

ACI

Boletín No. **5** • 2006

Publicaciones Técnicas

**Revisión bibliográfica
del tema bielas en
concreto estructural**

**Construyendo
estructuras durables en
el siglo XXI**

**Superplastificantes:
¿Cómo actúan y por qué
en algunas ocasiones no
lo hacen?**



Informaciones Técnicas del Instituto Americano del Concreto Seccional Colombiana

Revisión bibliográfica del tema de bielas en concreto estructural

Ing. Diego Orlando Garzón Vergara, Ing. David Leonardo González
Ingenieros Civiles Universidad Nacional de Colombia,
Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola, Bogotá, Colombia.

El método de bielas y tirantes es un desarrollo racional el cual representa las trayectorias de los esfuerzos principales en los elementos que presentan grandes discontinuidades tanto en carga como en geometría. Las trayectorias de los esfuerzos principales se reemplazan por una estructura de elementos articulados sometidos a cargas de compresión (bielas) y de tracción (tirantes). El objetivo principal de la revisión es presentar el método de bielas y tirantes y su aplicación en modelos de diseño estructural para ser considerado como una metodología alternativa de diseño en la actualización de la norma colombiana de diseño sismo resistente. Para cumplir este objetivo el documento es una revisión bibliográfica de los principales aspectos teóricos en los que se basa el método, además de la presentación de los procedimientos en modelos de bielas y tirantes para el diseño de elementos de concreto reforzado. Los modelos desarrollados para cada uno de los elementos estructurales se basaron en las consideraciones que expresa la norma "Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05) y Comentarios".

INTRODUCCIÓN

En el diseño estructural existen elementos que por su geometría o por las cargas que actúan sobre la estructura presentan discontinuidades en la distribución de esfuerzos y por lo tanto su comportamiento es especial. Una metodología alterna para el diseño de este tipo de estructuras es el Método de Bielas y Tirantes, que comparado con métodos clásicos, permite entender el comportamiento de los esfuerzos dentro del elemento y la manera de deformación del mismo. Este método ha sido expuesto en el Apéndice A de la norma ACI 318S-05 antes mencionada.

Este método fue planteado originalmente por Ritter y Mörsh a finales del siglo XIX, y ha sido desarrollado por los trabajos presentados por Schaich, Trülimann, Collins y MacGregor, entre otros desde 1980, encontrando su principal aplicación en elementos con discontinuidades en carga y en geometría.

El objetivo de esta revisión es dar a conocer un método de diseño para estructuras de concreto que presenten discontinuidades como lo es el método de bielas y tirantes y debido a sus múltiples aplicaciones demostrar la posibilidad de su aplicación e inclusión en la actualización de las "Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente" (NSR).

El desarrollo de la revisión bibliográfica se fundamenta en los aspectos teóricos que son la base del método, además de las diversas definiciones de los elementos requeridos para el diseño por el método de bielas y tirantes. Esta revisión bibliográfica se obtuvo del análisis de varias referencias.

Para demostrar la forma de aplicación de los modelos de bielas y tirantes se presentan diversos elementos estructurales de concreto reforzado que pueden ser diseñados por este método; entre estos, se incluyen las vigas de gran altura, las ménsulas, las cimentaciones sobre pilotes, los muros con aberturas, y las vigas con extremos entallados. Para el desarrollo de cada uno de los modelos se evalúan los requisitos y especificaciones contenidos en los "Requisitos de Reglamento para concreto estructural (ACI 318S-05) y comentarios" para cada uno de los elementos.

Cada uno de los ejemplos de diseño presentados se ha desarrollado con base en modelos de bielas y tirantes sencillos, fáciles de interpretar y analizar. También se incluyen aspectos de tipo constructivo en los esquemas de distribución de refuerzo. Estos detalles se deben tener en cuenta desde la etapa de diseño, para así obtener un resultado satisfactorio.

RESEÑA HISTÓRICA DEL ANÁLISIS CON BIELAS Y TIRANTES

Después de propuesto el método de Bielas y Tirantes el tema fue utilizado en investigaciones realizadas en Europa desde 1970 por investigadores como Thürlimann, Schlich, Nielsen, Breen, Podolny, Schäfer, entre otros. La propuesta principal de estos investigadores fue desarrollar los modelos de Bielas y Tirantes para regiones con discontinuidades tanto en geometría como en carga en donde el principio de Bernoulli¹ no es válido². El desarrollo de modelos de Bielas y Tirantes fue presentado en el coloquio IABSE de 1991 realizado en Stuttgart, indicando la necesidad de realizar el diseño de las regiones que presentan discontinuidad y no sólo el detallado del refuerzo. En Norteamérica el desarrollo de la teoría de Bielas y Tirantes se debe a investigadores como MacGregor, Collins y Mitchell. Los trabajos desarrollados por Collins y Mitchell aplican el método principalmente en elementos de concreto preesforzado.

Con la inclusión del método en varios de los códigos de diseño actuales tanto en Europa como en Norteamérica, los modelos de bielas y tirantes presentan desarrollos válidos para

¹ El principio de Bernoulli se basa en que las deformaciones producidas por una carga externa son lineales. Estas regiones se denominan regiones B

² Este tipo de zonas se denominan regiones D

el diseño de estructuras que tengan algún grado de discontinuidad. Los códigos de diseño como el Euro-Código, el código AASHTO LFRD desde 1994, el código canadiense CSA, las recomendaciones FIP, el ACI318S-05 en su Apéndice A, entre otros, son muestras de su inclusión. El apéndice A del ACI 318S-05 se desarrolló con base en los textos de muchos de los investigadores internacionales, el código AASHTO LFRD y muchas de las recomendaciones hechas por el Comité de Cortante del Instituto Americano del Concreto, ACI 445.

La implementación de modelos de bielas y tirantes en el Apéndice A del código ACI 318S-05 es un paso importante hacia un concepto de diseño más consistente. Aún más, es un avance sumamente significativo para los ingenieros y debería dar pie a esfuerzos para aplicar los modelos de bielas y tirantes en la práctica diaria. Con el desarrollo del nuevo Apéndice A, "Modelos de Bielas y Tirantes", se han modificado varias secciones del código para permitir el empleo de modelos de bielas y tirantes (MBT, según sus siglas) en el diseño.

DEFINICIONES DE LOS PARÁMETROS FUNDAMENTALES DE UN MODELO MBT

Para comprender el análisis de Bielas y Tirantes es necesario comprender los siguientes términos básicos.

A. Discontinuidad

Cambio abrupto de geometría o de cargas en un elemento, que genera una variación en la distribución de esfuerzos en el elemento estructural. El principio de St Venant indica que los esfuerzos producidos por una carga axial se aproximan a una distribución lineal a una distancia aproximadamente igual a la altura promedio del elemento (h) en el sentido contrario a la discontinuidad. Por esta razón las discontinuidades se extienden una distancia h desde la sección donde ocurre el cambio, ya sea de geometría o de cargas.

B. Biela

Es un elemento a compresión en un modelo de bielas y tirantes. En el diseño las bielas se idealizan como elementos prismáticos. Una biela representa el resultado de un campo de compresiones.

C. Tirante

Es un elemento en el modelo de bielas y tirantes que está sometido a tracción. Los tirantes consisten en acero de refuerzo o elementos preesforzados más una parte del concreto que está concéntrico con el eje del refuerzo. Este concreto adyacente se debe incluir en la definición de la zona en la que las fuerzas de tracción están actuando. El concreto no se usa para resistir las fuerzas de tracción actuantes sobre el tirante. Aunque no se considere dentro del diseño, el concreto adyacente al refuerzo reduce las deformaciones del mismo, especialmente cuando actúan solamente las cargas de servicio.

D. Nudo

Es el punto donde los ejes de las bielas y los tirantes se unen y concentran las fuerzas actuantes sobre cada uno de ellos.

E. Zona del nudo (Zona Nodal)

Volumen de concreto alrededor del nudo que transfiere las cargas producidas por los tirantes y las bielas. Esta zona emplea principios hidrostáticos en donde las caras cargadas se encuentran perpendiculares a los ejes de las bielas y tirantes que actúan sobre el nudo y, además, tienen la propiedad de tener esfuerzos iguales sobre las caras cargadas (principio hidrostático).

MODELOS DE BIELAS Y TIRANTES

La modelación por medio de bielas y tirantes se basa principalmente en las trayectorias de los esfuerzos que ocurren dentro del elemento; estas trayectorias se representan principalmente por bielas las cuales están sometidas a compresión y tirantes los cuales están sometidos a la tracción. Al representar las trayectorias de esfuerzos el modelo de bielas y tirantes simula de una mejor manera el tipo de deformaciones que se presenta en el elemento estructural. Estos elementos (bielas y tirantes) actúan como si fueran elementos de una cercha, con sus nudos articulados, por lo que cada elemento trabaja solamente a fuerzas axiales (compresiones o tracciones).

Los principios en los que se basa este método son los de Saint Venant y Bernoulli. Se distinguen dos tipos de zonas en el elemento estructural como son las zonas B, en donde el principio de Bernoulli es válido, y las zonas D o discontinuidades en donde no es válido el principio al existir una variación en la carga o en la geometría del elemento.* Por ejemplo:

- Cargas concentradas cercanas (incluyendo puntos de reacción)
- Esquinas y uniones de pórticos.
- Aberturas cercanas.
- Ménsulas.
- Elementos de grandes dimensiones como vigas de gran altura, zapatas de cimentación, y muros.

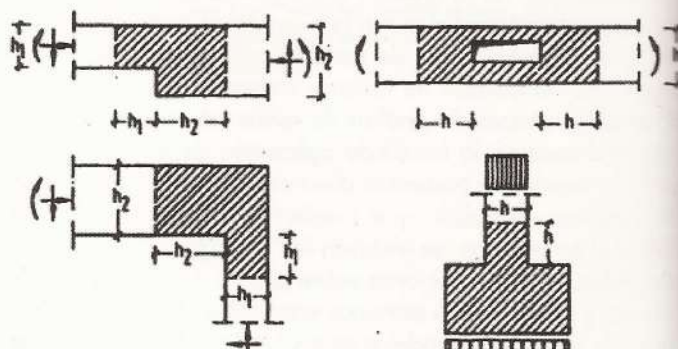


Figura 1. Ejemplos de regiones D ([Ref 12])

Para la determinación de las regiones D de discontinuidad se procede a aplicar el principio de Saint Venant, el cual dice que la distribución no lineal de las deformaciones se presentará hasta una distancia de alrededor de la profundidad del miembro a partir de la carga o discontinuidad. Por este motivo se asume que las regiones D se extienden aproximadamente una profundidad del miembro a partir de la carga o discontinuidad. En las Figuras 1 y 2 se observa la forma de identificar las regiones D y B.

Si dos regiones D, cada una de ellas de una longitud menor o igual a d , se encuentran o superponen, el Apéndice A del ACI 318S-05 considera que actúan como una región D combinada. Para un tramo de corte en una viga de gran altura la región D combinada tiene una profundidad igual a d y una longitud de hasta $2d$ hacia un lado o hacia dos lados de la discontinuidad. Esto establece el menor ángulo entre una biela y un tirante unido a un extremo de la biela como $\arctan(d/2d) = 26,5$ grados, aproximado a 25 grados.

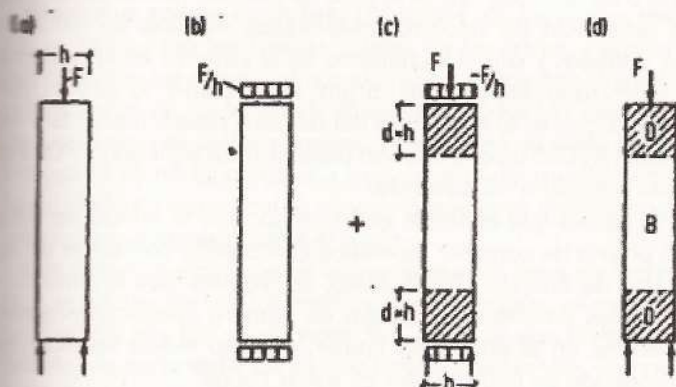


Figura 2. Identificación de regiones en una columna (Ref [12])

A. Métodos para determinar el modelo MBT

Existen diversos métodos para determinar el modelo óptimo de bielas y tirantes para una estructura entre ellos están los siguientes:

- Método de la trayectoria de la carga
- Utilizar un ejemplo normalizado y adaptarlo a la geometría o fuerzas dadas.
- Usar distribuciones de tensiones elásticas lineales en secciones críticas para determinar la ubicación de las principales bielas o tirantes.
- Método de los elementos finitos.

B. Modelos óptimos de Bielas y Tirantes

Debido a la posibilidad de que cada uno de los ingenieros tenga un modelo de bielas y tirantes diferente pero igualmente válido, se han establecido algunos aspectos importantes para tener en cuenta en la selección del modelo de bielas y tirantes para una estructura. El primer punto importante es que el modelo cumpla con dos condiciones fundamentales, el equilibrio de fuerzas en cada uno de los nudos y los límites de resistencia establecidos.

Otro parámetro importante es garantizar la ductilidad del elemento estructural, por lo que en el diseño se deben se-

leccionar armaduras que cumplan con esta característica o con cuantías menores a la máxima; para garantizar esta condición, se procede a seleccionar la armadura para el valor mínimo obtenido en el modelo, y para las bielas se seleccionan anchos mayores al mínimo para garantizar que la falla del elemento no se realizará por el concreto provocando una falla frágil. Se considera un modelo óptimo el que proporcione una cuantía de refuerzo menor. Dentro del mismo criterio del refuerzo se recomienda seleccionar el modelo de bielas y tirantes que tenga el menor número de tirantes y lo más cortos posibles.

Cuando se presenten diversos casos de carga para el mismo elemento estructural (e.g. cargas verticales y horizontales) se procede a realizar un análisis de bielas y tirantes independiente para cada uno de los casos de carga, para posteriormente combinar la geometría del elemento, el refuerzo y su ubicación. Otro procedimiento es seleccionar una geometría del elemento para todos los casos de carga (óptimo para el caso que se considera más frecuente), desarrollar los modelos de bielas y tirantes para cada caso de carga y posteriormente combinar el refuerzo requerido para cada una de las combinaciones.

C. Elementos de un modelo de bielas y tirantes

El diseño de bielas, tirantes y zonas nodales debe cumplir la siguiente condición:

$$\phi F_n > F_u \quad (1)$$

En donde F_u es la fuerza actuante en un elemento de un modelo de bielas y tirantes (biela, tirante, cara de zona nodal), F_n es la fuerza nominal del elemento y ϕ es el factor de reducción, que en el caso del código ACI 318S-05 es igual a 0.75. Los elementos que se deben tener en cuenta para la modelación son: bielas, tirantes y zonas nodales.

Bielas: Las bielas son elementos a compresión en un modelo de bielas y tirantes. En el diseño las bielas se idealizan como elementos prismáticos. Una biela representa el resultado de un campo de compresiones. Existen diversas formas de bielas, entre estas se encuentran las bielas prismáticas, en forma de botella (Fig 3), y en forma de abanico.

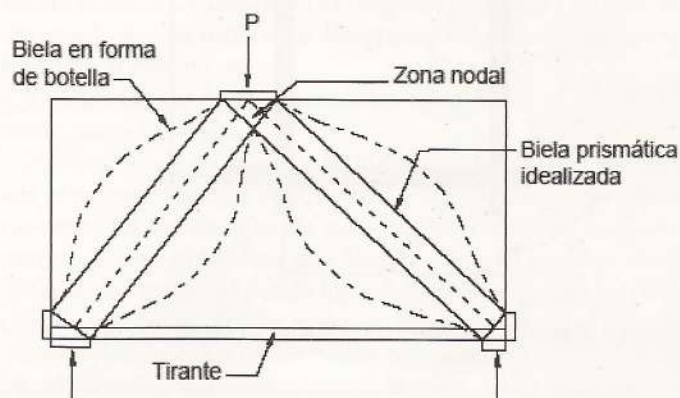


Figura 3. Bielas prismáticas y en forma de botella. (Ref [1])

La fuerza nominal de diseño de la biela se determina mediante la siguiente ecuación:

$$F_{ns} = f_{cu} * A_c \quad (2)$$

El valor de la resistencia a la compresión efectiva del concreto es el menor entre el esfuerzo de la biela y el de la zona nodal. Para la biela la resistencia a la compresión efectiva del concreto es igual a:

$$f_{cu} = 0.85 * f'_c * \beta_s \quad (3)$$

En donde f'_c es la resistencia a compresión del concreto, f_{cu} es la resistencia efectiva a la compresión del concreto y A_c es el área de la sección transversal de la biela.

β_s es un coeficiente que toma en cuenta el efecto de la armadura de fisuración y confinamiento; en caso de que la sección sea uniforme a lo largo de la longitud de la biela el valor es 1.0; si la biela presenta un comportamiento en forma de botella y el refuerzo resiste la tracción transversal $\beta_s=0.75$; si el refuerzo en la biela en forma de botella es insuficiente para la tracción producida $\beta_s=0.6*\lambda^3$; para bielas en elementos a tracción $\beta_s=0.40$ y finalmente para los casos que no se encuentran estipulados $\beta_s=0.60$.

Para las bielas en forma de botella es necesario disponer de capas de armadura, las cuales cruzan al eje de la biela con un ángulo determinado, y deben cumplir con la siguiente consideración:

$$\sum \frac{A_{si}}{b * s_i} * \text{sen} \gamma_i \geq 0.003 \quad (4)$$

En la anterior ecuación A_{si} es el área del refuerzo en cada una de las direcciones en que se encuentre el refuerzo, S_i es la separación entre las barras de refuerzo y γ_i es el ángulo que forman el eje de la biela con los ejes de cada uno de los refuerzos en las diferentes direcciones.

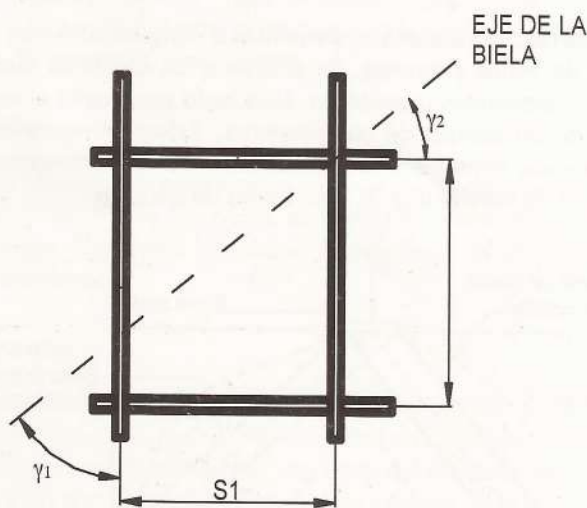


Figura 4. Capas de armadura adicional en las bielas (Ref [2])

Algunos factores afectan la resistencia efectiva a la compresión del concreto de las bielas; entre ellos están los siguientes: duración de las cargas, fisuración de las bielas, deformaciones transversales por tracción y el confinamiento del concreto que rodea a la biela.

Tirantes: Los tirantes están representados por el acero de refuerzo más una zona de concreto que se encuentra concéntrico con el eje del tirante de los elementos estructurales que se diseñan por el método de bielas y tirantes. Este acero puede ser preesforzado o no.

Para el diseño de los tirantes es necesario tener en cuenta la fuerza nominal del refuerzo, la cual se obtiene de la siguiente ecuación:

$$F_{nt} = A_{st} f_y + A_{ps} (f_{se} + \Delta f_p) \quad (5)$$

En donde A_{st} es el área del refuerzo, f_y la resistencia del acero de refuerzo, A_{ps} es el área de refuerzo preesforzado, f_{se} la resistencia del refuerzo preesforzado después de eliminar las pérdidas y Δf_p el incremento en el esfuerzo en el refuerzo preesforzado debido a las cargas. ($f_{se} + \Delta f_p$) y no será mayor a f_{py} el cual es la resistencia del refuerzo preesforzado. Δf_p es igual a 420MPa para refuerzo preesforzado adherido y 70MPa para armadura no adherida.

Se asume que el tirante está formado por la armadura más un prisma de concreto hipotético concéntrico con el eje de la fuerza de tracción. Por lo tanto, se requiere que la armadura de los tirantes se distribuya de manera aproximadamente uniforme en el ancho del tirante, w_t . Esto puede implicar la colocación de la armadura en varias capas.

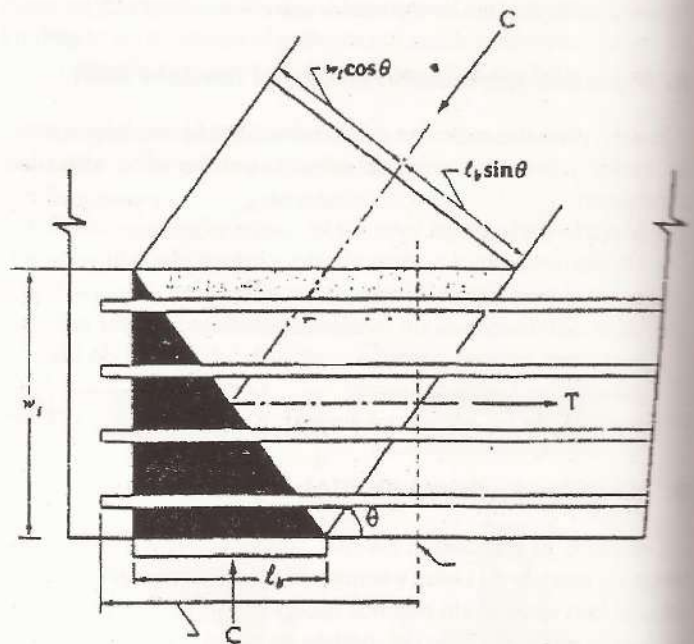


Figura 5. Armadura colocada en diferentes capas

³ λ es un factor de corrección relacionado con el peso unitario del concreto, $\lambda=1.0$ para concreto normal, $\lambda=0.85$ para concreto ligero con arena y $\lambda=0.75$ para las demás clases de concreto con menor peso unitario

Para garantizar el funcionamiento estructural adecuado de los tirantes, es necesario que se le provea al refuerzo un buen anclaje al concreto por medio de diferentes medios, entre ellos

el más común es que se desarrolle el anclaje por medio de ganchos estándar a 90° o 180°, los cuales deben cumplir con las longitudes mínimas necesarias para el anclaje y deben encontrarse perfectamente detallados en los planos.

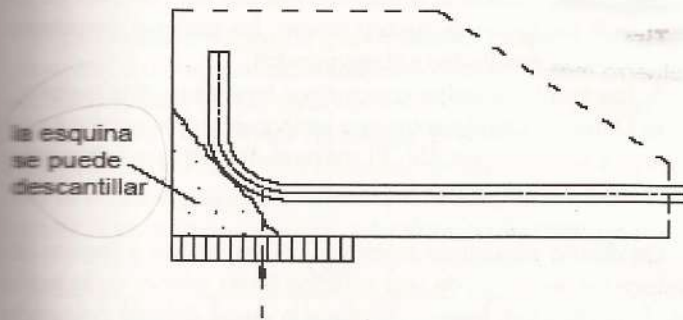


Figura 6. Anclaje por medio de gancho a 90°

Nodos o zonas nodales: Los nodos son los puntos donde se intersectan las fuerzas axiales de las bielas y tirantes, mientras que las zonas de los nudos son las regiones alrededor de las zonas de unión donde están conectados los elementos de un modelo de bielas y tirantes. Para que en un nodo de una estructura plana tal como una viga de gran altura exista equilibrio vertical y horizontal es necesario que haya un mínimo de tres fuerzas actuando sobre el nodo.

Los nodos se clasifican de acuerdo con los tipos de fuerzas que se encuentran en los mismos. De este modo, un nodo C-C ancla tres bielas, un nodo C-C-T ancla dos bielas y un tirante, un nodo C-T-T ancla una biela y dos tirantes, un nodo T-T-T ancla tres o más tirantes. En el Apéndice A del 318S-05, se supone que las caras de una zona nodal cargadas en compresión tienen el mismo ancho que los extremos de las bielas, además que los esfuerzos en cada una de las caras de la zona nodal deben ser iguales (Principio Hidrostático). Al igual que las bielas las zonas nodales se revisan para cada fuerza actuante. Para que exista equilibrio en el nudo deben transmitirse por lo menos tres fuerzas, por lo que el número mínimo de caras de las zonas nodales es tres.

La fuerza nominal de compresión en una zona nodal está dada por:

$$F_{nn} = f_{cu} * A_n \quad (6)$$

f_{cu} es la resistencia efectiva a la compresión en la zona nodal y A_n es el área de la cara de la zona en donde actúa la fuerza de compresión o es el área de una sección en la zona nodal, la cual es perpendicular a la línea de acción de la fuerza resultante en la sección.

Anteriormente se obtuvo el valor de f_{cu} para las bielas; en las zonas nodales este valor difiere un poco del obtenido anteriormente y generalmente en los cálculos se emplea el menor valor de los dos encontrados. Para las zonas nodales el valor de f_{cu} es el siguiente:

$$f_{cu} = 0.85 * \beta_n * f'_c \quad (7)$$

El coeficiente β_n es un coeficiente que toma en cuenta el anclaje de los tirantes sobre la resistencia efectiva a la compresión de la zona nodal. Si la zona nodal está limitada únicamente por bielas o zonas de apoyo el valor del coeficiente es 1.0; si en la zona nodal se presenta el anclaje de un tirante el valor es 0.80 y si se anclan dos o más tirantes $\beta_n = 0.60$. Este coeficiente refleja el grado de ruptura de las zonas nodales debido a la incompatibilidad de las deformaciones de tracción de los tirantes y de compresión en las bielas. Los esfuerzos sobre cualquier cara de la zona nodal no deben exceder el valor de F_{nn} .

La selección de la resistencia efectiva del concreto (f_{cu}) se realizará para el menor valor entre los coeficientes β_n y β_s , ya que las ecuaciones son similares y el único cambio se presenta en el coeficiente. Se debe tomar el menor para que la fuerza nominal de cada uno de los elementos sea menor.

METODOLOGÍA DE APLICACIÓN DE LOS MODELOS DE BIELAS Y TIRANTES

Una metodología para la aplicación en el diseño estructural de los modelos de bielas y tirantes puede ser la siguiente.

A. Pasos básicos para la aplicación de los modelos de bielas y tirantes

El modelo de bielas y tirantes representa un estado límite de esfuerzos; se debe tener parámetros básicos como los esfuerzos y las deformaciones de los elementos. Las deformaciones pueden ser calculadas mediante el análisis por métodos elásticos.

El diseño de elementos estructurales, regiones D, discontinuidades, nudos, y las posibles aplicaciones del modelo de bielas deben seguir ciertos pasos básicos para el análisis. Estos pasos básicos se enuncian a continuación:

1. Definir claramente los elementos a diseñar; si se trata de regiones D, nudos, ménsulas, etc.; se debe aislar cada región. Los modelos de bielas y tirantes bidimensionales se utilizan para representar estructuras planas tales como vigas de gran altura, ménsulas y uniones. Los modelos de bielas y tirantes tridimensionales se usan para estructuras tales como cabezales para dos o más pilotes.

2. Obtener las fuerzas actuantes tanto sobre el elemento, como sobre la región.

3. Seleccionar un modelo de bielas que transmitan las fuerzas actuantes. Los ejes de las bielas y tirantes deben ser seleccionados en los campos de compresión y tracción que ocurren en el elemento. Hay que tener en cuenta que las zonas nodales son zonas en donde los esfuerzos son iguales en cada una de las caras. Por lo tanto es necesario que las dimensiones seleccionadas de las bielas cumplan con esta igualdad de esfuerzos en todas las caras de la zona. En la selección del modelo, el ángulo entre ejes de bielas y tirantes no debe ser menor a 25° ni mayor a 65°. Después de tener en cuenta to-

dos estos parámetros se debe calcular las fuerzas que actúan sobre cada una de las bielas y tirantes que hacen parte del modelo.

4. Los anchos efectivos de las bielas y las zonas nodales se determinan considerando las fuerzas que actúan sobre cada uno de los elementos del modelo. Se deben calcular los esfuerzos efectivos del concreto y el acero, para así poder comparar las fuerzas actuantes con las resistentes. Se debe revisar el equilibrio del modelo con las cargas aplicadas y las reacciones.

5. Si es necesario se debe iterar nuevamente todos los pasos para conseguir una modelación mucho más efectiva o conseguir el equilibrio del modelo.

Elementos necesarios para definir el proceso de diseño

Como una recomendación para tener en cuenta se enumeran a continuación los diferentes parámetros y elementos necesarios para la aplicación de los cinco pasos anteriormente descritos para el modelo de bielas y tirantes, teniendo en cuenta principalmente el orden en que estos aparecen en la modelación. Los principales elementos a definir y especificar son los siguientes:

1. La geometría de los modelos de bielas y tirantes.
2. Cuáles son las resistencias efectivas del concreto y factores ϕ a utilizar.
3. La forma y resistencia de las bielas.
4. La geometría y resistencia de las zonas nodales.
5. La geometría, resistencia y anclaje de los tirantes.
6. Los requisitos de detallado del refuerzo.

Las definiciones de estos elementos difieren considerablemente en los diferentes códigos y documentos usados para el diseño. La resistencia efectiva del concreto y los factores de reducción de la resistencia del Apéndice A del ACI 318S-05 originalmente se derivaron usando los factores de carga y resistencia del Capítulo 9 del Código ACI-318 1999.

Requisitos fundamentales que debe cumplir el modelo de bielas y tirantes

Existen varios requisitos fundamentales que debe satisfacer un modelo de bielas y tirantes:

1. El modelo de bielas y tirantes debe estar en equilibrio con las cargas aplicadas factorizadas y las cargas permanentes factorizadas. El cálculo de las reacciones y las fuerzas en las bielas y tirantes es estático. Por lo tanto produce un campo de fuerzas estáticamente admisible.

2. Las resistencias de las bielas, tirantes y zonas nodales deben ser iguales o mayores que las fuerzas en dichos miembros. Si en cualquier sección transversal la resistencia es mayor o igual que la resistencia requerida por el análisis del punto 1 se dice que la estructura tiene una distribución de resistencias segura.

3. Durante las primeras etapas del diseño de una región D puede ser suficiente considerar sólo los ejes de las bielas y

tirantes. Sin embargo, al diseñar un modelo de bielas y tirantes, generalmente es necesario considerar los anchos de las bielas, tirantes, zonas nodales y regiones de apoyo.

4. Las bielas no se deben cruzar ni superponer. Los anchos de las bielas se eligen de manera tal que soporten las fuerzas en las bielas usando la resistencia efectiva del concreto de las bielas. Si las bielas se superpusieran, las partes superpuestas de las bielas resultarían sobrecargadas.

5. Los tirantes pueden cruzar otros tirantes u otras bielas.

6. El menor ángulo entre una biela y un tirante unidos en un nodo se ha fijado en 25° . El máximo ángulo que existe entre una biela y un tirante debe ser de 65° .

Un diseño estructural estáticamente admisible y seguro satisface los requisitos de una solución límite inferior en la teoría de la plasticidad. Esto implica que la carga de falla calculada mediante el modelo de bielas y tirantes subestima la carga de falla real. Para que esto sea cierto, la estructura debe tener ductilidad suficiente para acomodar cualquier redistribución de fuerzas necesaria.

Debido a que la metodología que se presenta fue desarrollada para modelos de diferentes estructuras o condiciones de carga y cada uno de ellos tiene sus propias limitaciones o restricciones de uso, no es posible elegir solamente un procedimiento como el más apropiado para la totalidad de los casos, sino que quien diseña tiene la posibilidad de plantear el modelo con base en los requerimientos de la estructura y de su criterio personal.

APLICACIONES DEL MÉTODO DE BIELAS Y TIRANTES

Las principales aplicaciones de los modelos de bielas y tirantes son los elementos estructurales en donde se presentan discontinuidades tanto geométricas como de carga; algunos de los casos más comunes de aplicación del método de bielas y tirantes son las vigas de gran altura, las ménsulas, los nudos, las cimentaciones sobre pilotes y los muros con aberturas.

A. Viga de gran altura

En general se define como viga de gran altura las vigas que cumplen con la siguiente relación:

$$\frac{l_n}{h} \leq 4 \quad (8)$$

En donde l_n es la luz libre de la viga, y h es la altura total del elemento. Por ejemplo para una viga con una altura de 2.50 m y una luz libre de 8.10 m, está relación es igual a 3.24, por lo que se puede decir que tiene un comportamiento como viga de gran altura. Las vigas de gran altura transmiten una porción de la carga a los apoyos mediante bielas de compresión las cuales unen las líneas de acción de las cargas y las reacciones.

Los vigas de gran altura reciben las cargas de una o más columnas y transfieren lateralmente la carga a otras columnas, las cuales soportan la viga. Este comportamiento también se puede llegar a presentar en muros y cimentaciones sobre pilotes.

En un análisis de vigas de gran altura las primeras fisuras se presentan a un tercio o un medio de la carga última. Después de desarrolladas las primeras fisuras ocurre una redistribución de los esfuerzos a lo largo de la viga. El resultado del análisis de esfuerzos que causan la fisuración en una viga de gran altura se muestra perpendicular a los esfuerzos de tracción principales, y en su mayoría estos son esfuerzos de compresión.

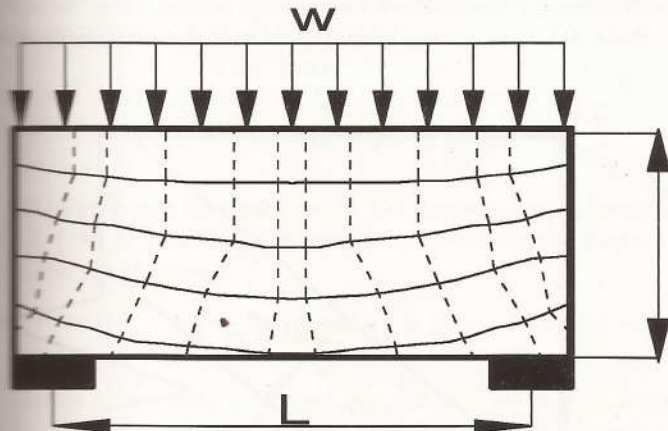


Figura 7. Esfuerzos en viga de gran altura con carga distribuida.

Como se observa en la figura 7 se pueden identificar los esfuerzos principales de compresión en línea punteada y los esfuerzos de tracción en línea continua; debido a este comportamiento se pueden determinar elementos que representen estos campos de esfuerzos principales. Los esfuerzos de compresión se representan por bielas y los de tracción por tirantes, los cuales se representan en un modelo que se muestra en detalle en la figura 8.

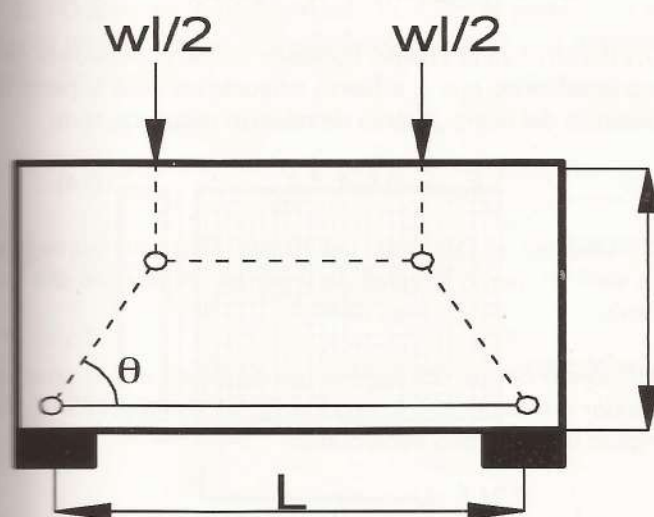


Figura 8. Modelo de bielas y tirantes para viga de gran altura

Ejemplo viga de gran altura

Se presenta a continuación el diseño de la armadura necesaria para una viga simplemente apoyada como se muestra en la Fig. 9, con una luz de 8.55 m, una altura de 2.50 m y un ancho de 0.60 m; diseñada en concreto de $f'_c = 28.1 \text{ MPa}$ y acero de $f_y = 420 \text{ MPa}$, y con una carga distribuida mayorada.

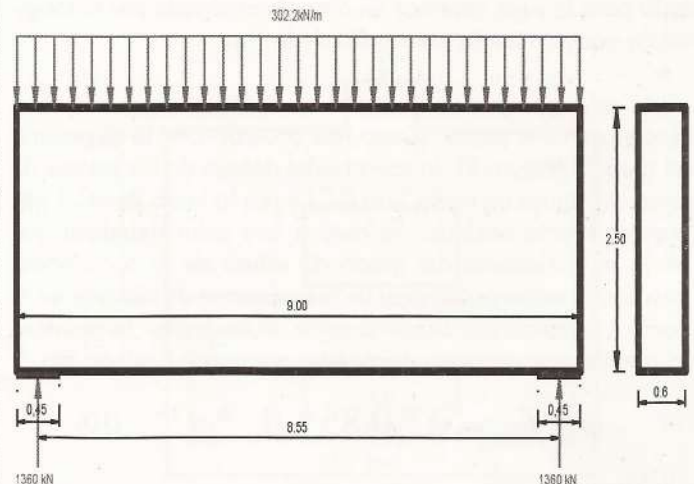


Figura 9. Ejemplo viga de gran altura

1.) Comportamiento como viga de gran altura. El primer paso es comprobar que esta viga tiene un comportamiento como de gran altura; este análisis ya fue desarrollado anteriormente para la viga del ejemplo en consideración.

2.) Modelo de bielas y tirantes. Determinar un modelo de bielas y tirantes válido para las condiciones de carga presentadas, un modelo válido se presenta en la figura 10.

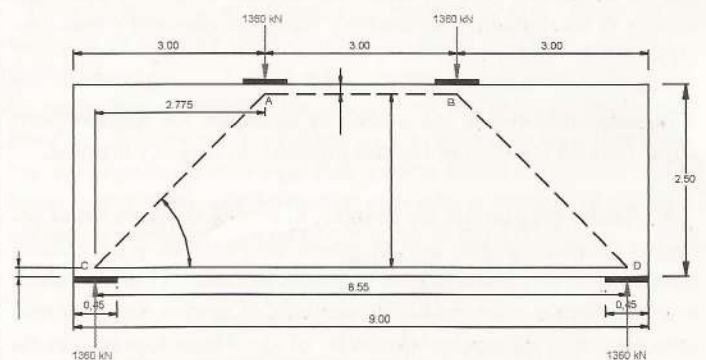


Figura 10. Modelo de bielas y tirantes viga de gran altura

Para encontrar la ubicación de los elementos dentro del modelo de bielas y tirantes, se debe realizar un análisis de los esfuerzos de compresión y tracción dentro del elemento estructural, en este caso la viga de gran altura.

3.) Resistencia apoyos. Se debe revisar la resistencia en los puntos de carga y de apoyo de la viga de gran altura (son representados en la figura 9 con el color azul), para revisar estos puntos es necesario identificar primero el tipo de nudo, por ejemplo el nudo C es un nudo tipo CCT, lo cual determina

el valor de cada uno de los coeficientes de la expresión. Para conocer el esfuerzo actuante en los puntos de apoyo, utilizamos la siguiente expresión:

$$\sigma_{apoyo} = \frac{V_u}{A_c} \quad (9)$$

En donde A_c es el área de las losas de apoyo y V_u es el valor de la reacción en cada apoyo. De acuerdo con la geometría dada para la viga, tenemos un área determinada por la longitud de apoyo mínima y el ancho de la viga.

Este esfuerzo no debe superar la resistencia que ofrece el concreto en ese punto. Luego, de acuerdo con la geometría del modelo (Figura 9), la zona nodal debajo de los puntos de carga constituye un nodo Tipo CCT y por lo tanto $\beta_n = 0.8$ por tener un tirante anclado. Se asigna este valor debido a que refleja el incremento del grado de rotura de la zona nodal debido a la incompatibilidad de los esfuerzos de tracción en el tirante y los esfuerzos de compresión en las bielas. La resistencia efectiva a la compresión de este nodo está limitada por:

$$\phi * f_{cu} = \phi * 0.85 * \beta_n * f'_c \quad (10)$$

En donde:

$\phi = 0.75$ para modelos de bielas y tirantes (Sección 9.3.2.6 ACI 318S-05)

β_n = factor que toma en cuenta los efectos de la fisuración y la armadura de confinamiento sobre la resistencia efectiva a la compresión de una biela β_s o una zona nodal β_n . (Sección A.5.2 ACI 318S-05)

f'_c = Resistencia a la compresión del concreto

4.) Equilibrio de fuerzas. Se debe revisar el equilibrio de fuerzas en cada uno de los nudos del modelo de bielas y tirantes (como si se realizará un análisis para un elemento tipo cercha).

Equilibrando todos los nudos se obtienen las fuerzas para cada uno de los elementos del modelo de bielas y tirantes.

5.) Ancho efectivo de los tirantes. El tirante consiste en el refuerzo proporcionado por el acero de refuerzo y un círculo concéntrico de concreto que resiste la tracción. El ancho efectivo del tirante consiste en determinar el ancho del concreto concéntrico. Este ancho depende, al igual que la mayoría de los elementos del modelo de bielas y tirantes, de la resistencia efectiva del concreto la cual es igual a:

$$f_{cu} = 0.85 * \beta_n * f'_c \quad (11)$$

β_n depende principalmente del tipo de nudo; si solo se anclan bielas el valor de este coeficiente es 1.0; si se ancla un tirante es 0.80; si se anclan dos o más tirantes es 0.60. Teniendo en cuenta la resistencia efectiva del concreto se determina el valor del ancho efectivo mediante la siguiente relación:

$$w_t = \frac{F_u}{\phi * f_{cu} * b_w} \quad (12)$$

6.) Verificación de Resistencias del Modelo de Bielas y Tirantes. En la Fig. 9 se puede observar el modelo de bielas y tirantes con su respectiva geometría para la viga de gran altura. Al igual que en los puntos de carga y de apoyo, debemos verificar que la resistencia del concreto sea mayor que el esfuerzo que actúa en el punto en consideración para que el modelo cumpla.

De acuerdo con esto hacemos el análisis de cada zona nodal, biela y tirante para verificar su resistencia.

Nodo C. Este nodo está compuesto por una carga puntual, las bielas AC y el tirante AD

Biela AC. Calculamos el ancho de la biela de acuerdo con la Fig. 11.

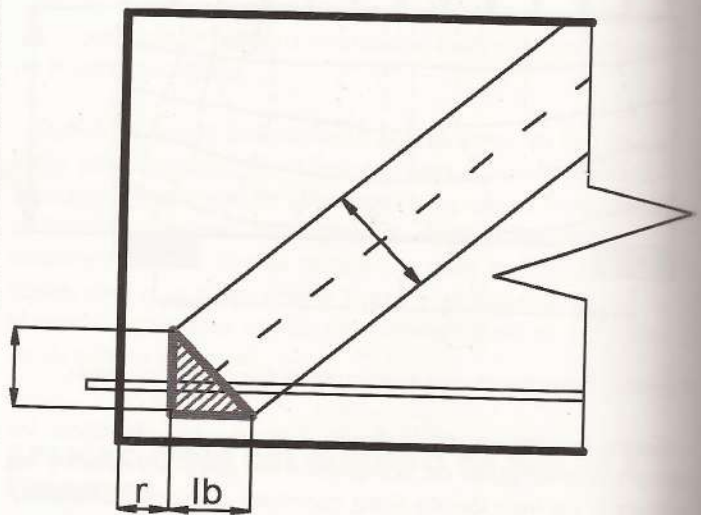


Figura 11. Nudo C

Por lo tanto el ancho de la biela AC es:

$$w_s = l_b * \sen\theta + w_t * \cos\theta \quad (13)$$

7.) Refuerzo en el Tirante. Podemos hallar la armadura necesaria sabiendo que el esfuerzo actuante no debe superar la resistencia del acero. El área de refuerzo requerida será:

$$F_{BC} = \phi * A_s * f_y \quad (14)$$

8.) Longitud de Desarrollo del Tirante. Para este tirante hay que verificar que la longitud de desarrollo disponible sea suficiente.

Utilizando barras corrugadas que terminan en un gancho estándar y de acuerdo a la sección 12.5.2 de ACI318S-05, la longitud de desarrollo necesaria es:

$$l_d = \frac{0.24 f_y d_b}{\sqrt{f'_c}} \quad (15)$$

9.) Refuerzo de corte horizontal. Si la altura efectiva d es mayor a 1.0 m el refuerzo de corte horizontal se distribuye a lo largo de una distancia $d/2$ y el espaciamiento no debe ser mayor a $d/6$, 0.30m o (ACI 318S-05 Sección 10.6.7):

$$s = \frac{1000 * A_b}{d - 762} \quad (16)$$

En donde A_b es el área de una de las barras que servirán como refuerzo al corte horizontal en mm^2 y d es la altura efectiva en mm.

La separación máxima de las barras de corte horizontal debe ser $d/5$, 0.3m o la obtenida mediante la siguiente relación (ACI 318S-05 Sección 11.8.5):

$$s_{\max} = \frac{A_{vh}}{0.0015 * b_w} \quad (17)$$

10.) Refuerzo a cortante vertical. De acuerdo con la Sección 11.8.4 del ACI 318S-05, la armadura de corte vertical provista debe ser al menos:

$$A_v \geq 0.0025 * s * b_w \quad (18)$$

Donde s no puede ser mayor que $d/5$ ni 0.30 m, y equivale a la separación máxima que debe tener el refuerzo proporcionado para el control de cortante y torsión.

Para calcular la resistencia de la biela AC se utilizó $\beta_s = 0.75$, la armadura mínima provista también debe satisfacer

$$\sum \frac{A_{s_i}}{b_w * s} * \sin \gamma_i \geq 0.0030 \quad (19)$$

donde γ_i es el ángulo formado por el eje de la armadura mínima y el eje de la biela.

11.) Detalle del Refuerzo. A continuación se presenta el refuerzo para la viga de gran altura obtenido a través del desarrollo del modelo:

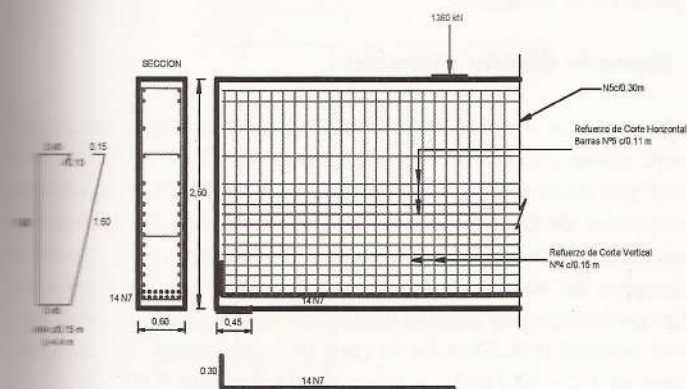


Figura 12. Refuerzo viga de gran altura

Ejemplo viga de gran altura con abertura

Este ejemplo muestra una región D la cual presenta una discontinuidad tanto en las fuerzas como en su geometría. La carga que soporta la estructura contiene los efectos producidos por el peso propio de la estructura y la carga viva que soporta. A continuación se presenta la geometría de la viga de gran altura con su abertura (medidas en metros):

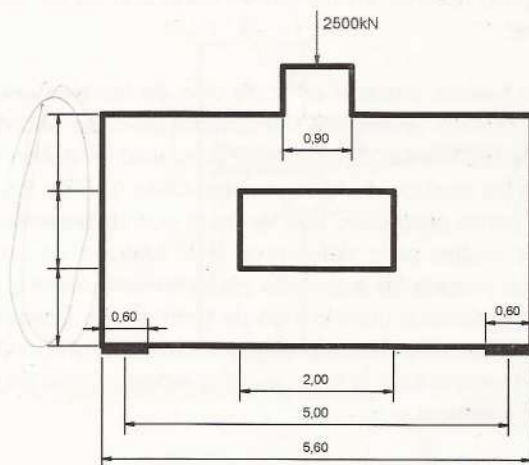


Figura 13. Geometría viga de gran altura con abertura

Los materiales que se van a usar en el diseño son:

- Concreto $f'_c = 28.1 \text{ MPa}$
- Acero $f_y = 420 \text{ MPa}$

El ancho de la viga es de 0.60m. El factor de reducción (ϕ) de acuerdo al ACI 318S-05 capítulo 9.3.2.6 es igual a 0.75 para la aplicación del método de bielas y tirantes. La viga se apoya en dos columnas de 0.60 x 0.60m.

Para desarrollar el ejemplo es necesario que como en el ejemplo de viga de gran altura, se realice una comprobación del comportamiento de la viga como de gran altura; también es necesario identificar las cargas en los puntos de apoyo, para así determinar la resistencia en cada uno de estos puntos. En el caso de esta viga todos estos pasos anteriores resultaron adecuados, por lo que se procede a obtener el modelo de bielas y tirantes que se observa en la Fig. 14

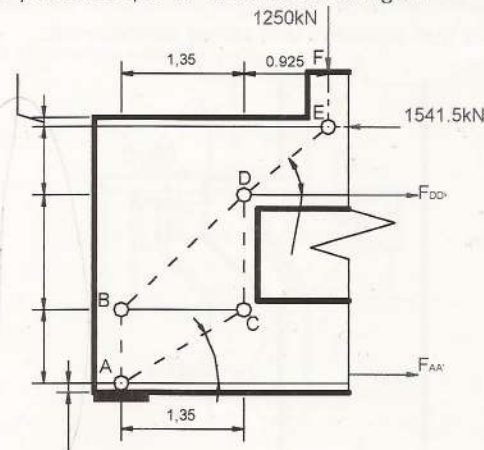


Figura 14. Modelo de bielas y tirantes para Viga de gran altura con abertura.

Como se observa en la Fig.14 el modelo de bielas y tirantes que se muestra es de una sola parte de la viga, pero debido a la simetría del modelo, sólo es necesario analizar la mitad de la viga.

Después de obtener un modelo de bielas y tirantes válido para el comportamiento de la viga ante las cargas actuantes, se procede a realizar un análisis de equilibrio de los nudos del modelo, para obtener las fuerzas en cada una de las bielas y los tirantes.

Con las fuerzas internas en cada uno de los elementos es necesario realizar un análisis del tamaño de cada una de las bielas y de los tirantes del modelo; para esto se deben tener en cuenta los coeficientes β tanto para cada uno de los tipos de nudos como para cada tipo de biela que se presente. Este análisis se realiza para determinar si el tamaño de las bielas y de los tirantes se acomoda perfectamente dentro de la geometría propuesta para la viga de gran altura. Después de encontrar el tamaño de cada elemento se debe proporcionar el refuerzo necesario a la viga, tanto principal, como de corte horizontal y vertical.

Detalle del Refuerzo. A continuación se presenta el refuerzo para la viga de gran altura con abertura obtenido a través del desarrollo del modelo:

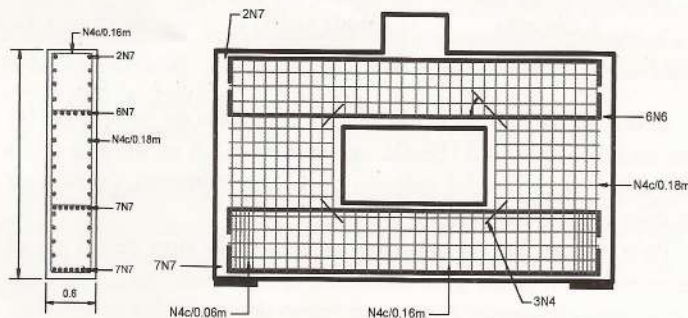


Figura 15. Refuerzo viga de gran altura con abertura

B. Ménsulas

Las ménsulas son elementos que sobresalen de una columna o muro y que soportan una carga concentrada.

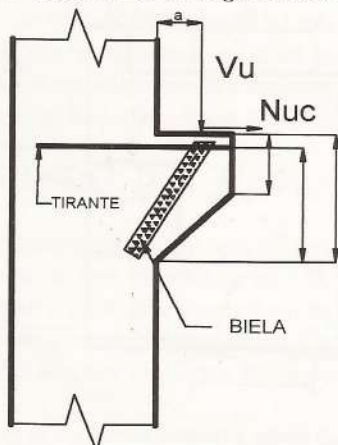


Figura 16. Ménsula

Las ménsulas generalmente son fundidas monolíticamente con la columna o muro, del cual sobresalen. Para ser considerado un elemento como una ménsula la relación a/d debe ser menor o igual a uno. La distancia d debe medirse desde la cara del apoyo. El valor h' debe ser mayor a $0.5h$.

Este límite para la relación a/d se debe principalmente a que experimentalmente el método de diseño fue aplicado para esta condición. Es importante que el valor de la fuerza Nuc sea menor a Vu , para que el procedimiento de diseño sea válido; en la práctica es muy difícil cuantificar el valor de la fuerza Nuc, y por esto se recomienda que este valor sea máximo el 20% de la fuerza de corte Vu .

El modelo de bielas y tirantes sirve para analizar el comportamiento de ménsulas con una relación a/d menor a dos. Sin embargo para optimizar los diseños el límite de 1.0 será válido tanto para el modelo de bielas como para el diseño a flexión.

Los modos de falla más comunes en las ménsulas son los siguientes:

- Falla debido a la tracción, ocurre cuando el refuerzo a flexión provoca que el refuerzo se aplaste en el extremo inclinado de la ménsula.
- Anclaje de los tirantes, debido al poco espacio que existe en las ménsulas para desarrollar el anclaje por adherencia.
- Ruptura de la biela de compresión diagonal, después que se forman grietas de flexión. La falla se debe finalmente a la compresión por cortante.
- Una serie de grietas cortas diagonales muy inclinadas puede llevar a una falla de cortante deslizante, conforme se interconectan las mismas, cuando la ménsula se separa de la cara de la columna.
- Las losas de apoyo son demasiado pequeñas y muy flexibles, o cuando la ménsula es muy angosta, el concreto se puede aplastar por la parte de abajo, lo que conduce a una falla de apoyo.
- Cuando la fuerza horizontal Nu debido a los efectos dinámicos ó a la contracción de fraguado es superior a la carga considerada en el diseño.
- Debido a la forma de gancho del refuerzo, el cual genera fisuras en el concreto.

Ejemplo diseño ménsula

Se requiere diseñar una ménsula la cual se encuentra apoyada sobre una columna cuadrada de 0.40 m. La carga vertical que debe soportar la ménsula es de 400KN, y una carga horizontal de 80 KN la cual se determina debido a fenómenos como el creep, la contracción de fraguado y los cambios abruptos de temperatura (estas cargas son las resultantes de las combinaciones para el diseño del elemento). La carga vertical actuará a 0.20 m de la cara de la columna. Se usa concreto de $f'c=28.1\text{MPa}$, y acero de refuerzo de 420MPa .

1.) Geometría del modelo. El primer paso es definir la geometría de la ménsula, para esto se procede a determinar la altura efectiva de la ménsula.

$$d_{\text{mm}} = \frac{V_u}{0.2 * \phi * b_w * f'c} = \frac{400}{0.2 * 0.75 * 0.40 * 28100} = 0.2 \quad (20)$$

Se proporciona un recubrimiento de 0.06 m al refuerzo de la ménsula; por lo tanto se adopta una altura total de 0.35 m como la altura h' no debe ser menor al 50% de la altura total, se selecciona 0.15 m. En la Figura 17 se muestran las dimensiones seleccionadas de la ménsula:

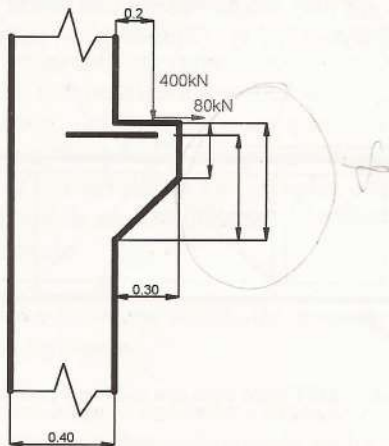


Figura 17. Dimensiones de la ménsula

2.) Relación longitud de corte y altura efectiva. Se debe determinar la relación de longitud de corte (dimensión a), la cual es de 0.20 m (esta dimensión fue determinada inicialmente) y la altura efectiva d , la cual es de 0.28 m. La relación a/d debe ser menor a dos, para que el método de bielas y tirantes pueda ser aplicado. La relación es igual a:

$$\frac{a}{d} = \frac{0.20}{0.28} = 0.71$$

El valor de a/d es menor a dos, por lo tanto las dimensiones seleccionadas son completamente válidas para el desarrollo del modelo de bielas y tirantes.

3.) Modelo de bielas y tirantes. Mediante un análisis de los esfuerzos y las deformaciones de la ménsula se encuentra un modelo válido de bielas y tirantes, que represente las trayectorias de los esfuerzos principales de compresión y tracción.

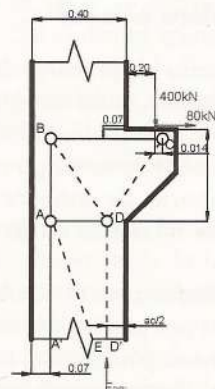


Figura 18. Modelo de bielas y tirantes para ménsula

4.) Equilibrio de los nudos. Se procede a equilibrar los nudos del sistema, y con este valor se determina el valor de los anchos de cada uno de los elementos, para determinar si se ubican o no en la geometría del modelo, finalmente se procede a seleccionar el refuerzo necesario tanto principal como al corte de la ménsula.

5.) Detalle del Refuerzo. A continuación se presenta el refuerzo para la ménsula obtenido a través del desarrollo del modelo.

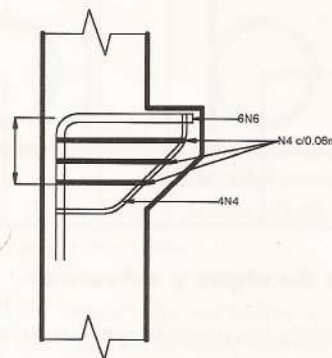


Figura 19. Detalle del refuerzo de la ménsula

Ejemplo ménsula doble

Para una ménsula doble el procedimiento es similar al de una ménsula sencilla. Se debe encontrar principalmente la geometría de la ménsula, posteriormente un modelo MBT válido para las condiciones de carga y finalmente suministrar el refuerzo necesario a la ménsula.

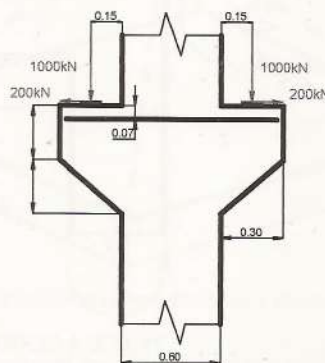


Figura 20. Geometría ménsula doble

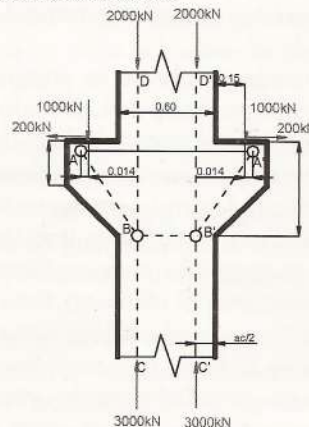


Figura 21. Modelo MBT ménsula doble

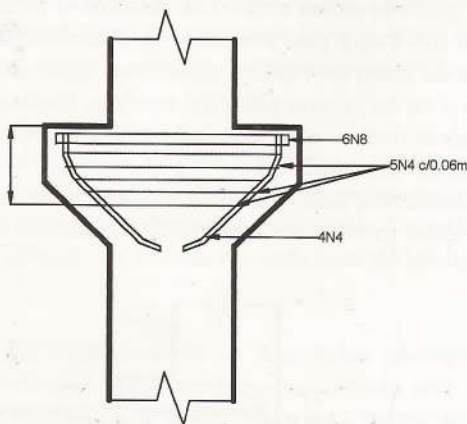


Figura 22. Refuerzo ménsula doble

C. Uniones de vigas y columnas

Con frecuencia las uniones son los eslabones más débiles del sistema estructural sin embargo en un diseño estas no son consideradas de manera independiente al sistema de vigas y columnas.

Uniones en esquinas. Cuando se considera la unión o nudo en la intersección de una viga y una columna en la esquina de un pórtico rígido, es necesario distinguir entre nudos que tienden a abrirse por los momentos aplicados y nudos que tienden a cerrarse.

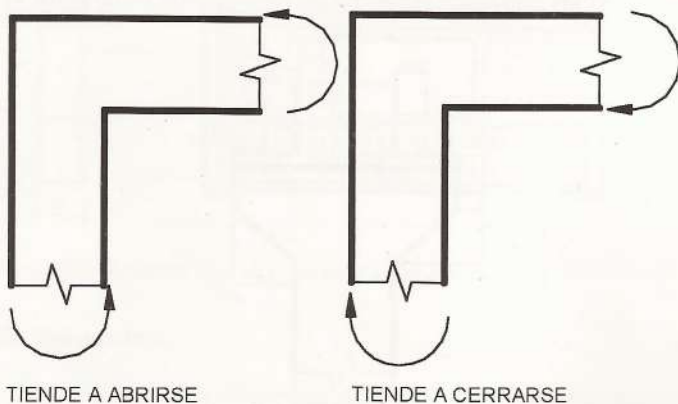


Figura 23. Tipos de nudos en un sistema estructural

Los nudos que tienden a abrirse se presentan en esquinas de pórticos y en muros en forma de L. El nudo tiene una distribución de esfuerzos, la cual genera la falla del elemento. Los esfuerzos de tensión ocurren en la parte inferior del nudo y en la parte media, lo cual desarrolla fisuras en la cara del nudo de forma perpendicular a la carga de tracción que genera la falla. La fuerza T es necesaria para equilibrar el nudo. Si el refuerzo que se suministra al elemento tiene una resistencia menor a la que actúa, el nudo fallará inmediatamente después que se presente la fisura diagonal. Por considerarlo de especial interés como parte del tema de uniones, a continuación se presenta un ejemplo para una unión especial de viga en extremos también especiales.

Ejemplo viga con extremos especiales

Diseñar la armadura necesaria para una viga con extremos entallados como se muestra en la Fig 23, con una altura de 0.80 m y un ancho de 0.30 m; construida en concreto de $f'c = 28.1 \text{ MPa}$ y acero para $f_y = 420 \text{ MPa}$ y una carga concentrada de 720 kN (mayorada), como se muestra en la Fig 23. Se seleccionó este modelo como una unión entre la viga con extremos entallados y la columna de un puente.

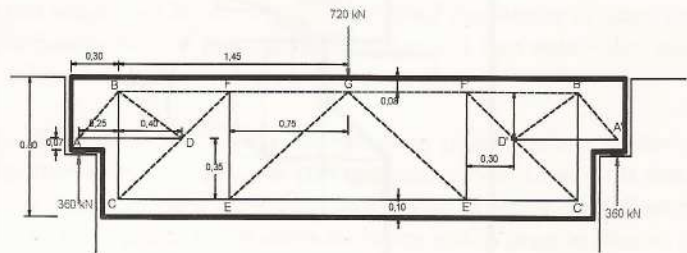


Fig. 24 Modelo MBT para viga con extremos entallados

Para el análisis de este tipo de vigas se procede de manera similar al de una viga de gran altura, proponiendo inicialmente el modelo (se presenta en la Fig.23), equilibrándolo, encontrando las dimensiones de las bielas y tirantes y suministrando finalmente el refuerzo necesario.

Detalle del Refuerzo. A continuación se presenta el refuerzo para la viga con extremos especiales obtenido a través del desarrollo del modelo

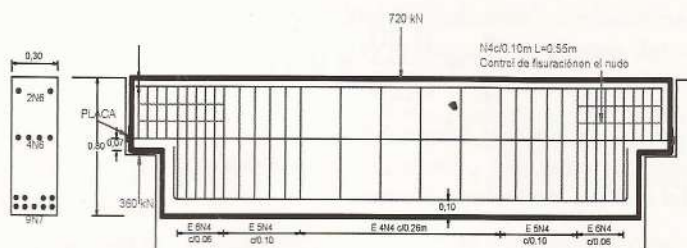


Fig. 25 Refuerzo viga con extremos entallados

D. Cimentaciones sobre pilotes

Los pilotes se usan cuando las primeras capas del suelo no soportan las cargas que la estructura transmite o el estrato de fundación se encuentra a una profundidad considerable. A través de los pilotes se transmite la carga a los estratos más profundos que si son capaces de soportar las solicitaciones requeridas o se disipa por fricción a través de los suelos por los cuales pasa.

Los pilotes son considerados para el diseño como columnas y estos a su vez son unidos por una zapata aislada de cimentación, una viga, o un cimiento combinado, los cuales son considerados para el diseño. Generalmente se emplean zapatas aisladas para unir grupos de pilotes; los grupos de pilotes más usuales contienen de dos a seis por grupo.

El número de pilotes necesario depende de la carga que proviene de la columna y de la carga de trabajo de cada uno de los pilotes, la cual es proporcionada por el estudio geotécnico; además las dimensiones de la zapata dependen del diámetro de los pilotes y de las recomendaciones del estudio de suelos y estructural.

La acción estructural de una zapata de cimentación sobre un grupo de pilotes se asume como un caso especial de viga de gran altura y en general es representado por un modelo de bielas y tirantes tridimensional con bielas de compresión transmitiendo la carga desde la columna a la cabeza de los pilotes y tirantes equilibrando las componentes de las bielas de compresión. Los tirantes deben ser anclados a lo largo de la zapata y la longitud de anclaje debe ser suministrada por la geometría seleccionada.

Los modos de falla para una zapata de cimentación sobre pilotes incluyen los siguientes:

- Falla de la unión entre la columna y la zapata.
- Explosión del concreto de recubrimiento en los puntos de transferencia entre la zapata y los pilotes.
- Falla debido a que el refuerzo provisto para el tirante es menor al necesario.
- Problemas con el anclaje del refuerzo.
- Falla por cortante en dos direcciones
- El comportamiento de las bielas de compresión que produce la falla del elemento estructural

Ejemplo cimentación sobre pilotes

Diseñar la cimentación sobre pilotes para una columna cuadrada de 0.40m de lado que carga 2140kN (Mayorada); y si de acuerdo con el informe de suelos la carga de trabajo de los pilotes será de 600kN por pilote de diámetro 0.60m; además la separación máxima entre pilotes será de 0.90m (1.5 veces el diámetro del pilote). Se utilizará concreto de $f'c=21.1\text{MPa}$, y acero de refuerzo de $f_y = 420\text{MPa}$.

1.) Selección del número de pilotes. El primer paso es determinar el número de pilotes necesarios y la carga que cada uno de ellos soporta. En el análisis de cargas se tiene en cuenta el peso propio del cimiento como un porcentaje del peso que soporta la columna.

Debido a la carga máxima de trabajo del pilote (obtenida del estudio geotécnico) son necesarios cuatro para resistir las cargas actuantes provenientes de la columna.

2.) Dimensiones de la zapata. El dimensionamiento en planta de la zapata no depende de la forma y el tamaño de las columnas, estas dimensiones son seleccionadas teniendo en cuenta principalmente el diámetro (0.60m) y la separación máxima entre los pilotes (0.90m). Debido a estas consideraciones se establecen las siguientes dimensiones (en m):

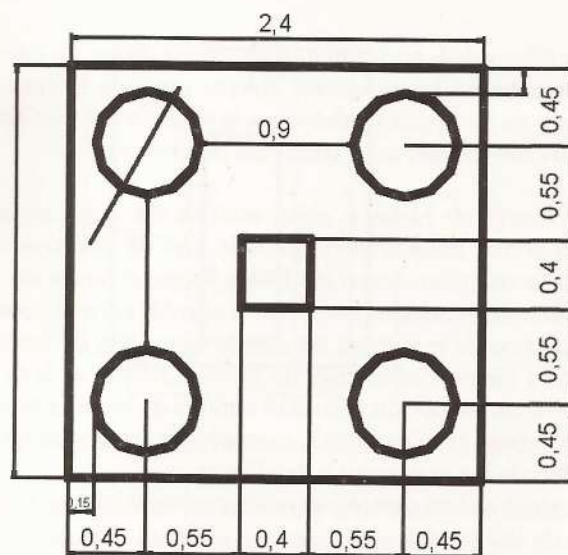


Fig. 26 Dimensiones dado de cimentación

3.) Modelo de bielas y tirantes. Es necesario tener en cuenta que para realizar el análisis por bielas y tirantes este modelo debe ser tridimensional. La ubicación de los nudos se determina en el centro de cada uno de los pilotes, y en el centro de la columna. Un modelo de bielas y tirantes válido para este caso podría ser el mostrado en la Fig. 26 (el peso del cimiento no se incluye en la fuerza que se aplica al diseño):

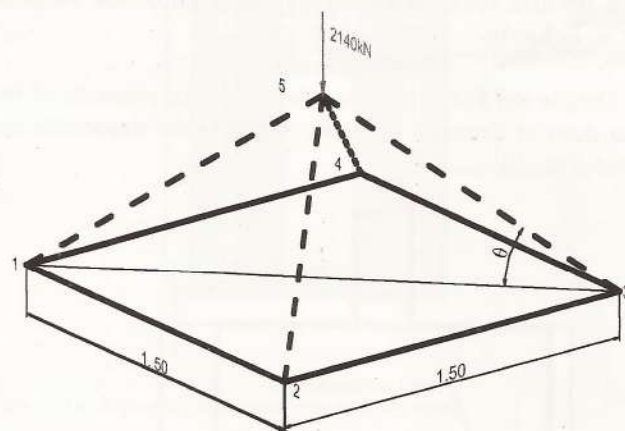


Figura 27. Modelo tridimensional de bielas y tirantes

El ángulo θ entre el eje de las bielas y el eje de la resultante de los tirantes, para un modelo de bielas y tirantes debe encontrarse entre 25° y 65° , este ángulo nos determinará los límites en los que se debe encontrar la altura efectiva de la zapata de cimentación.

En la Fig. 27 se representan los ejes de los elementos. Los elementos que se encuentran en la parte inferior son tirantes (1-2, 2-3, 3-4, 4-1), y los elementos que llegan al nudo 5 son todos bielas de compresión (5-1, 5-2, 5-3, 5-4) las cuales transmiten la carga desde la columna a la cabeza de los pilotes.

4.) Equilibrio de fuerzas del modelo. El modelo se debe analizar como una cercha en tres dimensiones, en el cual se toman como apoyos los nudos 1, 2, 3 y 4; esa cercha debe cumplir con el equilibrio de fuerzas y momentos. Después de realizar

el equilibrio de fuerzas del modelo en cada uno de los nudos, se encontraron los siguientes valores para las fuerzas en las bielas y en los tirantes y debido a la simetría del modelo estas fuerzas son iguales para cada tipo de elemento.

5.) Diseño de bielas y zonas nodales. Se debe determinar como primer paso la longitud de la losa de apoyo en donde actúa la reacción. Todas las bielas llegan a nudos en donde dos tirantes se anclan, por lo tanto el valor para el coeficiente β_n (coeficiente que toma en cuenta el anclaje de los tirantes sobre la resistencia efectiva de la zona nodal) es 0.6. El coeficiente de reducción ϕ para el análisis de bielas y tirantes es 0.75 debido principalmente al grado de incertidumbre de la calidad de los materiales y del diseño.

También deben determinarse los anchos mínimos de las bielas y de los tirantes.

6.) Diseño refuerzo. Para el diseño del refuerzo necesario para la zapata de cimentación es importante realizar análisis para el comportamiento al cortante del elemento tanto en una como en dos direcciones, además de la revisión de la presión de contacto. El refuerzo principal se determina con la fuerza resultante en los tirantes; este refuerzo se distribuye en toda la longitud del cimiento; es necesario entender que como en cada una de las caras del cimiento se tienen dos tirantes, el diseño de este refuerzo se debe realizar para dos veces el valor de la fuerza.

7.) Detalle del Refuerzo. A continuación se presenta el refuerzo para el cimiento obtenido a través del desarrollo del modelo (Fig. 28).

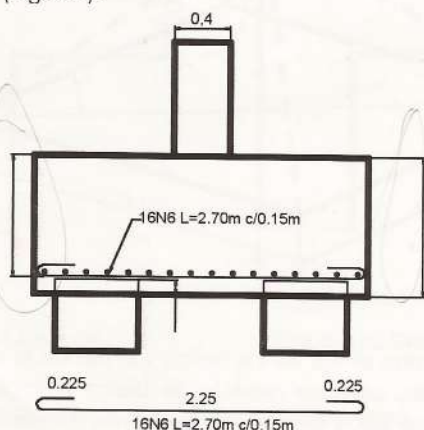


Fig.28 Refuerzo zapata de cimentación

E. Muros con aberturas

Los muros son elementos estructurales que soportan cargas tanto horizontales como verticales, y su diseño se realiza como el de una columna o elemento sometido a cargas axiales y flexión. Los muros son muy eficientes para soportar cargas laterales como lo son los sismos y el viento y llegan a controlar las deflexiones de entrepiso producida por cargas laterales. Los muros al igual que las ménsulas presentan un comportamiento discontinuo en la distribución de los esfuerzos y se

asemejan bastante a una viga de gran de gran altura, sin embargo la distribución del refuerzo es diferente.

Al presentar discontinuidad en carga o en geometría el muro se convierte en una región D en la cual se puede aplicar el método de bielas y tirantes para el diseño; sin embargo, la ubicación de los tirantes en un muro es muy aleatoria y no existe un parámetro de ubicación exacto, por lo que la principal aplicación del método de bielas y tirantes en muros se proporciona a los muros con aberturas, ya que las aberturas nos determinan la ubicación de los diferentes tirantes que el muro necesita, para suministrar posteriormente el refuerzo en las zonas en donde se requiere, generalmente bordeando cada una de las aberturas. Estas aberturas pueden ser ventanas, puertas y ductos de servicio que requiere el edificio.

Ejemplo muro con dos aberturas

Un muro de espesor $b_w = 0.45$ m con una altura de 14.5 m y un ancho de 8.0m, contiene dos aberturas; una de 3.10×2.20 m y la otra de 3.20×2.20 m como se ilustra en la Fig.28. La resistencia de diseño del concreto es de $f'_c = 28.1$ MPa, y la resistencia a la fluencia de diseño del acero es de $f_y = 420$ MPa. El muro se diseñará para la hipótesis de dos cargas verticales de 1200kN o factorizadas de 2040kN.

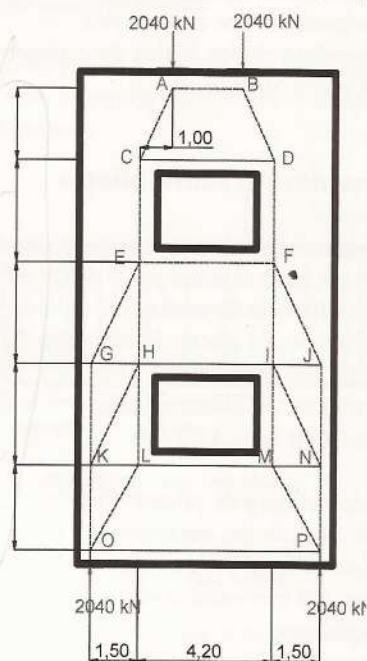
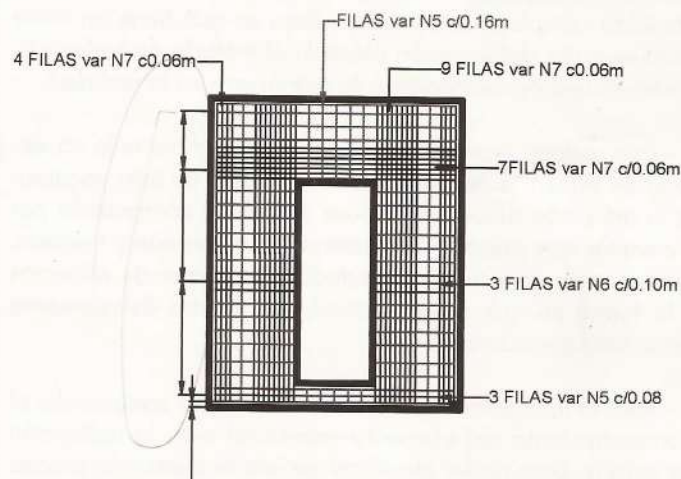
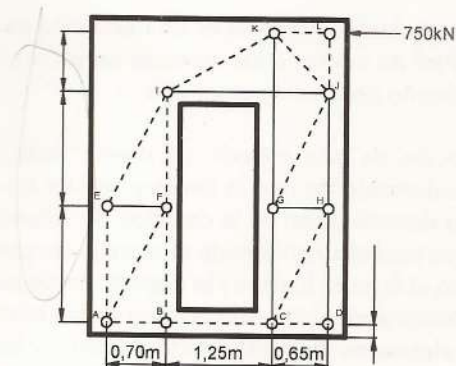
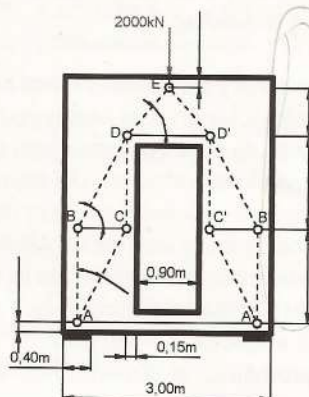


Figura.29 Modelo de bielas y tirantes para muro con dos aberturas

Al igual que para los ejemplos anteriores se debe determinar las fuerzas internas del modelo de bielas y tirantes, y con base en este análisis se obtienen los anchos de cada uno de los elementos y posteriormente el refuerzo necesario en cada uno de los tirantes. Es necesario determinar el refuerzo mínimo tanto horizontal como vertical de cada sección del muro con dos aberturas.



- El método de bielas y tirantes es un desarrollo puramente racional, el cual no contiene las limitaciones producidas por métodos de diseño puramente empíricos.

- La aplicación de este método de diseño tiene ventajas como la consideración de que la bielas y tirantes no abarcan únicamente la determinación de la cantidad de refuerzo necesario, sino que también comprende el manejo de otros detalles tales como el flujo de fuerzas y la disposición de las cargas actuantes y reacciones, el tipo y la calidad de los materiales a emplear, los elementos de transferencia de carga y las demás especificaciones concernientes al tema.

- El método de bielas y tirantes representa los estados límite de resistencia para la estructura considerada y comparado con métodos clásicos de diseño muestra de una manera gráfica el comportamiento y la trayectoria de los esfuerzos principales para algunas estructuras o secciones de éstas que presenten discontinuidades tanto en geometría como en carga.

- Al tratarse de un método basado en la teoría plástica de los elementos, y debido a que el concreto no tiene un comportamiento completo de esta naturaleza ya que tiene un límite para soportar deformación plástica, el método de bielas y tirantes es una aproximación a lo que ocurre en la realidad.

- Este método representa de una manera eficiente la trayectoria de esfuerzos de una estructura o parte de ésta, mediante la adopción de una armadura articulada conformada por elementos que trabajan únicamente a compresión y tracción, que se asemeja y refleja los estados principales de esfuerzos y la forma en que éstos se distribuyen dentro del elemento estructural considerado.

- Para la aplicación del método es necesario comprender el comportamiento del elemento estructural ante la aplicación de cargas, para poder identificar de una manera más precisa las trayectorias de esfuerzos y con esto ubicar los ejes de las bielas y los tirantes.

- Para obtener resultados confiables en el diseño por el método de bielas y tirantes se deben cumplir los límites de los ángulos entre los ejes de las bielas y los tirantes. El ACI 318S-05 recomienda que estos ángulos estén entre 25° y 65°. Estos límites se deben a que el ángulo entre los ejes de las bielas y tirantes que actúan en un nudo debe ser lo suficientemente grande para mitigar la fisuración y evitar las incompatibilidades debidas al acortamiento de las bielas y alargamiento de los tirantes.

- Para cumplir con la estabilidad del modelo los nudos deben cumplir con dos comportamientos fundamentales; el primero es el hidrostático, en el cual todas sus caras están sometidas al mismo esfuerzo, y el segundo es el equilibrio de fuerzas en los nudos.

- En los modelos de bielas y tirantes las cargas externas deben ser ubicadas en los nudos del modelo y la dirección de las fuerzas internas es uniaxial en el sentido del elemento.

- Entre los pasos más importantes en el proceso de diseño de un modelo de bielas y tirantes está la primera etapa al definir la región o regiones D características de la estructura y las fuerzas de borde que actúan sobre las mismas. A partir de esto, debe visualizarse un reticulado que conduzca estas fuerzas de borde en la región D y a continuación resolver mediante equilibrio las fuerzas en los elementos del reticulado seleccionado. El siguiente paso consiste en dimensionar los elementos del modelo tales como bielas y nodos, para verificar su resistencia y como último, proveer la armadura necesaria y distribuirla de tal forma que logre la ductilidad del elemento estructural y éste trabaje adecuadamente ante las cargas aplicadas.

- El detallado del refuerzo en los elementos diseñados por el método de bielas y tirantes es una parte fundamental, ya que de este depende el funcionamiento estructural del elemento cuando sea sometido a diferentes solicitaciones de carga.

- Según los requerimientos del Apéndice A del ACI 318S-05, el diseño por bielas y tirantes presenta menores restricciones en las dimensiones de los elementos estructurales a diseñar que los métodos clásicos, permitiendo un mayor rango de aplicación.

- Para un mismo elemento estructural se pueden considerar gran cantidad de modelos de bielas y tirantes haciendo que la aplicación de este método sea un arte para cada diseñador utilizando un proceso iterativo de optimización del modelo analizado para encontrar la mejor solución.

- El mejor modelo de bielas y tirantes no es el que presente mayor complejidad para su solución, ni el que tenga un número mayor de elementos sino el que de una mejor aproximación al comportamiento y a las deformaciones que ocurren dentro de la estructura a diseñar.

- Un parámetro importante para identificar cual modelo de bielas y tirantes da una mejor solución a un problema de un elemento estructural, es la cuantía de refuerzo, ya que una cuantía inferior garantiza el comportamiento subreforzado del elemento.

- Calcular los anchos de cada uno de los elementos de bielas y tirantes permite determinar la validez de la aplicación de un diseño desarrollado por este método, ya que si el ancho de estos elementos no se encuentran en el área de concreto proporcionado por la geometría, el dimensionamiento y diseño del elemento estructural debe ser revisado.

- Los resultados que se han obtenido mediante ensayos de laboratorio han demostrado que el comportamiento de los elementos diseñados mediante bielas y tirantes tienen un mejor desempeño que algunos de los elementos diseñados por métodos clásicos.

- De acuerdo con los múltiples elementos estructurales que pueden ser evaluados por el método de bielas y tirantes y las observaciones anteriores, se considera que esta alternativa de diseño puede ser aplicable en nuestro medio y por lo tanto se debe analizar la posibilidad de incluirse en las "Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente" (NSR).

REFERENCIAS

- [1] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural -ACI 318S-05.*
- [2] ACI SUBCOMMITTEE 445-A SHEAR AND TORSION: STRUT AND TIE MODELS. *Examples for the Design of Structural Concrete with Strut and Tie Models.* Farmington Hills. Michigan. 2002
- [3] CALAVERA RUIZ, José. *Una novedad en el EHE: El método de Bielas y Tirantes.* Cuadernos INTEMAC N34-2º semestre 1999.
- [4] COLLINS, M. P., y MITCHELL, D., *Prestressed Concrete Structures.* Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs. NJ. 1991. 766 p.
- [5] IABSE. *IABSE Colloquium Stuttgart 1991: Structural Concrete.* IABSE-report V. 62(1991 a). Zürich. 1991
- [6] JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING. Mayo 2002. Volume 128
- [7] MACGREGOR, J. G., *Reinforced Concrete: Mechanics and Design*, 3rd Edition. Prentice Hall. Englewood Cliffs. NJ. 1997, 939 p.
- [8] MUTTONI, A. SCHWARTZ, J y THÜRLIMANN. B., *Design of Concrete Structures with Stress Fields.* Birkhauser, Boston. 1997. 143 p.
- [9] NIELSEN M.P. *Limit State Analysis and Concrete Plasticity.* Prentice Hall. Englewood Cliffs. New Jersey. 1994. 420p
- [10] NILSON, Arthur. *Diseño de estructuras de Concreto*, 12ed. Bogotá. Mc Graw Hill interamericana. 1999.
- [11] PARK R y PAULAY T. *Estructuras de concreto reforzado.* México. Limusa. 1983
- [12] SCHLAICH, J. SCHÄFER, K. y JENNEWEIN, M. *Toward a Consistent Design of Structural Concrete.* PCI Journal, V.32, No 3, May-Jun, 1987
- [13] SEGURA FRANCO, Jorge I. *Estructuras de concreto I. Sed.* Bogotá. Unibiblos Universidad Nacional de Colombia. 2002
- [14] UNIVERSITY OF ILLINOIS web site http://cee.uiuc.edu/kuchma/strut_and_tie
- [15] GARZÓN VERGARA, Diego O. y GONZÁLEZ, David L. *Revisión bibliográfica del tema bielas en concreto estructural.* Universidad Nacional de Colombia. 2005