁ y SISO₂, podría indicar que los pluviógrafos PG13 y PG14, no son representativos para la respuesta de la subcuenca.



En cuanto a las magnitudes de los parámetros calibrados (ver Anexo 2), se puede concluir que el estado de ganancia estable, SSG (calculado con unidades consistentes), se asemeja al coeficiente de escurrentía observado, en la mayoría de los casos; reflejando que el modelo se ajusta al comportamiento observado en el sistema. En cuanto al parámetro a , se obtuvieron valores cercanos a uno en la mayoría de los casos, indicando que la serie de caudal es muy dependiente de sí misma en un tiempo anterior. Sin embargo, el parámetro más influyente en el modelo es b , porque es el que traduce los registros de precipitación en caudal.

En cuanto al parámetro δ , se presenta una gran variabilidad en los resultados obtenidos, con valores que oscilan entre 8 y 64 minutos y entre 10 y 58 minutos, para los modelos $SISO_1$ y $SISO_2$, respectivamente. En la sección de validación, se realiza un análisis riguroso de los posibles fenómenos físicos que explican esta variabilidad. Sin embargo, en muchas ocasiones el δ observado difiere del modelado, debido a que la metodología utilizada para la calibración, se ajusta a los datos de acuerdo a unos criterios determinados (YIC y R^3), sin tener en cuenta las condiciones físicas de la cuenca. Lo anterior puede llegar a generar, en ocasiones, pérdida de precisión en la modelación.

7.3 Análisis de sensibilidad, evento 8 de octubre de 2007.

Una vez estimados los parámetros de los modelos simplificados, se procede a efectuar el análisis de sensibilidad de los resultados obtenidos, con el fin de evaluar la sensibilidad de cada uno de los parámetros estimados, así como el grado de incertidumbre en los resultados, asociada a incertidumbre en los parámetros. Lo anterior, con el objetivo de observar cuales parámetros son determinantes en el comportamiento del modelo, y evitar posibles problemas de sobre-parametrización, e interacción paramétrica.

Dicho análisis de sensibilidad se realizó con ayuda de la herramienta *Monte Carlo Analysis Toolbox* (MCAT. Lees y Wagener, 2000). Con el fin de ejemplificar la aplicación de la metodología utilizada, la cual ha sido replicada para todos los eventos de calibración analizados, a continuación se presentan los resultados del análisis de sensibilidad realizado a los modelos calibrados a partir de los registros obtenidos durante el evento ocurrido el ocho de octubre de 2007.

➤ Modelo $SISO_1$.

Los diagramas de dispersión obtenidos para los modelos $SISO$ (ver Ilustración 28 e Ilustración 32), muestran a los parámetros δ y b como los mas identificables de dichos modelos. Sin embargo, el gráfico de dispersión del parámetro b presenta una zona plana que indica baja identificabilidad, en un rango reducido del espacio paramétrico. A su vez, el parámetro a es, evidentemente, poco identificable, hecho que se evidencia en que gran cantidad de valores diferentes de a , minimizan el valor de $1-R^2$. Lo anterior genera una alta incertidumbre en la estimación del valor de a , que se traduce en una alta incertidumbre asociada al modelo.

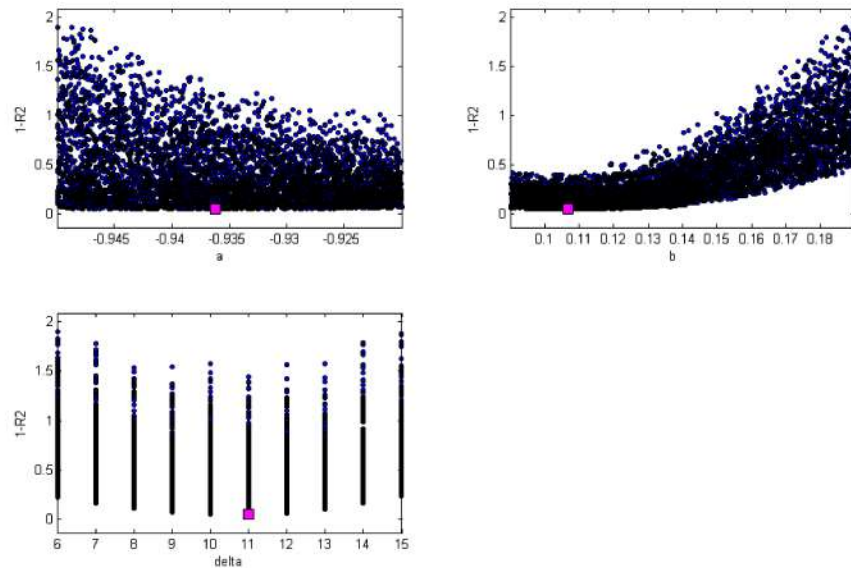


Ilustración 28. Gráfico de dispersión, modelo SISO (PG 11). Evento octubre 08 de 2007.

La Ilustración 29 y la Ilustración 33 presentan el análisis de sensibilidad paramétrica para cada uno de los parámetros calibrados para los modelos SISO implementados. La alta pendiente del gráfico, así como la dispersión de las líneas del parámetro b , permiten deducir que se trata de un parámetro bastante sensible, es decir, que cualquier variación en su valor, genera una respuesta diferente del modelo. El parámetro δ , es un poco menos sensible, mientras que a presenta una muy baja sensibilidad en el modelo, para este evento.

Los resultados obtenidos al evaluar la sensibilidad e identificabilidad de cada uno de los parámetros de los modelos SISO (para el evento del 8 de octubre de 2007), permiten concluir que el parámetro b es el que más influye en la respuesta del modelo.

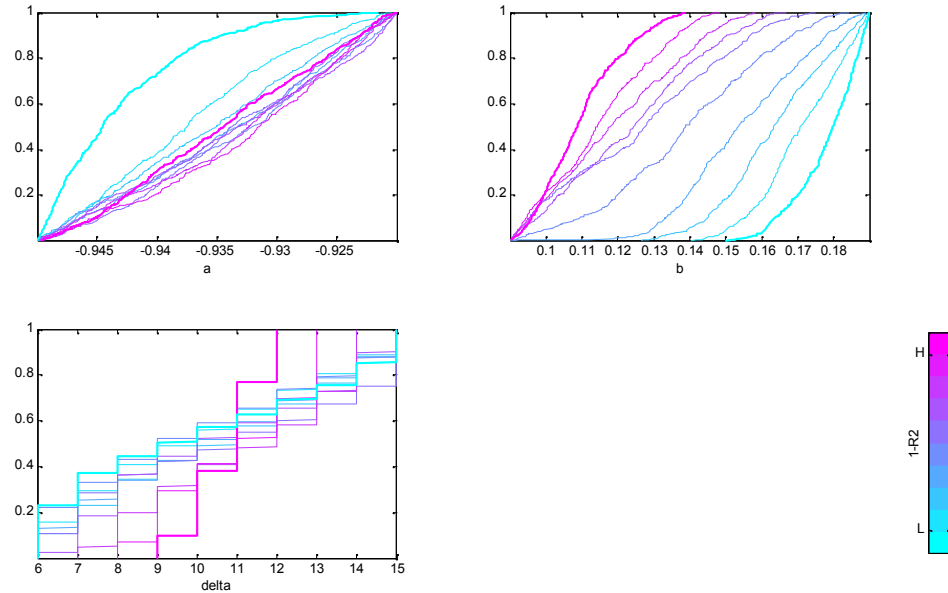


Ilustración 29. Análisis de sensibilidad paramétrica, modelo SISO (PG 11). Evento octubre 08 de 2007.

A partir de la Ecuación 13, se observa que el parámetro b , es el encargado de transformar las series de precipitación en caudales, lo que lo hace equivalente a un parámetro de conservación de masa. Del análisis de sensibilidad realizado, se concluye que dicho parámetro, para este evento, es el más determinante e identificable en el comportamiento del modelo, y de su correcta estimación depende la adecuada calibración del mismo.

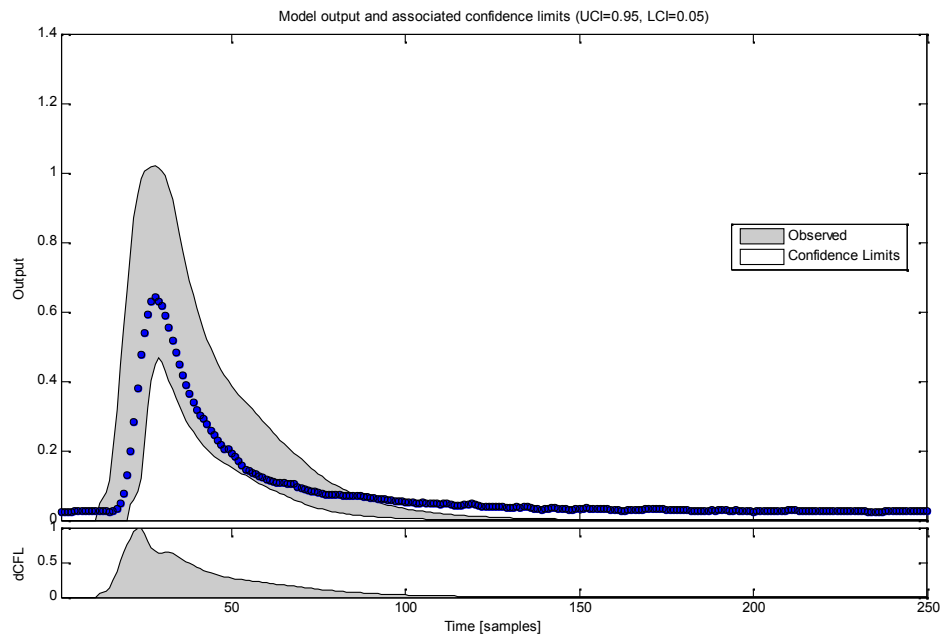


Ilustración 30. Bandas de confianza, modelo SISO (PG 11). Evento octubre 08 de 2007.



En la Ilustración 30, se observa que la mayoría de los datos registrados se encuentran dentro de los límites de confianza. Los errores se presentan principalmente en la curva de recesión, probablemente debido a que el modelo no tiene en cuenta los aportes de la parte baja de la cuenca. La banda de confianza se observa demasiado ancha en el caudal pico, hecho que podría indicar que la incertidumbre en este punto es bastante alta.

En la Ilustración 31 se presentan graficados los valores de los parámetros a y b , contra la función de minimización. Si bien es claro que existen mínimos locales en todo el espacio paramétrico (hecho que evidentemente dificulta la identificación de los parámetros óptimos), se observa un posible mínimo, evidenciado en la concavidad del gráfico. Sin embargo, el mínimo parece extenderse por una amplia zona del espacio paramétrico, lo que indica la posible existencia de diferentes combinaciones de parámetros óptimos.

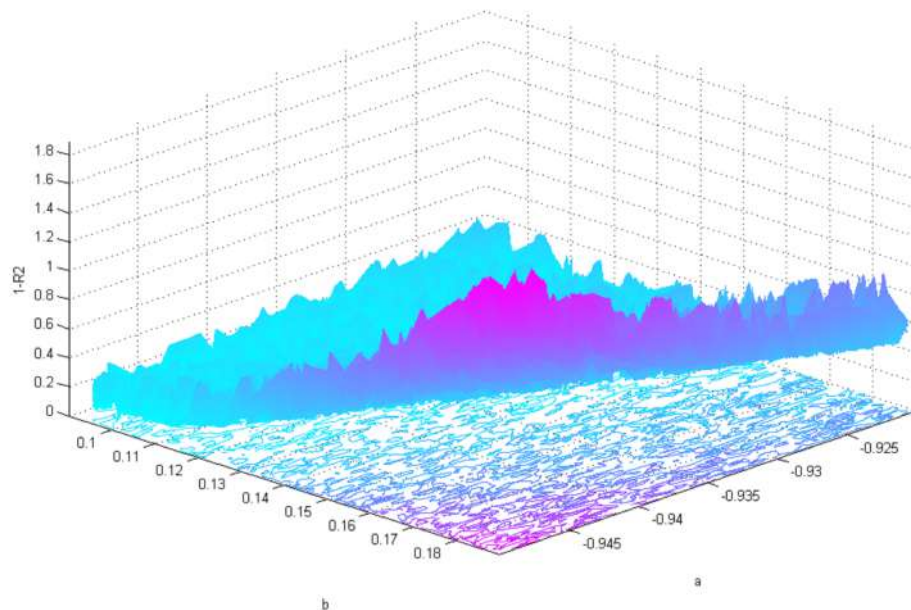


Ilustración 31. Parámetros Vs. Función de minimización, modelo SISO (PG 11). Evento octubre 08 de 2007.

➤ Modelo SISO₂.

Los resultados obtenidos al realizar el análisis de sensibilidad al modelo SISO, calibrado con los registros de precipitación de la estación Instituto de Genética como series de entrada, son muy similares a los obtenidos para el caso del Laboratorio de Hidráulica. La identificabilidad del parámetro b es notoria en la Ilustración 32, y su alta sensibilidad se observa en la Ilustración 33. El parámetro δ parece mucho más sensible en este modelo que en el caso anterior, lo que podría indicar que el retraso advectivo es más relevante para la respuesta de la cuenca, en la parte baja de la misma.

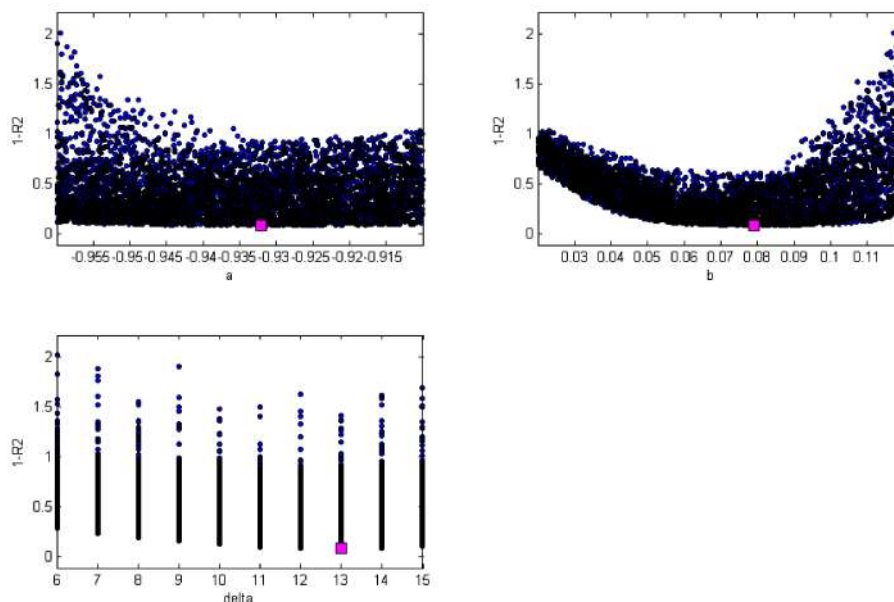


Ilustración 32. Gráfico de dispersión, modelo SISO (PG 13). Evento octubre 08 de 2007.

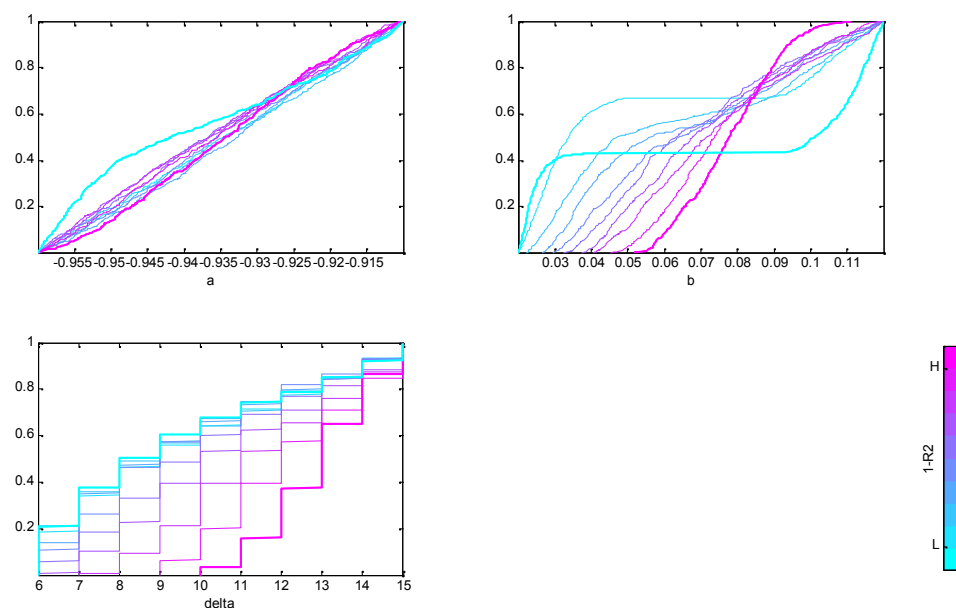


Ilustración 33. Análisis de sensibilidad paramétrica, modelo SISO (PG 13). Evento octubre 08 de 2007.

La Ilustración 34, muestra nuevamente unas bandas de confianza demasiado anchas, principalmente en el caudal pico, y puntos por fuera de los límites de confianza en la curva de recesión. Es evidente que la incertidumbre es bastante alta, hecho que concuerda con las altas



incertidumbres en la estimación de los parámetros a y δ del modelo, que se han explicado anteriormente.

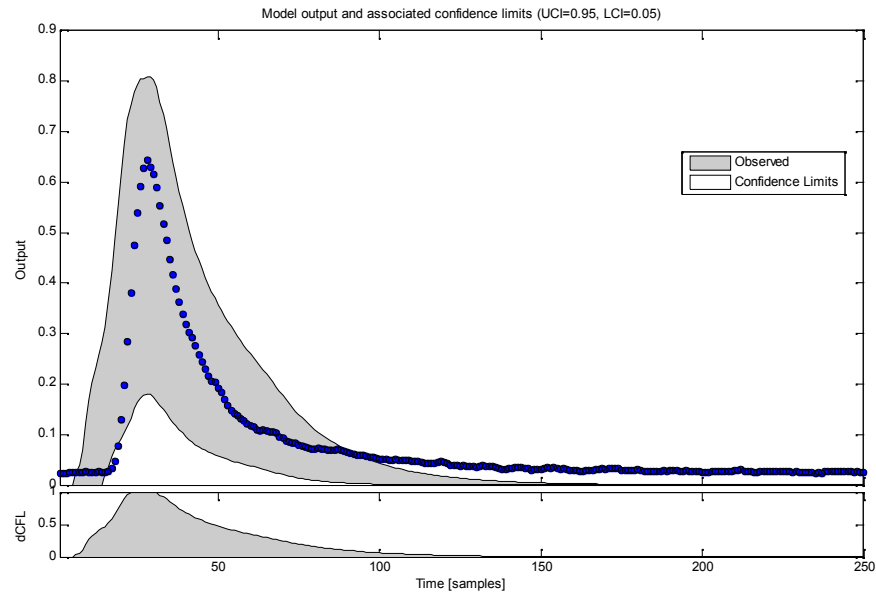


Ilustración 34. Bandas de confianza, modelo SISO (PG 13). Evento octubre 08 de 2007.

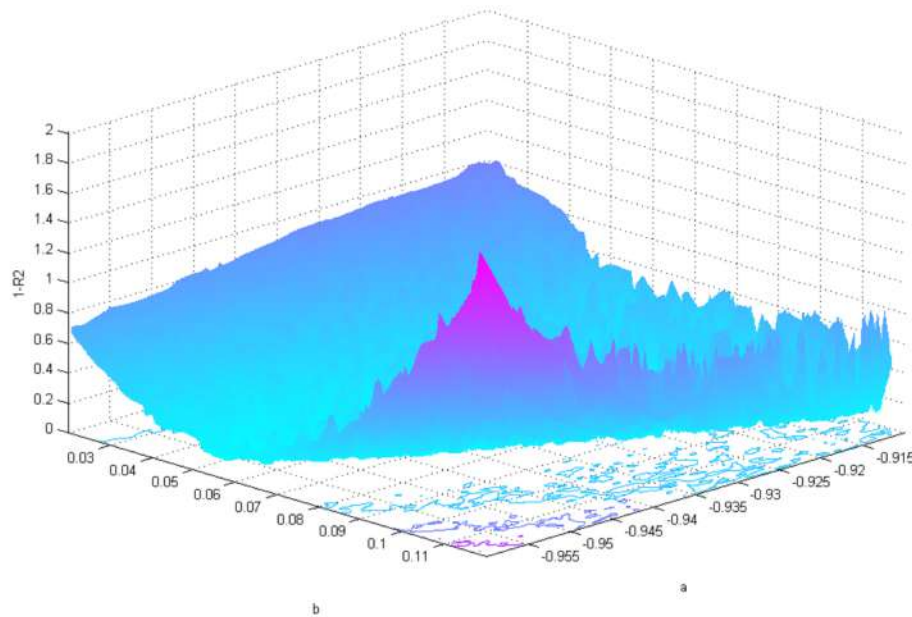


Ilustración 35. Parámetros Vs. Función de minimización, modelo SISO (PG 13). Evento octubre 08 de 2007.

La Ilustración 35, nuevamente refleja la existencia de mínimos locales, y una concavidad que podría significar un mínimo global.



➤ Modelo MISO.

En el caso del modelo MISO, para el evento 8 de octubre de 2007, el parámetro b_1 , el cual está asociado al pluviógrafo PG11, continúa siendo el más identificable y sensible, como se puede observar en la Ilustración 36 y en la Ilustración 37, respectivamente. Asimismo, el parámetro δ_1 , asociado al mismo pluviógrafo, presenta una alta sensibilidad, evidenciada en la Ilustración 37.

La baja identificabilidad de los parámetros restantes (a , b_2 y δ_2), genera una alta incertidumbre paramétrica para el modelo MISO, pues cuenta con cinco parámetros diferentes, de los cuales solamente dos son identificables, para el evento analizado. Dicha incertidumbre dificulta la calibración e implementación del modelo.

Los resultados obtenidos para el evento analizado, demuestran que el pluviógrafo PG 11 es más relevante en la respuesta de la cuenca, pues sus parámetros son los más sensibles e identificables. En cuanto al pluviógrafo PG 13, la poca relevancia que tiene sobre la respuesta de la zona de estudio, se ve reflejada en la poca sensibilidad e identificabilidad de los parámetros asociados a éste en el modelo MISO, y en la alta incertidumbre asociada al modelo SISO₂ (ver Ilustración 34).

Es decir que, posiblemente, el modelo MISO se encuentra sobre-parametrizado, involucrando mas parámetros de los necesarios para simular el proceso lluvia–escurrentía, para este evento.

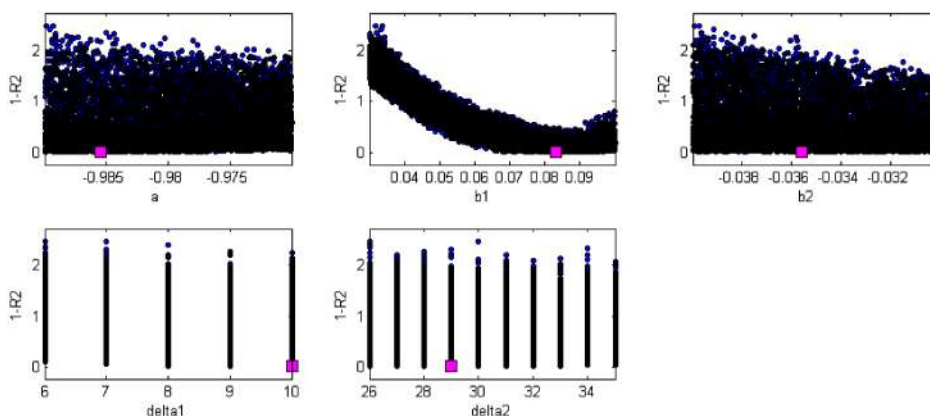


Ilustración 36. Gráfico de dispersión, modelo MISO. Evento octubre 08 de 2007.

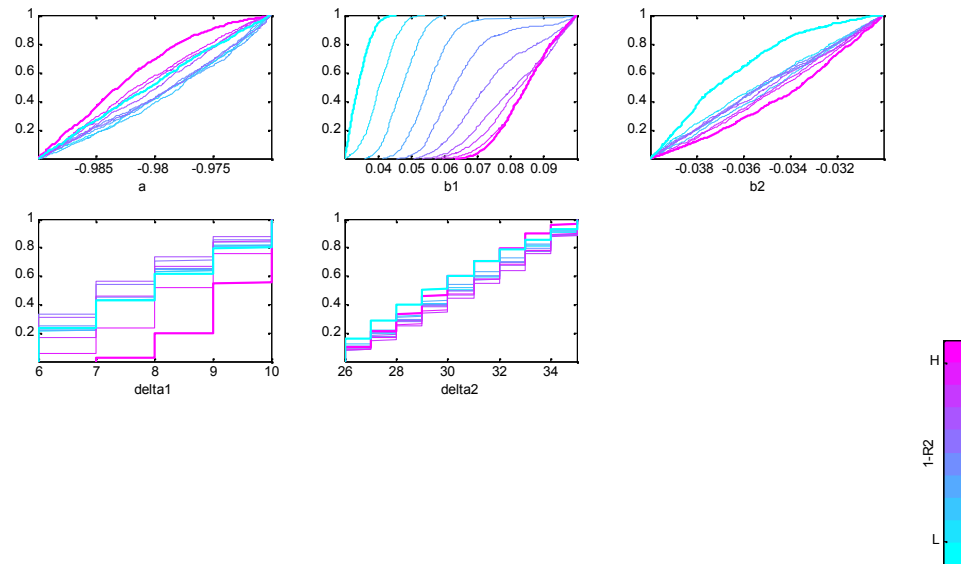


Ilustración 37. Análisis de sensibilidad paramétrica, modelo MISO. Evento octubre 08 de 2007.

La banda de confianza obtenida para el modelo MISO es graficada en la Ilustración 38. En ésta se observa que el MISO representa en forma adecuada los caudales observados, pues todos los datos se encuentran dentro de la banda de confianza. Sin embargo, hay un aumento en la incertidumbre, comparado con el modelo $SISO_1$, que se ve reflejado en el ancho de la banda. Es claro que el aumento en el ancho de ésta, se debe principalmente a la alta incertidumbre asociada al modelo $SISO_2$.

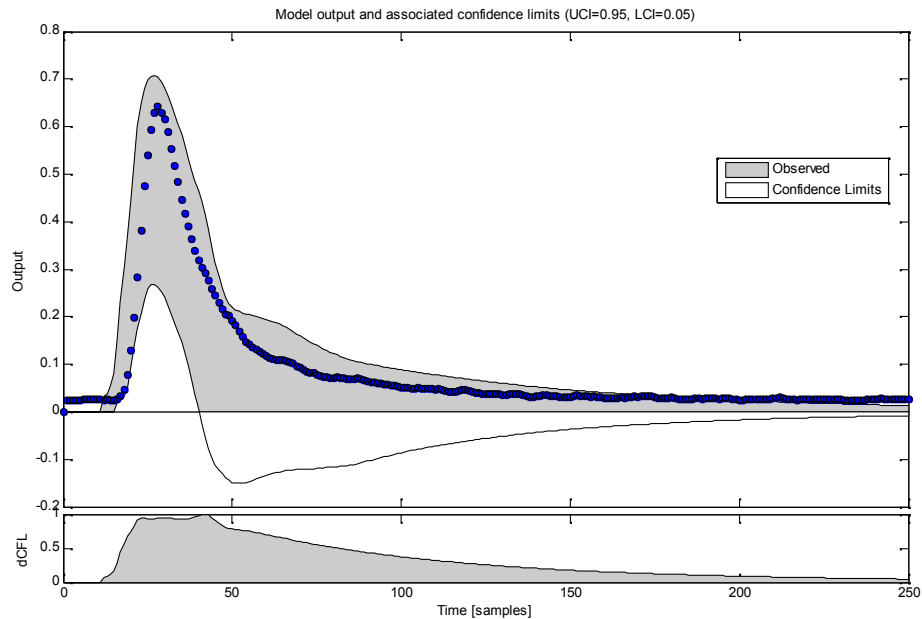


Ilustración 38. Bandas de confianza, modelo MISO. Evento octubre 08 de 2007.



7.4 Análisis de resultados.

Los gráficos de dispersión y sensibilidad, para todos los eventos seleccionados, son presentados en el Anexo 4 del presente documento. Como se observa en dicho anexo, para el modelo SISO calibrado con los pluviógrafos PG11 ó PG12, el parámetro b , en la mayoría de los eventos, presenta una sensibilidad importante; mientras que la sensibilidad del parámetro a , varía de acuerdo al evento. Una comparación entre los gráficos de sensibilidad, y la precipitación total para cada evento, permite deducir que el parámetro b se hace mucho más sensible, cuando la magnitud de la precipitación es considerable. Como se observa en la Ecuación 13, el parámetro b está asociado a la transformación de las series de precipitación en caudales; si la precipitación es pequeña, predomina la dependencia de la serie de caudal rezagado (y el parámetro a presenta una alta sensibilidad), pero si la magnitud del evento es representativa, el parámetro b es más sensible. En muchas ocasiones, se observa que los parámetros a y b son sensibles, hecho que se percibe cuando ocurren eventos de magnitud media. En cuanto al parámetro δ , se aprecia sensibilidad en la mayoría de los modelos SISO.

El modelo SISO calibrado con los pluviógrafos PG13 ó PG14, arroja resultados similares a los obtenidos con el modelo SISO₁, en donde la sensibilidad de los parámetros está asociada con la profundidad de precipitación del evento.

En cuanto al modelo MISO, se puede observar que la sensibilidad de los parámetros depende del sitio en el que se haya presentado mayor precipitación. Cabe anotar que si no hay variación espacial en el evento, el parámetro a se convierte en el más sensible, y hay una interacción entre los parámetros asociados a los dos pluviógrafos utilizados en el modelo.



8 VALIDACIÓN

Este capítulo resume la última etapa de la modelación hidrológica realizada, que consiste en verificar el ajuste de los modelos calibrados, con datos que no han sido utilizados durante la etapa de calibración. Antes de validar los modelos SISO y MISO implementados, y con el fin de dar un sentido físico a los parámetros hallados durante la calibración, se busca relacionar los parámetros de cada modelo con características físicas de la zona de estudio y de los eventos de precipitación; y así, mediante regresiones, hallar una relación matemática entre éstos. Estas relaciones se usarán para validar eventos de precipitación diferentes a los calibrados, y analizar la bondad del ajuste obtenido entre los parámetros calibrados y las características de los eventos y de la zona de estudio.

Como se describió en el capítulo 6 del presente documento (Caracterización de eventos), para cada evento usado en la calibración del modelo se calcularon las características determinantes de la precipitación. Asimismo, se hallaron características propias de la cuenca y del sistema de drenaje de la misma, con el fin de establecer relaciones entre dichas características, y los parámetros calibrados. La Tabla 2 presenta las características más influyentes que, bajo ciertas hipótesis objetivas, explicarían el comportamiento de los parámetros de los modelos implementados.

Tabla 2. Características de los eventos de precipitación y de la zona de estudio.

	Características	Símbolo	Unidades
Características de los eventos de precipitación	Precipitación total (mm).	P_T	[L]
	Intensidad inicial en los primeros 15 minutos (mm/h).	I_{ini15}	[L T ⁻¹]
	Duración evento (min).	D	[T]
	Tiempo seco antecedente (min).	t_s	[T]
Características de la zona de estudio	Longitud desde el pozo más cercano al pluviógrafo hasta el punto de registro (m).	L	[L]

La longitud reseñada, corresponde a los metros lineales (medidos a lo largo de la red de alcantarillado del campus), que existen entre el pozo de inspección más cercano al sitio de instalación del pluviógrafo correspondiente, y el pozo P11. Para la estación pluviográfica Laboratorio de Hidráulica, dicha longitud es de $759.72\ m$; mientras que para la estación Instituto de genética, $L = 590.57m$.

Siguiendo la metodología descrita por Luna, 2002, se procedió a realizar y comprobar hipótesis, para relacionar los parámetros calibrados con las características mencionadas, para lo cual se construyeron parámetros adimensionales, mediante la aplicación del teorema Π de *Buckingham* (descrito en Streeter & Wylie, 1987). Dicho teorema establece que una ecuación física, que involucra n variables, que a su vez se pueden expresar en términos de m cantidades



físicas fundamentales (longitud, masa o tiempo), se puede expresar en términos de p números adimensionales, donde:

$$p = n - m \quad (28)$$

Con los parámetros H hallados mediante el teorema descrito, se establecieron regresiones, con ayuda del *software* estadístico *DATAFIT*, versión 9.0.59 (© 1995-2008, *Oakdale Engineering*), el cual permite efectuar regresiones tanto lineales como no lineales, y analizar los mejores ajustes gráficamente. A continuación se describen las hipótesis usadas en el estudio, y los ajustes obtenidos para cada parámetro.

8.1 Hipótesis para el modelo SISO.

Como se mencionó en el capítulo 4, los parámetros del modelo SISO se pueden relacionar con los del modelo ADZ (aplicados al proceso lluvia-escorrentía), a través de las ecuaciones 16 a 18. Como se puede apreciar en dichas ecuaciones, el tiempo de residencia T_R , el tiempo de arribo τ y el estado de ganancia estable SSG están en función de los parámetros calibrados del modelo SISO, siendo posible buscar relaciones directas entre las características de los eventos y de la zona de estudio y los parámetros T_R , τ y SSG . La justificación para escoger dichos parámetros, radica en que es más sencillo realizar hipótesis objetivas con parámetros físicos, que con parámetros netamente matemáticos. Posteriormente, mediante las ecuaciones 16 a 18, se calculan los parámetros a , b , y δ .

8.1.1 Hipótesis parámetro τ .

Se establecieron regresiones entre las características de la precipitación y de la cuenca, y el tiempo de arribo τ ; posteriormente, mediante la Ecuación 17 (teniendo en cuenta que $\Delta t = 1 \text{ min}$), se calculó el parámetro δ . Para el caso del tiempo de arribo τ , la hipótesis adoptada se basa en suponer que su valor depende de las condiciones de humedad antecedente, de la intensidad en los primeros 15 minutos y de la longitud del pozo más cercano al punto de registro. Si la zona de estudio se encuentra húmeda por un evento antecedente reciente, la tasa de infiltración será menor, y por tanto el tiempo que se necesita para compensar las pérdidas será bajo; esto indica que, bajo estas condiciones, la cuenca responde más rápidamente al evento de precipitación. Por otra parte, la intensidad en los primeros 15 minutos es fundamental para la explicación del proceso, debido a que si ésta es mayor que la capacidad de infiltración del suelo en este lapso de tiempo, se producirá encharcamiento y el agua podrá escurrir más rápidamente, permitiendo que la zona de estudio responda en un tiempo menor al evento de precipitación. Es necesario incluir una variable de longitud, para poder realizar un análisis dimensional entre las variables mencionadas. En resumen, el tiempo de arribo está en función de las características presentadas en la Ecuación 29.

$$\tau = f(I_{ini15}, t_s, L) \quad (29)$$



Al realizar un análisis dimensional, aplicando la Ecuación 29, se establece un parámetro adimensional, y se escogen dos variables repetitivas, ya que únicamente están involucradas dos dimensiones. Para este caso, se seleccionan como variables repetitivas I_{ini15} y t_s , obteniendo los siguientes parámetros:

$$\Pi = \frac{\tau}{t_s} \quad \Pi = \frac{L}{I_{ini15} \cdot t_s}$$

Posteriormente, se busca una ecuación que relacione, de manera acertada, estos parámetros adimensionales, a través del software *DATAFIT*. El mejor ajuste se seleccionó con base en el valor de R^2 más cercano a la unidad. La ecuación que más se ajustó a la nube de puntos es de tipo potencial. Para el modelo SISO₁, la expresión obtenida se presenta en la Ecuación 30.

$$\Pi_1 = 0.0793 \cdot \Pi_2^{0.6627} \quad (30)$$

Esta ecuación presenta un coeficiente de determinación, R^2 , de 0.738, lo que indica un buen ajuste entre los datos observados y la regresión correspondiente. Se realizó el mismo procedimiento para el modelo SISO₂, obteniendo que la expresión que más se ajusta a los datos observados, al igual que para el modelo SISO₁, es de tipo potencial (ver Ecuación 31).

$$\Pi_1 = 0.0885 \cdot \Pi_2^{0.6721} \quad (31)$$

En este caso, el coeficiente de determinación (R^2), con valor de 0.643, presenta un ajuste menor que el de la ecuación anterior; sin embargo, se puede concluir que se trata de un ajuste aceptable.

8.1.2 Hipótesis parámetro T_R .

En cuanto a la hipótesis asumida para el tiempo de residencia T_R , se supone que éste depende de las mismas características del tiempo de arribo (por estar en función de éste, como se observa en la Ecuación 19), y de las características del tiempo de viaje. En lo referente a este último, se asume que está en función de la duración del evento, debido a que una mayor duración aumenta el tiempo al centroide del evento y viceversa; y por supuesto también depende de la magnitud de la precipitación. En la Ecuación 32, se resumen las características que explican el parámetro T_R .

$$T_R = f(I_{ini15}, t_s, L, D, P_T) \quad (32)$$

Siguiendo el procedimiento descrito previamente, se construyen tres parámetros adimensionales, seleccionando como variables repetitivas L y t , cuyos resultados se describen a continuación.



$$\Pi_1 = \frac{TR}{t_s} \quad \Pi_2 = \frac{P_T}{L} \quad \Pi_3 = \frac{I_{ini15} \cdot t_s}{L} \quad \Pi_4 = \frac{D}{t_s}$$

Se obtuvo una única expresión para los modelos SISO₁ y SISO₂. Dicha expresión, es de tipo exponencial, y se muestra en la Ecuación 33. Sus respectivos parámetros son presentados en la Tabla 3.

$$\Pi_1 = e^{(a \times \Pi_2 + b \times \Pi_3 + c \times \Pi_4 + d)} \quad (33)$$

Tabla 3. Parámetros obtenidos para las regresiones T_R/t_s .

Constantes	T_R/t_s SISO ₁	T_R/t_s SISO ₂
a	-74.4	-54.607
b	-0.0418	-0.0236
c	1.885	1.934
d	-2.132	-2.182

Se obtuvieron coeficientes de determinación de 0.846 y 0.808, para los modelos SISO₁ y SISO₂, respectivamente, que indican un buen ajuste entre las agrupaciones adimensionales, relacionando de forma adecuada los parámetros con las características mencionadas.

El valor de T_R , calculado mediante el procedimiento descrito, fue usado para calcular el parámetro a de los modelos SISO, mediante la Ecuación 16.

8.1.3 Hipótesis parámetro *SSG*.

En lo referente al parámetro b , existe una relación con la conservación de la masa, por estar en función del estado de ganancia estable *SSG* (ver Ecuación 18). En el presente documento, se realizaron regresiones entre características de la precipitación y de la cuenca, y el estado de ganancia estable, *SSG*. Posteriormente, mediante la Ecuación 18, se calculó el valor del parámetro b .

Para explicar el *SSG*, se han seleccionado, como características de los eventos P_T , D y t_s ; a su vez, L se seleccionó como característica de la zona de estudio (ver Ecuación 34). Si bien la intensidad promedio del evento es determinante en la estimación del *SSG* (ya que si ésta es mayor que la tasa de infiltración potencial, la escorrentía superficial es generada con mayor facilidad), no se tiene en cuenta en el análisis, debido a que ya se incluyeron las características P_T y D . De igual forma, la condición de humedad antecedente se tiene en cuenta, debido a que eventos anteriores generan que el suelo se encuentre más cercano a su grado de saturación, facilitando la escorrentía superficial; un evento antecedente en un lapso de tiempo muy corto, generará unas pérdidas iniciales menores, y por tanto un coeficiente de escorrentía mayor.

$$SSG = f(P_T, D, t_s, L) \quad (34)$$



Con base en lo anterior, se realiza un análisis dimensional, similar al efectuado para los anteriores parámetros. Al escoger P_T y t_s como variables repetitivas, se obtienen las siguientes agrupaciones:

$$\Pi_1 = SSG \quad \Pi_2 = \frac{L}{P} \quad \Pi_3 = \frac{D}{t_s}$$

Al igual que los anteriores parámetros del modelo SISO, se realizan regresiones para explicar el fenómeno, obteniendo coeficientes de correlación de 0.672 y 0.648 para los modelos SISO₁ y SISO₂ respectivamente; estos coeficientes reflejan una relación aceptable entre los parámetros adimensionales. El mejor ajuste se logró, para SISO₁ con la Ecuación 35, y para SISO₂ con la Ecuación 36. Los parámetros de dichas ecuaciones son presentados en la Tabla 4.

$$\Pi_1 = a + \frac{b}{\Pi_2} + \frac{c}{\Pi_2^2} + \frac{d}{\Pi_2^3} + \frac{e}{\Pi_2^4} + \frac{f}{\Pi_2^5} + \frac{g}{\Pi_3} + h \cdot \Pi_3^2 + i \cdot \Pi_3^3 + j \cdot \Pi_3^4 + k \cdot \Pi_3^5 \quad (35)$$

$$\Pi_1 = a + b \cdot \ln(\Pi_2) + c \cdot \ln(\Pi_2)^2 + d \cdot \ln(\Pi_2)^3 + e \cdot \ln(\Pi_2)^4 + f \cdot \ln(\Pi_2)^5 + g \cdot \ln(\Pi_3) + h \cdot \ln(\Pi_3)^2 + i \cdot \ln(\Pi_3)^3 + j \cdot \ln(\Pi_3)^4 + k \cdot \ln(\Pi_3)^5 \quad (36)$$

Tabla 4. Parámetros obtenidos para las regresiones *SSG*.

Constante	SISO1	SISO2
a	-0.19	-556.21
b	500.57	644.32
c	-52413.18	-291.75
d	2353058.88	64.92
e	-38353083.58	-7.12
f	120214714.11	0.31
g	-6.21	-1.64
h	64.06	-1.19
i	-189.90	-0.30
j	219.03	-0.02
k	-86.93	-

Cabe anotar que los valores relativamente bajos de coeficiente de determinación obtenidos, sumados a la alta sensibilidad del parámetro b , pueden llegar a generar baja precisión en las validaciones.

8.2 Hipótesis para el modelo MISO.

Como se mencionó en la sección 7.3 (Análisis de sensibilidad), la incertidumbre asociada al modelo MISO es mucho más alta que en el caso de los modelos SISO, posiblemente debido a



problemas de interacción paramétrica. Lo anterior se ve reflejado en los coeficientes de determinación obtenidos de las regresiones realizadas, entre las características de la precipitación y de la zona de estudio, y los parámetros de los modelos MISO (a , b_1 , b_2 , δ_2 y δ_2). La baja identificabilidad de la mayoría de los parámetros, observada en la Ilustración 36, es corroborada con los pobres ajustes obtenidos en las regresiones realizadas, para la mayoría de las hipótesis adoptadas. A continuación se describen y analizan los resultados hallados, para los mejores ajustes obtenidos, manteniendo las mismas hipótesis usadas en los modelos SISO, para cada pluviógrafo.

8.2.1 Hipótesis parámetro a .

Las agrupaciones obtenidas para este parámetro, corresponden a las siguientes expresiones:

$$\Pi_1 = a \quad \Pi_2 = \left(\frac{I_{ini15} \cdot D}{P_T} \right)_{PG11} \quad \Pi_3 = \left(\frac{I_{ini15} \cdot D}{P_T} \right)_{PG13}$$

La expresión que presenta el mayor ajuste, con un R^2 de 0.64 es:

$$\Pi_1 = a + b \cdot \Pi_2 + c \cdot \Pi_2^2 + d \cdot \Pi_2^3 + e \cdot \Pi_2^4 + f \cdot \Pi_2^5 + g \cdot \Pi_3 + h \cdot \Pi_3^2 + i \cdot \Pi_3^3 + j \cdot \Pi_3^4 + k \cdot \Pi_3^5 \quad (37)$$

En la Tabla 5, se resumen los valores de las constantes de la Ecuación 37.

Tabla 5. Constantes para el parámetro a

Constante	MISO
a	-9.35E-01
b	8.24E-05
c	7.87E-06
d	-1.45E-07
e	7.63E-10
f	-1.14E-12
g	-3.07E-03
h	5.27E-05
i	-3.56E-07
j	9.56E-10
k	-8.66E-13

8.2.2 Hipótesis parámetros b_1 y b_2 .

Los parámetros adimensionales obtenidos, se describen a continuación:

$$\Pi_1 = b_i \quad \Pi_2 = \frac{A}{P_T^2} \quad \Pi_3 = \frac{D}{t_s}$$



Las ecuaciones 38 y 39 presentan las expresiones que arrojaron los mejores ajustes, con un R^2 de 0.50 y 0.48, para b_1 y b_2 , respectivamente.

$$\Pi_1 = a + b \cdot \ln(\Pi_2) + c \cdot \ln(\Pi_3) + d \cdot \ln(\Pi_2)^2 + e \cdot \ln(\Pi_3)^2 + f \cdot \ln(\Pi_2) \cdot \ln(\Pi_3) + g \cdot \ln(\Pi_2)^3 + h \cdot \ln(\Pi_3)^3 + i \cdot \ln(\Pi_2)^2 \cdot \ln(\Pi_3) + j \cdot \ln(\Pi_2) \cdot \ln(\Pi_3)^2 \quad (38)$$

$$\Pi_1 = a + \frac{b}{\Pi_2} + c \cdot \ln(\Pi_3) + \frac{d}{\Pi_2^2} + e \cdot \ln(\Pi_3)^2 + f \cdot \frac{\ln(\Pi_3)}{\Pi_2} + \frac{g}{\Pi_2^3} + h \cdot \ln(\Pi_3)^3 + i \cdot \frac{\ln(\Pi_3)^2}{\Pi_2} + \frac{j \cdot \ln(\Pi_3)}{\Pi_2^2} \quad (39)$$

Tabla 6. Constantes para los parámetros b_1 y b_2 .

Constante	b_1	b_2
a	14.735	0.01
b	-5.279	236.80
c	-1.490	0.14
d	0.628	-1099088.25
e	0.181	0.06
f	0.418	-893.14
g	-0.024	446530346.48
h	-0.005	0.01
i	-0.021	-245.65
j	-0.027	181083.34

8.2.3 Hipótesis parámetros δ_1 y δ_2

Los parámetros adimensionales obtenidos, se describen a continuación:

$$\Pi_1 = \delta_i \quad \Pi_2 = \frac{L}{l_{ini15} \cdot t_s}$$

La Ecuación 40, con un R^2 de 0.84 para δ_1 , y de 0.59 para δ_2 , presentó el mejor ajuste.

$$\Pi_1 = a \cdot \Pi_2^b \quad (40)$$

Las constantes de la Ecuación 40, son presentadas en la Tabla 7.



Tabla 7. Constantes para los parámetros δ_1 y δ_2 .

Constante	δ_1	δ_2
a	14.735	0.01
b	-5.279	236.80

De estos resultados, se puede afirmar que es más difícil dar una explicación física a los parámetros del modelo MISO, debido a que puede existir interacción entre ellos.

Dado que el coeficiente de determinación, para las regresiones del parámetro b_1 (asociado al pluviógrafo P11), es muy bajo, y que éste parámetro es el más sensible del modelo MISO (al igual que el modelo SISO), probablemente no se obtendrán buenos ajustes en la validación de los modelos.

8.3 Validación de modelos.

Con el fin de validar los resultados obtenidos durante la calibración de los modelos implementados, fueron seleccionados dos eventos, no tenidos en cuenta durante el proceso de calibración. Los eventos mencionados corresponden a los ocurridos los días 13 de abril y 13 de julio de 2008. A continuación se realiza la caracterización de dichos eventos, y se analizan los resultados obtenidos.

8.3.1 Validación modelo SISO₁.

En la Tabla 8, se presentan las principales características de la precipitación, registradas en la estación pluviográfica Laboratorio de Hidráulica, para el evento ocurrido el 13 de abril de 2008.

Tabla 8. Caracterización evento abril 13 de 2008, PG 11

Evento 13/04/2008 14:14	
Tiempo seco antecedente (<i>min</i>)	168
Ptotal (<i>mm</i>)	3.4
Duración (<i>min</i>)	78
Intensidad máxima en 15min (<i>mm/h</i>)	5.5
Intensidad máxima en 20min (<i>mm/h</i>)	5.5
Intensidad máxima en 30min (<i>mm/h</i>)	4.8
Intensidad promedio (<i>mm/h</i>)	2.6
I15min iniciales (<i>mm/h</i>)	1.3

Las anteriores características, sumadas a las de la zona de estudio, descritas en la sección 6 del presente documento, fueron usadas para calcular los parámetros a , b y δ , a partir de las expresiones halladas durante el establecimiento de regresiones (ver sección 8.1).

Aplicando las Ecuaciones 30, 33 y 35, se obtuvieron los parámetros para la validación del evento, que observan en la



Tabla 9.

Tabla 9. Parámetros obtenidos, validación modelo SISO₁. Evento abril 13 de 2008.

a	-0.9708
b	0.0414
δ	30

La Ilustración 39, muestra los resultados obtenidos en la validación. Se observa que el modelo reproduce de manera aceptable los caudales observados, obteniendo un valor aproximado de $R^2=0.67$. Existen algunas limitaciones en la modelación del caudal pico, el cual es subestimado. Se presenta también un desfase entre el tiempo al pico modelado y el observado, lo que refleja problemas en la estimación del tiempo de retraso. A su vez, la curva de recesión de la hidrógrafa vuelve a presentar errores (como se observó en la etapa de calibración); sin embargo, el ajuste obtenido durante la validación es aceptable, y se obtiene una estimación de la hidrógrafa relativamente acertada.

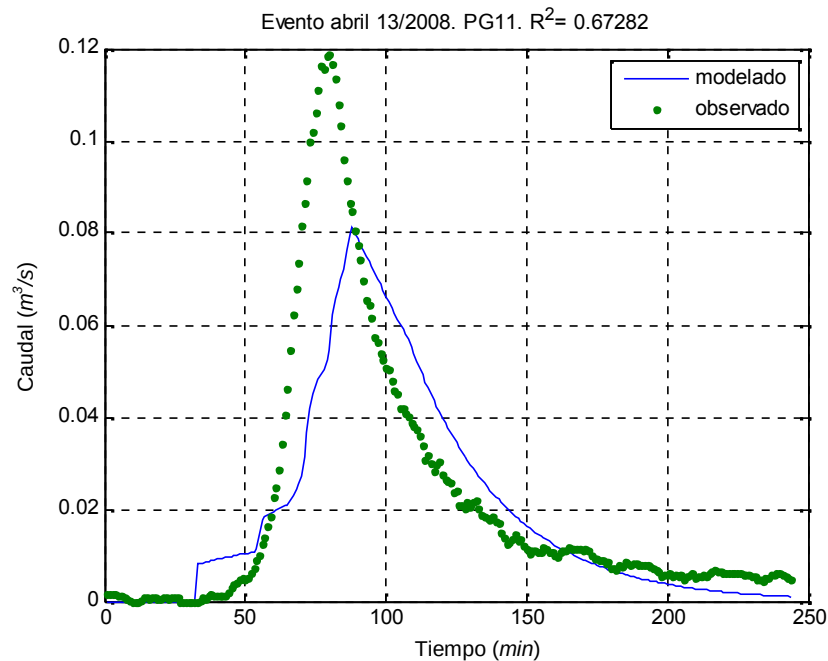


Ilustración 39. Resultados obtenidos, validación modelo SISO₁. Evento abril 13 de 2008.

Por su parte, el evento ocurrido el 13 de octubre de 2008, presentó las características descritas en la Tabla 10. A su vez, los parámetros calculados para la validación del evento, son presentados en la Tabla 11.



Tabla 10. Caracterización evento julio 13 de 2008, PG 11.

Evento 13/07/2008 14:14	
Tiempo seco antecedente (<i>min</i>)	4366
Ptotal (<i>mm</i>)	3.0
Duración (<i>min</i>)	21
Intensidad máxima en 15min (<i>mm/h</i>)	11.5
Intensidad máxima en 20min (<i>mm/h</i>)	9.0
Intensidad máxima en 30min (<i>mm/h</i>)	6.0
Intensidad promedio (<i>mm/h</i>)	8.6
I15min iniciales (<i>mm/h</i>)	11.5

Tabla 11. Parámetros obtenidos, validación modelo SISO₁. Evento julio 13 de 2008.

a	-0.96019
b	0.040668
δ	21

Los resultados de la validación del evento se observan en la Ilustración 40. En este caso, el caudal pico es levemente sobre-estimado, mientras que la curva de recesión desciende de manera muy rápida. Sin embargo, el ajuste obtenido es bastante bueno, con un coeficiente de *Nash* de 0.886, demostrando que el modelo es capaz de representar el evento de forma acertada.

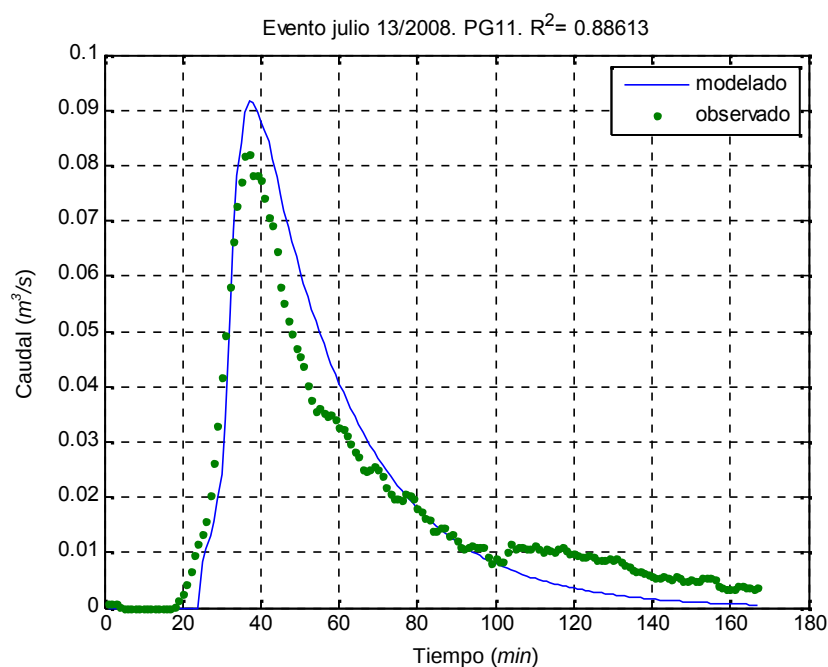


Ilustración 40. Resultados obtenidos, validación modelo SISO₁. Evento julio 13 de 2008.



8.3.2 Validación modelo SISO₂.

La Tabla 12, resume las principales características del evento registrado el 13 de abril de 2008, en el pluviógrafo PG13. Si se compara ésta con la Tabla 8, se observa la variación espacio-temporal del evento, con una diferencia de 2mm en la precipitación total. Esta variabilidad se ve reflejada en los resultados obtenidos de las validaciones realizadas con los diferentes pluviógrafos.

Por su parte, la Tabla 13 presenta los parámetros usados en la validación, los cuales fueron estimados a partir de las ecuaciones 31, 33 y 36.

Tabla 12. Caracterización evento abril 13 de 2008, PG 13.

Evento 13/07/2008 14:14	
Tiempo seco antecedente (<i>min</i>)	167
Ptotal (<i>mm</i>)	5.4
Duración (<i>min</i>)	72
Intensidad máxima en 15min (<i>mm/h</i>)	9.8
Intensidad máxima en 20min (<i>mm/h</i>)	9.4
Intensidad máxima en 30min (<i>mm/h</i>)	8.2
Intensidad promedio (<i>mm/h</i>)	4.5
I15min iniciales (<i>mm/h</i>)	3.0

Tabla 13. Parámetros obtenidos, validación modelo SISO₂. Evento abril 13 de 2008.

a	-0.9619
b	0.06525
δ	16

El ajuste obtenido se presenta en la Ilustración 41, la cual refleja una simulación bastante pobre, y una sobreestimación de la hidrógrafa modelada.

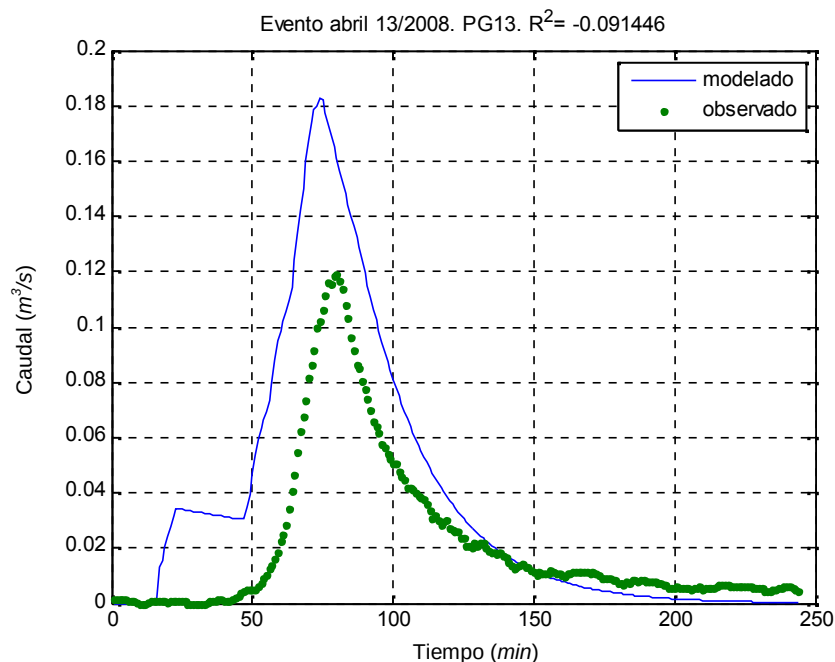


Ilustración 41. Resultados obtenidos, validación modelo SISO₂. Evento abril 13 de 2008.

Para el evento ocurrido el 13 de julio de 2008, la Tabla 14 presenta las principales características de la precipitación, registradas en el PG 13 (Instituto de Genética).

Tabla 14. Caracterización evento julio 13 de 2008, PG 13.

Evento 13/07/2008 14:14	
Tiempo seco antecedente (<i>min</i>)	4441
Ptotal (<i>mm</i>)	3.2
Duración (<i>min</i>)	18
Intensidad máxima en 15min (<i>mm/h</i>)	11.6
Intensidad máxima en 20min (<i>mm/h</i>)	9.6
Intensidad máxima en 30min (<i>mm/h</i>)	6.4
Intensidad promedio (<i>mm/h</i>)	10.7
I15min iniciales (<i>mm/h</i>)	11.6

Al aplicar las ecuaciones obtenidas durante el establecimiento de regresiones, se obtienen los resultados presentados en la Tabla 15, y en la Ilustración 42.

Tabla 15. Parámetros obtenidos, validación modelo SISO₂. Evento julio 13 de 2008.

a	-0.97918432
b	0.01650259
δ	19

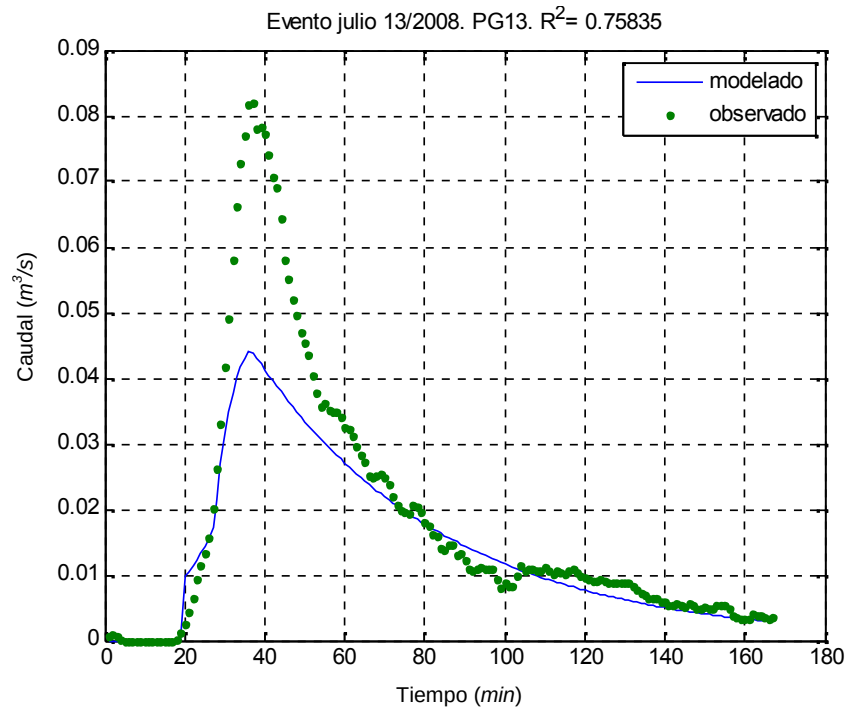


Ilustración 42. Resultados obtenidos, validación modelo SISO₂. Evento julio 13 de 2008.

Los resultados reflejan un ajuste aceptable entre los caudales observados, y los modelados ($R^2 = 0.758$). Tanto el limbo ascendente, como la curva de recesión, son modelados con relativa precisión. Sin embargo, la modelación del caudal pico es deficiente, llegando a simular aproximadamente la mitad del caudal pico observado.

8.3.3 Validación modelo MISO

Al aplicar las relaciones determinadas a través de las regresiones del modelo MISO (ver sección 8.2), para los eventos del 13 de abril y el 13 de julio de 2008, se obtienen los parámetros mostrados en la Tabla 16 y en la Tabla 17, respectivamente.

Tabla 16. Parámetros obtenidos, validación modelo MISO. Evento abril 13 de 2008.

a	-0.9876
b₁	0.0411
b₂	-0.0124
δ₁	52
δ₂	28



Tabla 17. Parámetros obtenidos, validación modelo MISO. Evento julio 13 de 2008.

a	-0.9835
b₁	0.0230
b₂	-0.0100
δ₁	18
δ₂	30

Los resultados de las validaciones para los modelos MISO, para este caso, no son muy satisfactorios (ver Ilustración 43 e Ilustración 44). Los problemas de identificabilidad de los parámetros del modelo, que ya han sido descritos, llevan a que las simulaciones no sean muy acertadas. Si bien, para el evento ocurrido el 13 de julio de 2008, el R^2 refleja un ajuste aceptable ($R^2=0.695$), los valores negativos de coeficiente de determinación del evento ocurrido el 13 de abril demuestran un muy pobre ajuste. Como se describió en la sección 8.2, las regresiones obtenidas para los parámetros del modelo MISO no fueron las más acertadas; es decir que, posiblemente, los parámetros hallados para la validación del modelo no son los más precisos.

De las validaciones MISO realizadas, se concluye que los resultados obtenidos no son completamente confiables, y existe una incertidumbre muy alta asociada a la validación del modelo.

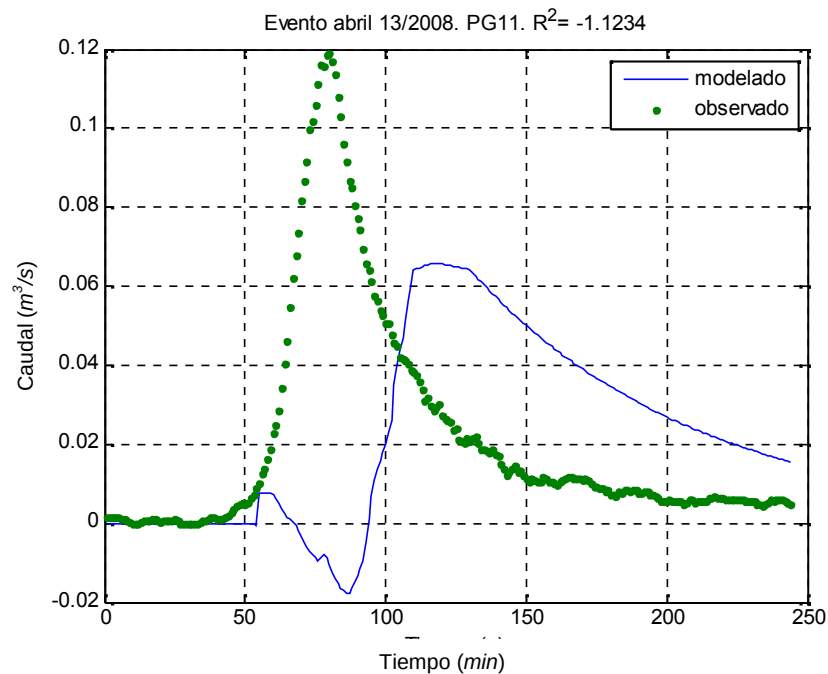


Ilustración 43. Resultados obtenidos, validación modelo MISO. Evento abril 13 de 2008.

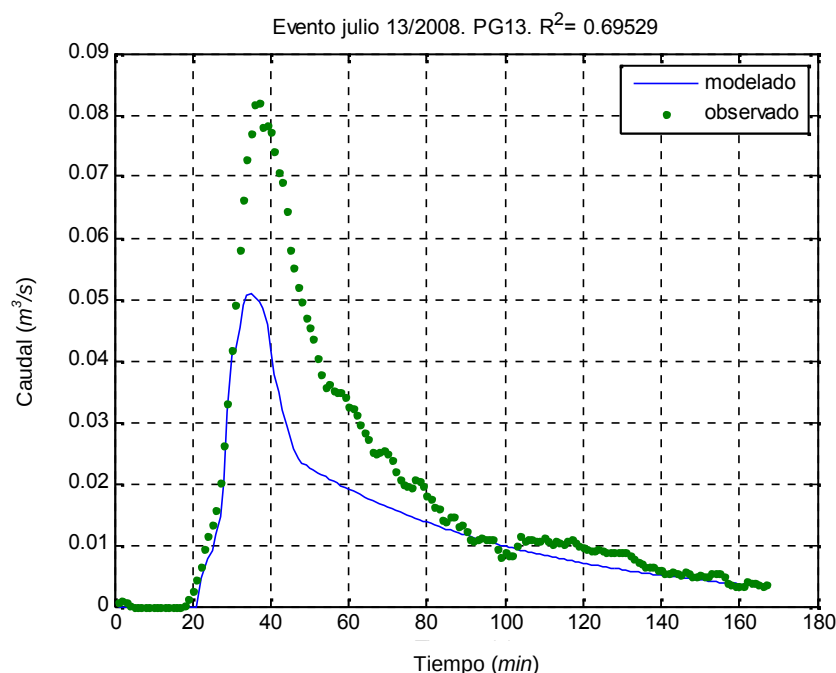


Ilustración 44. Resultados obtenidos, validación modelo MISO. Evento julio 13 de 2008.

8.4 Análisis de los resultados de la validación.

Los buenos ajustes en la validación del modelo $SISO_1$, permiten afirmar que los parámetros del modelo son explicados coherentemente por las características físicas del evento. Sin embargo, la validación para el evento del 13 de abril de 2008, presenta menos precisión en el ajuste. Al observar la Tabla 8 y la Tabla 12, es clara la variabilidad espacial del evento, registrándose en el pluviógrafo PG11, 3.4 mm , mientras que en el pluviógrafo PG13, 5.4 mm . Esto indica que la mayor parte de la precipitación, se registró en la zona aledaña al Instituto de Genética, lo que se ve reflejado en la sobre-estimación del modelo $SISO_2$ (ver Ilustración 41). A su vez, el evento ocurrido el 13 de julio de 2008, presentó una diferencia de 0.2 mm , demostrando un campo de precipitación más uniforme en la zona de estudio.

Cabe destacar que el evento con menor variabilidad espacial, arrojó resultados más acertados para el pluviógrafo PG11. Lo anterior es un indicio de que dicho pluviógrafo es capaz de representar la respuesta de la subcuenca, cuando el campo de precipitación es uniforme. Sin embargo, cuando existe variabilidad espacial, los registros de este pluviógrafo no alcanzan a simular el proceso en forma adecuada, y por tanto se hace necesario incorporar otro, y considerar la variabilidad espacio-temporal del evento.

Inicialmente, se asumió que la variabilidad espacial y temporal podría ser representada con la incorporación del pluviógrafo PG13; no obstante, los resultados arrojados en la Ilustración 41 e Ilustración 42, demuestran que el volumen de precipitación, incluido por este pluviógrafo, no es representativo en el volumen de escurrentía de la zona de estudio (mientras en la primera



validación dicho volumen se sobre-estima, en la segunda se subestima). Esto demuestra que, aunque las regresiones obtenidas para los modelos que involucran este pluviógrafo sean aceptables estadísticamente, la respuesta del modelo no puede ser explicada por los procesos físicos que ocurren en la cuenca, como consecuencia de esto, los caudales observados pueden ser explicados por el modelo SISO₂, pero no se puede dar una interpretación física adecuada a los parámetros asociados a éste.

En cuanto a las validaciones del modelo MISO, los resultados no son satisfactorios, pues es difícil darle un significado físico a sus parámetros, debido a que se presentan problemas de sobre-parametrización. Adicionalmente, las validaciones no fueron acertadas porque el modelo MISO implementado incluye un pluviógrafo al cual no se pudo dar una interpretación física adecuada (PG 13).

Aunque en la etapa de calibración, se obtuvieron muy buenos ajustes para los modelos asociados al pluviógrafo PG13, y debido a que no fue posible dar un sentido físico a sus parámetros, se podría concluir que el SISO₂ y el MISO se asimilan a modelos de caja negra (no por la estructura del modelo, sino por la ubicación del PG13).

Por tanto, la hipótesis asumida, según la cual el pluviógrafo PG13 podría incorporar la variabilidad espacial y temporal de la precipitación, en la zona de estudio, no es del todo válida, y se recomendaría instalar otros pluviógrafos dentro de la subcuenca, para tener en cuenta dicha variabilidad.



9 CONCLUSIONES

- Los modelos simplificados, aplicados al proceso lluvia-escorrentía, proporcionan una herramienta eficaz, para la estimación de los caudales involucrando poca información, en la descripción del proceso. Ésta es su principal ventaja frente a modelos más complejos, que requieren de gran cantidad de información para su aplicación.
- La instrumentación implementada, como parte del proyecto de investigación “*Instrumentación Hidrometeorológica y Ambiental de una cuenca urbana, caso de estudio campus Universidad Nacional de Colombia*”, desarrollado por el Grupo de Investigación en Ingeniería de Recursos Hídricos, GIREH, de la Universidad Nacional de Colombia, ha permitido contar con información hidrometeorológica, con una alta densidad espacio-temporal, óptima para la implementación de modelos simplificados basados en series de tiempo.
- La caracterización de los eventos seleccionados presenta claros indicios de una alta variabilidad espacio-temporal del campo de precipitación, hecho que se evidencia en las diferencias observadas en algunas características de los eventos, como: profundidad, duración e intensidad, para la mayoría de los eventos reseñados.
- Para que los modelos implementados sean representativos, y se obtenga un buen ajuste entre las series observadas y las modeladas, es necesario tener en cuenta, únicamente, la escorrentía generada por el evento de precipitación, sin tener en cuenta el caudal base, o aportes externos, por lo que en este trabajo se ha adoptado una metodología basada en tránsito hidráulico, que permite estimar el caudal neto por diferencia entre los caudales a la salida y los de entrada.
- La metodología de calibración SRIV, aplicada en el presente documento, ha demostrado tener una gran eficiencia, empleando pocos recursos computacionales, y arrojando modelos muy acertados; la aplicación de dicha metodología, acompañada de un riguroso análisis de sensibilidad de los modelos calibrados, permiten desarrollar con alta precisión modelos parsimoniosos, que se ajustan muy bien a los registros observados. Esto confirma, una vez más, la gran utilidad de éstos modelos como sistemas de alerta y como determinantes en la operación de las estructuras de control.
- Las principales limitaciones de los modelos simplificados, se presentan al modelar eventos con intensidades muy altas en los primeros minutos, que se presentan en tiempo seco. En dichos casos, la hidrógrafa observada presenta un retraso importante, debido a que gran parte de la precipitación se convierte en pérdidas iniciales; sin embargo, las funciones de transferencia que gobiernan los modelos simplificados,



generan una respuesta a la precipitación inicial, lo que genera un ascenso de la hidrógrafa en un tiempo menor al observado.

- Los modelos SISO implementados presentaron un buen ajuste, con una alta eficiencia paramétrica, que se evidencia en los valores de los coeficientes de determinación de Nash y del criterio de Young (*YIC*); a su vez, el ajuste obtenido con los modelos MISO fue mucho mejor, pero la parsimonia del modelo disminuye, al aumentar la cantidad de parámetros involucrados.
- El modelo SISO₁, presenta la más alta eficiencia de todos los modelos implementados, no obstante las limitaciones que se observaron en la modelación de la curva de recesión de la hidrógrafa. Dichas limitaciones se deben a que la ubicación de los pluviógrafos PG11 y PG12, no permiten tener en cuenta los aportes hechos por la parte baja de la subcuenca, haciendo que la hidrógrafa modelada descienda mucho más rápido que la hidrógrafa observada.
- Los mejores ajustes obtenidos al calibrar modelos MISO se deben a que éstos tienen en cuenta la variabilidad espacial y temporal del campo de precipitación.
- Las magnitudes de los coeficientes de determinación de Nash y del criterio de Young (*YIC*), indican el gran ajuste y la parsimonia de los parámetros asociados al modelo SISO₁. Esto indica que el pluviógrafo PG11, es capaz de representar de forma adecuada la respuesta de la zona de estudio. Sin embargo, los resultados arrojados en el capítulo de validación, muestran que esta condición es válida, únicamente si hay una uniformidad en el campo de precipitación. Cuando sucede lo contrario, se requiere de otro pluviógrafo en la zona, para tener en cuenta la variación del campo.
- Existe una relación entre la identificabilidad y sensibilidad de los parámetros de los modelos calibrados, y la precipitación total registrada en cada pluviógrafo. Si el evento es de baja magnitud, la serie de caudal presenta una alta dependencia de sí misma, en un tiempo anterior, siendo más sensible el parámetro a ; a su vez, si el evento de precipitación es considerable, el parámetro b , asociado al sitio, se convierte en el más sensible. En cuanto al parámetro δ , se puede concluir que, en la mayoría de los casos, es sensible.
- Las hipótesis adoptadas para las regresiones del modelo SISO₁ presentaron buenos ajustes, indicando que es posible relacionar los parámetros del modelo con características físicas de la cuenca y de la precipitación. Aunque los resultados de las regresiones para el modelo SISO₂ fueron aceptables estadísticamente, no fue posible validar dicho modelo, de manera satisfactoria. Lo anterior dificulta la interpretación física a los modelos SISO₂ y MISO.
- Si la variación espacial en la zona de estudio es muy baja y por tanto hay uniformidad en el campo de precipitación, se puede concluir que tan sólo el pluviógrafo PG11, es



capaz de representar de forma adecuada la respuesta de la subcuenca, basado en la física del sistema. Si por el contrario, hay una gran variación en el evento, se requiere de otro pluviógrafo (ubicado en la zona de estudio), con el fin de representar adecuadamente la respuesta de la subcuenca.

- Los resultados de las validaciones, permiten afirmar que los modelos implementados representan de forma aceptable el proceso lluvia-escorrentía, basados en características físicas de los eventos y de la zona de estudio, para los pluviógrafos ubicados en el Laboratorio de Hidráulica.
- Los modelos SISO₂ y MISO generan una gran incertidumbre en la respuesta de la subcuenca, lo que indica que es complicado asociar los registros de los pluviógrafos ubicados en el Instituto de Genética, a procesos físicos que suceden dentro de la zona de estudio, por lo que se podría concluir que las calibraciones para estos modelos, se asimilan a un modelo de caja negra (no por su estructura, sino porque la ubicación de los pluviógrafos PG13 y PG14, no es representativa para la subcuenca estudiada).



10 RECOMENDACIONES

- Con base en los resultados obtenidos en los modelos MISO y SISO₂, tanto para los resultados de calibración como los de validación, se recomienda ubicar otro(s) pluviógrafo(s) en la zona de estudio, con el fin de involucrar la variación espacial y temporal de la precipitación en la respuesta de la cuenca, de forma adecuada.
- Una posible aplicación de estos modelos, podría tener en cuenta el caudal de entrada del pozo P1 (LEH) y registros de precipitación, como datos de entrada(*inputs*), y su respuesta (*output*) basados en los registros del pozo P11.
- Con el fin de reducir la incertidumbre asociada a las curvas de calibración, se recomienda para posteriores estudios, realizar un análisis similar teniendo en cuenta únicamente, los valores de nivel y realizando un tránsito de niveles, aplicando el modelo MDLC de niveles propuesto por (Rogeliz, 2008).
- Se recomienda ampliar la aplicación de los modelos descritos, incorporando parámetros de calidad de agua en la zona de estudio.
- Debido a la corta duración del proyecto, no fue posible involucrar más eventos de los reseñados. Sin embargo, para posteriores estudios, se sugiere involucrar más eventos en el proceso de calibración, con el fin de generalizar la aplicación de los modelos implementados.



11 BIBLIOGRAFÍA

- ACHLEITNER, S.; MODERL, M.; RAUCH, W. (2007). CITY DRAIN - An open source approach for simulation of integrated urban drainage systems. *Environmental Modelling & Software* (22) , 1184-1195.
- BEER, T; YOUNG, P. (1983). Longitudinal dispersion in natural streams. *Journal of environmental engineering*, VOL 109, No. 5. , 1049-1067.
- BEVEN, K. J. (2001). *Rainfall-Runoff Modelling. The primer*. John Wiley & Sons, Ltd. England.
- BEVEN, K. J. (1992). The future of distributed models: model calibration y uncertainty prediction, . *Hydrological processes*, 6 , 279-298.
- CAMACHO, L; LEES, M. (1999). Discrete multilinear-lag for channel routing. *Journal of Hydrology* , 30-47.
- CAMACHO, Luis; DÍAZ-GRANADOS, Mario; GIRALDO, Eugenio; SÁENZ, Juan A; HERRERA, Mauricio. (2002). INSTRUMENTACIÓN Y ANÁLISIS AMBIENTAL DE UNA CUENCA URBANA EN BOGOTÁ: IMPLEMENTACIÓN DE MODELOS SIMPLIFICADOS LLUVIA-ESCORRENTÍA. XV SEMINARIO NACIONAL DE HIDRÁULICA E HIDROLOGÍA.
- CAMACHO, Luis; DÍAZ-GRANADOS, Mario. (2003). Modelación hidrológica y ambiental de una subcuenca de la ciudad de Bogotá. *Seminario Internacional La Hidroinformática en la Gestión Integrada de los Recursos Hídricos* .
- DEPETTRIS, Carlos A; KUTNICH, Edgardo J; RUBERTO, Alejandro R. (2007). INSTRUMENTACIÓN DE UNA MICROCUENCA URBANA COMO MEDIO PARA MEJORAR EL CONOCIMIENTO DE LOS PROCESOS HIDROLÓGICOS EN ÁREAS DE BAJA PENDIENTE. *Terceras Jornadas de Comunicación Científica y Técnica* (34).
- DUAN, Q; GUPTA V. & SOROOSHIAN, S. . (1994). Optimal use of the SCE UA global optimization method for calibrating watershed models. *Journal of hydrology* .
- DUARTE B, María; RODRÍGUEZ, Erasmo A; CAMACHO, Luis A. (2008). *Medición y análisis del fenómeno de primer lavado en cuencas urbanas*. Bogotá D.C: XVIII Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología.



- ESTUPIÑÁN, H. A. (s.f.). Metodología para modelar el sistema de drenaje incorporando los procesos de acumulación y lavado en una cuenca urbana. .
- FERNÁNDEZ, A. (2006). Modelos de Función de transferencia. *Universidad Autónoma de Madrid* .
- JIMÉNEZ A, Alejandro, RODRÍGUEZ, Erasmo A; CAMACHO, Luis A. (2008). *Variabilidad Espacio-Temporal de la Precipitación y su Impacto Hidrológico*. BOGOTÁ D.C: XVIII Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología.
- JIMENEZ, A. (2008). *Instrumentación y análisis de la variación espacial y temporal de la precipitación en la respuesta de una cuenca urbana. Caso de estudio Campus Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá*. Bogotá.
- LEES, & WAGENER. (2000). Monte-Carlo Analysis User Manual. (I. C. Civil and Environmental Engineering Department, Ed.) LONDON, U.K.
- LEES, M; CAMACHO, L; WHITEHEAD, P. (1998). Extension of river quality model to incorporate deadzone mixing. *Hydrology and Earth System Sciences* , VOL.2, (2-3), 353-365.
- LUNA C., A. E. (2002). *Desarrollo e implementación de un modelo simplificado de lluvia-escurrentía*. BOGOTÁ D.C.: Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería.
- MINISTERIO DE DESARROLLO ECONÓMICO, DIRECCIÓN DE AGUA POTABLE Y SANEAMIENTO BÁSICO. (noviembre de 2000). Reglamento técnico del sector de agua potable y saneamiento básico RAS 2000, . Bogotá D.C.
- MULVANEY, T. (1850). On the use of self-registering rain and flood gauges in making observations on the relations of rainfall and flood discharges in a given catchment. *Transactions of Institution of Civil Engineers Ireland* 4 , 18-31.
- NELDER, J.A. y MEAD, R. (1965). *Computer Journal*, VOL. 7 , 308-313.
- PONCE M, V. (1989). Modelos hidrológicos. En *Engineering Hydrology*. Prentice Hall.
- RODRÍGUEZ, Erasmo A; CAMACHO B, Luis A; DUARTE B, María; JIMÉNEZ A, Alejandro, VILLARREAL P, Jacobo. (2008). *Análisis hidrometeorológico granizada sobre el campus de la Universidad Nacional–Bogotá*. Bogotá D.C: XVIII Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología.
- RODRÍGUEZ, Erasmo A; CAMACHO, Luis A; VILLARREAL, Jacobo; JIMÉNEZ, Alejandro; SANTOS R, Carolina; DUARTE, María del Pilar. (2007). Análisis de la variabilidad espacio-temporal de la precipitación en una microcuenca urbana. 13.



- STREETER, Victor; WYLIE, Benjamin. (1987). Capítulo 4. Análisis dimensional y similitud dinámica. En V. STREETER, & B. WYLIE, *Mecánica de los fluidos, Octava edición (Tercera en español)* (págs. 162-187). México, D. F.: Mc. Graw Hill.
- VILLARREAL PEÑA, Jacobo; RODRÍGUEZ, Erasmo A; CAMACHO B, Luis A. (2008). *Variabilidad espacio-temporal de la precipitación en una microcuenca urbana*. Bogotá D.C: XVIII Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología.
- WAGENER, T.; WHEATER, H. S.; GUPTA, H. V. (2004). *Rainfall-Runoff Modelling in Gauged and Ungauged Catchments*. . London.: Imperial College Press. .
- WHITEHEAD, P. & Young, P. (1979). Water quality in river systems: Monte-Carlo analysis. *Water Resources Research* , 451-459.
- YOUNG, P. (1998). Data-based mechanistic modelling of environmental, ecological, economic and engineering systems. *Environmental Modelling & Software* 13 , 105-122.
- YOUNG, P. (1992). Parallel processes in hydrology and water quality: a unified time-series approach.
- YOUNG, P. (1984). Recursive Estimation and Time-Series Analysis. *Springer-Verlag, Berlin* .
- YOUNG, P. (1985). The instrumental variable method. A practical approach on identification and system parameter estimation. *7th IFAC/IFORS Symposium on System Parameter Estimation, York, England*.
- YOUNG, Peter; JAKEMAN, Anthony; POST, David. (1997). Recent advances in the data-based modelling and analysis of hydrologic systems. *Elsevier science* , 99-116.
- YOUNG, Peter; PARKINSON, Stuart; LEES, Matthew. (1996). Simplicity out of complexity in environmental modelling: Occam's razor revisited. *Journal of applied Statistics*. Vol 23 No 223 , 165-210.



ANEXO 1 CARACTERIZACIÓN DE EVENTOS

Tabla A1. 1. Características eventos, Laboratorio de Hidráulica.

Evento	Precipitación antecedente (mm)			Tiempo antecedente seco (min)	P _{total} (mm)	Duración (min)	Intensidad máxima en 15min (mm/h)	Intensidad máxima en 20min (mm/h)	Intensidad máxima en 30min (mm/h)	Intensidad promedio (mm/h)	I _{15min} iniciales (mm/h)
	1 día	2 día	3 día								
08/10/2007 12:14	3.60	21.40	22.00	470.00	58	33.64	33.64	25.51	17.58	9.93	9.60
11/10/2007 17:34	0.40	0.40	5.40	164.00	118	4.88	7.33	7.25	5.79	2.85	5.60
11/10/2007 14:29	8.20	8.40	12.80	164.00	17	31.22	31.22	23.42	15.61	27.55	7.81
13/10/2007 13:44	0.00	14.80	15.20	1502.00	265	38.80	38.80	34.77	30.43	6.07	26.80
14/10/2007 14:21	13.20	30.20	45.00	862.00	78	42.80	42.80	48.99	36.57	18.92	24.60
18/10/2007 13:13	8.20	8.20	9.60	107.00	88	3.30	12.32	8.42	7.81	6.14	9.00
22/10/2007 00:41	0.80	1.00	4.00	505.00	371	1.86	6.61	6.10	5.20	1.49	9.20
29/10/2007 15:13	1.40	2.80	6.20	1363.00	8	22.40	22.40	16.80	11.20	42.00	5.60
31/10/2007 14:25	2.80	5.40	12.00	1568.00	109	11.20	11.20	8.40	5.60	3.08	5.60
06/11/2007 14:17	13.60	13.60	35.20	839.00	114	6.82	6.82	5.24	4.50	1.89	3.59
09/11/2007 14:29	0.00	5.40	7.60	1740.00	40	9.22	9.95	10.25	7.58	9.42	6.28
13/11/2007 18:12	0.80	1.00	1.40	---	35	33.58	33.58	25.44	17.17	14.79	8.62
20/11/2007 16:46	0.00	0.00	0.00	9954.00	71	7.62	7.62	7.17	5.82	4.40	5.20
21/11/2007 14:53	5.20	5.20	5.20	1244.00	24	26.79	26.79	20.88	14.00	17.50	7.00
28/11/2007 13:47	0.00	0.00	0.00	6806.00	115	5.00	5.00	3.91	2.82	1.67	3.20
07/12/2007 13:40	0.20	1.20	1.60	1934.00	35	4.36	4.36	3.84	3.73	3.77	2.20
07/12/2007 17:54	2.20	3.20	3.40	220.00	80	3.89	3.89	3.83	3.72	2.54	3.39
08/12/2007 14:36	6.00	8.00	9.00	784.00	62	5.23	49.47	37.44	27.09	17.42	18.00
09/12/2007 13:25	18.20	26.00	26.20	1257.00	118	1.87	3.91	4.18	3.13	1.83	3.60
12/12/2007 16:48	1.20	1.40	1.40	228.00	131	10.52	10.52	10.19	7.95	2.56	5.60
13/12/2007 15:58	6.00	7.00	7.00	1046.00	44	13.58	22.64	21.83	18.11	17.18	12.60
16/12/2007 02:52	1.80	2.00	20.00	756.00	30	19.98	19.98	19.10	13.19	13.19	6.59
19/02/2008 21:15	0.02	0.40	0.61	---	109	1.19	6.65	5.91	4.80	1.98	3.60
22/02/2008 14:10	0.02	0.02	0.16	1363.00	37	14.14	14.14	11.42	7.87	6.49	4.00
02/03/2008 14:27	0.00	0.06	0.06	4132.00	40	6.72	6.72	5.72	4.39	3.60	2.40



Evento	Precipitación antecedente (mm)			Tiempo antecedente seco (min)	P _{total} (mm)	Duración (min)	Intensidad máxima en 15min (mm/h)	Intensidad máxima en 20min (mm/h)	Intensidad máxima en 30min (mm/h)	Intensidad promedio (mm/h)	I _{15min} iniciales (mm/h)
	1 día	2 día	3 día								
04/03/2008 14:59	0.00	0.66	2.40	2858.00	44	6.65	6.65	5.99	5.82	5.18	3.80
12/03/2008 14:11	0.00	1.60	4.20	2590.00	104	5.86	11.30	7.97	7.24	4.38	7.60
20/04/2008 18:01	0.00	0.00	0.00	9862.00	36	8.21	8.21	6.51	4.99	4.33	2.60
25/04/2008 19:27	0.00	2.60	2.60	---	347	8.18	8.91	8.04	5.77	3.22	18.60
01/05/2008 19:23	0.00	0.00	0.00	5981.00	565	3.64	3.64	3.10	3.27	1.40	13.20
15/05/2008 22:22	0.00	0.00	0.00	9890.00	74	3.96	3.96	3.20	2.46	1.62	2.00
26/05/2008 17:01	0.00	45.60	68.00	1919.00	30	6.06	6.06	5.43	4.40	4.40	2.20
31/05/2008 - 01/06/2008	6.80	6.80	6.80	680.00	222	1.33	3.43	3.08	2.77	1.46	5.40
02/06/2008 - 03/06/2008	0.00	5.40	6.80	2658.00	93	3.18	5.01	4.13	4.09	2.32	3.60
15/06/2008 18:46	0.00	0.00	0.00	183.00	140	3.06	3.06	2.51	2.04	1.54	3.60
17/06/2008 03:36	1.20	5.80	5.80	81.00	80	1.38	3.67	3.57	2.79	2.25	3.00
18/06/2008 02:30	4.60	5.80	10.40	934.00	135	2.80	2.80	2.58	2.34	2.05	4.60
21/06/2008 15:09	1.40	1.40	1.40	---	157	3.39	8.54	8.18	5.64	3.52	9.20
25/06/2008 00:32	0.00	0.00	2.20	3351.00	163	4.64	10.60	8.92	9.37	5.89	16.00
08/07/2008 21:15	0.60	1.00	1.00	1427.00	68	3.50	3.50	3.42	3.18	2.47	2.80
22/07/2008 12:16	0.80	0.80	0.80	1301.00	79	3.68	4.70	3.80	4.19	2.58	3.40
10/08/2008 23:38	0.00	0.00	0.00	6315.00	192	3.94	10.24	9.58	9.72	4.56	14.60
11/08/2008 15:29	14.60	14.60	14.60	760.00	101	12.36	12.36	9.70	8.61	5.23	8.80
17/08/2008 13:05	0.00	0.00	1.40	3814.00	15	15.21	15.21	11.41	7.61	15.21	3.80
23/08/2008 16:09	13.27	15.00	15.80	818.00	247	4.20	13.62	12.93	10.05	4.86	20.00
04/10/2008 18:58	0.60	0.60	0.60	220.00	68	18.15	18.15	22.49	17.43	8.12	9.20
05/10/2008 20:11	3.60	13.40	13.40	245.00	207	22.21	22.21	20.88	18.16	5.45	18.80
10/10/2008 11:56	0.00	0.00	0.00	4345.00	24	10.89	10.89	10.30	7.20	9.00	3.60
12/10/2008 10:51	3.60	9.60	9.60	456.00	165	2.75	6.28	5.74	6.03	2.69	7.40
21/10/2008 00:15	0.00	0.00	0.00	4608.00	220	2.92	9.30	9.23	9.12	2.78	10.20



Tabla A1. 2. Características eventos, Instituto de Genética.

Evento	Precipitación antecedente (mm)			Tiempo antecedente seco (min)	P _{total} (mm)	Duración (min)	Intensidad máxima en 15min (mm/h)	Intensidad máxima en 20min (mm/h)	Intensidad máxima en 30min (mm/h)	Intensidad promedio (mm/h)	I _{15min} iniciales (mm/h)
	1 día	2 día	3 día								
08/10/2007 12:08	4.00	16.60	17.40	487.00	14	56.00	38.89	36.19	25.41	15.00	38.89
11/10/2007 17:34	1.20	1.20	5.80	172.00	7	117.00	7.81	7.22	7.35	3.35	4.62
11/10/2007 14:25	7.00	7.20	11.80	172.00	6	25.00	22.67	17.62	12.00	14.40	22.67
13/10/2007 13:42	0.00	13.60	14.80	1510.00	26	261.00	35.61	33.31	27.45	5.98	35.61
14/10/2007 14:23	14.20	29.60	43.20	856.00	25	76.00	37.76	41.18	30.90	19.74	37.76
18/10/2007 13:26	8.20	8.20	13.40	105.00	11	85.00	13.40	10.92	11.57	8.05	10.28
22/10/2007 00:28	0.40	0.60	3.40	500.00	10	371.00	9.89	8.80	7.31	1.68	2.06
29/10/2007 15:12	1.80	3.20	6.60	857.00	9	11.00	36.00	27.00	18.00	49.09	36.00
31/10/2007 14:24	2.40	6.20	15.80	1605.00	7	112.00	12.89	9.94	6.78	3.64	9.60
06/11/2007 14:40	16.40	16.40	21.80	778.00	4	117.00	10.29	8.36	5.57	1.84	10.29
09/11/2007 14:33	0.00	5.00	8.80	1770.00	7	44.00	10.74	12.23	10.65	9.54	10.55
13/11/2007 18:11	0.40	0.80	1.20	---	7	45.00	25.04	19.29	13.10	9.04	25.04
20/11/2007 16:54	0.00	0.00	0.00	9956.00	5	80.00	6.69	6.02	6.44	3.75	6.18
21/11/2007 14:50	5.60	5.60	5.60	1256.00	6	34.00	21.89	17.75	12.10	10.75	21.89
28/11/2007 13:45	0.00	0.00	0.00	6802.00	6	121.00	15.00	10.43	8.28	2.97	3.22
07/12/2007 13:40	0.20	1.20	1.40	1958.00	1	30.00	2.33	1.97	1.60	1.60	2.33
07/12/2007 17:50	0.80	1.80	2.00	219.00	3	65.00	4.37	4.14	3.77	3.14	3.18
08/12/2007 14:37	6.40	7.20	8.20	782.00	14	111.00	32.17	21.39	18.41	7.56	6.47
09/12/2007 13:25	13.80	20.80	21.00	1269.00	3	65.00	5.40	4.63	4.01	3.13	2.55
12/12/2007 16:50	0.60	0.60	0.80	233.00	7	137.00	18.54	15.36	11.07	3.24	18.54
13/12/2007 16:03	7.80	8.00	8.00	1046.00	9	47.00	15.24	14.10	10.15	11.23	15.24
16/12/2007 02:52	3.40	4.20	18.60	758.00	7	23.00	23.06	19.55	13.34	17.40	23.06
19/02/2008 21:12	0.00	7.76	9.80	---	3	92.00	5.64	5.23	4.36	1.96	1.34
22/02/2008 14:11	0.25	2.40	5.40	1408.00	8	31.00	26.49	21.75	15.20	14.71	26.49
02/03/2008 14:32	0.00	0.00	1.40	4138.00	2	42.00	7.15	5.74	4.56	3.43	7.15
04/03/2008 15:03	0.00	0.61	2.40	2860.00	3	45.00	6.77	6.74	6.14	4.53	5.51
12/03/2008 14:11	0.00	1.40	3.80	2594.00	8	121.00	10.71	6.87	6.81	4.17	7.61
20/04/2008 18:05	0.00	0.00	0.00	9865.00	3	34.00	6.78	8.10	6.40	5.65	6.03
25/04/2008 19:23	2.20	3.80	3.80	---	18	346.00	6.01	6.16	5.14	3.05	1.37



Evento	Precipitación antecedente (mm)			Tiempo antecedente seco (min)	P _{total} (mm)	Duración (min)	Intensidad máxima en 15min (mm/h)	Intensidad máxima en 20min (mm/h)	Intensidad máxima en 30min (mm/h)	Intensidad promedio (mm/h)	I _{15min} iniciales (mm/h)
	1 día	2 día	3 día								
01/05/2008 19:23	0.00	0.00	0.00	5980.00	14	580.00	6.25	5.09	4.68	1.43	6.25
15/05/2008 22:25	0.00	0.00	0.00	9889.00	2	77.00	2.55	2.13	1.76	1.25	2.55
26/05/2008 17:05	0.00	49.20	76.40	1894.00	2	43.00	4.49	4.18	3.33	2.51	4.49
31/05/2008 - 01/06/2008	6.60	6.60	6.60	778.00	5	237.00	3.83	3.43	2.55	1.32	1.10
02/06/2008 22:37	0.00	5.20	6.60	2644.00	3	92.00	3.44	3.47	2.68	1.96	2.28
15/06/2008 18:42	0.00	0.00	0.00	168.00	3	143.00	2.09	2.16	1.77	1.26	1.83
17/06/2008 03:46	1.00	5.00	5.00	94.00	3	85.00	3.63	3.58	3.46	2.12	1.94
18/06/2008 02:29	4.20	5.20	9.20	944.00	5	148.00	3.33	2.93	2.56	1.95	3.33
21/06/2008 14:36	1.40	2.20	2.20	---	12	148.00	13.79	12.36	9.87	4.77	2.03
25/06/2008 00:32	0.00	0.40	1.60	2149.00	15	153.00	10.40	8.50	9.15	5.80	3.72
08/07/2008 21:16	0.80	0.80	0.80	1426.00	2	59.00	3.57	3.32	3.12	2.44	3.57
22/07/2008 12:16	3.20	3.20	3.20	1068.00	3	80.00	3.92	3.41	3.69	2.25	3.92
10/08/2008 23:37	0.00	0.00	0.00	6325.00	14	181.00	10.34	9.82	9.67	4.77	4.61
11/08/2008 15:19	14.40	14.40	14.40	761.00	8	98.00	13.80	10.52	7.25	5.02	5.16
17/08/2008 13:09	0.00	0.00	0.80	3834.00	4	18.00	16.02	12.02	8.01	13.35	16.02
23/08/2008 16:10	12.03	13.80	15.40	831.00	21	261.00	14.85	10.97	9.15	4.74	6.93
04/10/2008 18:58	0.60	0.60	0.60	290.00	9	77.00	21.39	15.77	16.43	7.01	11.46
05/10/2008 20:17	3.00	12.60	12.60	304.00	14	197.00	18.15	15.12	12.76	4.32	18.15
10/10/2008 11:57	0.00	0.00	0.00	4434.00	7	64.00	16.00	16.97	12.70	6.18	16.00
12/10/2008 10:35	3.60	10.60	10.60	440.00	8	161.00	7.82	6.80	5.37	3.06	1.94
21/10/2008 00:17	0.00	0.00	0.00	4598.00	9	218.00	8.61	7.97	8.02	2.53	4.69



Tabla A1. 3. Coeficientes de escorrentía observados, Laboratorio de Hidráulica.

Evento	Volumen de lluvia (m^3)	Volumen de escorrentía (m^3)	Coeficiente de escorrentía
08/10/2007 12:14	3925.4	1289.7	0.329
11/10/2007 17:34	2290.3	647.0	0.283
11/10/2007 14:29	3192.7	647.4	0.203
13/10/2007 13:44	10961.4	4792.1	0.437
14/10/2007 14:21	10061.3	4759.0	0.473
18/10/2007 13:13	3681.7	1056.4	0.287
22/10/2007 00:41	3763.2	1229.3	0.327
29/10/2007 15:13	2290.6	584.9	0.255
31/10/2007 14:25	2290.4	697.8	0.305
06/11/2007 14:17	1466.9	305.2	0.208
09/11/2007 14:29	2567.9	672.9	0.262
13/11/2007 18:12	3527.5	570.7	0.162
20/11/2007 16:46	2128.0	430.6	0.202
21/11/2007 14:53	2862.2	481.4	0.168
28/11/2007 13:47	1309.9	397.1	0.303
07/12/2007 13:40	900.0	166.9	0.185
07/12/2007 17:54	1385.0	279.3	0.202
08/12/2007 14:36	7362.9	3218.1	0.437
09/12/2007 13:25	1472.3	275.6	0.187
12/12/2007 16:48	2290.2	489.4	0.214
13/12/2007 15:58	5153.6	1796.7	0.349
16/12/2007 02:52	2697.2	630.3	0.234
19/02/2008 21:15	1473.0	272.2	0.185
22/02/2008 14:10	1636.5	327.5	0.200
02/03/2008 14:27	981.6	114.0	0.116
04/03/2008 14:59	1554.3	274.0	0.176
12/03/2008 14:11	3108.4	550.5	0.177
20/04/2008 18:01	1063.4	90.7	0.085
25/04/2008 19:27	7608.1	1943.2	0.255
01/05/2008 19:23	5398.7	1003.5	0.186
15/05/2008 22:22	817.9	70.6	0.086
26/05/2008 17:01	899.3	55.6	0.062
31/05/2008 - 01/06/2008	2208.7	375.8	0.170
02/06/2008 - 03/06/2008	1471.2	170.5	0.116
15/06/2008 18:46	1471.8	206.1	0.140
17/06/2008 03:36	1227.9	190.0	0.155
18/06/2008 02:30	1882.0	252.7	0.134
21/06/2008 15:09	3762.8	879.7	0.234
25/06/2008 00:32	6544.7	1353.6	0.207
08/07/2008 21:15	1145.2	124.0	0.108
22/07/2008 12:16	1390.9	206.0	0.148
10/08/2008 23:38	5971.7	1421.8	0.238



Evento	Volumen de lluvia (m^3)	Volumen de escorrentía (m^3)	Coefficiente de escorrentía
11/08/2008 15:29	3599.9	635.1	0.176
17/08/2008 13:05	1555.6	328.6	0.211
23/08/2008 16:09	8179.8	3891.0	0.476
04/10/2008 18:58	3763.0	1247.7	0.332
05/10/2008 20:11	7689.2	3208.7	0.417
10/10/2008 11:56	1472.2	301.8	0.205
12/10/2008 10:51	3026.4	1150.2	0.380
21/10/2008 00:15	4171.9	1149.0	0.275



Tabla A1. 4. Coeficientes de escurrentía observados, Instituto de Genética.

Evento	Volumen de lluvia (m ³)	Volumen de escurrentía (m ³)	Coeficiente de escurrentía
08/10/2007 12:08	5725.8	1289.7	0.225
11/10/2007 17:34	2675.2	647.0	0.242
11/10/2007 14:25	2454.0	647.4	0.264
13/10/2007 13:42	10634.2	4792.1	0.451
14/10/2007 14:23	10225.7	4759.0	0.465
18/10/2007 13:26	4663.3	1056.4	0.227
22/10/2007 00:28	4250.2	1232.8	0.290
29/10/2007 15:12	3681.3	584.9	0.159
31/10/2007 14:24	2781.2	697.8	0.251
06/11/2007 14:40	1466.3	305.2	0.208
09/11/2007 14:33	2860.9	672.9	0.235
13/11/2007 18:11	2771.5	570.7	0.206
20/11/2007 16:54	2046.3	430.6	0.210
21/11/2007 14:50	2492.6	481.4	0.193
28/11/2007 13:45	2449.4	397.1	0.162
07/12/2007 13:40	327.5	166.9	0.510
07/12/2007 17:50	1390.3	279.3	0.201
08/12/2007 14:37	5719.9	3218.1	0.563
09/12/2007 13:25	1386.5	275.6	0.199
12/12/2007 16:50	3026.6	489.4	0.162
13/12/2007 16:03	3598.9	1796.7	0.499
16/12/2007 02:52	2727.9	630.3	0.231
19/02/2008 21:12	1227.7	272.2	0.222
22/02/2008 14:11	3108.1	327.5	0.105
02/03/2008 14:32	981.1	111.6	0.114
04/03/2008 15:03	1390.8	274.0	0.197
12/03/2008 14:11	3435.5	550.5	0.160
20/04/2008 18:05	1309.1	90.7	0.069
25/04/2008 19:23	7198.5	1943.2	0.270
01/05/2008 19:23	5643.9	1003.5	0.178
15/05/2008 22:25	654.4	70.6	0.108
26/05/2008 17:05	736.4	55.6	0.076
31/05/2008 - 01/06/2008	2126.8	375.8	0.177
02/06/2008 22:37	1227.0	170.5	0.139
15/06/2008 18:42	1226.9	206.1	0.168
17/06/2008 03:46	1227.4	190.0	0.155
18/06/2008 02:29	1882.0	252.7	0.134
21/06/2008 14:36	4815.9	878.3	0.182
25/06/2008 00:32	6053.5	1353.6	0.224
08/07/2008 21:16	983.0	124.0	0.126
22/07/2008 12:16	1226.8	206.0	0.168
10/08/2008 23:37	5889.7	1421.8	0.241



Evento	Volumen de lluvia (<i>m³</i>)	Volumen de escorrentía (<i>m³</i>)	Coefficiente de escorrentía
11/08/2008 15:19	3353.8	635.1	0.189
17/08/2008 13:09	1638.5	328.6	0.201
23/08/2008 16:10	8426.0	3891.0	0.462
04/10/2008 18:58	3680.8	1247.7	0.339
05/10/2008 20:17	5807.7	3208.7	0.552
10/10/2008 11:57	2697.9	301.8	0.112
12/10/2008 10:35	3353.6	1150.2	0.343
21/10/2008 00:17	3763.6	1149.0	0.305



ANEXO 2

RESULTADOS CALIBRACIONES

Tabla A2. 1. Resultados obtenidos, calibración modelo SISO₁ – Laboratorio de Hidráulica.

Modelo SISO₁ Estación pluviográfica Laboratorio de Hidráulica						
Evento	a	b	δ	R²	YIC	SSG
08/10/2007 12:14	-0.936	0.1080	10	0.978	-11.743	1.680
11/10/2007 17:34	-0.980	0.0350	14	0.883	-9.660	1.777
11/10/2007 14:29	-0.936	0.0718	16	0.979	-11.960	1.115
13/10/2007 13:44	-0.940	0.1684	17	0.957	-11.394	2.826
14/10/2007 14:21	-0.929	0.1965	15	0.970	-11.827	2.760
18/10/2007 13:13	-0.969	0.0573	17	0.945	-10.599	1.866
22/10/2007 00:41	-0.963	0.0558	35	0.728	-8.565	1.520
29/10/2007 15:13	-0.971	0.0418	14	0.825	-8.777	1.436
31/10/2007 14:25	-0.982	0.0313	18	0.868	-9.618	1.778
06/11/2007 14:17	-0.995	0.0091	23	0.766	-8.886	1.685
09/11/2007 14:29	-0.974	0.0429	17	0.898	-9.758	1.637
13/11/2007 18:12	-0.985	0.0172	11	0.785	-8.288	1.124
20/11/2007 16:46	-0.981	0.0242	20	0.913	-10.133	1.260
21/11/2007 14:53	-0.954	0.0444	16	0.974	-11.760	0.955
28/11/2007 13:47	-0.988	0.0246	18	0.853	-9.572	2.121
07/12/2007 13:40	-0.991	0.0141	30	0.770	-8.276	1.484
07/12/2007 17:54	-0.978	0.0290	30	0.901	-9.851	1.289
08/12/2007 14:36	-0.912	0.2465	18	0.968	-11.582	2.814
09/12/2007 13:25	-0.980	0.0249	20	0.896	-10.206	1.215
12/12/2007 16:48	-0.973	0.0379	14	0.815	-8.722	1.414
13/12/2007 15:58	-0.960	0.0770	25	0.938	-10.422	1.935
16/12/2007 02:52	-0.985	0.0234	10	0.851	-9.450	1.519
19/02/2008 21:15	-0.9718	0.0367	22	0.914	-9.9305	1.300
22/02/2008 14:10	-0.9567	0.0495	18	0.980	-12.292	1.143
02/03/2008 14:27	-0.9812	0.0139	43	0.936	-10.87	0.742
04/03/2008 14:59	-0.9706	0.0355	22	0.982	-12.819	1.209
12/03/2008 14:11	-0.9773	0.0291	18	0.859	-8.7871	1.282
20/04/2008 18:01	-0.9798	0.0121	31	0.942	-10.672	0.597
25/04/2008 19:27	-0.9877	0.0218	16	0.912	-10.418	1.771
01/05/2008 19:23	-0.9915	0.0112	20	0.840	-9.6829	1.320
15/05/2008 22:22	-0.9854	0.0090	64	0.906	-9.9379	0.613
26/05/2008 17:01	-0.9717	0.0119	33	0.867	-8.7863	0.419
31/05/2008 - 01/06/2008	-0.9861	0.0177	24	0.882	-9.4663	1.272
02/06/2008 - 03/06/2008	-0.9785	0.0169	29	0.922	-10.225	0.783
15/06/2008 18:46	-0.9895	0.0099	21	0.871	-10.023	0.946



Modelo SISO₁ Estación pluviográfica Laboratorio de Hidráulica						
Evento	a	b	δ	R²	YIC	SSG
17/06/2008 03:36	-0.9752	0.0286	23	0.937	-10.21	1.151
18/06/2008 02:30	-0.9802	0.0197	31	0.911	-9.5574	0.996
21/06/2008 15:09	-0.9738	0.0451	14	0.932	-10.025	1.720
25/06/2008 00:32	-0.9826	0.0250	17	0.930	-10.54	1.436
08/07/2008 21:15	-0.9754	0.0179	31	0.920	-10.007	0.726
22/07/2008 12:16	-0.9810	0.0204	23	0.943	-10.725	1.071
10/08/2008 23:38	-0.9699	0.0490	10	0.931	-10.116	1.628
11/08/2008 15:29	-0.9666	0.0427	17	0.913	-9.296	1.278
17/08/2008 13:05	-0.9777	0.0293	10	0.751	-8.116	1.314
23/08/2008 16:09	-0.9847	0.0523	8	0.787	-8.337	3.418
04/10/2008 18:58	-0.9102	0.1852	19	0.979	-11.799	2.063
05/10/2008 20:11	-0.9498	0.1332	19	0.989	-13.12	2.653
10/10/2008 11:56	-0.9593	0.0581	20	0.978	-12.031	1.425
12/10/2008 10:51	-0.9697	0.0817	18	0.939	-10.273	2.696
21/10/2008 00:15	-0.8290	0.2893	39	0.782	-10.649	1.691



Tabla A2. 2. Resultados obtenidos, calibración modelo SISO₂ – Instituto de Genética.

Modelo SISO₂ Estación pluviográfica Instituto de Genética						
Evento	a	b	δ	R²	YIC	SSG
08/10/2007 12:08	-0.934	0.0791	12	0.943	-10.134	1.198
11/10/2007 17:34	-0.979	0.0310	19	0.895	-9.860	1.462
11/10/2007 14:25	-0.931	0.1018	19	0.976	-11.716	1.480
13/10/2007 13:42	-0.948	0.1573	19	0.906	-9.919	3.019
14/10/2007 14:23	-0.915	0.2344	14	0.938	-10.309	2.748
18/10/2007 13:26	-0.965	0.0489	13	0.917	-9.686	1.393
22/10/2007 00:28	-0.971	0.0397	33	0.759	-8.369	1.388
29/10/2007 15:12	-0.966	0.0294	16	0.850	-9.132	0.852
31/10/2007 14:24	-0.979	0.0282	18	0.845	-9.266	1.343
06/11/2007 14:40	-0.993	0.0106	16	0.857	-9.960	1.536
09/11/2007 14:33	-0.972	0.0395	16	0.921	-10.207	1.411
13/11/2007 18:11	-0.984	0.0225	12	0.785	-8.263	1.442
20/11/2007 16:54	-0.983	0.0227	12	0.908	-10.290	1.343
21/11/2007 14:50	-0.949	0.0555	21	0.948	-10.529	1.086
28/11/2007 13:45	-0.987	0.0123	11	0.701	-8.201	0.976
07/12/2007 13:40	-0.993	0.0323	30	0.708	-7.718	4.614
07/12/2007 17:50	-0.980	0.0266	30	0.925	-10.338	1.317
08/12/2007 14:37	-0.824	0.6590	24	0.779	-10.512	3.742
09/12/2007 13:25	-0.987	0.0188	18	0.914	-10.681	1.457
12/12/2007 16:50	-0.979	0.0234	14	0.786	-8.534	1.104
13/12/2007 16:03	-0.973	0.0826	14	0.881	-9.581	3.094
16/12/2007 02:52	-0.985	0.0226	10	0.846	-9.375	1.517
19/02/2008 21:12	-0.9750	0.0420	22	0.899	-10.157	1.677
22/02/2008 14:11	-0.9595	0.0262	16	0.979	-12.314	0.648
02/03/2008 14:32	-0.9823	0.0134	37	0.948	-11.343	0.754
04/03/2008 15:03	-0.9787	0.0306	14	0.956	-11.182	1.437
12/03/2008 14:11	-0.9734	0.0310	19	0.817	-8.0212	1.163
20/04/2008 18:05	-0.9841	0.0085	17	0.925	-10.295	0.535
25/04/2008 19:23	-0.9833	0.0300	13	0.913	-10.265	1.795
01/05/2008 19:23	-0.9938	0.0085	18	0.692	-8.2214	1.356
15/05/2008 22:25	-0.9849	0.0114	58	0.883	-9.5073	0.759
26/05/2008 17:05	-0.9719	0.0148	31	0.879	-8.9343	0.527
31/05/2008 - 01/06/2008	-0.9866	0.0177	25	0.871	-9.3222	1.323
02/06/2008 22:37	-0.9769	0.0214	25	0.901	-11.477	0.926
15/06/2008 18:42	-0.9889	0.0125	16	0.889	-12.361	1.120
17/06/2008 03:46	-0.9736	0.0297	24	0.921	-9.7429	1.126
18/06/2008 02:29	-0.9802	0.0197	31	0.911	-11.19	0.996
21/06/2008 14:36	-0.9765	0.0307	16	0.958	-11.184	1.307
25/06/2008 00:32	-0.9843	0.0248	12	0.935	-10.755	1.577



Modelo SISO₂ Estación pluviográfica Instituto de Genética						
Evento	a	b	δ	R²	YIC	SSG
08/07/2008 21:16	-0.9756	0.0204	33	0.934	-10.467	0.834
22/07/2008 12:16	-0.9797	0.0243	25	0.935	-10.458	1.201
10/08/2008 23:37	-0.9691	0.0509	10	0.930	-10.098	1.647
11/08/2008 15:19	-0.9685	0.0442	15	0.912	-9.287	1.405
17/08/2008 13:09	-0.9744	0.0308	10	0.820	-8.800	1.203
23/08/2008 16:10	-0.9848	0.0506	10	0.804	-8.492	3.329
04/10/2008 18:58	-0.9242	0.1743	14	0.942	-9.838	2.300
05/10/2008 20:17	-0.9423	0.2056	16	0.983	-12.331	3.563
10/10/2008 11:57	-0.9529	0.0362	18	0.963	-10.894	0.770
12/10/2008 10:35	-0.9706	0.0735	22	0.897	-9.0436	2.498
21/10/2008 00:17	-0.6287	0.7687	33	0.708	-9.1155	2.071



Tabla A2. 3. Resultados obtenidos, calibración modelo MISO – Laboratorio de Hidráulica e Instituto de Genética.

Modelo MISO Estaciones pluviográficas Instituto de Genética y Laboratorio de Hidráulica							
Evento	a	b ₀	b ₁	δ ₁	δ ₂	R ²	YIC
08/10/2007 12:14	-0.989	-0.0742	-0.0338	8	30	0.983	-10.287
11/10/2007 17:34	-0.991	0.0611	-0.0311	16	40	0.970	-10.809
11/10/2007 14:29	-0.932	0.0501	0.0364	17	16	0.986	-9.720
13/10/2007 13:44	-0.943	0.3357	-0.1899	13	13	0.971	-9.659
14/10/2007 14:21	-0.948	-0.0498	0.1963	12	1	0.971	-9.339
18/10/2007 13:13	-0.986	0.0645	-0.0263	19	34	0.970	-9.566
22/10/2007 00:41	-0.988	0.0546	-0.0290	18	40	0.847	-6.881
29/10/2007 15:13	-0.947	0.0217	0.0325	23	12	0.964	-9.237
31/10/2007 14:25	-0.994	0.0300	-0.0136	18	40	0.939	-9.633
06/11/2007 14:17	-0.996	0.0265	-0.0044	18	40	0.813	-6.112
09/11/2007 14:29	-0.992	0.0558	-0.0490	40	21	0.887	-8.264
13/11/2007 18:12	-0.984	-0.0821	0.1275	2	5	0.768	-5.764
20/11/2007 16:46	-0.991	0.0405	-0.0137	6	40	0.941	-8.520
21/11/2007 14:53	-0.960	-0.0508	0.1040	7	15	0.943	-8.379
28/11/2007 13:47	-0.985	0.0048	0.0207	22	10	0.899	-7.454
07/12/2007 13:40	-0.992	-0.0114	0.0569	43	43	0.839	-2.067
07/12/2007 17:54	-0.993	0.0712	-0.0567	40	34	0.929	-8.369
08/12/2007 14:36	-0.924	-0.1062	0.2834	16	6	0.983	-10.147
09/12/2007 13:25	-0.993	0.0288	-0.0139	36	23	0.962	-9.490
12/12/2007 16:48	-0.970	0.0974	-0.0464	24	30	0.921	-7.604
13/12/2007 15:58	-0.979	0.0731	-0.0392	26	40	0.934	-8.922
16/12/2007 02:52	-0.977	0.0218	0.0087	27	12	0.914	-6.908
19/02/2008 21:15	-0.983	0.0451	-0.0268	25	42	0.960	-9.518
22/02/2008 14:10	-0.975	-0.0140	0.0248	35	16	0.988	-10.341
02/03/2008 14:27	-0.981	0.0036	0.0108	21	41	0.946	-8.194
04/03/2008 14:59	-0.978	0.0358	-0.0097	24	45	0.990	-10.275
12/03/2008 14:11	-0.980	0.0424	-0.0155	14	0	0.899	-7.127
20/04/2008 18:01	-0.984	-0.0087	0.0153	18	15	0.980	-10.136
25/04/2008 19:27	-0.985	0.0098	0.0167	0	25	0.885	-6.483
01/05/2008 19:23	-0.991	0.0153	-0.0040	15	0	0.853	-6.499
15/05/2008 22:22	-0.989	-0.0351	0.0531	34	31	0.951	-9.248
26/05/2008 17:01	-0.977	-0.0095	0.0235	50	39	0.905	-7.303
31/05/2008 - 01/06/2008	-0.986	0.0283	-0.0110	19	0	0.912	-7.709
02/06/2008 - 03/06/2008	-0.980	-0.0547	0.0845	9	8	0.925	-11.747
15/06/2008 18:46	-0.991	-0.0085	0.0211	50	19	0.926	-12.765
17/06/2008 03:36	-0.987	-0.0522	0.0682	45	35	0.975	-10.909
18/06/2008 02:30	-0.987	0.0655	-0.0501	27	28	0.966	-9.312
21/06/2008 15:09	-0.973	0.0194	0.0200	11	20	0.951	-7.550



Modelo MISO Estaciones pluviográficas Instituto de Genética y Laboratorio de Hidráulica							
Evento	a	b ₀	b ₁	δ ₁	δ ₂	R ²	YIC
25/06/2008 00:32	-0.989	0.1109	-0.1013	43	50	0.923	-8.913
08/07/2008 21:15	-0.981	0.1132	-0.1160	2	0	0.949	-9.811
22/07/2008 12:16	-0.983	0.0467	-0.0324	16	12	0.954	-8.318
10/08/2008 23:38	-0.975	0.2171	-0.1812	26	30	0.959	-9.219
11/08/2008 15:29	-0.963	0.0274	0.0214	22	10	0.914	-6.652
17/08/2008 13:05	-0.967	0.1378	-0.0963	20	20	0.943	-8.337
23/08/2008 16:09	-0.992	0.0797	-0.0489	39	13	0.941	-9.361
04/10/2008 18:58	-0.927	-0.0595	0.2178	5	12	0.981	-9.935
05/10/2008 20:11	-0.939	0.0717	0.1186	24	13	0.989	-10.082
10/10/2008 11:56	-0.955	-0.0259	0.0478	9	15	0.978	-9.357
12/10/2008 10:51	-0.976	0.1733	-0.0989	7	5	0.966	-9.255
21/10/2008 00:15	-0.998	-0.1369	0.1578	38	30	0.921	-9.328



ANEXO 3

DESCRIPCIÓN MODELO MDLC

El presente anexo, contiene una breve descripción teórica del modelo MDLC. Para una descripción más detallada de éste, el lector se debe remitir a Camacho & Lees (1999). Las siglas MDLC, provienen del inglés *Multilinear Discrete Lag-Cascade Model* (modelo multilíneal discreto de cascada rezagada). Este modelo es utilizado en el presente documento, con el fin de realizar un tránsito de crecientes entre el pozo P1(LEH) y el pozo P11(Estadio). La justificación de la utilización de éste, es explicada de forma detallada en el capítulo 5 (Calibración de los modelos simplificados). En esta sección se describirá brevemente su fundamento teórico y su aplicación.

Como se describió en la sección 4.1.1, (modelos matemáticos en hidrología), los procesos en la naturaleza son no lineales, y por tanto los modelos de este tipo describen con mayor precisión los fenómenos. Las ecuaciones de St. Venant son no lineales, sin embargo, su uso es restringido, y por tanto se han realizado investigaciones enfocadas en realizar un procedimiento más sencillo que represente de forma adecuada estos procesos. De esta manera, han surgido aproximaciones no lineales que se aproximan a la solución completa de St. Venant; sin embargo, ha sido difícil relacionarlo con características físicas y condiciones hidráulicas del canal. Generalmente, al intentar linealizar este tipo de modelos, se pierde detalle en su ajuste; sin embargo, se ha demostrado que aproximaciones lineales como la propuesta en el modelo MDLC, produce predicciones precisas en distancias cortas, y sus parámetros se pueden relacionar con características físicas e hidráulicas (Camacho & Lees, 1999)

El modelo MDLC, está basado en un elemento de canal lineal discreto, con n embalses en serie. Este modelo incluye un parámetro que caracteriza el retraso de frente de onda, τ_f , cuya función es realizar un tránsito cinemático de la onda, lo que implica que no involucra la atenuación de ésta. Sin embargo, la atenuación es incluida al involucrar un coeficiente K . De este modo, el tiempo de viaje medio de la onda de creciente está dado por la Ecuación A.1.

$$\overline{t_f} = nK + \tau_f \quad \text{A.1.}$$

La relación de estos parámetros con características físicas e hidráulicas del canal está dada por las ecuaciones A.2., A.3. y A.4.

$$K = \frac{3}{2m} \left(1 + (m-1) F_0^2 \right) \left(\frac{y_0}{S_0 X} \right) \left(\frac{X}{mu_0} \right) \quad \text{A.2.}$$



$$n = \frac{\frac{4m}{9} (1 - (m-1)^2 F_0^2)}{(1 - (m-1) F_0^2)^2 \left(\frac{y_0}{S_0 X} \right)} \quad \text{A.3.}$$

$$\tau = \frac{X}{mu_0} \left(1 - \frac{\frac{2}{3} (1 - (m-1)^2 F_0^2)}{(1 + (m-1) F_0^2)} \right) \quad \text{A.4.}$$

Donde:

F_0 : Número de Froude.

y_0 : Profundidad uniforme para un caudal de referencia Q_0 .

S_0 : Pendiente del fondo del canal.

L : Distancia a la cual la hidrógrafa es calculada.

m : relación de la velocidad de onda cinemática c_0 , con la velocidad media del flujo en la condición de referencia u_0 ; como se observa en la Ecuación A.5.

$$m = \frac{c_0}{u_0} = \frac{\left(\frac{dQ}{dA} \Big|_{A=A_0} \right)}{\left(\frac{Q_0}{A_0} \right)} \quad \text{A.5.}$$

Los parámetros discretos, descritos anteriormente, se pueden relacionar con parámetros en tiempo continuo a través de las siguientes ecuaciones.

$$K_d = K - \Delta t \quad \text{A.6.}$$

$$n_d = \frac{nK - \Delta t}{(K - \Delta t)} \quad \text{A.7.}$$

$$\tau_d = \tau - \Delta t \quad \text{A.8.}$$

Se realiza una corrección para los coeficientes de almacenamiento, debido a que existe un residuo entre la aproximación al menor entero en el cálculo de $\tau_d/\Delta t$ (con errores considerables para deltas grandes). Dicha corrección está dada por la Ecuación A.9.



$$K_d = K_d + \frac{(\tau_d \bmod t)}{n_d} \quad \text{A.9.}$$

A continuación se describe el procedimiento sugerido por Camacho & Lees (1999) para estimar el tránsito de onda de la creciente.

1. Se divide la hidrógrafa de entrada en P pulsos de duración constante, iguales al intervalo de tiempo Δt .
2. A continuación, se calculan los primeros parámetros lineales del sub-modelo, n_d , K_d y τ_d , para el primer pulso de entrada $I(t)$, $t = \Delta t$.
3. Posteriormente, se calcula la respuesta al pulso unitario del modelo en cascadas discretas, asociado con el pulso $I(t)$:

$$h_1 = \left(\frac{\Delta t}{\Delta t + K_d} \right)^{n_d} \quad \text{A.10.}$$

$$h_m = \frac{(m + n_d - 2)}{m - 1} \left(\frac{\Delta t}{\Delta t + K_d} \right) h_{m-1} \quad \text{A.11.}$$

Donde h_1 es la respuesta discreta del pulso unitario, asociada con el tiempo $t = \Delta t$; h_m es la respuesta discreta ordenada del pulso unitario, asociada a un tiempo subsecuente: $t = m\Delta t$, con $m = 2, 3, \dots, M$; mientras que Δt es el intervalo de tiempo; y M es un número suficientemente grande para que h_m sea despreciable.

4. A continuación, se calcula la respuesta del pulso unitario de entrada asociada con el pulso $I(t)$, para los tiempos $t = m\Delta t$ ($m = 1, 2, \dots, M$)
5. Se aplica el procedimiento del canal lineal discreto, para rezagar la respuesta del pulso de entrada un tiempo τ_d , mediante la Ecuación A.12.

$$Q(t) = q(t - \tau) \quad \text{A.12.}$$

En tiempo discreto, el tiempo de arribo está definido igual al tiempo de retraso para el modelo ADZ.

6. Se repiten los pasos 2 al 5, para los pulsos $I(t + \Delta t)$. El hidrograma transitado completo se obtiene integrando las respuestas de los P pulsos asociadas con los de entrada.

La metodología descrita fue aplicada para realizar el tránsito entre el pozo de entrada y el de salida, mediante un código desarrollado y facilitado por el profesor Luis Camacho.