

**ANÁLISIS DE LA PRECIPITACIÓN EN LOS VALLES DE ABURRÁ Y DE SAN NICOLÁS
MEDIANTE LA ESTIMACIÓN DE CURVAS
INTENSIDAD-DURACIÓN-FRECUENCIA**

**ÁLVARO ANDRÉS NAVARRO MONTOYA
ÁNGELO ALEJANDRO ATEHORTÚA HERRERA
HERNÁN DARÍO SALAS PARRA**

**Trabajo Dirigido De Grado presentado como requisito parcial para Optar al título de
Ingeniero Civil**

**Director
I.C. Msc. Ph.D. Germán Poveda Jaramillo**

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLÍN
FACULTAD DE MINAS
2010**

AGRADECIMIENTOS

Al Doctor Germán Poveda, director de este trabajo, por apoyarnos, guiarnos y asesorarnos a lo largo de todo este proceso.

Al ingeniero Edicson Pulgarín por su colaboración con asesorías e información suministrada sobre el tema.

A la Dirección de Investigación de la Universidad Nacional de Colombia- Sede Medellín por hacer posible la realización de este proyecto.

Al área de hidrometría de Empresas Públicas de Medellín, por su valiosa colaboración y por el suministro de la información pluviográfica.

En general a todas aquellas personas que algo tuvieron que ver con la realización de este trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	10
2.1. Objetivo Principal	11
2.2. Objetivos Específicos	11
3. GENERALIDADES DE LAS CURVAS INTENSIDAD-DURACIÓN-FRECUENCIA	12
3.1. Metodologías para la construcción de las curvas Intensidad-Duración-Frecuencia	14
3.1.1. Ecuaciones Paramétricas (Vargas). EPV.	14
3.1.2. Ecuaciones paramétricas (Froehlich). EPF	14
3.1.3. Teoría General de Escalamiento Simple	16
3.1.3.2. Escalamiento simple (Modelo LogNormal). Escalamiento I.....	18
3.1.3.3. Escalamiento simple (Modelo GEV1). Escalamiento II	18
4. REGIÓN DE ESTUDIO E INFORMACIÓN UTILIZADA.....	21
4.1. Valle de Aburrá.....	21
4.2. Valle de San Nicolás	21
4.3. Información de precipitación.....	22
5. RESULTADOS Y ANÁLISIS.....	24
5.1. Valle de Aburrá.....	24
5.1.1. Ecuaciones paramétricas de Vargas (EPV)	24
5.1.2. Ecuaciones paramétricas de Froehlich (EPF).....	25
5.1.3. Escalamiento simple (Modelo Log-Normal). Escalamiento I	29
5.1.4. Escalamiento simple (Modelo GEV1). Escalamiento II	32
5.1.5 Evaluación de los resultados por los distintos métodos	34
5.2. Valle De San Nicolás.....	36
5.2.1. Ecuaciones paramétricas de Vargas (EPV)	36
5.2.2. Ecuaciones paramétricas de Froehlich (EPF).....	38
5.2.3. Escalamiento simple (Modelo LogNormal). Escalamiento I	41
5.2.4. Escalamiento simple (Modelo GEV1). Escalamiento II	45
5.2.5. Evaluación de los resultados por los distintos métodos	46
6. CARACTERÍSTICAS DE LA PRECIPITACIÓN.....	49

6.1. Valle De Aburrá.....	49
6.2. Valle de San Nicolás	53
7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	59
BIBLIOGRAFÍA	60

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Curvas IDF estimadas para la estación Astilleros. Las distintas curvas corresponden a los distintos períodos de retorno (años) según la notación del recuadro.	13
Figura 2. Valles de Aburrá y San Nicolás, y localización de las estaciones pluviográficas usadas en el estudio.	21
Figura 3. Curvas IDF obtenidas con EPV para la estación Astilleros con ecuación 5. A la izquierda curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 4. A la derecha curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 5.	25
Figura 4. Diferencias porcentuales que presentan las estimaciones de curvas IDF con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años. a) Diferencia porcentual para duraciones de 1 a 24 horas. b) Diferencia porcentual promedio para cada periodo de retorno.	25
Figura 5. a) Parámetros a_1 ajustados para la EPF (I). b) Parámetros b_1 ajustados para la EPF(I).	27
Figura 6. a) Parámetros a_2 ajustados para la EPF (II). b) Parámetros b_2 ajustados para la EPF (II).	27
Figura 7. a), b) y c) Parámetros a_3 , b_3 y c_3 ajustados para la EPF (III).	27
Figura 8. a), b) y c) Parámetros a_4 , b_4 , y c_4 ajustados para la EPF (IV).	27
Figura 9. Diferencias porcentuales entre las EPF. a) Diferencias entre ecuaciones (I) y (II). b) Diferencias entre ecuaciones (II) y (III). c) Diferencias entre ecuaciones (II) y (IV).	28
Figura 10. Curvas IDF obtenidas con EPF para la estación Astilleros con ecuación (II). a) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 6. b) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 7.	28
Figura 11. Diferencias porcentuales que presentan las estimaciones de curvas IDF con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años.	29
Figura 12. a) Primeros cuatro momentos de las lluvias máximas. Se muestran los valores muestrales y las líneas continuas los mejores ajustes. Pendiente de estas líneas. b) Función de Estructura para los datos.	30
Figura 13. a) Coeficientes de variación para las estaciones del Valle de Aburrá con registros de 8 años. b) Histograma de frecuencias para los coeficientes de variación para CV de 8 años. c) Coeficientes de variación para registros de 14 años. d) Histograma de frecuencias para CV de 14 años.	30
Figura 14. Curvas IDF obtenidas por Escalamiento Simple (Modelo Log-Normal) para la estación Astilleros con los parámetros de la Tabla 8. a) curva obtenida con parámetros para 8 años de registros. b) curva obtenida con parámetros para 14 años de registros.	31
Figura 15. Diferencias porcentuales que presentan las estimaciones de curvas IDF para la Estación Astilleros con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años.	32

Figura 16. Curvas IDF obtenidas Escalamiento II para la estación Astilleros. a) curva obtenida con parámetros de 8 años. b) curva obtenida con parámetros de 14 años.	33
Figura 17. Diferencias porcentuales que presentan las estimaciones de curvas IDF para la Estación Astilleros con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años.	34
Figura 18. Diferencia porcentual entre los métodos de Escalamiento según ecuación (30). . a) Estaciones Villa Hermosa, Miguel de Aguinaga, Cucaracho y el Convento. b) Niquía, San Antonio, San Cristobal, Girardota y Chorrillos, c) Altos de San Andrés, Manantiales, Astilleros, Ayurá y Caldas.....	34
Figura 19. Errores relativos promedio para diferentes periodos de retorno para la estación Astilleros entre las intensidades halladas por Escalamiento Simple y las intensidades halladas con la ecuación 5 de las EPV.	35
Figura 20. Diferencias porcentuales para duraciones de 1 a 24 horas y periodos de retorno, estación Astilleros. a) Intensidades halladas por Escalamiento I y la ecuación (I) de las EPF. b) Intensidades halladas por Escalamiento I y la ecuación (II) de las EPF. c) Intensidades halladas por Escalamiento I y la ecuación (III) de las EPF. d) Intensidades halladas por Escalamiento I y la ecuación (IV) de las EPF.....	36
Figura 21. Curvas IDF obtenidas con EPV para la estación El Retiro con ecuación 5. a) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 12. b) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 13.....	37
Figura 22. Diferencias porcentuales que presentan las estimaciones de curvas IDF con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años.	38
Figura 23. a) y b) Parámetros a_1 y b_1 (respectivamente) ajustados para la EPF (I).	39
Figura 24. a) y b) Parámetros a_2 y b_2 (respectivamente) ajustados para la EPF (II).	39
Figura 25. a), b) y c) Parámetros a_3 , b_3 , c_3 (respectivamente) ajustados para la EPF (III).....	39
Figura 26. a), b) y c) Parámetros a_4 , b_4 y c_4 (respectivamente) ajustados para la EPF (IV).....	40
Figura 27. Diferencia porcentuales EPF: a) Entre ecuaciones (I) y (II). b) Entre ecuaciones (II) y (III). c) Entre ecuaciones (II) y (IV).	40
Figura 28. Curvas IDF obtenidas con EPF para la estación El retiro con ecuación (II). a) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 14. b) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 15.....	41
Figura 29. Diferencia porcentual que presentan las estimaciones de curvas IDF con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años (Ecuación I).....	41
Figura 30. a) Primeros cuatro momentos de las lluvias máximas. Se muestran los valores muestrales y las líneas continuas los mejores ajustes. La pendiente de estas líneas. b) Función de Estructura para los datos.	42

Figura 31. Histograma de Frecuencias para el coeficiente de variación (CV) en las estaciones del Valle de San Nicolás. a) Usando series de 8 años. b) Usando series de 14 años.	43
Figura 32. Curvas IDF obtenidas por Escalamiento Simple (Modelo Log-Normal) para la estación El retiro. a) Curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 16. b) Curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 17.	44
Figura 33. Diferencia porcentual que presentan las estimaciones de curvas IDF para la Estación El retiro con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años.	44
Figura 34. Curvas IDF obtenidas con el método de Escalamiento II para la estación El Retiro. a) curva obtenida con parámetros de 8 años. b) curva obtenida con parámetros de 14 años.	45
Figura 35. a) Diferencia porcentual que presentan las estimaciones de curvas IDF para la estación El retiro con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años. b) Diferencia porcentual promedio.	46
Figura 36. Diferencia porcentual entre los métodos de Escalamiento. a) Estaciones La Fe y El Retiro. b) Vasconia, La Mosca y Mesopotamia. c) Las palmas y La severa.	46
Figura 37. Errores relativos para diferentes duraciones y periodos de retorno para la estación El Retiro entre las intensidades halladas por Escalamiento Simple(Modelo LogNormal) y las intensidades halladas con la ecuación 5 de las EPV.....	47
Figura 38. Diferencias porcentuales para diferentes duraciones y periodos de retorno entre las EPF y Escalamiento I, estación El Retiro. a) Intensidades por Escalamiento I y la ecuación (I) de las EPF. b) Intensidades por Escalamiento I y la ecuación (II) de las EPF. c) Intensidades por Escalamiento I y la ecuación (III) de las EPF. d) Intensidades por Escalamiento I y la ecuación (IV) de las EPF.....	48
Figura 39. Precipitación media anual Valle de Aburrá (mm).....	49
Figura 40. Número promedio de días con lluvia al año en el Valle de Aburrá.....	50
Figura 41. Intensidades máximas multianuales para 24 horas (mm).	50
Figura 42. Exponente de Escalamiento- Valle de Aburrá.	51
Figura 43. Coeficiente de Variación.	52
Figura 44. a) Exponente de Escalamiento (θ) Vs altura sobre el Nivel del mar (m). b) Altura Sobre Nivel Del Mar (m) Vs Precipitación Media Anual (mm).	52
Figura 45. a) Coeficiente de Escalamiento Vs Precipitación Media Anual (mm). b) Intensidad Máxima Multianual para 24 horas Vs Altura Sobre Nivel Del Mar (m).	53
Figura 46. a) Número de días con Lluvia al año Vs Altura sobre el nivel del mar (m). b) Valor promedio anual máximo de precipitación diaria (M) Vs Altura Sobre el Nivel Del Mar (m).....	53
Figura 47. Coeficiente de Variación Vs Altura sobre el nivel del mar (m).	53
Figura 48. Precipitación media anual Valle de San Nicolás (mm).....	54

Figura 49. Número promedio de días con lluvia al año en el Valle de San Nicolás.....	55
Figura 50. Intensidades Máximas Multianuales para 24 horas (mm)-Valle San Nicolás.	55
Figura 51. Exponente de Escalamiento-Valle De San Nicolás.	56
Figura 52. Coeficiente de Variación-Valle De San Nicolás	56
Figura 53. a) Coeficiente de Escalamiento Vs Altura sobre el Nivel Del Mar (m). b) Altura Sobre Nivel Del Mar (m) Vs Precipitación Media Anual (mm).	57
Figura 54. a) Coeficiente de Escalamiento Vs Precipitación Media Anual (mm). b) Intensidad Máxima Multianual para 24 horas Vs Altura Sobre Nivel Del Mar (m).	57
Figura 55. a) Número de días con Lluvia al año Vs Altura sobre el nivel del mar (m). b) Valor promedio anual máximo de precipitación diaria (M) Vs Altura Sobre el Nivel Del Mar (m).....	58
Figura 56. a) Coeficiente de Variación Vs Altura sobre el nivel del mar (m).	58

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Ecuaciones paramétricas propuestas por Chow (1962).....	16
Tabla 2. Localización e Información de las Estaciones Pluviográficas del Valle de Aburrá.....	23
Tabla 3. Localización e Información de las Estaciones Pluviográficas del Valle de San Nicolás. ..	23
Tabla 4. Valores de parámetros para EPV de la estación Astilleros, con 8 años de registros.	24
Tabla 5. Valores de parámetros para EPV de la estación Astilleros, con 14 años de registros.....	24
Tabla 6. Valores de parámetros para EPF de la estación Astilleros, para 8 años de registros.	26
Tabla 7. Valores de parámetros para EPF de la estación Astilleros, para 14 años de registros. ...	26
Tabla 8. Exponentes de escalamiento y coeficientes de variación para 8 y 14. Valle de Aburrá. ...	31
Tabla 9. Valores de parámetros Escalamiento II con 8 años de registros.	33
Tabla 10. Valores de parámetros Escalamiento II con 14 años de registros.....	33
Tabla 11. Parámetros b_2 y θ calculados para las diferentes estaciones del Valle de Aburrá.	35
Tabla 12. Valores de parámetros para EPV de la estación El Retiro, con 8 años de registros.	37
Tabla 13. Valores de parámetros para EPV de la estación El Retiro, con 14 años de registros. ...	37
Tabla 14. Valores de parámetros para EPF de la estación El Retiro, para 8 años de registros.	38
Tabla 15. Valores de parámetros para EPF de la estación El Retiro, para 14 años de registros. ...	38
Tabla 16. Exponente de Escalamiento y Coeficiente de Variación para 8 años.	43
Tabla 17. Exponente de Escalamiento (θ) y Coeficiente de Variación para 14 años.	44
Tabla 18. Valores de los parámetros para Escalamiento II con 8 años de registros.	45
Tabla 19. Valores de los parámetros del método de Escalamiento II con 14 años de registros.....	45
Tabla 20. Parámetros b_2 y θ calculados para las diferentes estaciones del Valle de San Nicolás.	47

1. INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se analiza la precipitación de los Valles de Aburrá y de San Nicolás por medio de la estimación de curvas de Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF). El uso de las curvas IDF es amplio en la ingeniería hidráulica, forestal, agrícola, entre otras, relevante en cuanto a que por medio de esta herramienta se pueden estimar las intensidades de tormentas asociadas con diferentes duraciones y periodos de retorno. Ello permite realizar el dimensionamiento de obras hidráulicas, minimizando los efectos adversos de las crecidas generadas por lluvias intensas, y contribuye al entendimiento de la dinámica espacio-temporal de la lluvia. Para la estimación de las curvas IDF se emplearon la mayor cantidad de series de registros actualizados de lluvia en ambas regiones.

Las metodologías tradicionales para estimar dichas curvas consideran que los parámetros asociados a la precipitación sean obtenidos por medio de expresiones empíricas, debido a que no se dispone de series de registros de precipitación suficientes en la mayoría de los casos. Entre ese tipo de métodos empíricos se encuentran los de Hersfield (1939), Froehlich (1995), Vargas (1998), Varas (2000), Díaz- Granados y Puente (2008).

Avances recientes en el estudio de la precipitación ha llevado su entendimiento como un fenómeno que se puede analizar y modelar por medio de la teoría de escalamiento (Waymire y Gupta, 1981). Dicha teoría establece características de la dinámica espacio-temporal de la precipitación y sus propiedades de invarianza ante los cambios de escala. Así es posible escalar la observación de la lluvia que ocurre a una cierta escala de espacio ó tiempo a otras escalas diferentes. Estudios previos de Gupta y Waymire, 1990; Wilches 2001, Vélez et al. 2002 han determinado propiedades de escalamiento temporal simple y múltiple de las precipitaciones, en las lluvias de distintas duraciones. La lluvia tropical también presenta propiedades de multi-escalamiento espacial (Mejía y Poveda, 2005; Morales y Poveda, 2009).

En este trabajo se implementan métodos de estimación de curvas IDF tales como ecuaciones paramétricas (Vargas), ecuaciones paramétricas (Froehlich), escalamiento simple (Modelo log-normal). Escalamiento I y Escalamiento simple (Modelo GEV1). Escalamiento II.

Finalmente se analizan las diferencias o semejanzas de los resultados obtenidos de la implementación de un conjunto de métodos para estimar las curvas IDF utilizando procedimientos clásicos y teorías de escalamiento modernas, se ofrecer una guía para su aplicación en la ingeniería.

Para ello, este trabajo está distribuido de la siguiente manera: en el capítulo 2 se presentan los objetivos generales y específicos; el capítulo 3 contiene generalidades de las curvas Intensidad-Duración-Frecuencia, el capítulo 4 contiene información de la región de estudio, en el capítulo 5 resultados y análisis, en el capítulo 6 características de la precipitación y en el capítulo 7 conclusiones y recomendaciones.

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo Principal

Estudiar la variabilidad espacio-temporal de la precipitación en los Valles de Aburrá y de San Nicolás mediante la estimación de Curvas Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF).

2.2. Objetivos Específicos

- Definir regionalmente las principales características de las tormentas más intensas que ocurren sobre los valles de Aburrá y de San Nicolás, en cuanto a su intensidades, frecuencias y duraciones.
- Utilizar diversas técnicas de estimación de las curvas IDF y comparar sus resultados, tanto en el tiempo como en el espacio.
- Regionalizar los parámetros de los distintos métodos de estimación de las curvas IDF para las regiones de estudio.

3. GENERALIDADES DE LAS CURVAS INTENSIDAD-DURACIÓN-FRECUENCIA

Las curvas Intensidad-Duración-Frecuencia datan de finales del siglo XIX y comienzos del siglo XX, contribuyendo a lograr avances significativos en las diferentes teorías y modelos para la representación de los campos de precipitación. La metodología de estimación de las curvas IDF ha permanecido prácticamente invariable hasta la última década del siglo XX.

La construcción de las curvas IDF habitualmente radica en el análisis de las series de valores máximos de precipitación obtenidas para varias duraciones.

Se puede seleccionar la serie para realizar el análisis de frecuencias de varias maneras:

- a) Serie de valores máximos de precipitaciones anuales, es aquella serie que está conformada por cada uno de los valores máximos de precipitación observados en cada uno de los años de registro.
- b) Serie de duraciones parciales, en la cual la serie de datos está conformada por aquellos datos que sobrepasan un valor base predefinido.
- c) Serie de excedencias anuales, en la cual el valor base, de la serie anterior, es seleccionado de tal forma que el número de datos que conforman la serie sea igual al número de años de registros.

En cuanto a cual tipo de serie de datos debería ser utilizada en los análisis, no existe acuerdo entre los investigadores, unos le han encontrado sentido teórico al análisis de series parciales, (Bonacci, 1984). Otros dicen que la utilización de cada uno de los tipos de series es determinada por cada proyecto específico en el cual se vayan a utilizar los resultados del análisis de los eventos extremos (Chow, 1964).

Las series máximas anuales se utilizan en muchos casos ya que no requiere de la clasificación de la serie de registros en eventos o tormentas estadísticamente independientes. Existe una relación entre las series de máximas anuales y las series de duraciones parciales (Chow 1964).

Luego de seleccionar la serie de máximos se establece el rango de duraciones para el cual se estimaran las curvas IDF, algunos autores consideran que en un sitio específico puede estimarse una sola familia de curvas para un amplio rango de duraciones otros autores consideran que se debe subdividir en duraciones entre 5 y 60 o 120 minutos y otro entre 60 o 120 minutos y hasta 24 horas e incluso hasta varios días, argumentan que dicha subdivisión debe realizarse ya que se tienen características físicas muy diferentes en las lluvias de corta duración, entre 0 y 1 o 2 horas,

las cuales son debidas a fenómenos netamente convectivos, y las de larga duración, mayores a dos horas (Bonacci 1984).

Determinado el rango de duración de las curvas IDF se ajusta a la serie una función de distribución, con la función ajustada a los datos observados se fabrican curvas con las cuales puede estimarse las intensidades máximas (o precipitaciones) para diferentes duraciones y probabilidades de ocurrencia como se muestra en la Figura 1.

Con frecuencia se adoptan expresiones matemáticas para evitar la lectura desde gráficas, en la Tabla 1 se muestran ejemplos de tipos de ecuaciones utilizadas por Froehlich (1995).

Recientemente los investigadores han incluido en el análisis de la precipitación teorías de escalamiento en las cuales los modelos están basados en propiedades de (in)varianza que guardan relación con aspectos relevantes de la dinámica de la precipitación. En las teorías de escalamiento modelos como el Log-normal considera como parámetros necesarios para aplicar el modelo un coeficiente de Variación (CV) y un exponente de escalamiento (Poveda *et al.* 2002) Otros modelos de Escalamiento utilizan distribuciones como valor extremo tipo I (EVI) y exponente de Escalamiento (Yu *et al.* 2004).

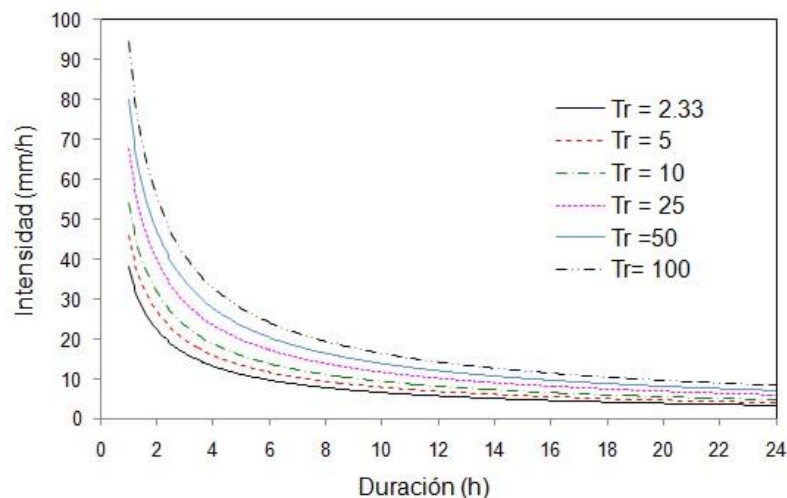


Figura 1. Curvas IDF estimadas para la estación Astilleros. Las distintas curvas corresponden a los distintos períodos de retorno (años) según la notación del recuadro.

3.1. Metodologías para la construcción de las curvas Intensidad-Duración-Frecuencia

3.1. 1.Ecuaciones Paramétricas (Vargas). EPV.

Vargas (2000) evaluó la aplicabilidad de las ecuaciones tradicionales de estimación de curvas IDF sobre una amplia región colombiana. Utilizó la ecuación de Kothyari y Garde en forma generalizada:

$$I = a \frac{T^b}{t^c} (R_{24}^2)^d, \quad (1)$$

y propuso modificaciones de la misma. Luego, reemplazó el término R_{24}^2 por el valor promedio anual máximo de precipitación diaria M , obteniendo:

$$I = a \frac{T^b}{t^c} M^d \quad (2)$$

Y además, propone modificaciones a la ecuación (2) de tal manera que incluyera un parámetro correspondiente al número de días con lluvia al año N , así que

$$I = a \frac{T^b}{t^c} M^d N^e. \quad (3)$$

Finalmente, se adicionan parámetros como la precipitación media anual (PT) en mm y la elevación sobre el nivel del mar ($ELEV$) en m.s.n.m. obteniéndose las ecuaciones:

$$I = a \frac{T^b}{t^c} M^d N^e PT^f, \quad (4)$$

$$I = a \frac{T^b}{t^c} M^d N^e PT^f ELEV^g, \quad (5)$$

en donde a, b, c, d, e, f y g son parámetros que deben ser determinados por regresiones, usando la información de las estaciones de medición de lluvia consideradas.

3.1.2. Ecuaciones paramétricas (Froehlich). EPF

Para su estudio Froehlich (1995) utilizó mapas de isoyetas basados en análisis de frecuencias con series de máximos anuales de precipitación usando la distribución de Valor Extremo tipo I (EVI) o distribución Gumbel. Sin embargo, dichos mapas representan excedencias anuales o series de duración parcial obtenidas por conversión empírica de la serie de valores anuales (Hershfield, 1961). Por tanto, para un periodo de retorno de T -años el valor leído de las series de duración parcial debía ser multiplicado por un factor de conversión empírico. Si P_t, T denota el valor de la

precipitación parcial para una duración t (en horas) y un periodo de retorno T (en años), el valor de la precipitación anual será:

$$P_{t,T}^a = f * P_{t,T}, \quad (6)$$

donde f es el factor de conversión de duración parcial a duración anual.

Para nuestro análisis se utilizarán series de registros de los cuales se puede obtener los valores de precipitación máximos anuales para las duraciones t entre 1 h y 24 h; por tal razón no es necesario hacer uso de un factor de conversión pues se cuenta con los valores de precipitación máximos anuales para una duración t y un periodo de retorno T ($P_{t,T}^a$).

Haciendo uso de la distribución EVI, las series de precipitación de máximos anuales y el periodo de retorno pueden relacionarse mediante,

$$P_{t,T}^a = \alpha_t - \beta_t \cdot \ln\{\ln [T/(T - 1)]\} \quad (7)$$

En donde:

$$\alpha_t = \bar{P}_t - 0.5772\beta_t \quad (8)$$

$$\beta_t = s_t\sqrt{6}/\pi \quad (9)$$

$\bar{P}_t$: Media de máximos anuales precipitación t horas.

s_t : Es la desviación estándar de los máximos anuales de precipitación t horas.

Es posible establecer una relación adimensional de la intensidad de la lluvia para t de duración mediante,

$$i^* = i/i_1 = (P_{t,T}/P_{1,T}) \cdot (1/t) \quad (10)$$

En general, es posible afirmar que existen cuatro formas básicas de ecuaciones usadas para describir la relación Precipitación-Intensidad-Duración. Chow (1962) las usó para varios lugares de Estados Unidos, las cuales se resumen en la Tabla 1. Cada uno de los cuatro tipos de ecuaciones Intensidad-Duración fueron hechos adimensionales para su análisis dividiendo por la intensidad de 1 h de duración i_1 , para un periodo de retorno específico. Por ejemplo:

$$i^* = a_1^*/(t + b_1) \quad (11)$$

Dónde:

$$a_1^* = a_1/i_1 \quad (12)$$

Tabla 1. Ecuaciones paramétricas propuestas por Chow (1962).

Tipo de Ecuación	Forma de la Ecuación	Parámetros de la Ecuación
I	$i = a_1/(t + b_1)$	a_1, b_1
II	$i = a_2/(t^{b_2})$	a_2, b_2
III	$i = a_3/(t + b_3)^{c_3}$	a_3, b_3, c_3
IV	$i = a_4/(t^{c_4} + b_4)$	a_4, b_4, c_4

3.1.3. Teoría General de Escalamiento Simple

Es pertinente usar propiedades de invarianza de escala de la lluvia para estimar las curvas IDF, con la duración de la lluvia como parámetro de escala.

Gupta y Waymire (1990) estudiaron las características de invarianza espacial de la precipitación, incorporando nociones de escalamiento simple y múltiple a fin de determinar la estructura probabilística de la lluvia. Las propiedades de probabilidad en eventos extremos de lluvia con la incorporación de propiedades de invarianza de escala también fue utilizada por Rosso y Burlando (1990) en la construcción de curvas Intensidad-Duración-Frecuencia. De esos trabajos se concluye que es posible interpretar mejor las tormentas extremas encontrando parámetros e identificando ciertas propiedades con técnicas diferentes a las utilizadas en los procedimientos estadísticos tradicionales, esto se demostró con una síntesis de las regularidades en el patrón temporal de la tormenta.

Un método para la construcción de las curvas IDF basado en la distribución Log-Normal fue propuesto por Burlando y Rosso (1996), basado en la teoría de escalamiento simple o múltiple a partir de valores extremos. Wilches (2001) utilizó este método para analizar fórmulas regionales en Antioquia, y Pulgarín (2009) empleo el método para el estudio de la variabilidad temporal de tormentas en la región Andina Colombiana.

Willems (2000) estudió dos tipos de tormenta e investigó sus propiedades de escalamiento, y propuso relaciones de curvas IDF entre precipitaciones extremas de dos estaciones.

Un modelo de escalamiento para predecir el hietograma de la tormenta fue empleado por Koutsoyiannis y Foulfoula-Georgiu (1993). El enfoque multifractal en la estimación de las curvas IDF fue utilizado por Bendjoudi *et al.* (1997). Hubert *et al.* (2002) sugieren que los eventos hidrometeorológicos extremos se pueden representar por leyes estadísticas algebraicas, más que por las leyes exponenciales, esto lo proponen luego de estudiar la multifractalidad de dichos eventos. Un acercamiento escalar fue empleado por Michele *et al.* (2002), con este construyeron curvas

IDF para la estimación de las tormentas de diseño. Nguyen *et al.* (1998) proponen un modelo de distribución del Valor Extremo Generalizado para la estimación regional de extremos de la precipitación de corta duración basados en la teoría de escalamiento.

3.1.3.1. Escalamiento simple

Gupta y Waymire (1990) definen que un fenómeno presenta propiedades de escalamiento simple para la variable aleatoria I , cuando para el factor de escala λ ($\lambda > 0$) existe una función, $C(\lambda)$, de tal forma que conserva la relación,

$$I(\lambda d) \stackrel{D}{=} C(\lambda)I(d) . \quad (13)$$

Esta relación es definida como “escalamiento simple en sentido estricto” (Gupta y Waymire, 1990), en la cual $\stackrel{D}{=}$ denota igualdad en la función de distribución de probabilidad, es decir que la distribución de probabilidad del fenómeno es invariante con respecto a la escala; I es una variable aleatoria que, en este caso, representa la intensidad de la precipitación; y d es la duración de la lluvia. La función $C(\lambda)$ puede escribirse como (Gupta y Waymire, 1990):

$$C(\lambda) = \lambda^\theta , \quad (14)$$

en donde θ es cualquier número real, llamado exponente característico ó de escalamiento. La ecuación (13) implica que los cuantiles también son invariantes con la escala temporal y pueden relacionarse como:

$$I_q(\lambda d) = \lambda^\theta I_q(d) \quad (15)$$

Donde q es el q -ésimo cuantil de la variable I . Por lo tanto se espera una relación lineal, en el espacio logarítmico, entre el parámetro con el cual se escala y el valor de la variable I correspondiente al q -ésimo cuantil. La expresión (15) implica también que, siempre y cuando los momentos de la variable I existan, éstos también son invariantes con la escala y se relacionan por medio de la ecuación

$$M_r(\lambda d) = \lambda^{\xi_r} M_r(d) , \quad (16)$$

en donde, M_r , corresponde al momento estadístico de orden r de la variable I , y además

$$\xi_r = r\theta_1 \quad (17)$$

La ecuación (17) indica una relación lineal entre el parámetro de escala y cada uno de los diferentes momentos de orden r , en el espacio logarítmico. Es decir, para estimar el momento de

cualquier orden y cualquier valor de d , basta con conocer los valores de los momentos para un valor de d específico y el valor del exponente θ .

A lo anterior se le conoce como escalamiento en sentido estricto y es una propiedad menos rigurosa que la expresada con la ecuación (13), ya que depende de la existencia de los momentos. Sin embargo, en la naturaleza se han encontrado diversos fenómenos en los cuales a pesar de conservarse la relación (16) para cada orden de los momentos, no se presenta la relación lineal entre el orden de los momentos y las diferentes pendientes ξ_r , es decir, no se cumple la expresión (17). Para tales casos la expresión (16) puede escribirse como (Burlando y Rosso, 1996):

$$M_r(\lambda d) = \lambda^{(r)r\theta} M_r(d) , \quad (18)$$

en donde θ corresponde al exponente de escalamiento del momento de orden 1; r es el orden del momento y $l(r)$ es una función que describe el “alejamiento” de los valores de los exponentes de la expresión (18) con respecto a los valores de la función de estructura de la ecuación (17).

Si se conoce la función de distribución de los valores extremos de los registros, y el valor del exponente de escalamiento θ , es posible calcular las intensidades máximas a partir de un valor de referencia conocido (I_{ref}) que constituye la base para determinar los diferentes modelos de fórmulas IDF basados en las características de escala de la lluvia.

3.1.3.2. Escalamiento simple (Modelo LogNormal). Escalamiento I

Si se supone que los valores extremos de la precipitación siguen una distribución LogNormal de dos parámetros, la expresión correspondiente al escalamiento simple se resume como (Burlando y Rosso, 1996),

$$I_{d,q} = E[I_{dref}] \frac{\exp [\Phi_q \sqrt{\ln (1+CV^2)}]}{\sqrt{1+CV^2}} \left(\frac{d}{dref} \right)^\theta \quad (19)$$

En donde $I_{q,d}$ es la Intensidad (mm/h) para la duración d (horas) y el período de retorno q (años), Φ_q es el valor de la distribución Normal acumulada estándar inversa para una probabilidad de no-excedencia q , I_{dref} representa la intensidad máxima de una duración de referencia, CV el coeficiente de variación y θ es el exponente de escalamiento.

3.1.3.3. Escalamiento simple (Modelo GEV1). Escalamiento II

La función de distribución de probabilidades de Valor Extremo Tipo I (GEV1) de las series de intensidad de precipitación fue utilizada en el estudio de Yu *et al.* (2004) para la construcción de las curvas IDF. Tal estudio usó las técnicas de Momentos de Probabilidad Ponderados (PWMs) definidos por Greenwood *et al.* (1979), como se muestra a continuación:

$$FI_d = \exp \left[-\exp \left(-\frac{I_d - \mu_d}{\alpha_d} \right) \right] \quad (20)$$

$$I_d = \mu_d + \alpha_d \cdot \hat{y} \quad (21)$$

$$\hat{y} = -\ln \left[-\ln \left(1 - \left(\frac{1}{T} \right) \right) \right] \quad (22)$$

$\hat{y}$: Transformación del periodo de retorno.

FI_d : Representa la función acumulativa de distribución (CDF).

I_d : Intensidad para una duración d .

μ_d : Parámetro de precipitaciones máximas anuales para una duración d .

α_d : Parámetro de escala de las series de precipitaciones máximas anuales para una duración d

Además, para un proceso que exhibe escalamiento simple, es posible demostrar que las características estadísticas de la distribución de valor extremo tipo I (GEV1) para dos diferentes escalas de tiempo d y λd están relacionadas mediante, (Menabde *et al.*, 1999):

$$\mu_{\lambda d} = \lambda^\beta \mu_d , \quad (23)$$

$$\alpha_{\lambda d} = \lambda^\beta \alpha_d , \quad (24)$$

$$I_{\lambda d}^T = \lambda^\theta I_d^T , \quad (25)$$

en donde μ_d es el parámetro de localización de las series de intensidad de la precipitación máxima anual con duración d ; α_d representa el parámetro de escala de las series de intensidad de precipitación máxima anual con duración d ; λ denota un parámetro de la escala; θ denota el exponente del escalamiento, y I_d^T representa la intensidad de la precipitación para la duración, d (horas), y el período de retorno, T (años).

Las dos ecuaciones anteriores se pueden utilizar para transformar la función de probabilidad de una duración d a otra duración λd . Según lo anterior, según las propiedades de escalamiento, las curvas IDF se estiman como, (Yu *et al.*, 2004):

$$I_t^T = I_{\lambda d}^T = I_d^T \lambda^\theta = (\mu_d + \alpha_d \cdot \hat{y})(t/d)^\theta \quad (26)$$

en donde I_t^T representa la intensidad de la precipitación para la duración $t = \lambda d$ (horas) y el período de retorno T (años). Por lo tanto, la ecuación (25) se puede utilizar fácilmente para estimar las intensidades de la precipitación de diseño para varias duraciones (t) y períodos de retorno (T), usando parámetros estadísticos (α_d y μ_d), y el exponente de escalamiento (θ) de la serie de valores máximos anuales de lámina de precipitación de una duración de referencia d . Los valores de α_d y de μ_d pueden ser estimados mediante (Landwehr *et al.*, 1979):

$$\alpha_d = (2M_d^1 - M_d^0)/\ln(2) \quad (27)$$

$$\mu_d = M_d^0 - 0.5772\alpha_d \quad (28)$$

Donde M_d^0 y M_d^1 son los momentos muestrales, estimados mediante la técnica de Momentos de Probabilidad Ponderados (PWMs) de orden 0 y 1, respectivamente, calculados usando las series de intensidad de lluvia de duración d .

4. REGIÓN DE ESTUDIO E INFORMACIÓN UTILIZADA

4.1. Valle de Aburrá

El Valle de Aburrá se localiza en la región Occidental de Colombia, sobre la cordillera Central y sus límites se encuentran dentro del departamento de Antioquia, alcanzando una extensión aproximada de 1.326 km². Presenta una topografía irregular con pendientes variables y cuenta con altitudes que oscilan entre los 1.300 y los 2.800 m.s.n.m. En el Valle predomina el clima templado con una temperatura de 15 °C a 32 °C y presenta un régimen de lluvias bimodal.

El Valle de Aburrá está conformado por los municipios de Caldas, La Estrella, Itagüí, Sabaneta, Envigado, Medellín, Bello, Copacabana, Girardota y Barbosa.

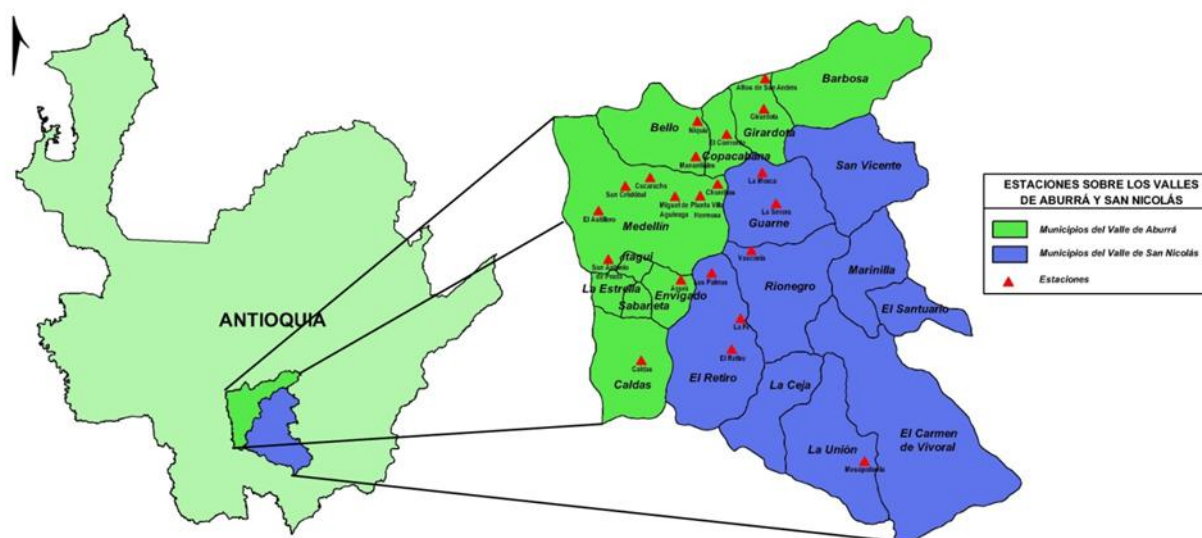


Figura 2. Valles de Aburrá y San Nicolás, y localización de las estaciones pluviográficas usadas en el estudio.

4.2. Valle de San Nicolás

El Valle de San Nicolás también conocido como el Altiplano de Oriente está localizado en la cordillera Central de Colombia, al este del Valle de Aburrá. Tiene un área aproximada de 1.830 km² y altitudes que varían entre los 1.900 y los 2.600 m.s.n.m. Su temperatura oscila entre 13 °C y 18 °C y al igual que el Valle de Aburrá presenta un régimen de lluvias bimodal.

Este Valle de San Nicolás está conformado por los municipios de Guarne, El Carmen de Viboral, El Retiro, El Santuario, Marinilla, La Ceja, La Unión, Rionegro y San Vicente.

4.3. Información de precipitación

Para la construcción de las curvas IDF se usaron registros de precipitación horaria de 20 estaciones pluviográficas pertenecientes a Empresas Públicas de Medellín, distribuidas sobre los Valles de Aburrá y San Nicolás. En las Tabla 2 y Tabla 3 se listan las estaciones con su respectiva información

Tabla 2. Localización e Información de las Estaciones Pluviográficas del Valle de Aburrá.

ESTACIONES VALLE DE ABURRÁ						
Código	Nombre	Coordenadas		Elevación (msnm)	Municipio	Periodo de Registro
		Este	Norte			
2701115	El Astillero	823,149	1,183,900	2420	Medellín	1995-2008
2701093	Ayurá	835,380	1,173,830	1750	Envigado	1995-2008
2701036	Caldas	828,568	1,160,480	1930	Caldas	1995-2008
2701114	Cucaracho	830,566	1,186,900	1830	Medellín	1996-2007
2701038	San Antonio de Prado	824,660	1,175,940	2000	Medellín	1995-2008
2701045	Planta Villa Hermosa	837,340	1,183,990	1690	Medellín	1997-2007
2701950	Manantiales	838,436	1,190,599	2043	Bello	1995-2008
2701076	Niquía	838,960	1,196,780	2150	Bello	1998-2005
2701053	Alto de San Andrés	849,139	1,203,400	2240	Girardota	1995-2008
2701056	Girardota	847,680	1,197,760	1350	Girardota	1997-2008
2701035	Chorrillos	842,280	1,188,220	2370	Medellín	1995-2008
2701122	El Convento	841,160	1,192,500	1580	Copacabana	1995-2008
2701047	Miguel de Aguinaga	834,980	1,184,470	1549	Medellín	1996-2006
2701046	San Cristóbal	827,560	1,186,550	1890	Medellín	1996-2008

Tabla 3. Localización e Información de las Estaciones Pluviográficas del Valle de San Nicolás.

ESTACIONES VALLE DE SAN NICOLÁS						
Código	Nombre	Coordenadas		Elevación (msnm)	Municipio	Periodo de Registro
		Este	Norte			
2308021	La Fe	843,500	1,166,060	2150	El Retiro	1995-2008
2308022	La Severa	847,700	1,184,120	2170	Guarne	1995-2008
2308023	Las Palmas	838,550	1,172,290	2495	El Retiro	1995-2008
2308024	Vasconia	844,895	1,178,000	2510	Rionegro	1995-2008
2308025	El Retiro	840,610	1,160,790	2190	El Retiro	1995-2008
2308026	La Mosca	847,000	1,189,300	2155	Guarne	1995-2008
2618008	Mesopotamia	862,530	1,142,800	2410	La Unión	1995-2008

5. RESULTADOS Y ANÁLISIS

5.1. Valle de Aburrá

5.1.1. Ecuaciones paramétricas de Vargas (EPV)

Los cálculos siguientes se realizan utilizando series horarias de registro correspondientes a 8 y 14 años debido a que en la información suministrada se tiene un rango mínimo de datos de precipitación horaria de 8 años y un máximo de 14 años.

Tomando la información de precipitación de cada estación pluviográfica del Valle de Aburrá se estimaron los parámetros M , N y PT . Luego, haciendo uso de regresiones y partiendo de una matriz que varía en su número de columnas de acuerdo al tipo de ecuación y en la que se incluyen las variables mentadas anteriormente se estiman los parámetros para las ecuaciones 2, 3, 4 y 5 citadas en el numeral 3.1.1.

Al realizar los cálculos para las distintas estaciones pertenecientes al Valle de Aburrá, se observa gran variabilidad de los parámetros para registros de 8 y 14 años calculados para la misma estación (ver tablas 4 y 5 respectivamente). Lo anterior se debe a la variación de las series de registros, ya que al recortar o alargar las series cambian la cantidad de datos, lo cual hace que los valores de las variables que van en la matriz sean distintos y por ende los parámetros.

Tabla 4. Valores de parámetros para EPV de la estación Astilleros, con 8 años de registros.

Ecuación	a	b	c	d	e	f	g
2	12.2726	0.2407	-0.7612	0.2165	0.0000	0.0000	0.0000
3	5.5293	0.2387	-0.7612	0.2055	0.1558	0.0000	0.0000
4	7.6148	0.2417	-0.7612	0.2247	0.2277	-0.1035	0.0000
5	0.8855	0.2417	-0.7612	0.2247	0.2277	-0.1035	0.2762

Tabla 5. Valores de parámetros para EPV de la estación Astilleros, con 14 años de registros.

Ecuación	a	b	c	d	e	f	g
2	9.2154	0.2220	-0.7737	0.2715	0.0000	0.0000	0.0000
3	18.6978	0.2223	-0.7737	0.2785	-0.1355	0.0000	0.0000
4	35.9114	0.2237	-0.7737	0.3114	0.0303	-0.2205	0.0000
5	33.4342	0.2237	-0.7737	0.3114	0.0303	-0.2205	0.0092

En la Figura 3 se muestran las curvas IDF estimadas con los parámetros mostrados en las Tablas 4 y 5, usando la ecuación (5) con las series de registros de 8 y 14 años, respectivamente.

Se observa que para series de registros de 8 años se presentan mayores intensidades de la precipitación en relación con las estimaciones que se tiene con series de registros de 14 años.

En la Figura 4 se muestra la diferencia porcentual que presentan las estimaciones con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años.

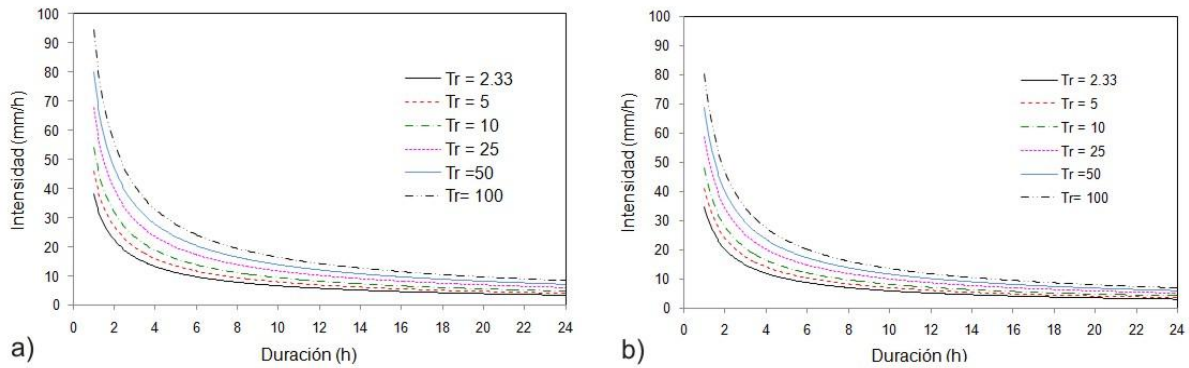


Figura 3. Curvas IDF obtenidas con EPV para la estación Astilleros con ecuación 5. A la izquierda curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 4. A la derecha curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 5.

Según los cálculos y al observar los gráficos de la Figura 4 se evidencia que la diferencia porcentual cambia con la duración para cualquier periodo de retorno. También se evidencia que el valor de la diferencia porcentual promedio aumenta correlativamente con el periodo de retorno. Todo lo anterior indica que la precisión de los estimativos de las curvas IDF está determinada principalmente por el número de datos de precipitación (número de años de registro), a mayor número de datos, se obtiene una mejor estimación de las curvas IDF, por tal razón se decide seguir trabajando con las curvas IDF obtenidas con series de registros de 14 años para análisis posteriores.

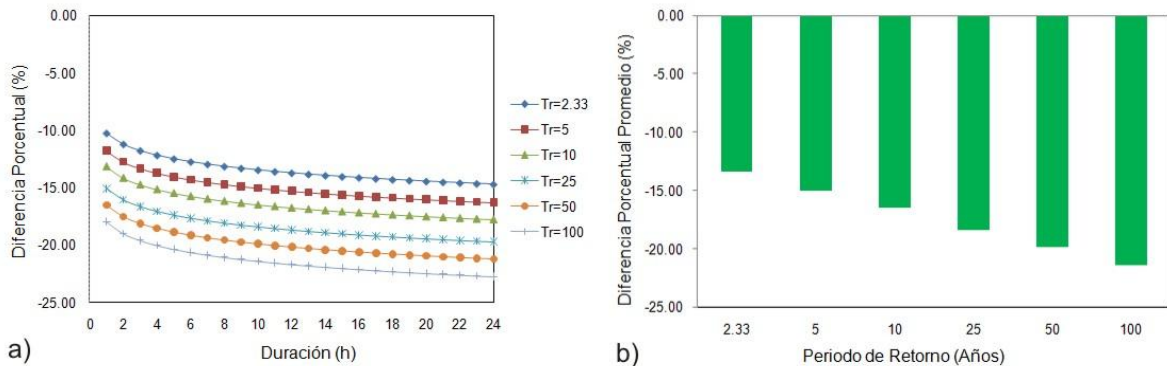


Figura 4. Diferencias porcentuales que presentan las estimaciones de curvas IDF con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años. a) Diferencia porcentual para duraciones de 1 a 24 horas. b) Diferencia porcentual promedio para cada periodo de retorno.

5.1.2. Ecuaciones paramétricas de Froehlich (EPF)

En el numeral 3.1.2. Se expusieron las diferentes EPF. Aquí se analizarán los resultados obtenidos al emplear dichas ecuaciones en la construcción de las curvas IDF para el Valle de Aburrá.

Para este método se parte de la información de las precipitaciones máximas anuales para duraciones entre 1 y 24 horas, como se explicó anteriormente. Los valores estimados de los parámetros se presentan en las Tablas 6 y 7.

Tabla 6. Valores de parámetros para EPF de la estación Astilleros, para 8 años de registros.

Tipo de Ecuación	Parámetros	Periodo de Retornos (Años)					
		2.33	5	10	25	50	100
(I)	a_1	2.0658	2.1854	2.2201	2.3121	2.3581	2.3931
	b_1	1.1140	1.2423	1.2682	1.3736	1.4078	1.4406
(II)	a_2	1.1066	1.1183	1.1272	1.122	1.1356	1.1366
	b_2	0.7598	0.7475	0.7455	0.7317	0.7305	0.7259
(III)	a_3	1.7041	1.9207	2.1034	2.2663	2.6888	2.9074
	b_3	0.872	1.1249	1.3026	1.493	1.8532	2.0307
	c_3	0.9025	0.9249	0.9496	0.9612	1.0093	1.0289
(IV)	a_4	1.7966	2.0091	2.1625	2.3037	2.5965	2.7357
	b_4	0.8523	1.0938	1.2617	1.4348	1.7676	1.9276
	c_4	0.9151	0.9353	0.9554	0.9637	0.9985	1.0113

Tabla 7. Valores de parámetros para EPF de la estación Astilleros, para 14 años de registros.

Tipo de Ecuación	Parámetros	Periodo de Retornos (Años)					
		2.33	5	10	25	50	100
(I)	a_1	2.0927	2.1744	2.1917	2.2240	2.2446	2.2683
	b_1	1.1229	1.2065	1.2237	1.2606	1.2857	1.3097
(II)	a_2	1.1312	1.1378	1.1399	1.1382	1.1366	1.1381
	b_2	0.7671	0.7563	0.7545	0.7486	0.7448	0.7418
(III)	a_3	1.7467	1.8888	1.9750	1.9451	1.9683	2.0581
	b_3	0.8832	1.0488	1.1406	1.1224	1.1569	1.2536
	c_3	0.9100	0.9225	0.9344	0.9240	0.9244	0.9353
(IV)	a_4	1.8380	1.9813	2.0568	2.0417	2.0659	2.1448
	b_4	0.8683	1.0281	1.1153	1.0984	1.1301	1.2214
	c_4	0.9224	0.9339	0.9439	0.9355	0.9357	0.9447

Al igual que con las EPV, las EPF muestran diferencias entre los parámetros estimados con series de registros de 8 y 14 años para cada estación.

Observando las curvas IDF construidas con las diferentes EPF para todo el Valle de Aburrá, se tiene que en 11 de las 14 estaciones los mayores estimativos de la precipitación se alcanzan con la ecuación (II). Por lo anterior, es necesario hacer un análisis más detenido a los parámetros de cada EPF.

En las figuras 5, 6, 7 y 8 se grafican los parámetros de las diferentes EPF hallados para la estación Astilleros. De estas graficas se puede observar que los valores de los parámetros b_2 , c_3 y c_4 que corresponden a exponentes, muestran poca variación, comparándolos con los demás parámetros. Tampoco se evidencia ningún comportamiento de los parámetros que permita determinar la razón por la cual la EPF (II) produce las estimaciones más altas de la precipitación para el Valle de Aburrá.

Luego de graficar las curvas IDF para cada EPF, se procede a hallar la diferencia porcentual que presentan las curvas construidas con las ecuaciones (I), (III) y (IV), teniendo como referencia la curva dibujada con la ecuación (II) dado que con esta se presentan las estimaciones mayores de la precipitación en 11 estaciones.

La diferencia porcentual presenta un comportamiento muy similar para las distintas ecuaciones (ver Figuras 9.a, 9.b y 9.c); sin embargo, al observar detenidamente, las

diferencias entre la ecuaciones (II) y (I) (Figura 9.a) indican que los valores de la precipitación obtenidos con la ecuación (II) son mayores para duraciones entre 8 y 24 horas para todos los periodos de retorno, comparándolos con las demás diferencias presentadas para estas mismas duraciones entre las demás ecuaciones.

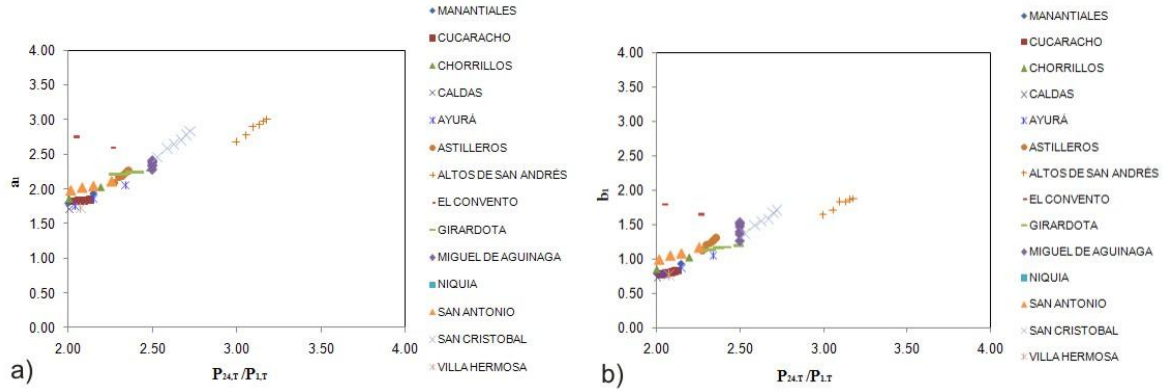


Figura 5. a) Parámetros a_1 ajustados para la EPF (I). b) Parámetros b_1 ajustados para la EPF (I).

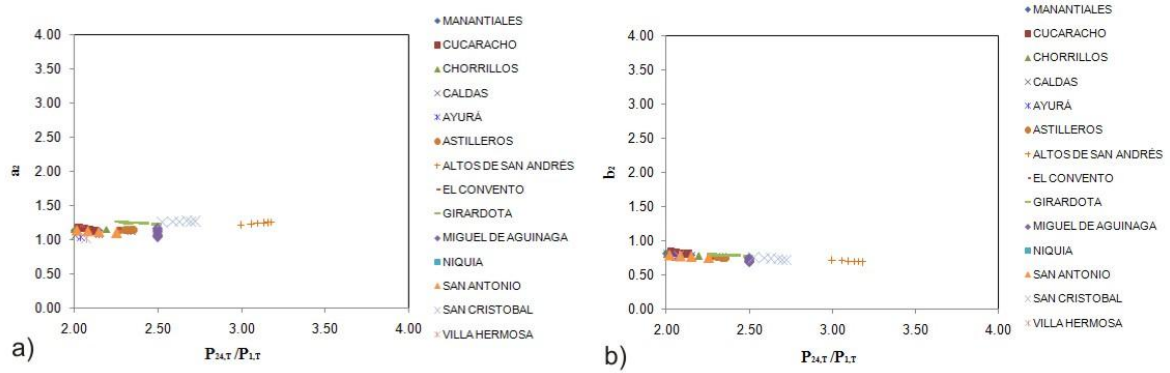


Figura 6. a) Parámetros a_2 ajustados para la EPF (II). b) Parámetros b_2 ajustados para la EPF (II).

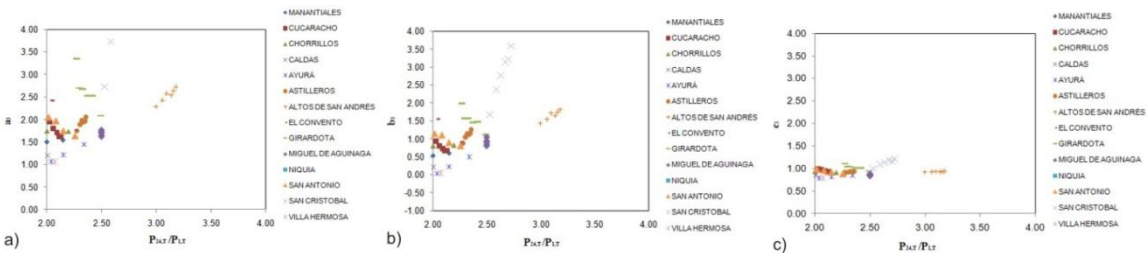


Figura 7. a), b) y c) Parámetros a_3 , b_3 y c_3 ajustados para la EPF (III).

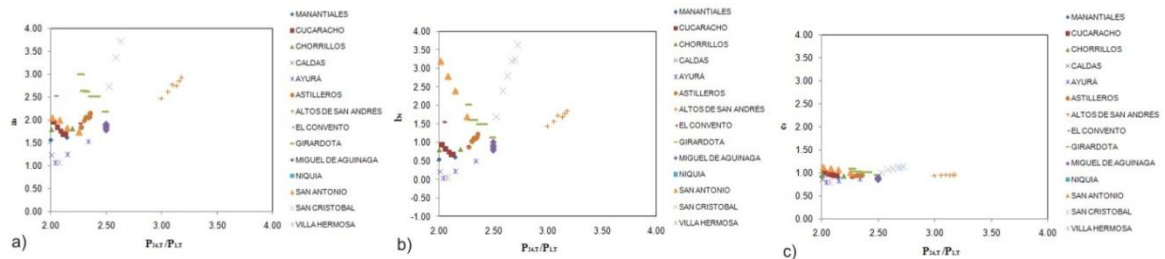


Figura 8. a), b) y c) Parámetros a_4 , b_4 , y c_4 ajustados para la EPF (IV).

Continuando con el análisis de los errores, también se evidencia que para duraciones de 1 hora se obtienen estimaciones mayores de la precipitación con la ecuación (II) (Figuras 9.a, 9.b y 9.c). Finalmente, para duraciones entre 2 y 14 horas, la ecuación (II) presenta estimaciones menores comparando con las ecuaciones (III) y (IV) (Figuras 9.b y 9.c). Todo lo anterior deja claro que este método puede ocasionar confusión entre los ingenieros para seleccionar la ecuación más apropiada para estimar las curvas IDF.

En la Figura 10 se muestran las curvas IDF construidas con la ecuación (II) de las EPF para la estación Astilleros, con registros de 8 y 14 años, respectivamente. Se obtienen mayores valores de la precipitación para estimaciones con 8 años de registros, lo cual concuerda con lo expuesto en la sesión 5.1.1.

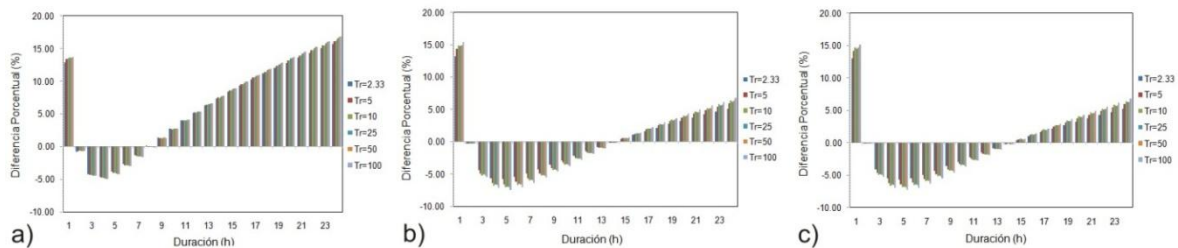


Figura 9. Diferencias porcentuales entre las EPF. a) Diferencias entre ecuaciones (I) y (II). b) Diferencias entre ecuaciones (II) y (III). c) Diferencias entre ecuaciones (II) y (IV).

En la Figura 11 se muestra la diferencia porcentual de las estimaciones con series de registro de 8 años respecto a 14 años. Se evidencia que la diferencia porcentual se hace mayor a medida que aumenta la duración para cualquier periodo de retorno, tal como sucede con las EPV. Para todas las estaciones del Valle de Aburrá las gráficas de las diferencias porcentuales son muy variables, sin embargo se evidencia que hay sobreestimación cuando hay menos años de registros.

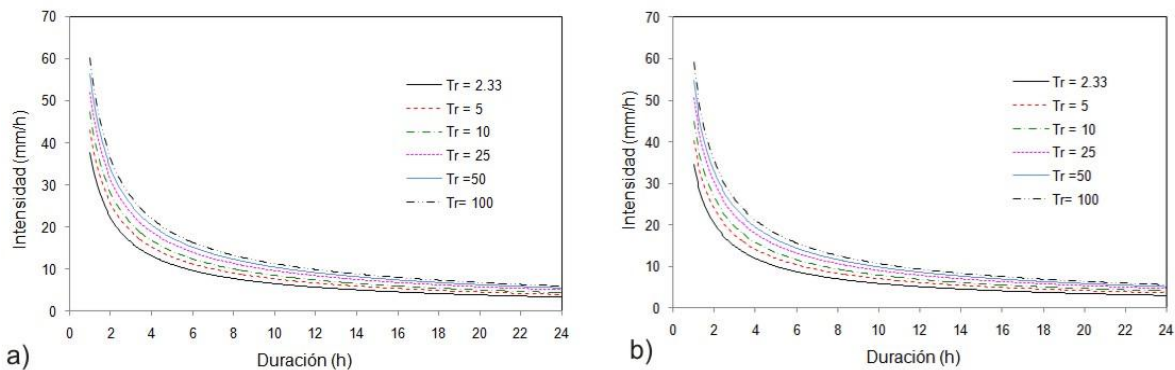


Figura 10. Curvas IDF obtenidas con EPF para la estación Astilleros con ecuación (II). a) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 6. b) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 7.

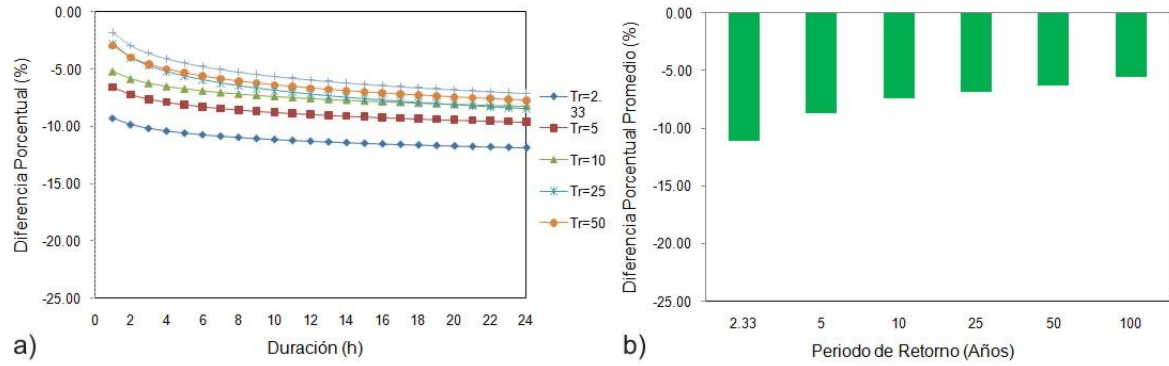


Figura 11. Diferencias porcentuales que presentan las estimaciones de curvas IDF con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años.

Para propósito de análisis posteriores, se tomarán los valores estimados con series de registros de 14 años.

5.1.3. Escalamiento simple (Modelo Log-Normal). Escalamiento I

Según la metodología de escalamiento simple, el valor del exponente θ ecuación (17) puede estimarse a partir de los valores de precipitaciones máximas observadas para las diferentes duraciones.

En la Figura 12 se muestra la función de estructura la cual indica una relación entre el parámetro con el cual se escala y cada uno de los diferentes momentos de orden k ; para la estación Astilleros, la cual, de acuerdo con la teoría de escalamiento simple, los momentos de probabilidad (PWM) de orden k , M_k , se calculan según (Greenwood *et al.* 1979),

$$M_k = 1/n \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot \binom{n-i}{k} / \binom{n-1}{k}. \quad (29)$$

En la Figura 12 se observa que hasta para momentos de orden 4, los datos se ajustan significativamente a la línea teórica. El cálculo de momentos de mayor orden es muy susceptible de errores debido a la corta longitud de los registros.

Los resultados obtenidos para todas las estaciones del Valle de Aburrá son similares a los que se muestran en la Figura 12, y sugieren la utilización del modelo de escalamiento simple con la evidencia de los registros en el rango de duraciones utilizados y el máximo orden de los momentos analizados. Un parámetro necesario para aplicar el método de Escalamiento Simple (Modelo LogNormal) es el coeficiente de variación (CV). Si se toma la intensidad de 24 horas como la intensidad de referencia, el modelo indica que CV se debe ajustar a la línea de escalamiento simple.

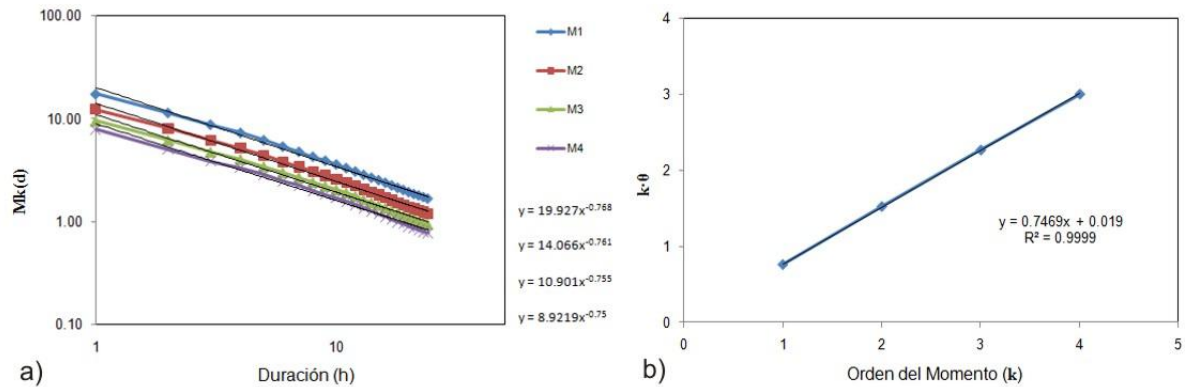


Figura 12. a) Primeros cuatro momentos de las lluvias máximas. Se muestran los valores muestrales y las líneas continuas los mejores ajustes. Pendiente de estas líneas. b) Función de Estructura para los datos.

Como se observa en la Figura 13, el coeficiente de variación tiene un rango entre 0.11 y 0.34 para registros de 8 años mientras que para registros de 14 años se encuentra entre 0.11 y 0.39, dado que el valor de CV es fácilmente afectado tanto por la longitud de los registros como por los aparatos de medición. De la misma manera en la Figura 16 se muestran los histogramas de frecuencia de CV para 8 años y 14 años.

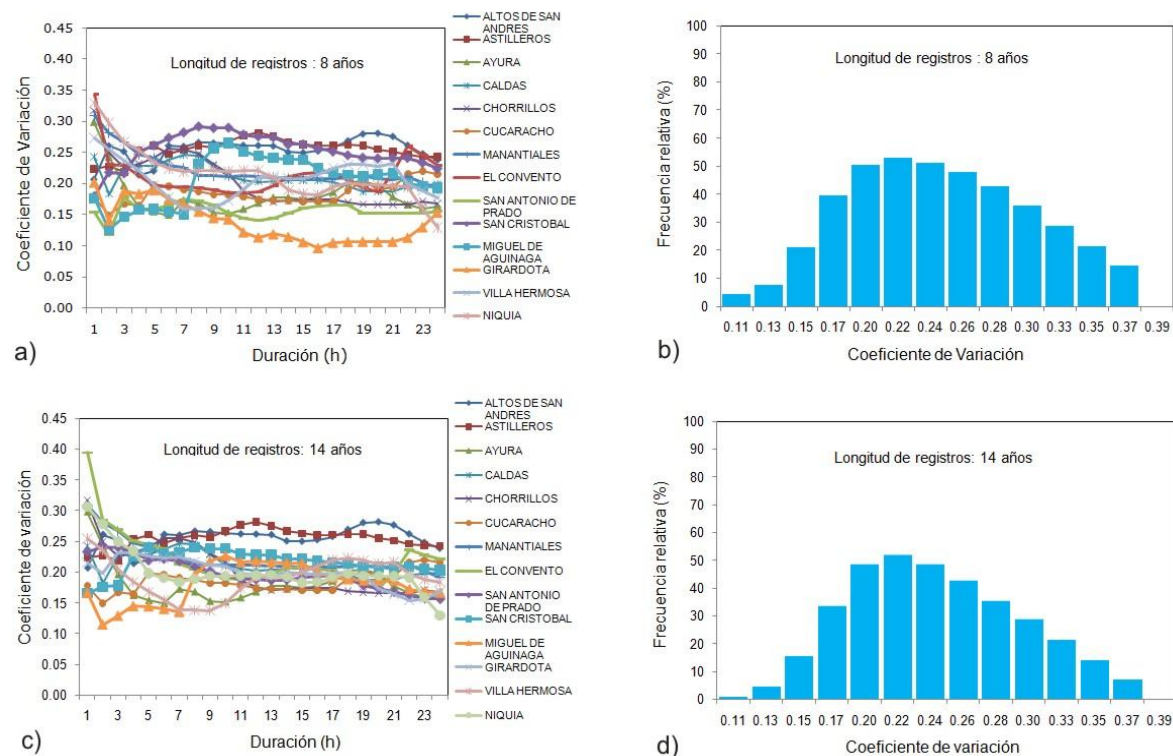


Figura 13. a) Coeficientes de variación para las estaciones del Valle de Aburrá con registros de 8 años. b) Histograma de frecuencias para los coeficientes de variación para CV de 8 años. c) Coeficientes de variación para registros de 14 años. d) Histograma de frecuencias para CV de 14 años.

Los exponentes de escalamiento varían con la longitud de las series de registros, según la Tabla 8. Se observa que para 8 años, 8 de las 14 estaciones del valle de Aburrá

presentan exponentes de escalamiento mayores que los obtenidos con la serie de registros de 14 años, lo cual se puede traducir en valores estimados mayores de intensidad de precipitación.

También es posible concluir que tanto los valores de θ como los de CV presentan mayor dispersión cuando se trabaja con registros de 8 años que cuando se usan series de registros de 14 años.

Tabla 8. Exponentes de escalamiento y coeficientes de variación para 8 y 14. Valle de Aburrá.

Estación	1998-2005		1995-2008	
	Escalamiento	Media	Escalamiento	Media
	θ	CV	θ	CV
El Astillero	-0.737	0.23	-0.747	0.25
Ayurá	-0.825	0.18	-0.796	0.18
Caldas	-0.843	0.17	-0.825	0.21
Cucaracho	-0.828	0.19	-0.828	0.18
San Antonio de Prado	-0.784	0.16	-0.789	0.20
Planta Villa Hermosa	-0.788	0.22	-0.790	0.19
Manantiales	-0.878	0.17	-0.862	0.22
Niquía	-0.896	0.21	-0.892	0.21
Alto de San Andrés	-0.708	0.31	-0.704	0.25
Girardota	-0.800	0.19	-0.798	0.20
Chorrillos	-0.845	0.22	-0.845	0.20
El Convento	-0.848	0.21	-0.845	0.22
Miguel de Aguinaga	-0.732	0.20	-0.721	0.18
San Cristóbal	-0.754	0.25	-0.766	0.22
Promedio	-0.805	0.21	-0.801	0.21
Desviación Estándar	0.057	0.04	0.054	0.02

En la Figura 14 se muestran las curvas IDF construidas con θ y CV para la estación Astilleros, con registros de 8 y 14 años. Los mayores valores de intensidad se obtienen para estimaciones con 8 años de registros.

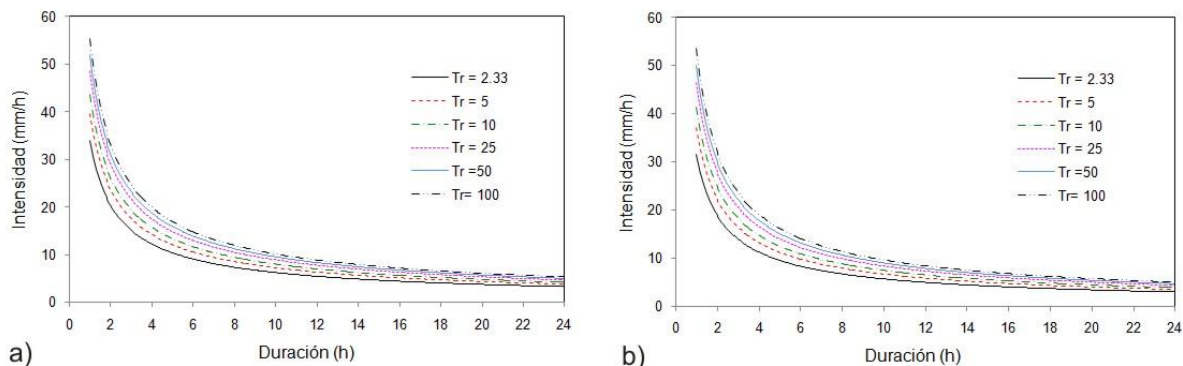


Figura 14. Curvas IDF obtenidas por Escalamiento Simple (Modelo Log-Normal) para la estación Astilleros con los parámetros de la Tabla 8. a) curva obtenida con parámetros para 8 años de registros. b) curva obtenida con parámetros para 14 años de registros.

En la Figura 15 se muestra la diferencia porcentual de las estimaciones con series de registro de 8 años con respecto a 14 años. Se evidencia que la diferencia porcentual

cambia a medida que aumentan la duración y el periodo de retorno, tal como sucede también con las ecuaciones paramétricas EPV y EPF. Las estimaciones de la precipitación con series de registro de 8 años son mayores comparadas con las estimaciones obtenidas con series de registros de 14 años. Para todas las estaciones del Valle de Aburrá, las diferencias porcentuales son muy variables, sin embargo estas conservan las características donde se evidencia que hay sobre-estimación en las serie de menor periodo de registro.

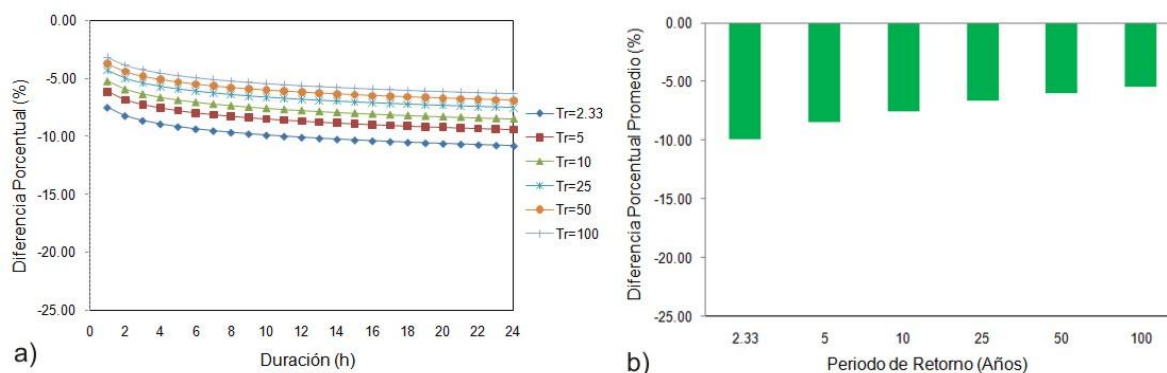


Figura 15. Diferencias porcentuales que presentan las estimaciones de curvas IDF para la Estación Astilleros con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años.

Para propósito de análisis posteriores, se tomarán los valores estimados con series de registros de 14 años.

5.1.4. Escalamiento simple (Modelo GEV1). Escalamiento II

Aquí se estiman las curvas IDF por el método de escalamiento Simple (Modelo GEV1) usando parámetros estadísticos (α_d y μ_d) (ecuaciones 27 y 28) y el exponente de escalamiento (θ) (Tabla 9 y Tabla 10) de la serie de valores máximos anuales de lámina de precipitación para una duración de referencia de 24 horas. ($d= 24$ horas).

En la Tabla 9 y 10 se presentan los valores de los parámetros empleados en Escalamiento II para 8 y 14 años respectivamente.

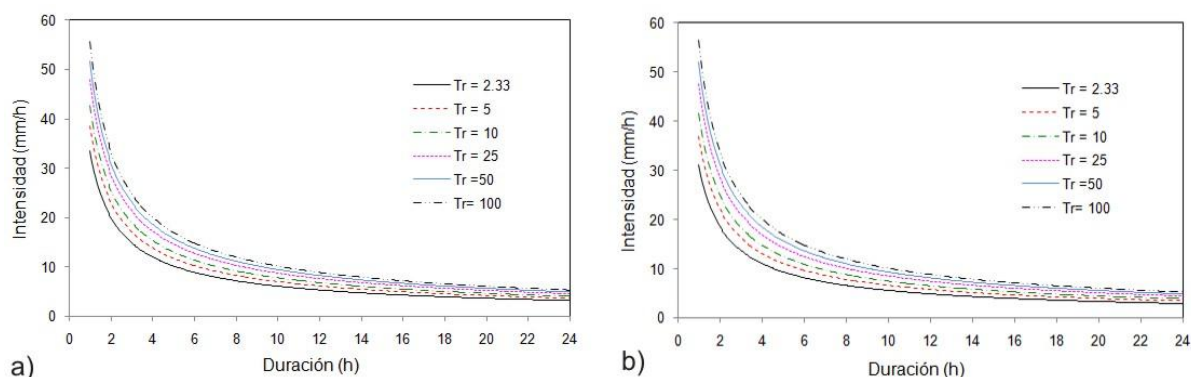
En la Figura 16 se muestran las curvas IDF obtenidas por el método de Escalamiento II para la estación de Astilleros para 8 y 14 años.

Tabla 9. Valores de parámetros Escalamiento II con 8 años de registros.

Estación	θ	α	μ	M_d^0	M_d^1
El Astillero	-0.737	0.530	2.900	3.210	1.790
Ayurá	-0.825	0.350	2.510	2.720	1.480
Caldas	-0.843	0.460	2.480	2.740	1.530
Cucaracho	-0.828	0.560	2.620	2.940	1.670
San Antonio de Prado	-0.784	0.380	2.740	2.960	1.610
Planta Villa Hermosa	-0.788	0.380	2.230	2.450	1.360
Manantiales	-0.878	0.350	2.370	2.570	1.410
Niquia	-0.896	0.290	2.540	2.710	1.450
Altos de San Andrés	-0.708	0.670	2.080	2.460	1.460
Girardota	-0.800	0.280	1.950	2.110	1.150
Chorrillos	-0.845	0.400	2.340	2.570	1.420
El Convento	-0.848	0.490	2.470	2.760	1.550
Miguel de Aguinaga	-0.732	0.290	1.920	2.080	1.140
San Cristóbal	-0.754	0.430	2.170	2.420	1.360

Tabla 10. Valores de parámetros Escalamiento II con 14 años de registros.

Estación	θ	α	μ	M_d^0	M_d^1
El Astillero	-0.747	0.590	2.560	2.900	1.650
Ayurá	-0.796	0.360	2.460	2.670	1.460
Caldas	-0.825	0.460	2.450	2.720	1.520
Cucaracho	-0.828	0.530	2.590	2.890	1.630
San Antonio de Prado	-0.789	0.380	2.650	2.870	1.570
Planta Villa Hermosa	-0.790	0.370	2.130	2.350	1.300
Manantiales	-0.862	0.380	2.140	2.360	1.310
Niquía	-0.892	0.310	2.580	2.750	1.480
Altos de San Andrés	-0.704	0.480	2.200	2.480	1.400
Girardota	-0.798	0.300	1.950	2.120	1.170
Chorrillos	-0.845	0.350	2.280	2.490	1.370
El Convento	-0.845	0.410	2.280	2.520	1.400
Miguel de Aguinaga	-0.721	0.600	1.490	1.830	1.120
San Cristóbal	-0.766	0.360	2.100	2.300	1.270

**Figura 16.** Curvas IDF obtenidas Escalamiento II para la estación Astilleros. a) curva obtenida con parámetros de 8 años. b) curva obtenida con parámetros de 14 años.

La figura 17 evidencia para el método de Escalamiento II las estimaciones para 8 años de registros con mayores que las estimaciones para 14 años de registros, sin embargo no se

puede establecer un comportamiento claro en cuanto al cambio de la diferencia porcentual con el cambio de periodo de retorno.

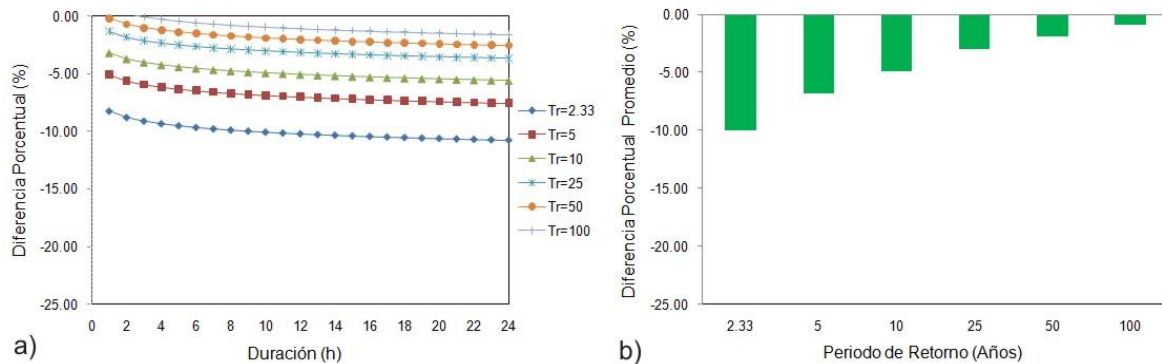


Figura 17. Diferencias porcentuales que presentan las estimaciones de curvas IDF para la Estación Astilleros con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años.

5.1.5 Evaluación de los resultados por los distintos métodos

5.1.5.1. Comparación entre los métodos de escalamiento

Para comparar las magnitudes de intensidad obtenidas por los diferentes métodos de escalamiento se estimó la diferencia porcentual mediante,

$$\text{Diferencia (\%)} = \left(\frac{EI_{II} - EI_I}{EI_I} \right) * 100\% \quad (30)$$

En donde EI denota la Intensidad por la metodología Escalamiento (Modelo LogNormal). Escalamiento I, así como EII denota la Intensidad por la metodología Escalamiento (Modelo GEV1). Escalamiento II.

Las curvas IDF por los métodos de escalamiento simple (Modelo LogNormal) y Escalamiento Simple (Modelo GEV1) para hallar la diferencia porcentual se construyeron utilizando el exponente de escalamiento (θ) y el coeficiente de variación (CV) correspondiente a cada estación.

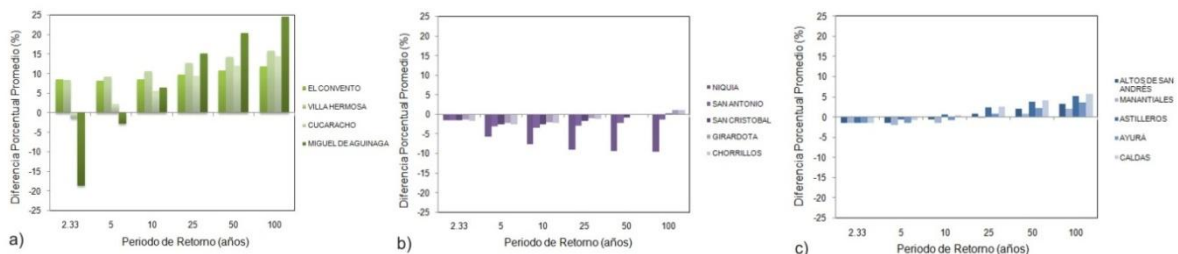


Figura 18. Diferencia porcentual entre los métodos de Escalamiento según ecuación (30). . a) Estaciones Villa Hermosa, Miguel de Aguinaga, Cucaracho y el Convento. b) Niquía, San Antonio, San Cristobal, Girardota y Chorrillos, c) Altos de San Andrés, Manantiales, Astilleros, Ayurá y Caldas.

Según la figura 18, se puede notar que no es claro cuál método aporta mayores estimaciones de intensidad, para algunas estaciones son mayores las intensidades que aporta el método de escalamiento II, mientras que para otras son mayores las intensidades que aporta el método de escalamiento I.

5.1.5.2. Comparación entre métodos de escalamiento y ecuaciones paramétricas

En la Figura 19 se muestran los errores relativos promedio entre las curvas IDF halladas por el método de Escalamiento Simple y las curvas IDF, para diferentes duraciones, estimadas por medio de la ecuación 5 de las EPV. Se observa que los errores son mayores para las duraciones menores, independientemente del periodo de retorno. Además, al aumentar el periodo de retorno se incrementa el error. Esto se presenta porque la estimación de las intensidades por EPV presenta estimaciones mayores con respecto a las que se obtienen con el método de Escalamiento Simple.

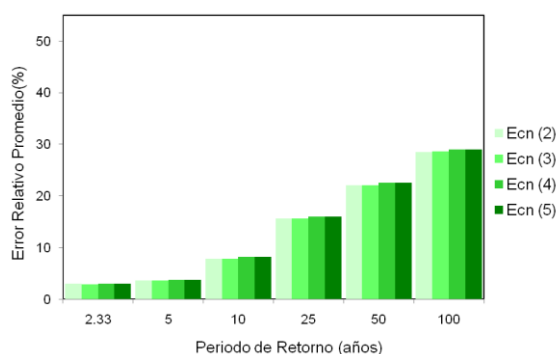


Figura 19. Errores relativos promedio para diferentes periodos de retorno para la estación Astilleros entre las intensidades halladas por Escalamiento Simple y las intensidades halladas con la ecuación 5 de las EPV.

Tabla 11. Parámetros b_2 y θ calculados para las diferentes estaciones del Valle de Aburrá.

Estación	b_2 Promedio	θ	Diferencia
El Astillero	-0.752	-0.737	0.015
Ayurá	-0.786	-0.825	0.039
Caldas	-0.820	-0.843	0.023
Cucaracho	-0.820	-0.828	0.008
San Antonio de Prado	-0.779	-0.784	0.005
Planta Villa Hermosa	-0.781	-0.788	0.007
Manantiales	-0.826	-0.878	0.052
Niquia	-0.878	-0.896	0.018
Alto de San Andrés	-0.700	-0.708	0.008
Girardota	-0.785	-0.800	0.015
Chorrillos	-0.833	-0.845	0.012
El Convento	-0.837	-0.848	0.011
Miguel de Aguinaga	-0.713	-0.732	0.019
San Cristóbal	-0.736	-0.754	0.018

La comparación de los resultados obtenidos de las curvas IDF construidas con las EPF y las Curvas IDF obtenidas con el método de Escalamiento Simple permite concluir que, comparando los valores de los parámetros obtenidos de las cuatro EPF para la construcción de las curvas IDF, se tiene que el parámetro b_2 presenta una gran similitud en magnitud al exponente de escalamiento hallado por medio de la metodología de Escalamiento Simple. En la Tabla 11 se muestran ambos parámetros calculados para cada estación sobre el Valle de Aburrá.

Al transformar la expresión matemática (II) de las EPF, como se muestra a continuación.

$$i = \frac{a_2}{t^{b_2}} \rightarrow a_2 \cdot t^{-b_2}. \quad (31)$$

Se tiene una ecuación muy similar a la ecuación general (15) del método de Escalamiento Simple, lo cual explica la similitud entre el parámetro b_2 y el exponente de escalamiento θ .

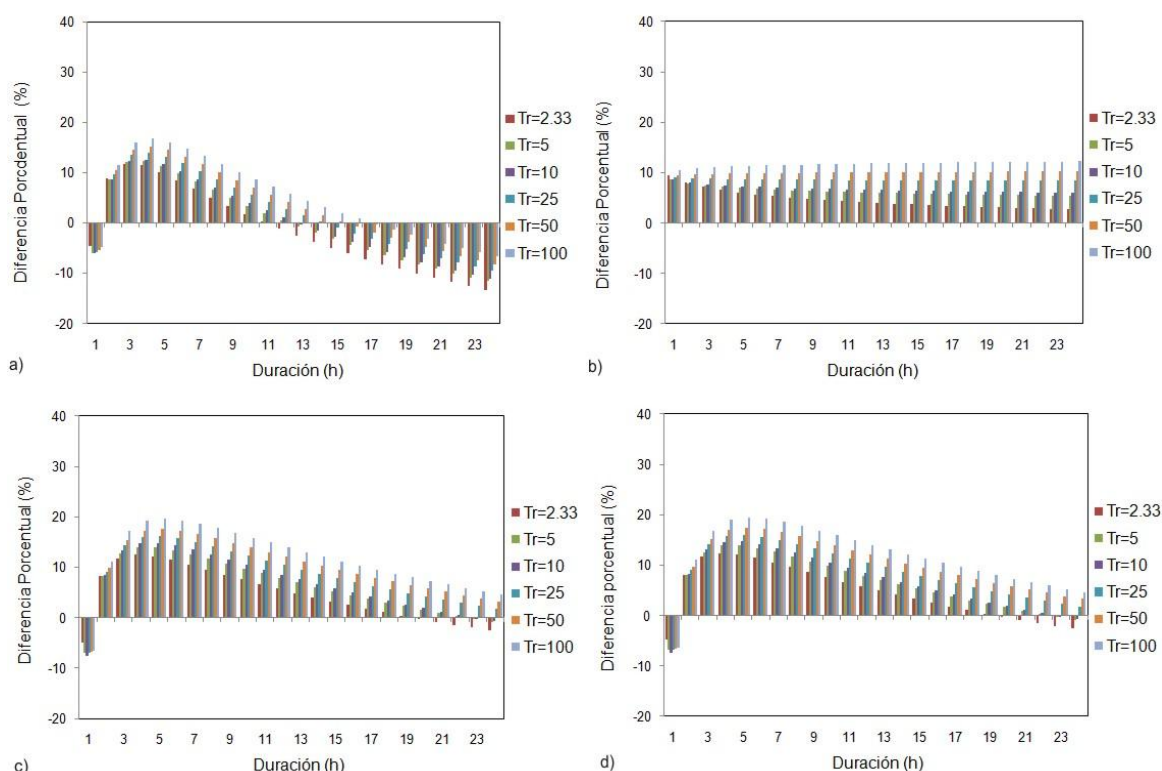


Figura 20. Diferencias porcentuales para duraciones de 1 a 24 horas y periodos de retorno, estación Astilleros. a) Intensidades halladas por Escalamiento I y la ecuación (I) de las EPF. b) Intensidades halladas por Escalamiento I y la ecuación (II) de las EPF. c) Intensidades halladas por Escalamiento I y la ecuación (III) de las EPF. d) Intensidades halladas por Escalamiento I y la ecuación (IV) de las EPF.

5.2. Valle De San Nicolás

5.2.1. Ecuaciones paramétricas de Vargas (EPV)

Al realizar los cálculos para las estaciones del valle de San Nicolás, se observa que existen cambios en los valores para los mismos parámetros de una determinada ecuación dependiendo la longitud de los registros de 8 y 14 años. (Ver tablas 12 y 13, respectivamente).

Tabla 12. Valores de parámetros para EPV de la estación El Retiro, con 8 años de registros.

Ecuación	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
2	6.6204	0.2871	-0.7313	0.2917	0	0	0
3	3.6971	0.2846	-0.7313	0.2943	0.1043	0	0
4	3.8146	0.2845	-0.7313	0.2934	0.0873	0.0087	0
5	1.1164	0.2845	-0.7313	0.2934	0.0873	0.0087	0.1597

Tabla 13. Valores de parámetros para EPV de la estación El Retiro, con 14 años de registros.

Ecuación	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
2	8.6036	0.2450	-0.723	0.2176	0	0	0
3	10.2790	0.2452	-0.7230	0.21773	-0.032533	0	0
4	11.2190	0.2465	-0.7230	0.20604	-0.11937	0.057335	0
5	1.2200	0.2465	-0.7230	0.20604	-0.11937	0.057335	0.28846

En la Figura 21 se muestran las curvas IDF obtenidas a partir de los parámetros de las Tablas 12 y 13. Las curvas fueron construidas usando la ecuación 5 para series de registros de 8 y 14 años, respectivamente.

Según los cálculos y al observar los gráficos de la Figura 22 se evidencia que la diferencia porcentual se hace mayor a medida que aumenta la duración para cualquier periodo de retorno. También se evidencia que el valor de la diferencia porcentual promedio aumenta gradualmente a medida que se tienen periodos de retorno mayores.

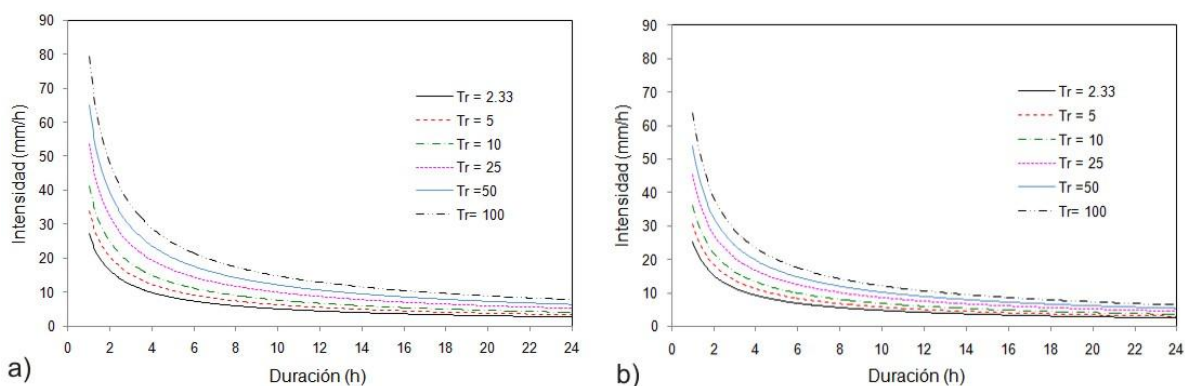


Figura 21. Curvas IDF obtenidas con EPV para la estación El Retiro con ecuación 5. a) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 12. b) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 13.

Con el análisis realizado se puede evidenciar que las series de registros de 8 años aportan mayores valores de intensidad al compararlos con los registros de 14 años, por tal razón se decide que los análisis posteriores se realizarán con los resultados obtenidos para 14 años.

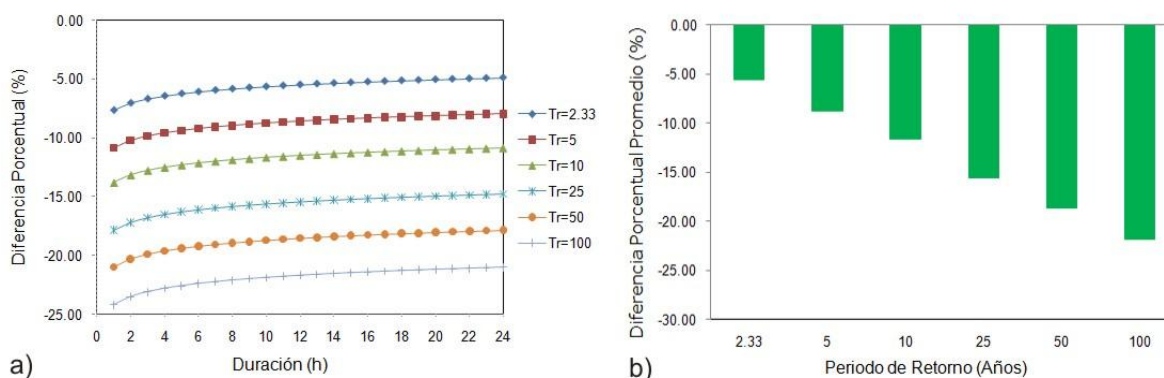


Figura 22. Diferencias porcentuales que presentan las estimaciones de curvas IDF con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años.

5.2.2. Ecuaciones paramétricas de Froehlich (EPF)

Las diferentes EPF fueron expuestas en la sesión 4.2. En este numeral se analizarán los resultados obtenidos al emplear dichas ecuaciones en la construcción de las curvas IDF para el Valle de San Nicolás.

A partir de la información de las precipitaciones máximas anuales para duraciones entre 1 y 24 horas, tal como se explicó anteriormente, se obtuvieron los valores de los parámetros para las 4 EPF (ver tablas 14 y 15).

Tabla 14. Valores de parámetros para EPF de la estación El Retiro, para 8 años de registros.

Tipo de Ecuación	Parámetros	Periodo de Retornos (Años)					
		2.33	5	10	25	50	100
(I)	a_1	2.8444	3.1886	3.3602	3.5965	3.6917	3.8083
	b_1	1.7480	1.9053	1.9113	1.9677	1.9245	1.9355
(II)	a_2	1.2700	1.3649	1.4294	1.4757	1.5019	1.5322
	b_2	0.7161	0.7058	0.7024	0.6894	0.6825	0.6766
(III)	a_3	3.7681	6.5355	9.5229	16.1490	23.4120	24.9450
	b_3	2.5062	3.7068	4.5177	5.7468	6.5719	6.7425
	c_3	1.0600	1.1906	1.2824	1.4099	1.5025	1.5076
(IV)	a_4	3.5140	5.0329	6.2188	8.0197	9.3880	9.8703
	b_4	2.5333	3.9227	4.9369	6.5123	7.6584	7.9385
	c_4	1.0432	1.1295	1.1833	1.2479	1.2916	1.2950

Tabla 15. Valores de parámetros para EPF de la estación El Retiro, para 14 años de registros.

Tipo de Ecuación	Parámetros	Periodo de Retornos (Años)					
		2.33	5	10	25	50	100
(I)	a_1	2.5835	2.7879	2.9666	3.0728	3.2025	3.2615
	b_1	1.6072	1.7084	1.8240	1.8119	1.8772	1.8704
(II)	a_2	1.1724	1.2541	1.2938	1.3535	1.3836	1.4062
	b_2	0.7135	0.7151	0.7083	0.7124	0.7084	0.7068
(III)	a_3	2.1775	3.0389	3.8085	4.8756	6.4377	7.0865
	b_3	1.3842	2.0316	2.5243	2.9931	3.6289	3.8111
	c_3	0.9144	0.9975	1.0494	1.1141	1.1850	1.2074
(IV)	a_4	2.3314	3.0697	3.6418	4.3357	5.0803	5.4519
	b_4	1.3640	2.0581	2.6024	3.2015	3.9138	4.2128
	c_4	0.9308	1.0006	1.0399	1.0887	1.1310	1.1487

Las curvas IDF construidas con las diferentes EPF para todo el Valle de San Nicolás muestran que en las 7 estaciones estudiadas, las estimaciones mayores de la precipitación se alcanzan con la ecuación (II). Por lo anterior se realiza un análisis más detenido a los parámetros ajustados de cada EPF.

En las Figuras 23 a 26 se muestran los parámetros de las diferentes EPF para el Valle de San Nicolás. Allí se puede observar que los valores de los parámetros b_2 , c_3 y c_4 que corresponden a exponentes, muestran poca variación, comparándolos con los demás parámetros. Tampoco se evidencia ningún comportamiento de los parámetros con los cuales se pueda establecer una relación que permita establecer porque con la EPF (II) se obtiene las estimaciones más altas de la precipitación en San Nicolás.

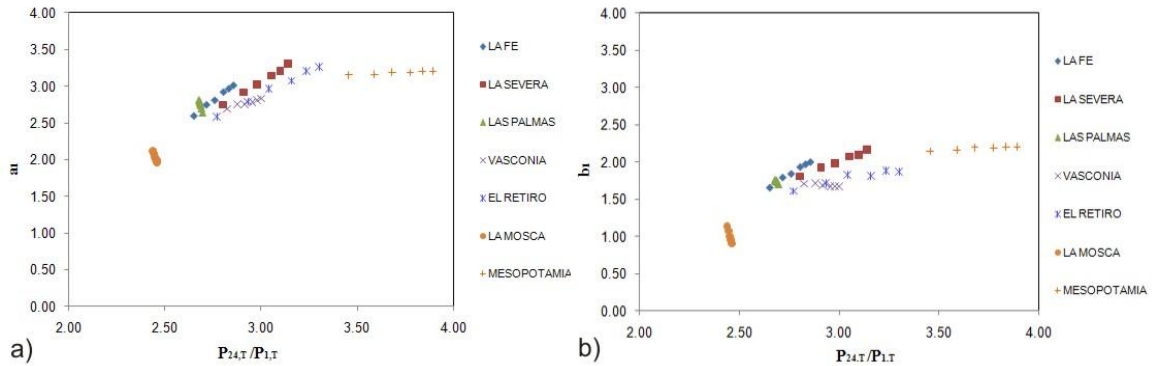


Figura 23. a) y b) Parámetros a_1 y b_1 (respectivamente) ajustados para la EPF (I).

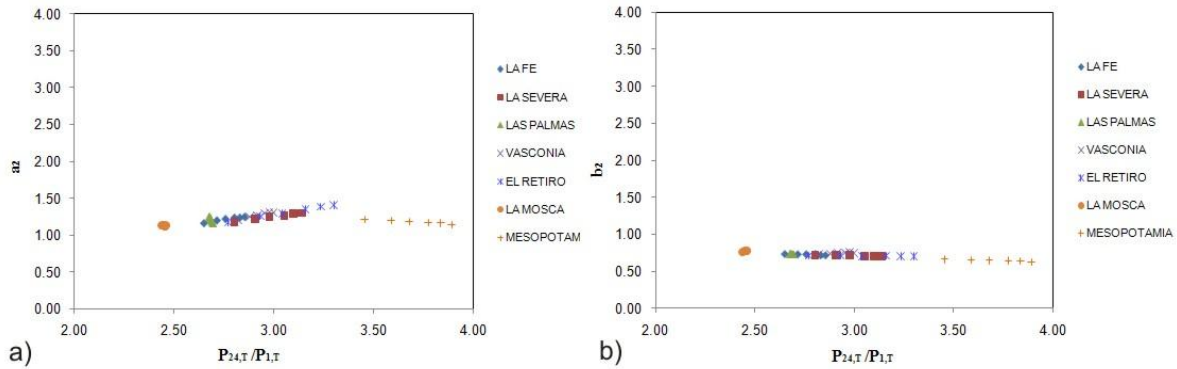


Figura 24. a) y b) Parámetros a_2 y b_2 (respectivamente) ajustados para la EPF (II).

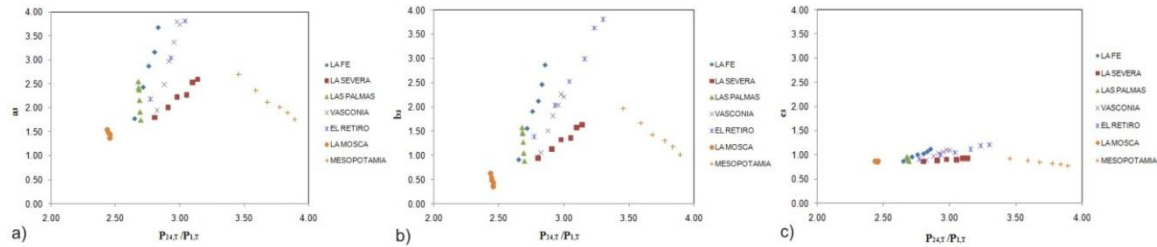


Figura 25. a), b) y c) Parámetros a_3 , b_3 , c_3 (respectivamente) ajustados para la EPF (III).

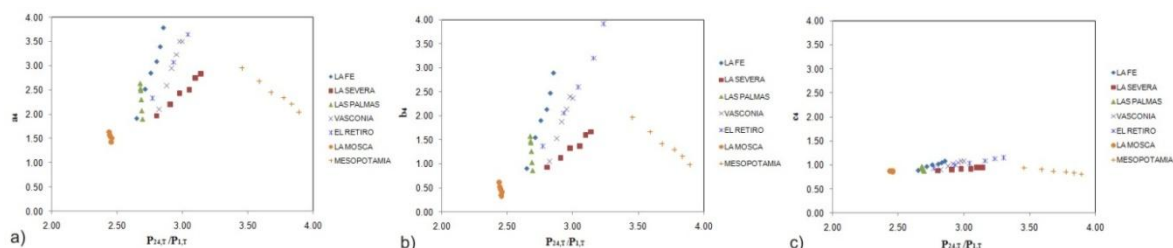


Figura 26. a), b) y c) Parámetros a_4 , b_4 y c_4 (respectivamente) ajustados para la EPF (IV).

Luego de graficar las curvas IDF para cada EPF, se procede a estimar el error relativo que presentan las curvas dibujadas con las ecuaciones (I), (III) y (IV), teniendo como referencia la curva dibujada con la ecuación (II) dado que con ésta se obtienen los mayores estimativos de intensidad de precipitación en las 7 estaciones.

La diferencia porcentual presenta un comportamiento similar para las distintas ecuaciones (Figuras 27.a, 27.b y 27.c); sin embargo, al observar detenidamente, las diferencias entre las ecuaciones (II) y (I) (Figura 27.a) indican que los valores de la precipitación obtenidos con la ecuación (II) son mayores para duraciones entre 13 y 24 horas para todos los periodos de retorno, comparándolos con los de más errores presentados para estas mismas duraciones para las demás ecuaciones.

Se evidencia también que para duraciones de 1 hora se tienen estimaciones de intensidad mayores con la ecuación (II) (Figuras 27.a, 27.b y 27.c), y finalmente se tiene que para duraciones entre 2 y 14 horas la ecuación (II) presenta estimaciones menores comparando con las ecuaciones (II), (III) y (IV) (Figuras 27.b y 27.c). Todo lo anterior deja claro que este método tiene variaciones al trabajar con cualquiera de sus ecuaciones y esto puede ocasionar confusión entre los ingenieros a la hora de escoger la ecuación apropiada para estimar la precipitación. Es importante notar que las figuras 27.b y 27.c son similares, tan similitud se puede fundamentar en el análisis de error relativo muestra que la diferencia entre las magnitudes de intensidad obtenidas por la ecuación Tipo III y Tipo IV presentan un error relativo entre ellas inferior al 3%.

En la Figura 28 se muestran las curvas IDF construidas con la ecuación (II) de las EPF para la estación El retiro con registros de 8 y 14 años, respectivamente. Se obtienen mayores valores de la precipitación con 8 años de registros, lo cual concuerda con el análisis realizado anteriormente; lo cual confirma la sensibilidad de los estimativos a la extensión de la serie de registros.

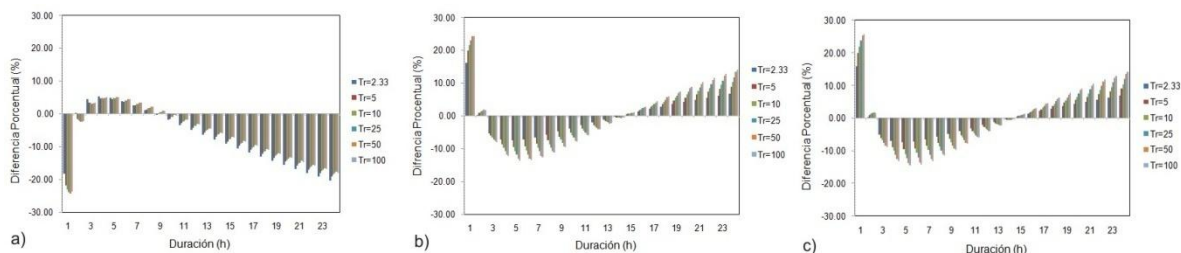


Figura 27. Diferencia porcentuales EPF: a) Entre ecuaciones (I) y (II). b) Entre ecuaciones (II) y (III). c) Entre ecuaciones (II) y (IV).

En la Figura 29 se muestra la diferencia porcentual de las estimaciones con series de registros de 8 años con respecto a 14 años. Se evidencia que la diferencia se hace mayor a medida que aumenta el periodo de retorno, tal como sucede también con las EPV. Esto

muestra que las estimaciones de la precipitación con series de registro de 8 años son mayores comparadas con las estimaciones obtenidas con series de registros de 14 años. Se tiene que para todas las estaciones del Valle de San Nicolás las gráficas de diferencia porcentual son muy variables, sin embargo estas conservan las características de sobre-estimación con años de menor periodo de registro.

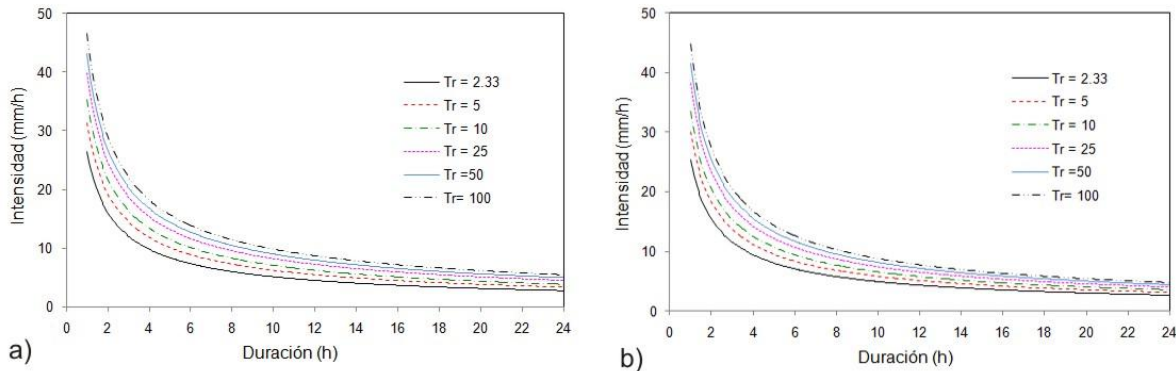


Figura 28. Curvas IDF obtenidas con EPF para la estación El retiro con ecuación (II). a) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 14. b) curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 15.

Dado que se tienen estimativos menos inciertos con series de registros de 14 años, se decide seguir trabajando con estas en análisis posteriores.

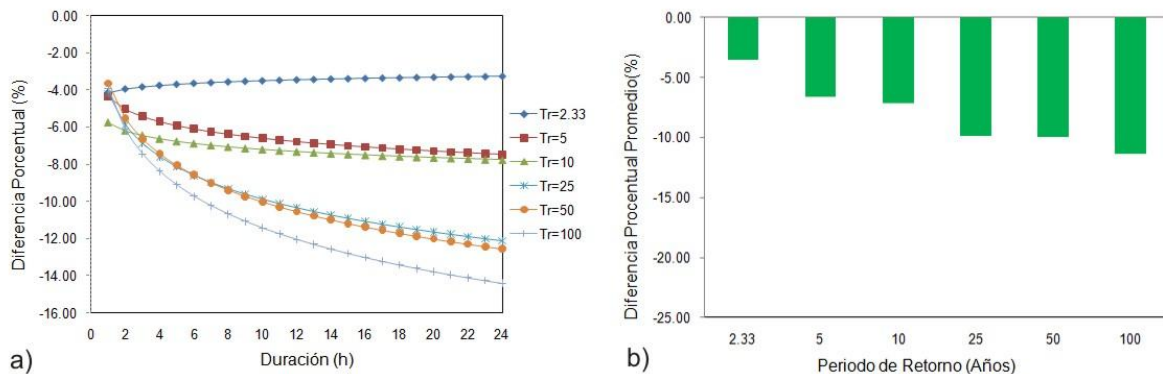


Figura 29. Diferencia porcentual que presentan las estimaciones de curvas IDF con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años (Ecuación I).

5.2.3. Escalamiento simple (Modelo LogNormal). Escalamiento I

En la Figura 30 se muestra la Función de Estructura para la estación El Retiro. De acuerdo con la teoría de escalamiento simple, ecuación (29) se puede observar que los momentos varían linealmente con el momento de orden uno.

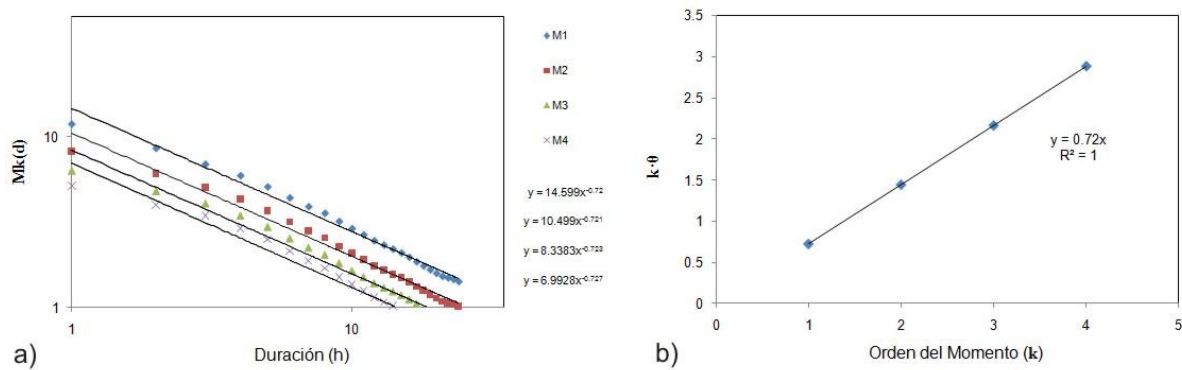


Figura 30. a) Primeros cuatro momentos de las lluvias máximas. Se muestran los valores muestrales y las líneas continuas los mejores ajustes. La pendiente de estas líneas. b) Función de Estructura para los datos.

Los resultados obtenidos para todas las estaciones del Valle de San Nicolás son similares a los mostrados en la Figura 30, y sugieren la utilización del modelo de escalamiento simple, dada la evidencia de los registros en el rango de duraciones utilizados y con el máximo orden de los momentos analizados. Un parámetro necesario para aplicar el método de Escalamiento Simple (Modelo LogNormal) es el Coeficiente de Variación (CV). Si se toma la intensidad de 24 horas como la intensidad de referencia, el modelo indica que CV se debe ajustar a la línea de escalamiento simple.

Como se observa en la Figura 31 el coeficiente de variación tiene un rango entre 0.08 y 0.37 para registros de 8 años mientras que para registros de 14 años se encuentra entre 0.11 y 0.32, dado que el valor de CV es fácilmente afectado tanto por la longitud de los registros como por los aparatos de medición. Se muestra también el rango del coeficiente de variación para registros de 8 años en San Nicolás. De la misma manera en la Figura 31 se muestran los histogramas de frecuencia de CV para 8 años y 14 años.

Los exponentes de escalamiento varían con la longitud de las series de registros (Tablas 16 y 17). Se aprecia que usando series de 8 años, 5 de las 7 estaciones del valle de San Nicolás presentan exponentes de escalamiento mayores que los obtenidos con la serie de registros de 14 años. Esto indica que las series de registros de 8 años producen exponentes de escalamiento mayores lo cual se puede traducir en estimaciones de intensidades mayores.

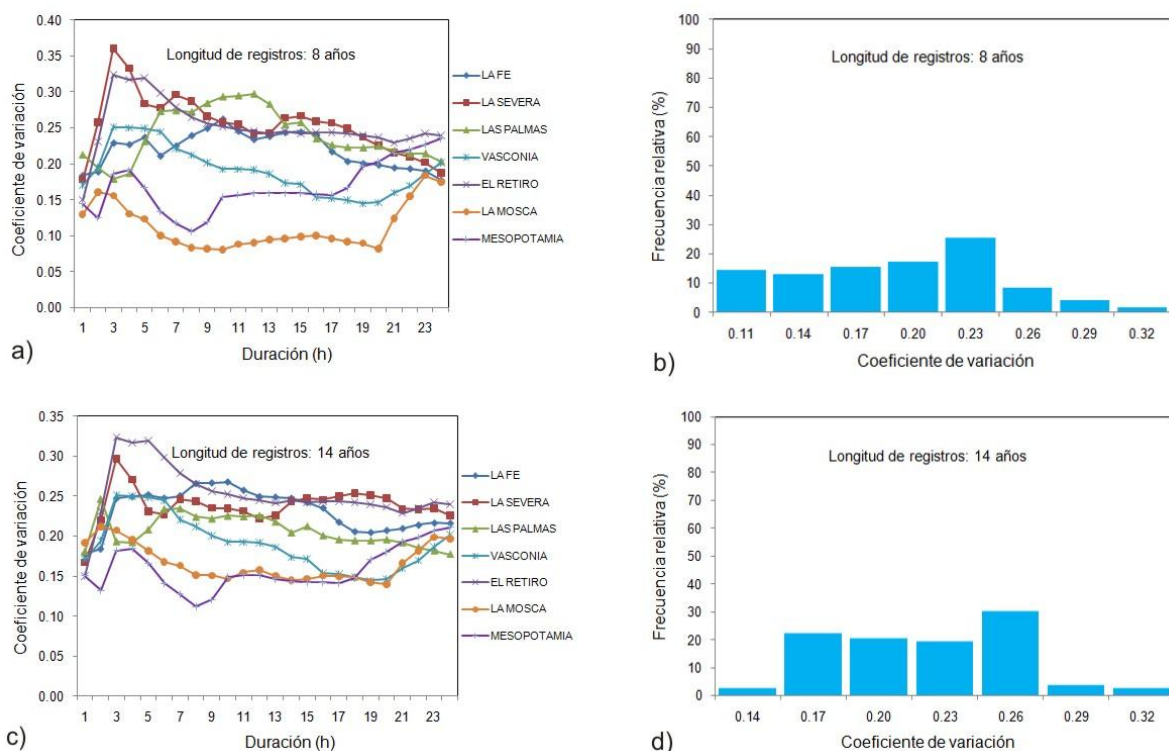


Figura 31. Histograma de Frecuencias para el coeficiente de variación (CV) en las estaciones del Valle de San Nicolás. a) Usando series de 8 años. b) Usando series de 14 años.

Es posible concluir que tanto los valores del exponente de escalamiento (θ) como los de CV presentan mayor dispersión cuando se usan registros de 8 años en comparación con 14 años.

Tabla 16. Exponente de Escalamiento y Coeficiente de Variación para 8 años.

Estación	θ	CV Promedio
La Fe	-0.730	0.220
La Severa	-0.737	0.250
Las Palmas	-0.687	0.240
Vasconia	-0.747	0.190
El Retiro	-0.722	0.250
La Mosca	-0.780	0.110
Mesopotamia	-0.655	0.170
Promedio	-0.723	0.204
Desv. Estandar	0.041	0.052

En la Figura 32 se muestran las curvas IDF construidas con estos valores de θ y CV para la estación El retiro con registros de 8 y 14 años. Se estiman mayores valores de intensidad usando 8 años de registros.

Tabla 17. Exponente de Escalamiento (θ) y Coeficiente de Variación para 14 años.

Estación	θ	CV Promedio
La Fe	-0.718	0.23
La Severa	-0.710	0.24
Las Palmas	-0.730	0.21
Vasconia	-0.755	0.19
El Retiro	-0.720	0.25
La Mosca	-0.770	0.17
Mesopotamia	-0.660	0.16
Promedio	-0.723	0.21
Desv. Estándar	0.035	0.037

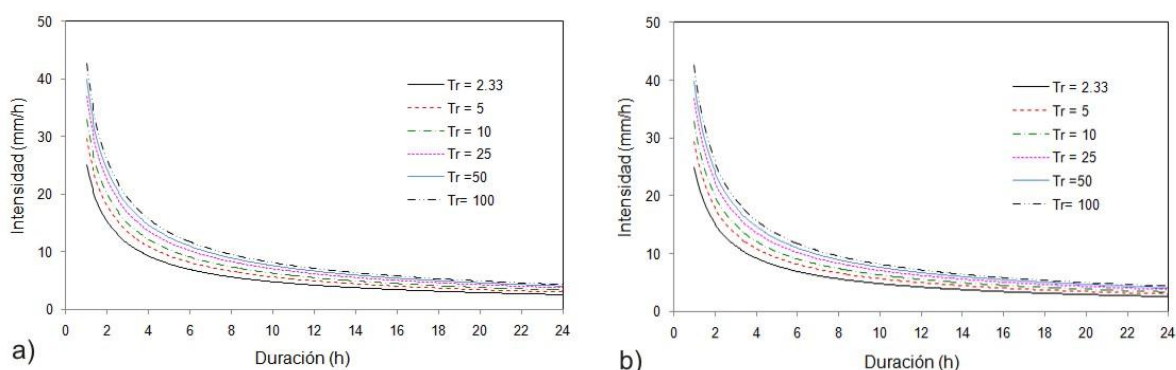


Figura 32. Curvas IDF obtenidas por Escalamiento Simple (Modelo Log-Normal) para la estación El retiro. a) Curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 16. b) Curva obtenida con parámetros presentados en la Tabla 17.

En la Figura 33 se muestra la diferencia porcentual de las estimaciones con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones con series de 14 años. Se evidencia que la diferencia se hace mayor a medida que aumenta la duración y el periodo de retorno, tal como sucede también con las EPV y las EPF. Esto muestra que las estimaciones de la precipitación con series de registro de 8 años son mayores comparadas con las estimaciones obtenidas con series de registros de 14 años. Para todas las estaciones del Valle de San Nicolás se tiene que las diferencias son muy variables, sin embargo se evidencia que hay sobre-estimación con menos años de registros.

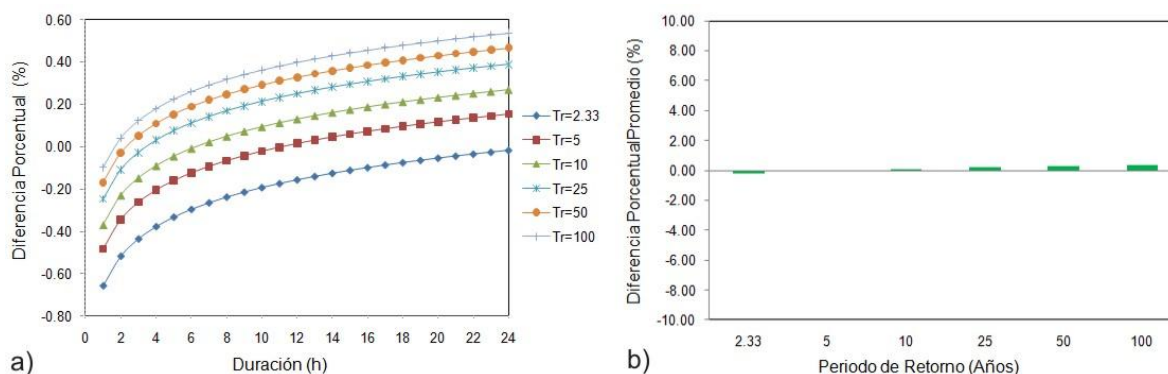


Figura 33. Diferencia porcentual que presentan las estimaciones de curvas IDF para la Estación El retiro con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años.

5.2.4. Escalamiento simple (Modelo GEV1). Escalamiento II

En este numeral se construyen las curvas IDF por el método de escalamiento Simple (Modelo GEV1) usando parámetros estadísticos (α_d y μ_d) (ecuaciones 27 y 28) y el exponente de escalamiento (θ) (Tabla 18 y Tabla 19) de la serie de valores máximos anuales de lámina de precipitación de una duración de referencia de 24 horas. ($d=24$ horas).

Tabla 18. Valores de los parámetros para Escalamiento II con 8 años de registros.

Estación	θ	α	μ	M_d^0	M_d^1
La Fe	-0.730	0.332	2.062	2.254	1.242
La Severa	-0.737	0.392	2.295	2.521	1.396
Las Palmas	-0.687	0.467	2.384	2.653	1.488
Vasconia	-0.747	0.335	2.217	2.410	1.321
El Retiro	-0.722	0.546	2.149	2.464	1.421
La Mosca	-0.780	0.469	2.014	2.285	1.305
Mesopotamia	-0.655	0.703	3.150	3.556	2.022

Tabla 19. Valores de los parámetros del método de Escalamiento II con 14 años de registros.

Estación	θ	α	μ	M_d^0	M_d^1
La Fe	-0.718	0.445	2.247	2.504	1.406
La Severa	-0.710	0.448	2.223	2.481	1.396
Las Palmas	-0.730	0.394	2.430	2.658	1.466
Vasconia	-0.755	0.413	2.271	2.510	1.398
El Retiro	-0.720	0.504	2.210	2.501	1.425
La Mosca	-0.770	0.336	2.057	2.251	1.425
Mesopotamia	-0.660	0.597	3.075	3.419	1.917

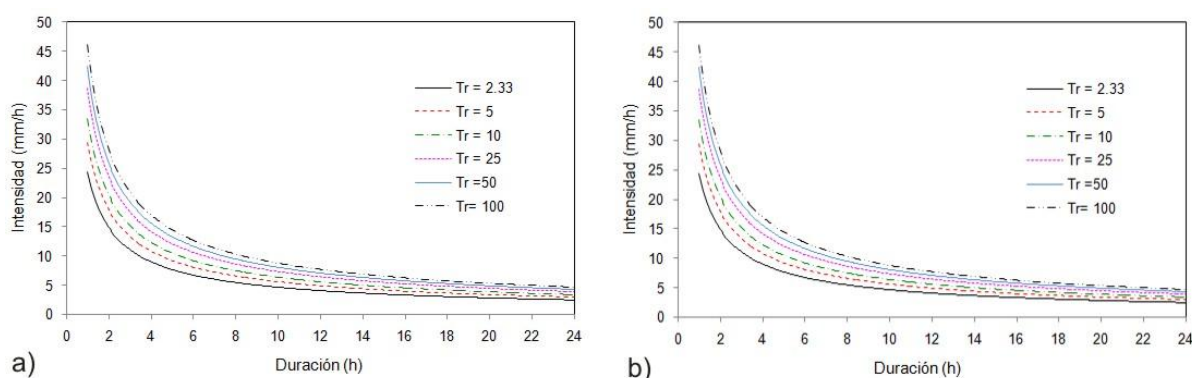


Figura 34. Curvas IDF obtenidas con el método de Escalamiento II para la estación El Retiro. a) curva obtenida con parámetros de 8 años. b) curva obtenida con parámetros de 14 años.

En la Figuras 34 se presentan las curvas IDF con el Método de Escalamiento II para las estaciones de San Nicolás con series de registro de 8 y 14 años. Para las estaciones La Fe y Vasconia se obtienen mayores estimaciones de intensidad con 14 años que con 8 años. Para las estaciones Las Palmas y El Retiro se obtienen estimaciones de intensidad mayores con 14 años para periodos de retorno de 2.33 y 5 años, mientras que para periodos de retorno mayores se producen mayores valores de intensidad estimadas con series de registro de 8 años. Para las estaciones Mesopotamia, La Mosca y La Severa siempre es mayor la estimación con series de registros de 8 años.

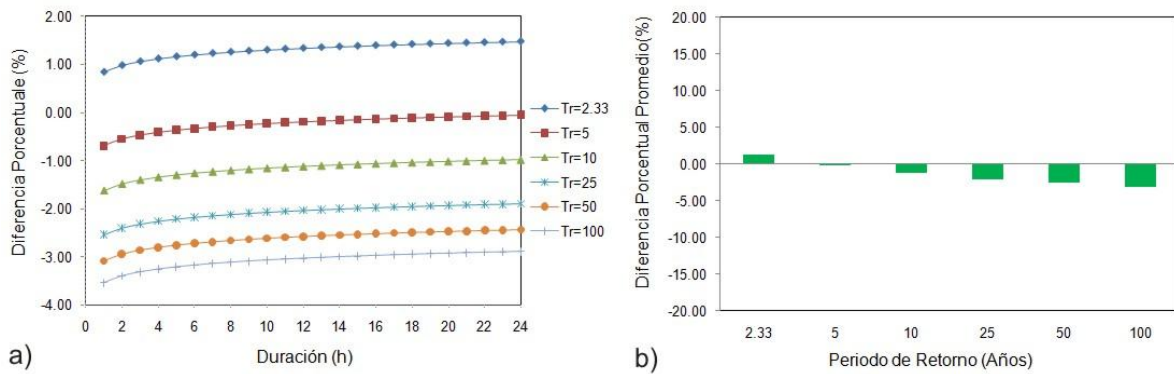


Figura 35. a) Diferencia porcentual que presentan las estimaciones de curvas IDF para la estación El retiro con series de registro de 8 años respecto a las estimaciones obtenidas con series de registro de 14 años. b) Diferencia porcentual promedio.

5.2.5. Evaluación de los resultados por los distintos métodos

5.2.5.1. Comparación entre métodos de escalamiento.

Las magnitudes de intensidad obtenidas por los diferentes métodos de escalamiento fueron comparadas como lo sugiere la ecuación (30).

Para hallar la diferencia porcentual se construyeron las curvas IDF obtenidas mediante los métodos de Escalamiento Simple (Modelo Log Normal y Modelo GEV1), utilizando el exponente de escalamiento (θ) y el coeficiente de variación (CV) promedio de todas las estaciones.

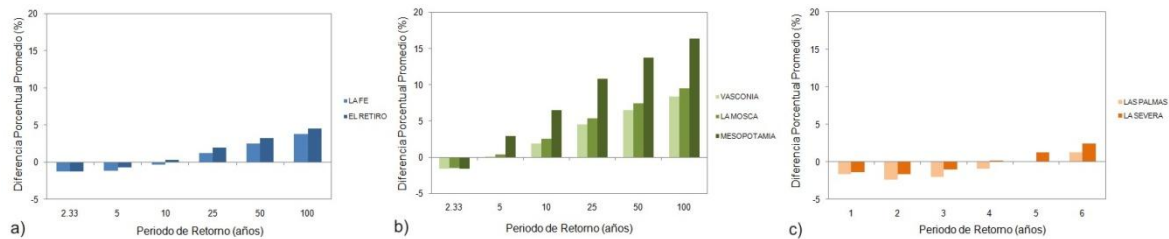


Figura 36. Diferencia porcentual entre los métodos de Escalamiento. a) Estaciones La Fe y El Retiro. b) Vasconia, La Mosca y Mesopotamia. c) Las palmas y La severa.

Las estaciones La Fe y El Retiro presentan diferencias porcentuales similares (ver Figura 36.a.) Esto indica que los valores de intensidad hallados por el método de Escalamiento I son mayores para periodos de retorno (Tr) de 2.33 y 5 años. Para periodos de retorno de 10, 25, 50 y 100 años, los valores de intensidad hallados por el método de escalamiento II son mayores.

La Figura 36.b. muestra una tendencia similar para las diferencias porcentuales en las estaciones La Mosca, Vasconia y Mesopotamia. Se aprecia que para periodos de retorno de 5, 10, 25, 50 y 100 años el método de Escalamiento II arroja valores mayores de intensidad. Para el periodo de retorno de 2.33 años el método de Escalamiento I presenta valores de intensidad mayores.

La Figura 36.c indica que los valores de intensidad hallados por el método de Escalamiento I son mayores para periodos de retorno (Tr) de 2.33, 5, 10 y 25 años, para

periodos de retorno 50 y 100 años los valores de intensidad hallados por el método de Escalamiento II son mayores.

5.2.5.2. Comparación entre métodos de escalamiento y ecuaciones paramétricas.

En la Figura 37 se muestran los errores relativos para diferentes duraciones entre las curvas IDF halladas por el método de Escalamiento Simple (Modelo LogNormal) y las curvas IDF e por medio de la ecuación 5 de las EPV. El error se estima con respecto a las intensidades obtenidas con el método de Escalamiento Simple.

Se observa que los errores son mayores para las duraciones menores, independientemente del periodo de retorno. Además, al aumentar el periodo de retorno se incrementa el error. La estimación de las intensidades por EPV presenta estimaciones mayores con respecto a las que se obtienen con el método de Escalamiento Simple.

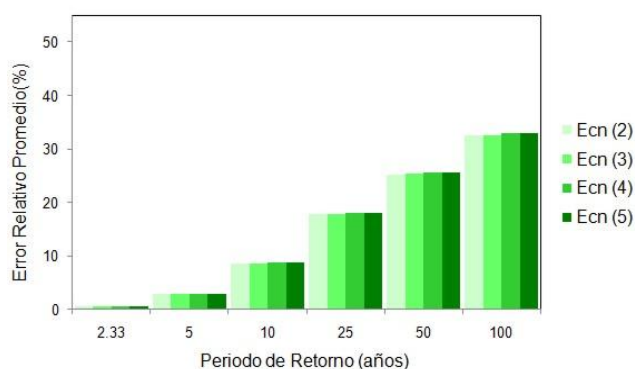


Figura 37. Errores relativos para diferentes duraciones y periodos de retorno para la estación El Retiro entre las intensidades halladas por Escalamiento Simple(Modelo LogNormal) y las intensidades halladas con la ecuación 5 de las EPV.

Comparando los valores de los parámetros obtenidos de las cuatro EPF para la construcción de las curvas IDF, se tiene que el parámetro b_2 presenta una gran similitud (en magnitud) al exponente de escalamiento hallado por medio de la metodología de Escalamiento Simple. En la Tabla 20 se muestran ambos parámetros calculados para cada estación sobre el Valle de San Nicolás.

Tabla 20. Parámetros b_2 y θ calculados para las diferentes estaciones del Valle de San Nicolás.

Estación	b_2 Promedio	θ	Desv. Estandar
La fe	0.724	-0.718	0.007
La Severa	0.711	-0.710	0.007
Las Palmas	0.731	-0.730	0.004
Vasconia	0.747	-0.755	0.010
El Retiro	0.711	-0.720	0.003
La Mosca	0.772	-0.770	0.008
Mesopotamia	0.645	-0.660	0.013

La ecuación EPF (II) similar a la ecuación general del método de Escalamiento Simple esto le puede dar sentido a la similitud (en magnitud) del parámetro b_2 con el exponente de Escalamiento.

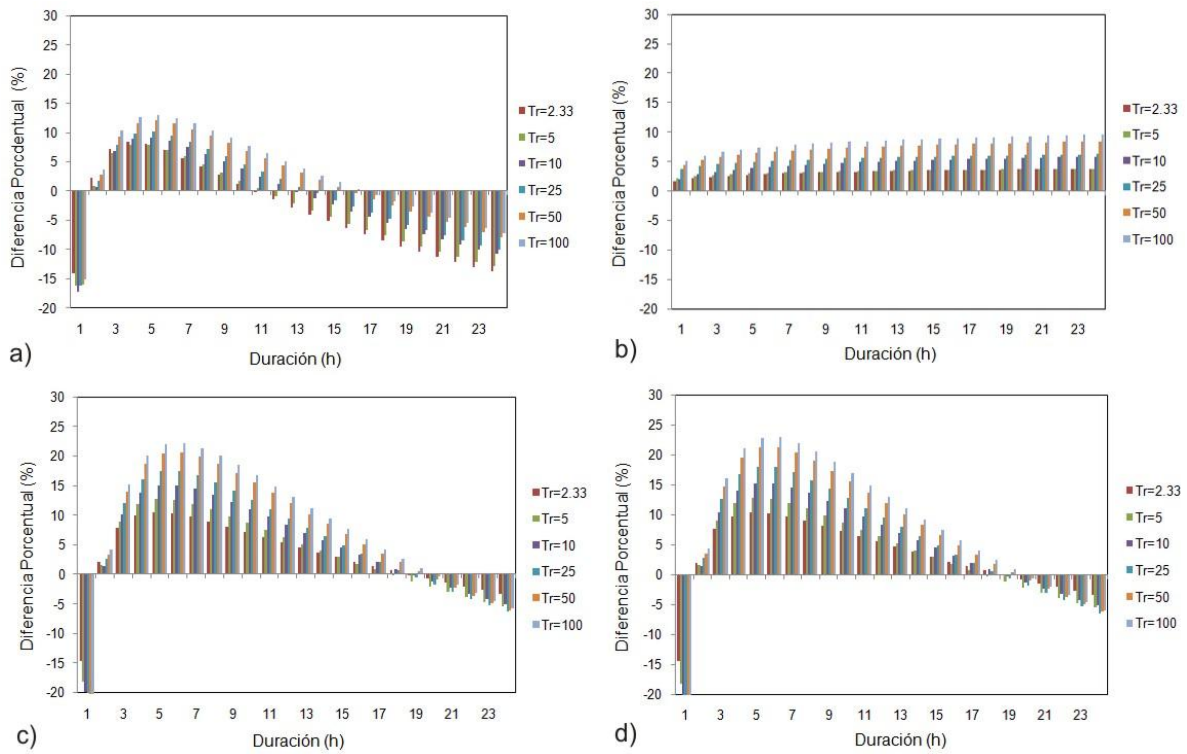


Figura 38. Diferencias porcentuales para diferentes duraciones y periodos de retorno entre las EPF y Escalamiento I, estación El Retiro. a) Intensidades por Escalamiento I y la ecuación (I) de las EPF. b) Intensidades por Escalamiento I y la ecuación (II) de las EPF. c) Intensidades por Escalamiento I y la ecuación (III) de las EPF. d) Intensidades por Escalamiento I y la ecuación (IV) de las EPF.

6. CARACTERÍSTICAS DE LA PRECIPITACIÓN

6.1. Valle De Aburrá

La precipitación media anual en la zona central del valle se encuentra entre 1200 mm y 2000 mm aumentando notablemente dichos valores de precipitación a medida que se tiende al sur del valle, en este último se encuentran valores mayores a 2200 mm. La zona Norte del Valle de Aburrá presenta los menores valores de precipitación media anual estando entre 1200 mm y 1400 mm. (Ver Figura 39).

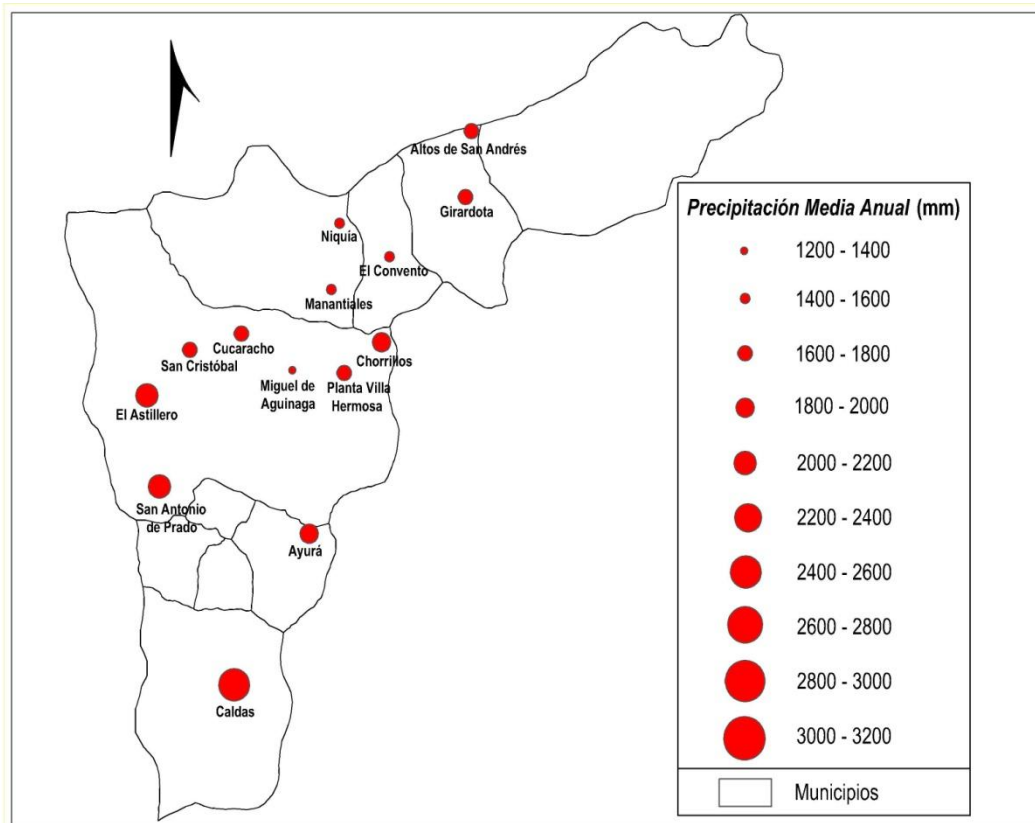


Figura 39. Precipitación media anual Valle de Aburrá (mm)

El número promedio de días con lluvia al año presenta un comportamiento similar con la precipitación media anual, nótese que la estación con mayor número de días de lluvia al año es también la estación con mayor precipitación media anual (Ver Figuras 39 y 40). Las estaciones ubicadas al Norte del valle presentan la menor cantidad de días con lluvia al año, mientras que el sur presenta la mayor cantidad.

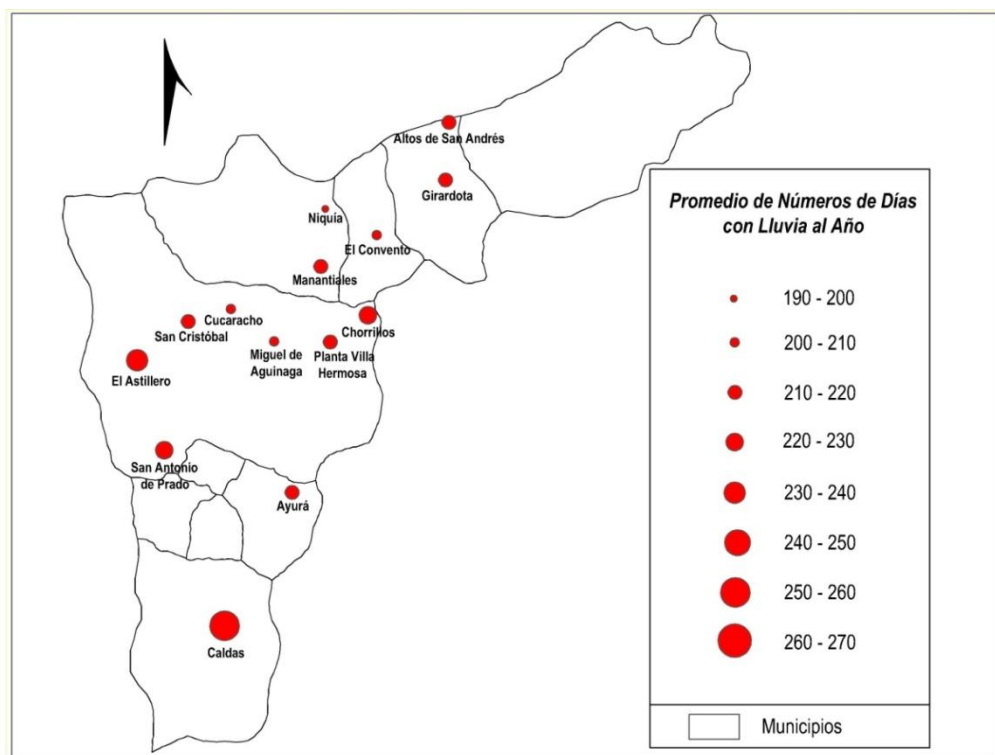


Figura 40. Número promedio de días con lluvia al año en el Valle de Aburrá.

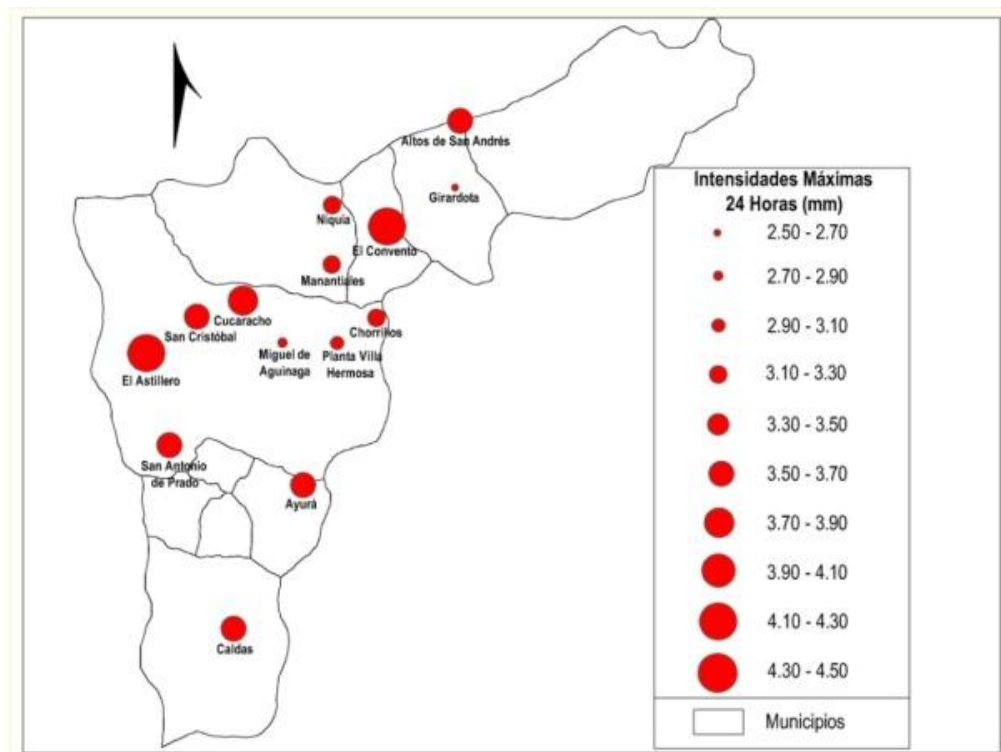


Figura 41. Intensidades máximas multianuales para 24 horas (mm).

Las intensidades máximas multianuales tienen una tendencia a ser uniformes estando estas entre 3.50 mm y 3.90 mm en 24 horas para el sur de Valle de Aburrá, el occidente dicho parámetro se encuentra entre 3.70 mm y 4.10 mm en 24 horas. En la zona norte del valle se muestra un gran dispersión encontrándose entre 2.5 y 4.3 mm en 24 horas. (Ver Figura 41).

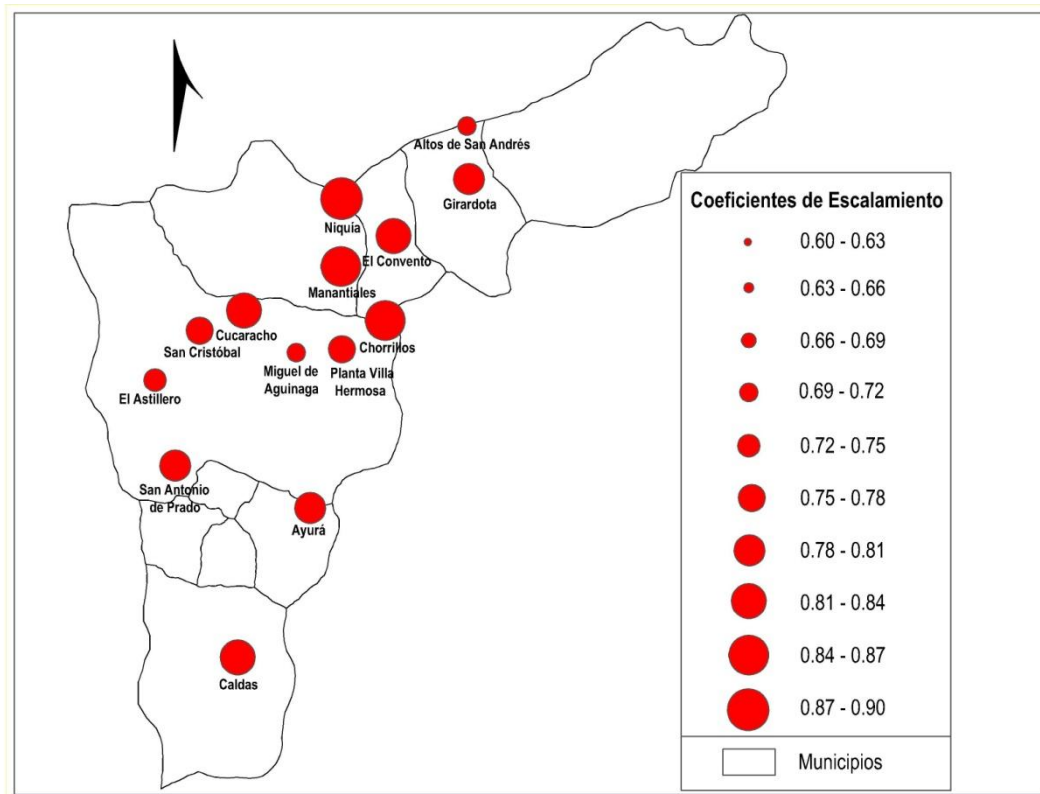


Figura 42. Exponente de Escalamiento- Valle de Aburrá.

Como se discutió en capítulos anteriores, el exponente de escalamiento es considerado como uno de los parámetros invariantes de la lluvia; el sur del Valle de Aburrá presenta uniformidad mientras el resto del valle presenta una gran dispersión en la magnitud de dicho exponente. (Ver Figura 42).

La Figura 43 muestra los coeficientes de variación para el Valle de Aburrá en el cual se evidencia que dicho coeficiente es menor para la estación pluviográfica donde la precipitación media anual es mínima (explicar mejor), el sur presenta uniformidad en dicho coeficiente mientras la zona central del valle presenta los menores valores.

El comportamiento del exponente de escalamiento se puede considerar independiente de la altura sobre el nivel del mar (Ver Figura 44.a), además su desviación estándar es baja ya que no muestra gran dispersión respecto a la media. El exponente de escalamiento no tiene variación significativa a medida que aumenta la precipitación media anual (ver Figura 45.a). La intensidad máxima para 24 horas presenta una tendencia creciente con respecto a la altura sobre el nivel del mar. (Ver Figura 45.b).

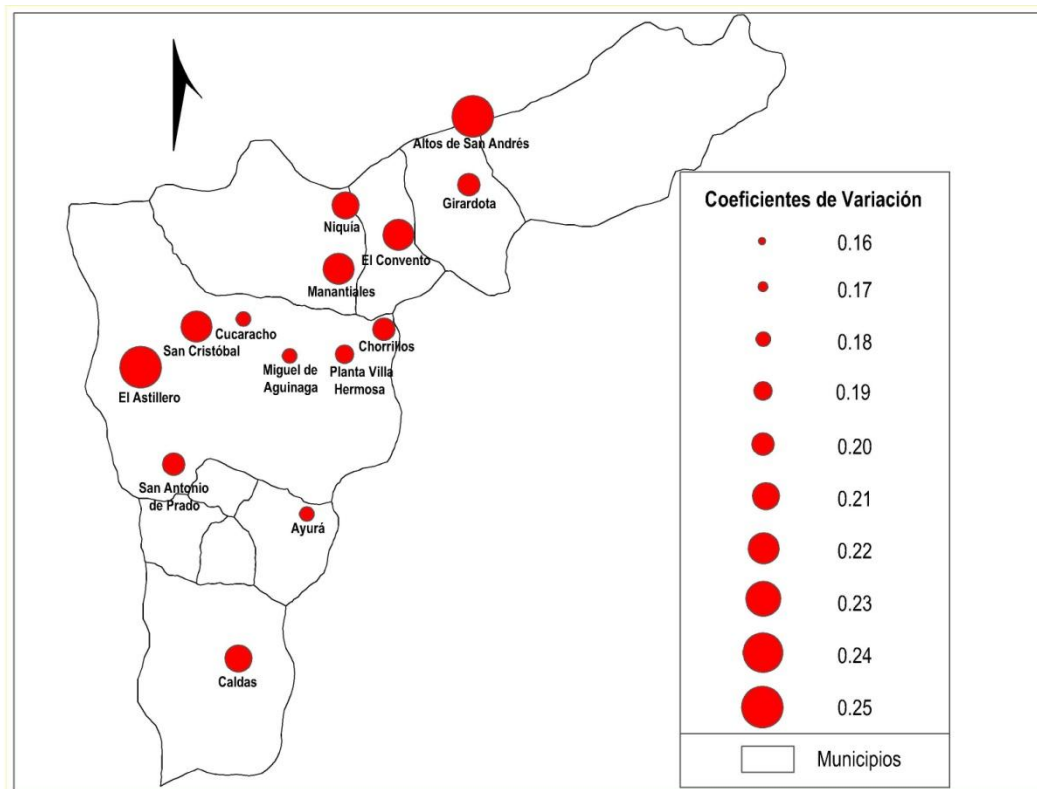


Figura 43. Coeficiente de Variación.

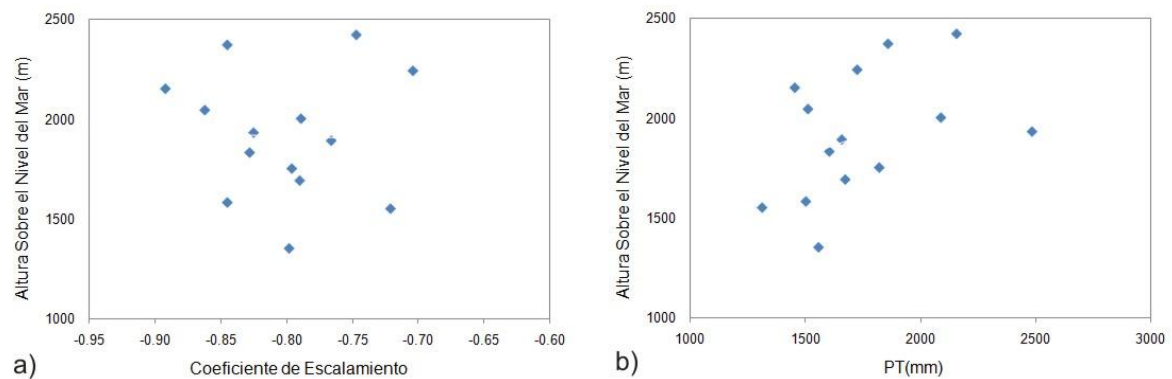


Figura 44. a) Exponente de Escalamiento (θ) Vs altura sobre el Nivel del mar (m). b) Altura Sobre Nivel Del Mar (m) Vs Precipitación Media Anual (mm).

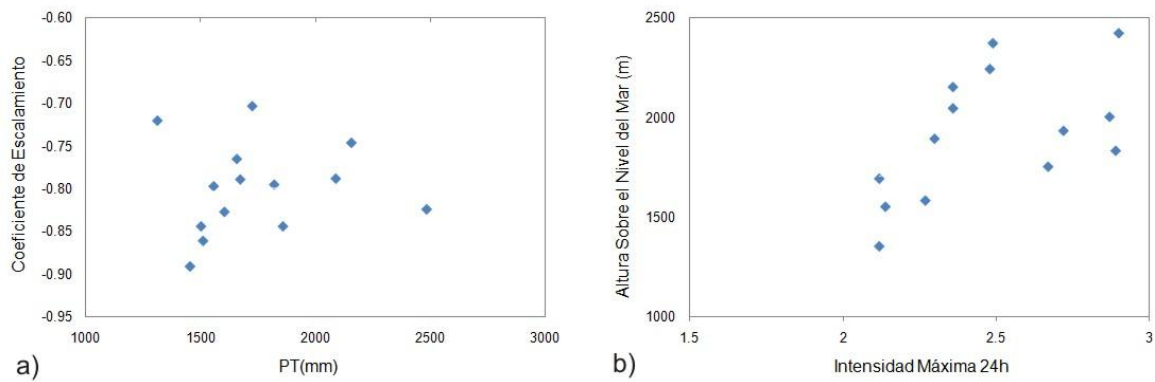


Figura 45. a) Coeficiente de Escalamiento Vs Precipitación Media Anual (mm). b) Intensidad Máxima Multianual para 24 horas Vs Altura Sobre Nivel Del Mar (m).

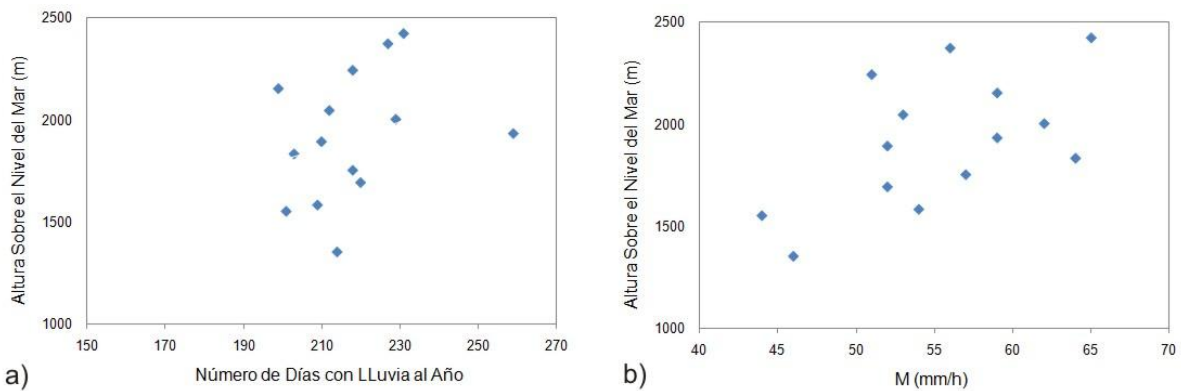


Figura 46. a) Número de días con Lluvia al año Vs Altura sobre el nivel del mar (m). b) Valor promedio anual máximo de precipitación diaria (M) Vs Altura Sobre el Nivel Del Mar (m).

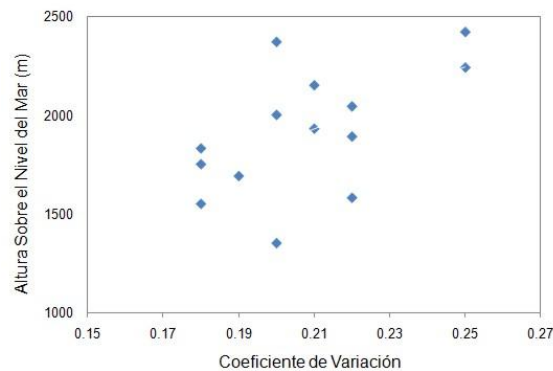


Figura 47. Coeficiente de Variación Vs Altura sobre el nivel del mar (m).

El número de días con lluvia al año no tiene un cambio significativo a medida que cambia la altura sobre el nivel del mar. Se puede apreciar que el valor anual máximo de precipitación diaria tiene a aumentar a medida que aumenta la altura sobre el nivel del mar. (Ver Figuras 46.a y 46.b). El coeficiente de variación presenta poca dispersión con el cambio de la altura sobre el nivel del mar (m). (Ver Figura 47).

6.2. Valle de San Nicolás

La precipitación media anual en el valle de San Nicolás se encuentra entre 1800 mm y 2000 mm. La estación Mesopotamia que es la que se encuentra más alejada es la que

presenta mayor diferencia teniendo una precipitación media anual de 3221 mm. (Ver Figura 48).

El número promedio de días con lluvia al año presenta gran uniformidad en las estimaciones para el valle de San Nicolás; 5 de las 7 estaciones estudiadas tienen un promedio entre 230 y 250 días con lluvia al año. La estación La Fe presenta el menor número promedio de días con lluvia al año mientras Mesopotamia presenta el mayor. (Ver Figura 49)

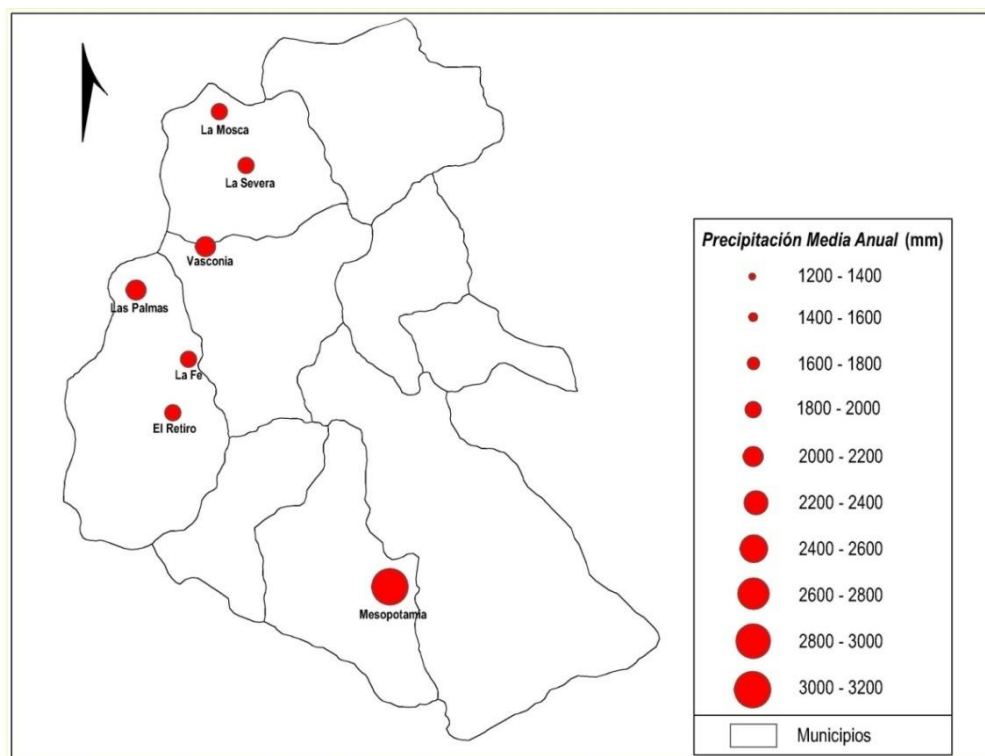


Figura 48. Precipitación media anual Valle de San Nicolás (mm)

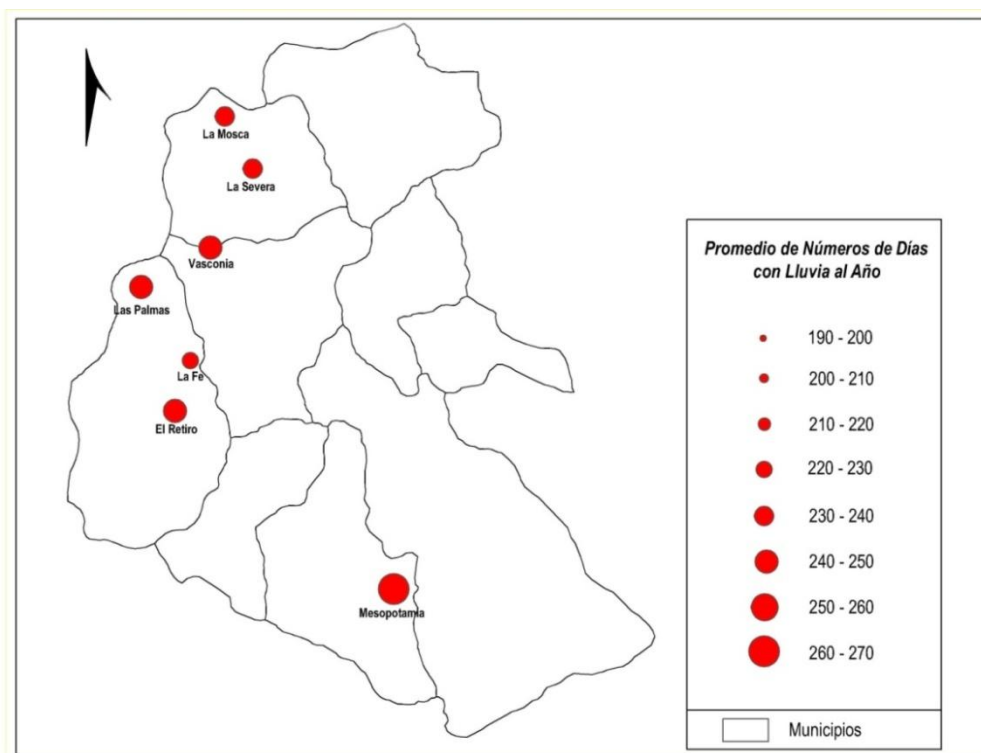


Figura 49. Número promedio de días con lluvia al año en el Valle de San Nicolás.

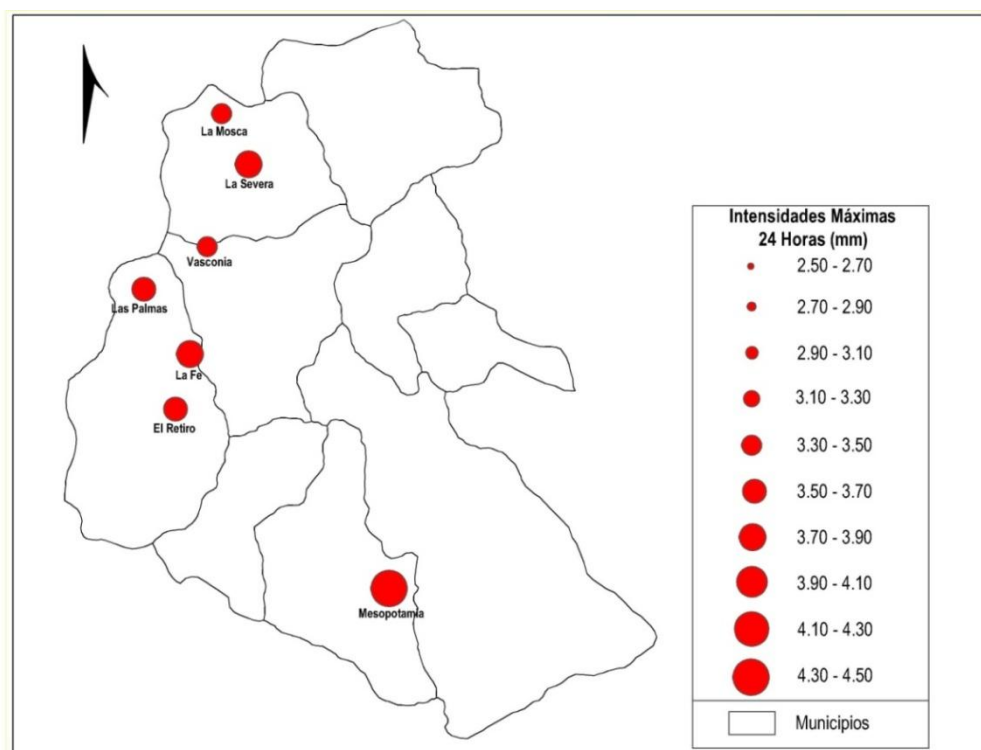


Figura 50. Intensidades Máximas Multianuales para 24 horas (mm)-Valle San Nicolás.

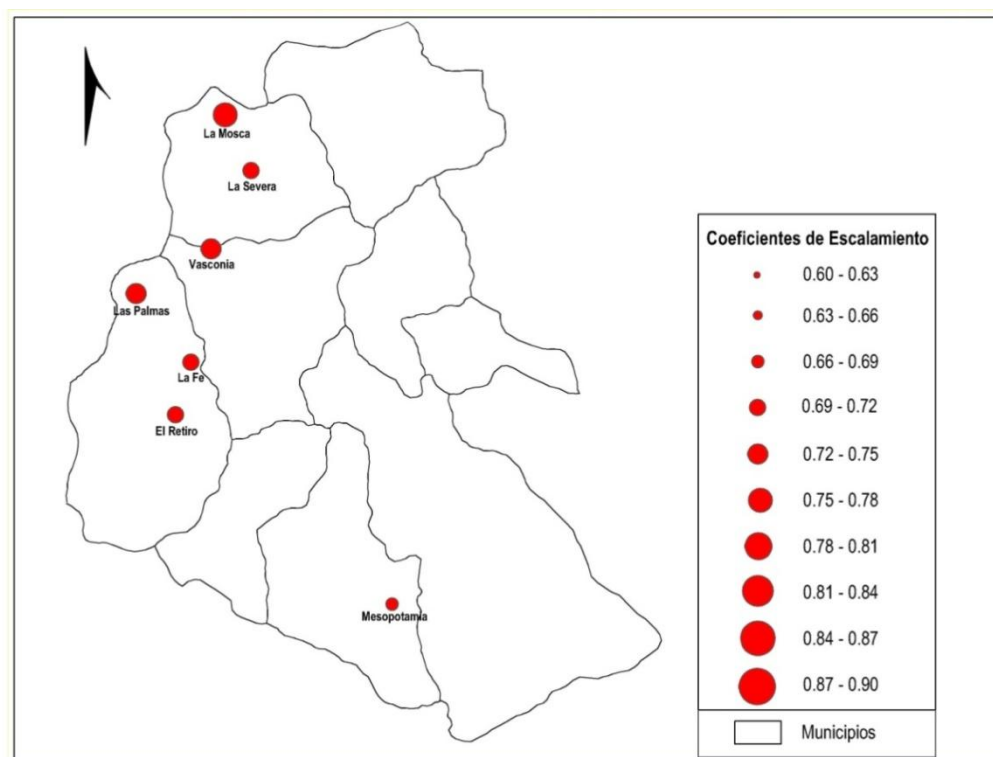


Figura 51. Exponente de Escalamiento-Valle De San Nicolás.

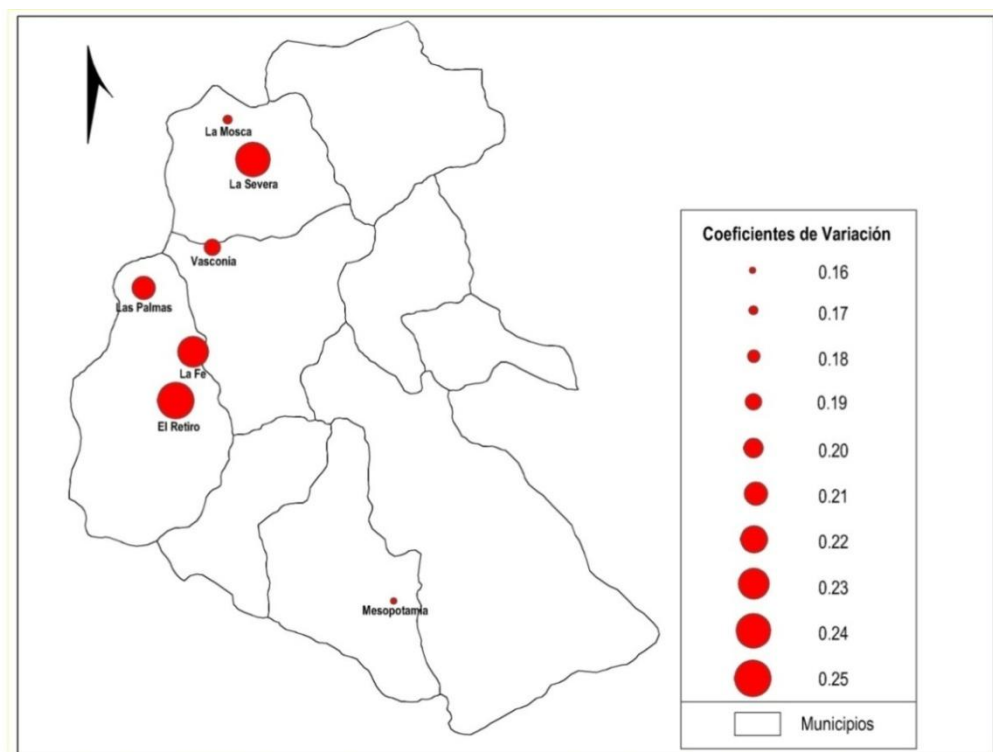


Figura 52. Coeficiente de Variación-Valle De San Nicolás

El exponente de escalamiento presenta muy poca variabilidad (Ver Figura 51), con valores entre -0.710 y -0.770 para la mayoría del Valle, la diferencia más marcada la presenta la estación Mesopotamia con un valor de exponente de -0.660. Sin embargo, se

puede notar que el rango de variación entre todas las estaciones es pequeño. Esto último también se evidencia con el coeficiente de variación que varía entre 0.16 y 0.24. (Ver Figura 52).

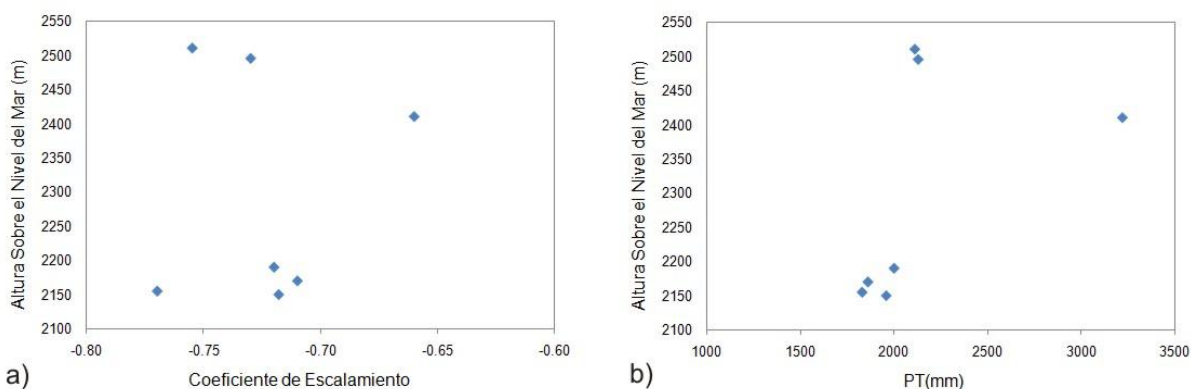


Figura 53. a) Coeficiente de Escalamiento Vs Altura sobre el Nivel Del Mar (m). b) Altura Sobre Nivel Del Mar (m) Vs Precipitación Media Anual (mm).

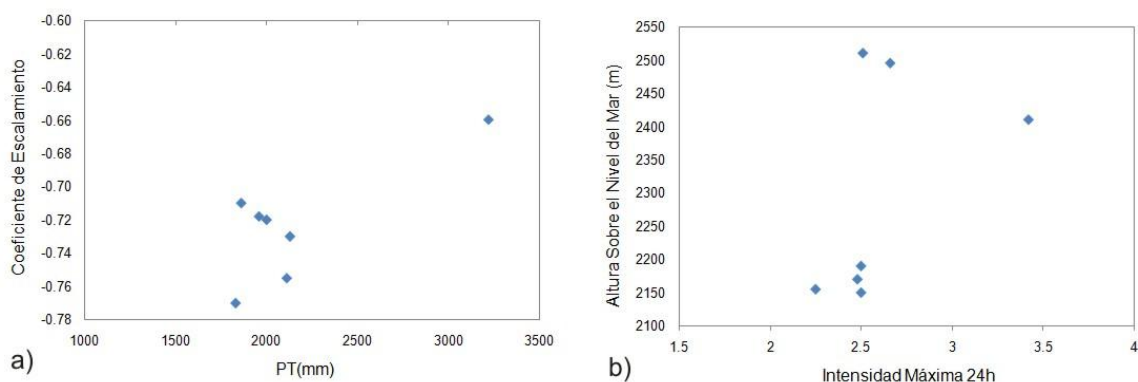


Figura 54. a) Coeficiente de Escalamiento Vs Precipitación Media Anual (mm). b) Intensidad Máxima Multianual para 24 horas Vs Altura Sobre Nivel Del Mar (m).

En la Figura 53.a se puede observar que el exponente de escalamiento tiene muy poca variación con respecto a la altura sobre nivel del mar; dicho valor tiende claramente a una media de -0.72. En cuanto al óptimo pluviométrico se puede notar que este se encuentra cerca a los 2400 msnm. Ver Figura 53.b, ó 150 m por encima del nivel promedio del piso del Valle.

El exponente de escalamiento presenta muy poca variabilidad con respecto a la precipitación media anual (Ver Figura 54. a). Con respecto a la Intensidad máxima para duraciones 24 horas se puede notar que es altamente variable dependiendo de la altura sobre el nivel del mar aunque no se presenta una tendencia clara. Ver Figura 54.b.

El número promedio de días con lluvia al año el cual tiene en promedio de 243 y presenta poca variabilidad con respecto al cambio de altura sobre el nivel del mar. (Ver Figura 55.a).

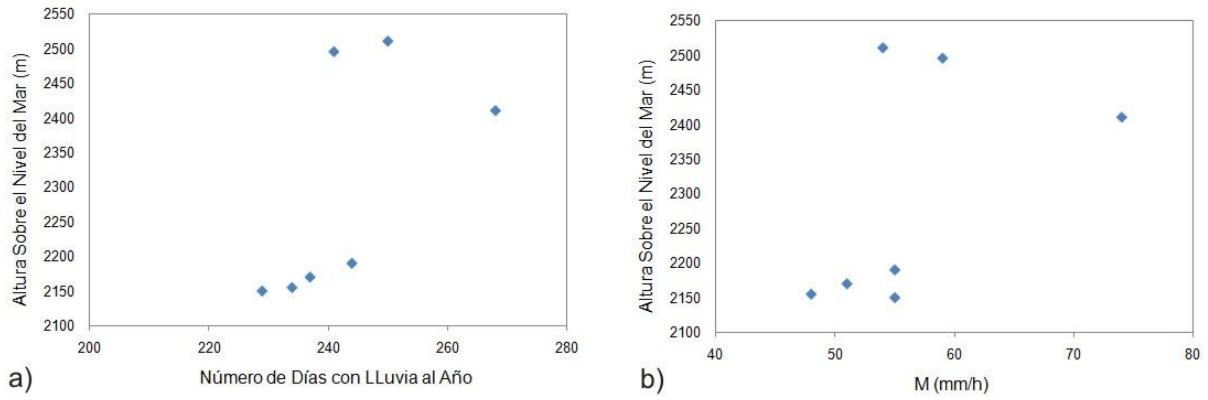


Figura 55. a) Número de días con Lluvia al año Vs Altura sobre el nivel del mar (m). b) Valor promedio anual máximo de precipitación diaria (M) Vs Altura Sobre el Nivel Del Mar (m).

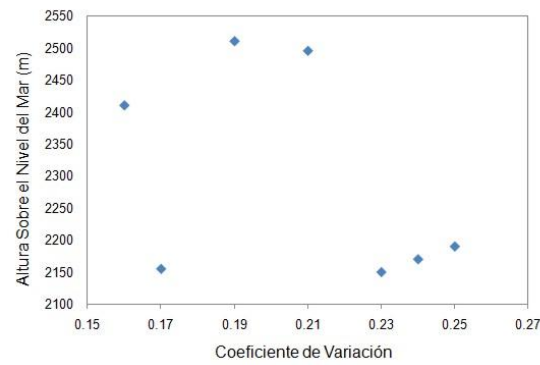


Figura 56. a) Coeficiente de Variación Vs Altura sobre el nivel del mar (m).

El coeficiente de variación tiene un grado de dispersión muy bajo a medida que cambia la altura sobre el nivel del mar. (Ver Figura 56).

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Todos los métodos para la construcción de las curvas IDF presentan variaciones en la estimación de la precipitación, dependiendo de la longitud de las series de registros utilizadas. En los métodos de escalamiento la estimación de intensidades es menor a la que presentan los demás métodos. Por lo anterior si se tiene series de registros cortas es recomendable utilizar métodos de escalamiento.
- De acuerdo a los análisis del capítulo 6, se tiene que el exponente de escalamiento y el coeficiente de variación son parámetros que presentan un comportamiento independiente con respecto a la altura sobre el nivel del mar y a la precipitación media anual, esto indica que el método de escalamiento se fundamenta en parámetros con poca variabilidad.
- Con la comparaciones realizadas entre las estimaciones obtenidas con los diferentes métodos para series de registros de igual longitud se pudo determinar que los métodos de escalamiento presentan menores estimaciones de intensidad que los métodos empíricos por tal razón los métodos de escalamiento pueden ofrecer alternativas para diseños más económicos.
- Para el Valle de Aburrá la precipitación presenta gran variación, muestra de ello es que en el sur se presenta una precipitación media anual mayor que en el resto del valle pero la intensidad no presenta este mismo comportamiento. Por lo anterior se concluye que la precipitación no tiene un patrón definido para todo el valle.
- El exponente de escalamiento y el coeficiente de variación para el Valle de San Nicolás presentan muy poca variación con respecto a las características geomorfológicas y de precipitación de la zona, por tal razón dichos parámetros son confiables para la aplicación de los modelos de escalamiento.
- Al comparar los métodos de escalamiento para el valle de San Nicolás no se pudo establecer que método aporta mayores estimaciones de intensidad ya que varía dependiendo la estación y el periodo de retorno.

El método de ecuaciones paramétricas (Vargas) comparado con los demás métodos aporta sobrestimaciones muy grandes a medida que aumenta el periodo de retorno. La ecuación 4 propuesta por Vargas alcanza una diferencia porcentual hasta del 50% con respecto al método de Escalamiento I.

- Para el diseño hidrológico se recomienda utilizar curvas Intensidad-Duración-Frecuencia estimadas con métodos de escalamiento ya que dichos métodos están fundamentados en bases físicas más solidas que los métodos tradicionales.

BIBLIOGRAFÍA

BURLANDO, P., ROSSO, R., Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves for storm precipitation. *Journal of Hydrology*, 187, 45-64, 1996.

DIAZ-GRANADOS, M., PUENTE, X., Estimación de curvas Intensidad-Duración-frecuencia a partir de información pluviométrica. XXIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica., Cartagena., 2008.

DIAZ-GRANADOS, M., DEEB, A., Analisis regional de frecuencias usando momentos ponderados con probabilidad. VIII Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología., Barranquilla., 1988.

EMPRESAS PÚBLICAS DE MEDELLÍN., Red de estaciones hidrometeorológicas de EE.PP.M. *Revista Hidrometeorologica*, Vol. 1, no. 1, 33-42, 2005.

GREIS, N., WOOD, E., Regional flood frequency estimation and network design. *Water Resources Research*, 1981, Vol. 17, no. 4, p. 1167-1177.

GRENWOOD, A, LANDWEHR, M, MATALAS, N.C. y WALLIS, J.R., Probability weighted moments: Definition and relations to parameter of several distributions expressible in inverse form. *Water Resources Research*. 1979, Vol. 15, no. 5, p. 1049-1054.

POVEDA, G., La Hidroclimatología de Colombia: Una síntesis desde la escala interdecadal hasta la escala diaria. *Revista Academia Colombiana de Ciencias*. 2004, Vol. 28, no.107, p. 201-222.

VÉLEZ, I., POVEDA, G., MESA, O., SALAZAR, L., VIERA, S., MEJÍA, F., HOYOS, C., Quevedo, D., Estimación de curvas intensidad-frecuencia-duración en Colombia aplicando diferentes metodologías. XV Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología.

WILCHES, S. Estudio de las propiedades de invarianza de las precipitaciones máximas puntuales en el departamento de Antioquia, 2001 Tesis de maestría, Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.

YU, P., YANG, T., LIN, C., Regional rainfall intensity formulas based on scaling property of rainfall. *Journal of Hydrology*. 2004, Vol. 295, p. 108-123.