

UNA METODOLOGÍA PARA EL ACOPLE DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS Y LA MODELACIÓN DE LA CALIDAD DEL AGUA



WILLIAM CLAVIJO SANABRIA

Asesor

LUIS ALEJANDRO CAMACHO B. Ph.D.

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental
Maestría en Ingeniería Civil – Área de Recursos Hídricos**

Bogotá, 2002

TABLA DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	OBJETIVOS	2
1.1.1	OBJETIVO GENERAL	2
1.1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	2
1.1.3	ALCANCE	2
1.2	METODOLOGÍA	2
1.2.1	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	2
1.2.2	DESARROLLO DEL MODELO	3
1.2.3	VERIFICACIÓN DEL MODELO	3
1.2.4	APLICACIÓN DEL MODELO	3
2	REVISIÓN DEL MARCO DE MODELACIÓN	4
2.1	ELEMENTOS DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS	4
2.1.1	FORMAS DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS	4
2.1.2	ECUACIONES PARA CARGAS DE LECHO DE FONDO	5
2.1.3	ECUACIONES PARA CARGAS SUSPENDIDAS	9
2.1.4	ECUACIONES PARA CARGAS TOTALES DE LECHO	12
2.1.5	TRANSPORTE DE SEDIMENTOS COHESIVOS	15
2.2	ELEMENTOS DE MODELACIÓN DE LA CALIDAD DEL AGUA	18
2.2.1	TRANSPORTE ADVECTIVO - DISPERSIVO DE SOLUTOS EN CORRIENTES	18
2.2.2	INTERACCIÓN FLUIDO - SEDIMENTO	19
2.3	METODOLOGÍAS DE ACOPLE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS - CALIDAD DEL AGUA	21
2.3.1	FORMULACIONES DE TRÁNSITO DE SEDIMENTOS	21
2.3.2	TRANSPORTE DE SEDIMENTOS EN SISTEMAS DE ALCANTARILLADO	22
3	DESARROLLO DEL MODELO	23
3.1	ESQUEMAS PROPUESTOS DEL ACOPLE DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS - CALIDAD DEL AGUA	23
3.1.1	ESQUEMAS DE MODELACIÓN	25
3.1.2	SUPUESTOS	24
3.1.3	ALCANCE DEL MODELO	26
3.2	MODELO DE UNA ZONA	26
3.2.1	ECUACIÓN DE BALANCE PARA LA CARGA SUSPENDIDA	27
3.2.2	ECUACIÓN PARA EL NIVEL DE LECHO DE FONDO	28
3.3	MODELO DE DOS ZONAS	29
3.3.1	ECUACIONES DE BALANCE PARA LA CARGA SUSPENDIDA	30
3.3.2	ECUACIÓN DE BALANCE PARA LA CARGA DE LECHO DE FONDO	30

3.3.3	Ecuación para el nivel de lecho de fondo	31
3.4	ACOPLAMIENTO DEFINITIVO DE LOS MODELOS	31
4	ANÁLISIS, IMPLEMENTACIÓN Y VERIFICACIONES INICIALES	33
4.1	ANÁLISIS EN ESTADO ESTABLE	33
4.1.1	Modelo de Una Zona	33
4.1.2	Modelo de Dos Zonas	35
4.2	METODOLOGÍA NUMÉRICA DE SOLUCIÓN	36
4.2.1	Esquema Explícito	36
4.2.2	Esquema Implícito	39
4.2.3	ANÁLISIS DE ESTABILIDAD	40
4.3	VERIFICACIONES	41
4.3.1	COMPORTAMIENTO CON UNA CARGA ALTA LOCALIZADA INICIAL (CONDICIÓN INICIAL) Y CONDICIÓN DE FRONTERA NULA	41
4.3.2	COMPORTAMIENTOS CON CARGA ESCALÓN (CONDICIÓN DE FRONTERA), CONDICIONES INICIALES NULAS	44
4.3.3	COMPORTAMIENTO CON CARGA PULSO (CONDICIÓN DE FRONTERA), CONDICIONES INICIALES NULAS	46
4.3.4	COMPORTAMIENTO CON UNA CARGA AFLUENTE LOCALIZADA EN LA MITAD DEL TRAMO DE SIMULACIÓN, CONDICIONES DE FRONTERA Y CONDICIONES INICIALES NULAS	47
4.3.5	COMPORTAMIENTO EN ESTADO ESTABLE	48
4.3.6	PRUEBAS DE SENSIBILIDAD DE LOS PARÁMETROS	48
5	APLICACIÓN AL RÍO BOGOTÁ	49
5.1	DESCRIPCIÓN DEL TRAMO DE ESTUDIO	49
5.1.1	UBICACIÓN GEOGRÁFICA	49
5.1.2	ESTADO DE LA CALIDAD DEL AGUA	50
5.2	DATOS DISPONIBLES	50
5.2.1	DATOS HIDRÁULICOS	51
5.2.2	DATOS DE SEDIMENTOS	55
5.2.3	DATOS DE SÓLIDOS SUSPENDIDOS	55
5.3	TRATAMIENTO DE LOS DATOS	56
5.3.1	AJUSTE DE DATOS	56
5.3.2	IMPLEMENTACIÓN CON EL MÉTODO NUMÉRICO	59
5.4	CALIBRACIÓN DEL MODELO	61
5.4.1	METODOLOGÍA DE CALIBRACIÓN (MONTÉ-CARLO) Y EL ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE	61
5.4.2	INDICADORES DE BONDAD DE AJUSTE	62
5.4.3	ESCENARIOS DE CALIBRACIÓN	62
5.4.4	MODELOS DE TRANSPORTE CINÉTICOS	65
5.5	LIMITACIONES DEL MODELO	68
5.5.1	INTERACCIONES PARAMÉTRICAS	68
5.5.2	OTRAS	68

6	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	69
6.1	CONCLUSIONES	69
6.1.1	CONCLUSIONES RESPECTO AL MODELO DE UNA ZONA	69
6.1.2	CONCLUSIONES RESPECTO AL MODELO DE DOS ZONAS	69
6.2	RECOMENDACIONES	69
7	BIBLIOGRAFÍA	70

1 INTRODUCCIÓN

La conservación sostenible de los cuerpos de agua superficiales es ahora, uno de los principales retos que ofrece el mantenimiento de las grandes ciudades que de éstos se valen, tanto para la obtención del agua, como para el vertimiento de las aguas residuales. Por lo tanto, se deben plantear metodologías y políticas de manejo integrado que se basen en modelos confiables de su comportamiento y que tengan en cuenta todos los aspectos que concuerdan al control de la calidad del agua en estos cuerpos.

Uno de los aspectos a tener en cuenta es la comprensión de la relación entre el transporte de sedimentos y su efecto en la calidad del agua pues existe una asociación entre la mayoría de las sustancias contaminantes que están incorporadas a los sólidos que viajan con la fase líquida (Ashley, 1999) y los procesos físicos de transporte de dichos sólidos con el comportamiento hidráulico de la corriente.

En términos de modelación existe una brecha entre la descripción del transporte de sedimentos y la descripción de sus efectos en la calidad del agua, dado que los procesos físicos del transporte de sedimentos (carga en suspensión, sedimentación y resuspensión) no se tienen en cuenta apropiadamente en los modelos de calidad, pues ni amplían la hidráulica a los parámetros que determinan dichos procesos, como la tasa de sedimentación, de resuspensión y la carga transportada. De tal forma que el primer proceso correspondiente al transporte en suspensión de las partículas no sólo debe ser descrito en términos advectiones sino en términos que describan la capacidad física de la corriente de llevar las partículas. Para el segundo proceso, la sedimentación, que conlleva al deterioro de los hechos de las corrientes, se debe establecer mejor la tasa de sedimentación en función de la capacidad de transporte de sólidos. Finalmente el tercer proceso, la resuspensión, debe tener en cuenta el efecto de las crecientes y por lo tanto algún indicador del efecto de la turbulencia en el desprendimiento de las partículas desde el fondo. Así, se tiene dos efectos palpables del transporte de sedimentos sobre la calidad de las corrientes: La formación de lechos con alta potencialidad contaminante (debidos a la sedimentación) y la generación de altas cargas de contaminantes transportados por las crecientes hidráulicas (debidas a la resuspensión)

El presente trabajo propone un modelo distribuido de acople del transporte de sedimentos y calidad del agua para describir la formación de lechos cohesivos con alto grado de contaminación por efecto de la sedimentación de los sólidos y el efecto de crecientes en la resuspensión de las cargas de contaminantes. Se desarrollan dos formas del modelo, una con una zona que incluye la zona de carga suspendida y el lecho de fondo. La otra forma contempla dos zonas, una que corresponde a la carga suspendida, otra correspondiente a la carga de lecho y finalmente el lecho. Se simulan casos particulares de condiciones de frontera para determinar el comportamiento del modelo y verificar su aplicabilidad, se analizan los casos particulares en estado estable para verificar la estabilidad numérica y se estudia su aplicación al Río Bogotá.

La aplicación al Río Bogotá se fundamenta en dos características especiales respecto al transporte de sólidos con alta carga contaminante. La primera tiene que ver con la formación de una capa de lecho de fondo cohesiva anaerobia debida a la sedimentación de sólidos, que tienen su fuente en las altas cargas que recibe desde su nacimiento en el municipio de Villapinzón por la industria de curtiembres (cargas de metales pesados), las cargas orgánicas de los pueblos de la cuenca alta (Chocontá, Sesquió, Suesca, Tocancipá, Guachanipá, Chía) y finalmente las cargas correspondientes a la ciudad de Bogotá. La otra característica tiene que ver con el marcado deterioro de la calidad del agua que se presenta en el río, cuando se presentan regímenes hidráulicos de creciente por la

convencionales de transporte de sedimentos a los casos de sedimentos cohesivos y sólidos contaminantes asociados. Finalmente se revisaron trabajos de integración calidad e hidráulica de sedimentos de algunos autores con los cuales se definen las diferencias y convergencias con el modelo propuesto.

1.2.2 Desarrollo del Modelo

El desarrollo del modelo comprendió la estructuración de los términos que detallarían los procesos del transporte de sedimentos y que se incorporarían a una ecuación de balance de solutos que define los niveles de concentraciones y así el estado de calidad del agua de la corriente. El proceso implicó la definición de las ecuaciones de transporte de sedimentos apropiada, la definición de los volúmenes de control mas apropiados para los procesos y finalmente de las modificaciones a las propuestas de modelos existentes.

1.2.3 Verificación del Modelo

Para la verificación del modelo se hicieron pruebas con diferentes entradas, condiciones iniciales y condiciones de frontera que permitieran mostrar la consistencia del comportamiento de los parametros y así de la descripción de los procesos de transporte de sedimentos.

También se hicieron los análisis de estabilidad para determinar el comportamiento del modelo en estado estable y así su aplicabilidad en casos de regímenes hidrológicos de largo plazo que implican perfiles de concentraciones estacionarios.

1.2.4 Aplicación del Modelo

La aplicación del modelo se hizo con base en caudales, traza de muestras de sedimento y sólidos suspendidos totales registrados en las campañas de medición de la calidad del agua del Proyecto de Modelación de la Calidad del Agua del Río Bogotá de la Universidad de Los Andes (2001-2002), de tal forma que se realizaron las simulaciones de montecarlo necesarias para establecer la calibración del modelo al caso del Río Bogotá y así determinar sus posibles aplicaciones en escenarios de manejo.

1.2 ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO

El documento se compone de seis capítulos distribuidos así:

El primer capítulo hace la introducción al problema, se exponen los objetivos y alcances del trabajo.

El segundo capítulo expone los elementos de modelación tanto del transporte de sedimentos como de la calidad del agua que son utilizados en el desarrollo del modelo.

- En el tercer capítulo se desarrolla la construcción del modelo, las ecuaciones gobernantes y el acople definitivo con la hidráulica.
- El cuarto capítulo es destinado a exponer la implementación y las verificaciones del modelo.
- En el quinto capítulo se desarrolla la aplicación al caso del Río Bogotá, donde se expone la metodología de calibración.
- Finalmente en el capítulo sexto se exponen las recomendaciones y conclusiones del trabajo desarrollado.

2 REVISIÓN DEL MARCO DE MODELACIÓN

En este capítulo se detallan los elementos derivados de la revisión bibliográfica que son utilizados en la conformación del modelo y que conforman el marco conceptual bajo el cual se fundamenta la modelación propuesta. Primero se exponen los métodos de transporte de sedimentos adoptados en el modelo. Segundo se describen los elementos de modelación de la calidad del agua que están relacionados con el transporte de sedimentos y finalmente se describen los trabajos precedentes en el acople calidad y transporte de sedimentos.

2.1 ELEMENTOS DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

2.1.1 Formas de Transporte de Sedimentos

Las partículas que hacen parte de la fase sólida de las corrientes se distribuyen en dos formas principales de transporte: Dentro del medio líquido como carga suspendida que se mantiene por efectos de la turbulencia del fluido, y transporte por desazumblento, saltación y suspensión cercana al lecho de la corriente, llamada carga de lecho de fondo.

Para el primer caso, el análisis de los sedimentos suspendidos, se tiene como precursor Rouse, (1937) (Chang, 1988), (Yang, 1996), quien desarrolla una ecuación para describir el perfil de concentraciones con la profundidad, en estado estable, basando en la distribución logarítmica de velocidades y por lo tanto lleva implícita las consideraciones de difusión turbulenta según el concepto de longitud de mezcla de Prandtl. El problema con el uso de esta ecuación es la estimación de la concentración base en el lecho del cauce. Luego autores como Einstein, (1950) (Chang, 1988), (Yang, 1996) basado en la ecuación de Rouse y en las distribuciones logarítmicas de velocidad en canales desarrolla la integración concentración y velocidad para hallar la ecuación de caudal sólido suspendido. Luego se han desarrollado trabajos en los cuales la integración de la hidráulica con el transporte de sedimentos se ha hecho en dos direcciones, en la primera explicando la transferencia de masa de sedimentos en el fluido, y la segunda explicando el efecto de las concentraciones de sedimento en las características físicas propias del fluido como son la densidad y la viscosidad. Estos trabajos han sido desarrollados por Yalin (1972), Coleman, (1981), Chien y Wan (1983) y Van Rijn, (1984) (Jai, 2000).

En el segundo caso, el correspondiente a la carga de lecho de fondo, tiene como características diferentes tipos de arrastre de las partículas y una clara diferenciación entre sedimentos cohesivos y no cohesivos. Para los segundos se ha desarrollado toda la literatura existente, dentro de la cual se tienen las ecuaciones de transporte de DuBoys, (1879), Shields, (1936), Meyer-Peter-Müller, (1948), Einstein (1948) y Einstein-Brown, (1950), (Chang, 1988). Como especial aspecto del manejo de dichas ecuaciones de transporte está el hecho bajo el cual tienen restricciones muy marcadas debido a su origen empírico, y guardan fuerte afinidad con el concepto de la rugosidad por forma de los lechos. En términos de calidad del agua, esta forma de transporte de sedimento logra determinar la captación propia del contaminante desde el cauce mismo y se incorpora en el modelo propuesto como el transporte de lecho que puede ser transferido por difusión hacia la carga suspendida.

El transporte total tanto de carga de fondo como suspendida unida a la que se desarrolla por erosión en la cuenca, se llama carga total y que se diferencia de la carga de lecho, la cual describe el transporte de sedimento con origen en el lecho del río y no en la cuenca correspondiente. Para la estimación de estas cargas de lecho se tiene ecuaciones como las de Engelund-Hansen (1967), Yang

2 REVISIÓN DEL MARCO DE MODELACIÓN

En este capítulo se detallan los elementos derivados de la revisión bibliográfica que son utilizados en la conformación del modelo y que conforman el marco conceptual bajo el cual se fundamenta la modelación propuesta. Primero se exponen los métodos de transporte de sedimentos adoptados en el modelo. Segundo se describen los elementos de modelación de la calidad del agua que están relacionados con el transporte de sedimentos y finalmente se describen los trabajos precedentes en el acople calidad y transporte de sedimentos.

2.1 ELEMENTOS DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

2.1.1 Formas de Transporte de Sedimentos

Las partículas que hacen parte de la fase sólida de las corrientes se distribuyen en dos formas principales de transporte. Dentro del medio líquido como carga suspendida que se mantiene por efectos de la turbulencia del fluido, y transporte por deslizamiento, saltación y suspensión cercana al lecho de la corriente, llamada carga de lecho de fondo.

Para el primer caso, el análisis de los sedimentos suspendidos, se tiene como precursor Rouse, (1937) (Chang, 1988), (Yang, 1996), quien desarrolla una ecuación para describir el perfil de concentraciones con la profundidad, en estado estable, basado en la distribución logarítmica de velocidades y por lo tanto lleva implícita las consideraciones de difusión turbulenta según el concepto de longitud de mezcla de Prandtl. El problema con el uso de esta ecuación es la estimación de la concentración base en el lecho del cauce. Luego autores como Einstein, (1950) (Chang, 1988), (Yang, 1996) basado en la ecuación de Rouse y en las distribuciones logarítmicas de velocidad en canales desarrolla la integración concentración y velocidad para hallar la ecuación de caudal sólido suspendido. Luego se han desarrollado trabajos en los cuales la integración de la hidráulica con el transporte de sedimentos se ha hecho en dos direcciones, en la primera explicando la transferencia de masa de sedimentos en el fluido, y la segunda explicando el efecto de las concentraciones de sedimento en las características físicas propias del fluido como son la densidad y la viscosidad. Estos trabajos han sido desarrollados por Yalin (1972) Coleman, (1981), Chren y Wan (1983) y Van Rijn, (1984) (Tsai, 2000).

En el segundo caso, el correspondiente a la carga de lecho de fondo, tiene como características diferentes tipos de acarreo de las partículas y una clara diferenciación entre sedimentos cohesivos y no cohesivos. Para los segundos se ha desarrollado toda la literatura existente, dentro de la cual se tienen las ecuaciones de transporte de DuBoys, (1879), Shields, (1936), Meyer Peter-Müller, (1948), Einstein (1948) y Einstein-Brown, (1950), (Chang, 1988). Como especial aspecto del manejo de dichas ecuaciones de transporte está el hecho bajo el cual tienen restricciones muy marcadas debido a su origen empírico, y guardan fuerte afinidad con el concepto de la rugosidad por forma de los lechos. En términos de calidad del agua, esta forma de transporte de sedimento logra determinar la captación propia del contaminante desde el cauce mismo y se incorpora en el modelo propuesto como el transporte de lecho que puede ser transferido por difusión hacia la carga suspendida.

El transporte total tanto de carga de fondo como suspendida unida a la que se desarrolla por erosión en la cuenca, se llama carga total y que se diferencia de la carga de lecho, la cual describe el transporte de sedimento con origen en el lecho del río y no en la cuenca correspondiente. Para la estimación de estas cargas de lecho se tiene ecuaciones como las de Engelund-Hansen (1967), Yang

(1972), Ackers-White (1973), Bagnol (1973) (Chang, 1988), (Yang, 1996), donde Bagnold y Yang han desarrollado una teoría de transporte basada en la termodinámica del sistema fluvial definiendo un término de energía por unidad de longitud llamado la potencia de la corriente 'Stream-Power', que determina el estado del sistema, dado que este siempre busca mover la misma masa con mínima energía. En el modelo propuesto se usan las ecuaciones de transporte de lecho como las que definen la carga de régimen del río.

El siguiente esquema muestra las formas de transporte de sedimentos en una corriente.



Figura 2-1 Esquema de los tipos de transporte de sedimentos en una corriente

2.1.2 Ecuaciones para Cargas de Lecho de Fondo

Dentro del modelo propuesto se usan las siguientes ecuaciones de transporte de lecho de fondo para describir la capacidad de transporte de lecho de la corriente y que se clasifican según el enfoque para su descripción:

2.1.2.1 Ecuaciones con enfoque en esfuerzos cortantes

Estas ecuaciones describen la carga de lecho de fondo en función de la diferencia entre el esfuerzo actual y el esfuerzo crítico de umbral de movimiento, lo cual implica que el nivel de transporte de sedimentos de lecho es proporcional al exceso de esfuerzo sobre el correspondiente de inicio del movimiento, de tal forma que se tienen ecuaciones de la forma:

$$q_b = K_1 (\tau - \tau_c)^{4.1} \quad [2-1]$$

donde q_b es la carga de lecho, K_t es una constante de transporte, A_1 es un coeficiente de calibración, τ y τ_c esfuerzos cortantes aplicado y crítico de umbral.

Se seleccionaron las siguientes ecuaciones con este enfoque:

Ecuación de DuBoys

Este modelo desarrolla el movimiento de las partículas del lecho por capas contiguas, de tal forma que se asemeja al deslizamiento sufrido por capas cohesivas. El modelo asume que capas del lecho de tamaño d (diámetro de las partículas) se mueven según su posición respecto a la superficie, así la capa más profunda se mueve con una velocidad 0, y la capa superficial n -ésima tiene una velocidad $(n-1)V$, de tal forma que el movimiento de las n capas da el siguiente volumen por unidad de tiempo por unidad de ancho (n capas con velocidad media $(n-1)V/2$ (Chang, 1988) :

$$q_b = n(n-1) \frac{V}{2} d \quad [2-2]$$

Si se tiene que el esfuerzo cortante en la capa n -ésima (que se resiste al movimiento de las capas) está determinado por el efecto de fricción del peso sumergido las n capas superiores, se establece que:

$$\tau = f(\gamma_s - \gamma)n d \quad [2-3]$$

donde τ es el esfuerzo cortante, f el factor de fricción, γ_s el peso de las partículas, γ el peso del agua, d el diámetro de las partículas y n el número de capas.

De tal forma que el esfuerzo crítico de umbral de movimiento se puede definir como aquel que se da por el peso sumergido de la primera capa como : $\tau_c = f(\gamma_s - \gamma)d$, con lo cual se puede tener la siguiente relación $\tau / \tau_c = n$ que al sustituir en [2-2], se obtiene la siguiente relación de carga de lecho de fondo en función de los esfuerzos cortantes actual y crítico:

$$q_b = \frac{V}{2\tau_c^2} d \tau (\tau - \tau_c) \quad [2-4]$$

Finalmente, esta ecuación puede presentarse de la siguiente forma:

$$q_b = C_d \tau (\tau - \tau_c) \quad [2-5]$$

donde C_d se utilizó como $K_t/d^{5/4}$, basado en el trabajo hecho por Straub (1935) (Yang, 1996) [X], con d en [mm], τ y τ_c en [lb/pie²] y q_b en [pies³/s/pie] en el modelo propuesto de tres zonas.

El siguiente esquema (Figura 2-2) muestra la configuración del movimiento de las capas del modelo de DuBoys.

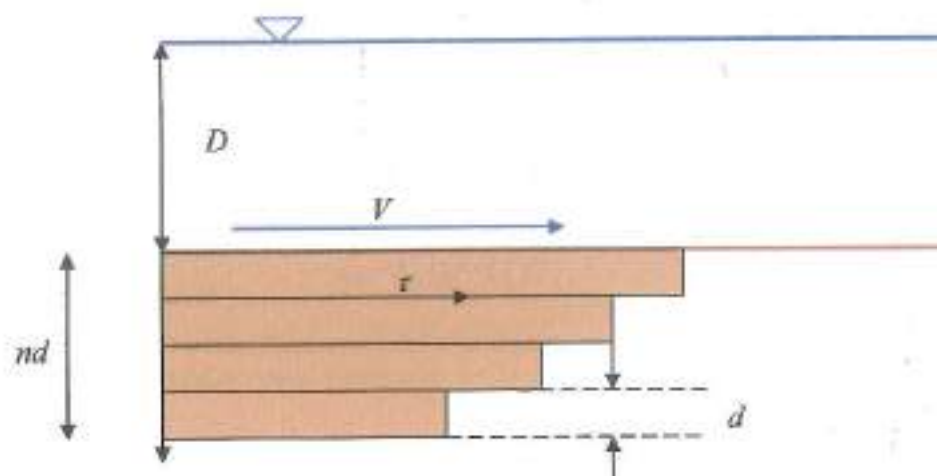


Figura 2-2 Esquema del movimiento de las capas contiguas en el modelo de DuBoys

Ecuación de Shields

Esta ecuación, de origen semiempírico, se basa en la relación existente entre las fuerzas cortantes (que se determinan por el exceso sobre el esfuerzo de umbral de movimiento) que generan el movimiento de las partículas del lecho de fondo y el peso sumergido de las mismas que inhibe dicho movimiento (Yang, 1996). De tal forma que la relación es proporcional a la carga de lecho y se expone como sigue:

$$q_b = K_{11} \frac{\tau - \tau_c}{(\gamma_s - \gamma)d} S \quad [2-6]$$

donde q_b es la carga de lecho [$m^3/s/m$], K_{11} es una constante (que en la forma original es 10), τ y τ_c esfuerzos cortantes actual y crítico respectivamente [Kg/m^2], γ_s y γ pesos del sedimento y del agua respectivamente [Kg/m^3], d diámetro medio de las partículas [m], S pendiente del canal, y S_s relación de pesos relativos sólido-agua.

2.1.2.2 Ecuaciones con enfoque en pendiente de energía

En este grupo de ecuaciones el transporte está determinado por el exceso de energía (pendiente) que tiene la corriente sobre una energía crítica de umbral de movimiento, así se tienen ecuaciones de la forma:

$$q_b = K_2 (S - S_c)^{A_2} \quad [2-7]$$

donde q_b es la carga de lecho, K_2 es también una constante de transporte, A_2 es un coeficiente de calibración, S y S_c pendientes de energía actual y crítica respectivamente.

Las ecuaciones de transporte relacionadas con este enfoque como Meyer-Peter y Meyer-Peter-Müller no se adoptan en el modelo, dado que son adecuadas para tamaños de partículas pequeños de sedimentos cohesivos, por lo tanto se usó la forma de la ecuación [2-7].

2.1.2.3 Ecuaciones con enfoque en Caudal

Las ecuaciones con este enfoque, se basan en el caudal actual y el caudal de umbral de movimiento, y al igual que los anteriores modelos, la carga de lecho de fondo es proporcional al exceso de valor actual sobre el crítico. Las ecuaciones tienen la forma:

$$q_b = K_1 (Q - Q_c)^{A_1} \quad [2-8]$$

donde q_b es la carga de lecho, K_1 es una constante de transporte, A_1 es un coeficiente de calibración, Q y Q_c caudales actual y crítico de umbral.

2.1.2.4 Ecuaciones con enfoque en Velocidad

Estas ecuaciones describen el transporte de carga de fondo en función de las velocidades actual y crítica de umbral de movimiento, y tienen la misma forma que las anteriores:

$$q_b = K_1 (v - v_c)^{A_1} \quad [2-9]$$

donde q_b es la carga de lecho, K_1 es una constante de transporte, A_1 es un coeficiente de calibración, V y V_c velocidades actual y crítica de umbral.

2.1.2.5 Ecuaciones con enfoque en Potencia de corriente

El concepto de potencia de corriente se basa en la energía disponible por el sistema fluvial para desarrollar el transporte de la masa y por lo tanto es la medida de la estabilidad del sistema respecto a su estado de equilibrio dinámico. La expresión de la potencia de corriente se configura como la energía potencial del movimiento de un caudal Q por unidad de tiempo y por unidad de longitud, así para mover una masa ρQ por unidad de tiempo, se utiliza una fuerza $g \rho Q S$ (correspondiente al peso), y así para una altura $dh=Sl$ se desarrolla $g \rho Q S l$ de energía por unidad de tiempo, por lo tanto expresiones de la energía potencial del sistema por unidad de tiempo por unidad de longitud y energía potencial por unidad de tiempo por unidad de longitud y por unidad de área son respectivamente.

$$E_l = \underline{Q} S \quad E_y = V S \quad [2-10]$$

Con el concepto de potencia de corriente se establece la existencia de un estado de equilibrio dinámico del sistema fluvial, dado que éste busca transportar la mayor masa posible con la menor energía disponible según el Principio de Hamilton de la mecánica clásica que se puede exponer así (Huang y Nanson, 2000), (Chang, 1988).

$$\text{Min} \int_0^T (1 - F) dt = \text{Min} \gamma \underline{Q} S \quad [2-11]$$

Las ecuaciones bajo este enfoque tienen la siguiente configuración, similar a las anteriores:

$$q_b = K_b (ES - V_c S_{p,c})^1 \quad [2-12]$$

donde los términos corresponden a los similares que las ecuaciones anteriores

2.1.3 Ecuaciones para cargas suspendidas

Para el modelo desarrollado se utilizó la ecuación de Einstein (1950), que se basa en la ecuación de Rouse (1937), para la determinación de las cargas de fondo observadas, dadas las concentraciones de toma integrada que se hicieron en el río. Así también, se usó el concepto de difusión para desarrollar un término de transferencia en el modelo de tres zonas.

2.1.3.1 Ecuación de Difusión

La ecuación de difusión construye el balance de masa de los sedimentos que permanecen en suspensión en la vertical de la corriente, de tal forma que se establece para estado estable y asume que el aporte de transferencia de masa en las otras dos direcciones no es apreciable. El balance es como sigue:

En cada unidad de volumen por unidad de ancho y unidad de largo, la masa acumulada de sedimento por unidad de tiempo $\frac{dC}{dt}$, está determinada por la masa que se gana por sedimentación $w_s (C + dC/dz) = w_s C$, y la que se gana por efecto de la difusión turbulenta de las partículas entre los volúmenes de control adyacentes: $[d(e_s dC/dz)/dz - e_s dC/dz]$. Así la ecuación de balance se plantea como (Chang, 1988):

$$\frac{dC}{dt} + w_s \frac{dC}{dz} = \frac{d}{dz} \left[e_s \frac{dC}{dz} \right] \quad [2-13]$$

Como análisis del perfil se hace en estado estable, la ecuación describe sólo variación con la profundidad, que se puede integrar y se obtiene finalmente la siguiente forma:

$$w_s C + e_s \frac{dC}{dz} = 0 \quad [2-14]$$

En el siguiente esquema se muestran los flujos que determinan el balance de la ecuación [2-13]

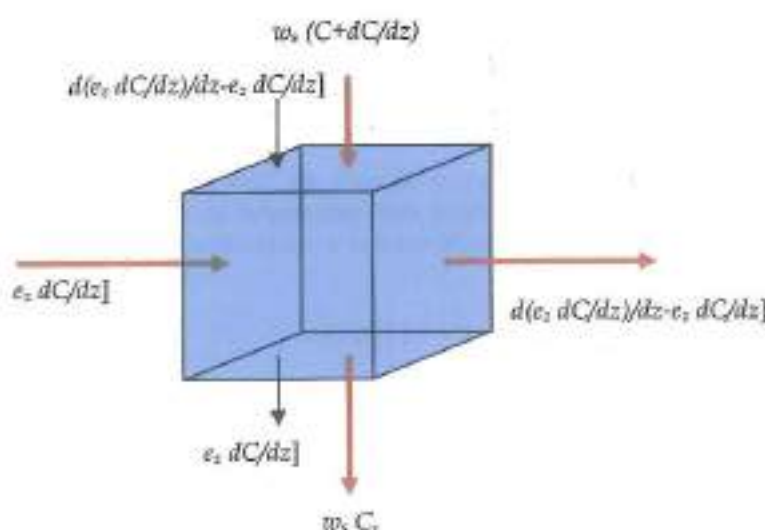


Figura 2-3 Configuración de flujos de masa de sedimentos suspendidos en un volumen de control unitario de variación con la vertical.

2.1.3.2 Ecuación de Rouse

La ecuación de Rouse determina el perfil de concentraciones en la vertical, basado tanto en la ecuación de difusión como en el perfil de velocidades de la corriente para acoplar el efecto de la difusión turbulenta en la primera ecuación. Para ello determina la composición del coeficiente de difusión en la ecuación [2-14], como se explica a continuación.

Si se parte del concepto de difusión turbulenta mediante el coeficiente de difusión definido como el cuadrado de la longitud de mezcla de Prandtl (Henderson, 1966) por la tasa de transferencia de masa entre capas en la dirección vertical (en volumen unitario) $e_s = L^2 dV/dz$, se puede determinar una ecuación para la transferencia de cantidad de movimiento entre capas, y por lo tanto de transferencia de masa, como $\tau = \rho L^2 [dV/dz]^2$, donde $L = kz$. Ecuación que da origen al perfil de velocidades logarítmica, cuando se toma de la forma $\sqrt{\tau/\rho} = U^*/kz = [dV/dz]$, y se integra respecto a z , lo cual arroja $V = U^*/k \ln(z) + Cte$.

Dado que la tasa de transferencia de cantidad de movimiento también se puede expresar como $\tau = \rho g (D-z)S$, donde D es la profundidad total de la lámina de agua, y z la altura a la cual se calcula la tasa de transferencia, se puede igualar a la forma expresada en función del coeficiente de difusión para obtener:

$$\rho L^2 \left(\frac{U^*}{kz} \right)^2 = \rho g D S \left(1 - \frac{z}{D} \right) \quad [2-15]$$

donde la forma de la ecuación de transferencia $\tau = \rho L^2 [dV/dz]^2$, se cambia por la forma $\tau = \rho L^2 [U^*/kz]^2$, que viene de la derivada de la ecuación del perfil de velocidad. Así, finalmente se obtiene una ecuación para la longitud de mezcla:

$$L = kz \left(1 - \frac{z}{D} \right) \quad [2-16]$$

Con esta definición de la longitud de mezcla y con la forma del coeficiente de difusión anteriormente descrita, se obtiene finalmente una expresión para el coeficiente en función de la profundidad, la constante de Von-Karman, y la velocidad de corte así:

$$K_z = kzU_*^2 \left(1 - \frac{z}{D} \right) \quad [2-17]$$

De esta forma, al reemplazar el coeficiente en la ecuación de difusión [2-14] y arreglar de la siguiente forma:

$$\frac{dC}{C} = - \frac{w_s}{kU_*^2} \frac{dz}{z(1 - z/D)} \quad [2-18]$$

Se puede integrar y se obtiene la ecuación de Rouse que describe el perfil de concentraciones, en función de la tasa de sedimentación w_s , de la velocidad de corte U^* (como una medida de la resuspensión) y la constante de Von-Karman k :

$$\frac{C}{C_b} = \left[\frac{a(D - z)}{z(D - a)} \right]^{kz/U_*^2} \quad [2-19]$$

donde C_b es la concentración base (que se puede asumir como la de lecho de fondo), y a es la distancia sobre el lecho donde se toma dicha concentración.

2.1.3.3. Ecuación de Einstein

Para describir una carga suspendida Einstein (1950) utiliza el producto entre la concentración y el volumen disponible, que está determinado por la velocidad que transita por la corriente (Chang, 1988), (Yang, 1996). Así, la carga suspendida se establece como:

$$q_{s,s} = \int_a^{z+d} u(z,d) C(z,w_s,U^*) dz \quad [2-20]$$

donde $q_{s,s}$ es la carga de sedimento suspendido por unidad de ancho, $u(z,d)$ es la ecuación del perfil de velocidad, $C(z,w_s,U^*)$ es la ecuación de Rouse de perfil de concentración, el d el tamaño de la partícula que define la rugosidad para la ecuación del perfil de velocidad, w_s la velocidad de sedimentación y U^* la velocidad de corte, estas últimas que definen el perfil de concentraciones

En la ecuación de Einstein (1950), el perfil de velocidad está descrito por:

$$u = 5.75U \log \left(\frac{30.2z}{\Delta} \right) \quad [2-21]$$

donde Δ es una función del tamaño de la partícula d_p/X , y X (valor tomado de la figura 3.6 Chang, 1988) es un factor de corrección de rugosidad relativa. Así la ecuación final toma la siguiente forma, que puede ser integrada numéricamente.

$$q_{bs} = \int_{z=0}^{z=H} 5.75 U_*' \log \left(\frac{30.2z}{\Delta} \right) C_a \left(\frac{(D-z)a}{z(t)-a} \right) dz \quad [2-22]$$

2.1.4 Ecuaciones para cargas totales de lecho

Las ecuaciones de carga de lecho total se usaron en el modelo para describir la capacidad máxima estable de transporte de sedimentos que posee la corriente, por lo tanto son las que establecen el nivel de estado estable del modelo y representan el estado de equilibrio dinámico del sistema. Además, su uso se suscita en el lecho bajo el cual toda la carga de sedimentos tiene su origen en el lecho mismo y no en la carga de lavado con origen en la cuenca.

La usabilidad se determinó por la validez de las ecuaciones para sedimentos finos, y por su uso en el caso de sistemas de alcantarillado para la descripción de transporte de sedimentos, tal como se expone en Ashley, 1991-1992. Las ecuaciones son las siguientes:

2.1.4.1 Ecuación de Bagnold

La ecuación original de Bagnold se fundamenta en el concepto de potencia de corriente descrito anteriormente, lo cual le da una mayor validez a la hipótesis manejada en el modelo propuesto bajo la cual dicha ecuación corresponde a la de estado estable de equilibrio dinámico de la corriente.

La ecuación se configura como sigue, si se tiene disponible QS de potencia de corriente, o en términos unitarios VS , se puede establecer también la siguiente relación para potencia en función del esfuerzo cortante y la velocidad τV .

De tal forma que si se admite una eficiencia de transferencia de la potencia e_s para la carga de lecho, el sistema tiene disponible $\tau V e_s$. Esta energía se utiliza en transportar q_b volumen de carga de lecho por unidad de tiempo, que al tener un peso sumergido de $q_b (\gamma - \gamma_s)$ genera una fuerza tangencial de $q_b (\gamma - \gamma_s) \tan \alpha$, donde $\tan \alpha$ es la relación entre la fuerza tangencial a la normal y la cual, por unidad de longitud, determina la energía requerida como $q_b (\gamma - \gamma_s) \tan \alpha$, lo que finalmente constituye la ecuación para la carga de lecho:

$$\frac{\tau V}{\gamma} = \frac{q_b}{\gamma} (\gamma - \gamma_s) \tan \alpha = \tau V e_s \quad [2-23]$$

De la misma forma, la energía requerida para el transporte de la carga suspendida está dada por $(\gamma_s w_s / \gamma) q_s w_s / V_s$, donde ahora la relación w_s / V_s velocidad de sedimentación a velocidad media del flujo de sedimento describe la relación entre la fuerza tangencial a la normal. Como de la energía total disponible τV ya se usa $\tau V e_s$ para la carga de fondo, se dispone de $\tau V (1 - e_s)$ para la carga suspendida, con lo cual se obtiene:

$$\frac{\tau V}{\gamma} = \frac{q_b}{\gamma} (\gamma - \gamma_s) \tan \alpha + \frac{w_s}{V_s} q_s \gamma_s \quad [2-24]$$

Con las expresiones anteriores se estima la carga total, suspendida más la de lecho, con lo cual se obtiene finalmente:

$$q_t = \frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \tau V \left(\frac{e_b}{\tan \alpha} + \frac{V^2}{w_s} (1 - e_b) \right) \quad [2-25]$$

donde se supone que la velocidad del sedimento es igual a la del flujo.

Existe una forma alternativa de la ecuación de Bagnold, utilizada por Chao y Jin, 1999, [X] para describir la capacidad de transporte de sedimentos en función de las características hidráulicas y del tipo de sedimento con una formulación más sencilla que la anterior y por lo tanto utilizada en el modelo propuesto.

$$C^* = k \left[\frac{V^3}{D w_s} \right]^m \quad [2-26]$$

donde C^* es la concentración de capacidad de transporte de sedimentos [Kg/m^3], V es la velocidad media del flujo [m/s], D la profundidad [m], w_s la velocidad de sedimentación [m/s], m una constante con valor de 0.92 según Han y He, 1987 (Chao y Jin, 1999), y k una constante que refleja la capacidad neta de transporte y por lo tanto es variable de calibración.

2.1.4.2 Ecuación de Engelund-Hansen

La conformación de la ecuación de Engelund-Hansen se basa también en el concepto de potencia desarrollado por Bagnold, ahora se fundamenta en tasas adimensionales del transporte de sedimentos y la energía disponible representada en el esfuerzo cortante (Yang, 1996).

Así, la relación del esfuerzo cortante al peso sumergido, que representa la disponibilidad energética del sistema, debe ser gastada en el movimiento del sedimento que se representa por la intensidad de carga, y el factor de fricción. La ecuación que determina esta igualdad es como sigue:

$$f \Phi = 0.1 \tau^{*5/2} \quad [2-27]$$

donde f el factor de fricción que está dado por $f = 2gSD/V^2$, Φ es la intensidad de la carga de sedimentos dada por $\Phi = q_t / [\gamma_s (S_s - 1) g d^3]^{1/2}$ y el esfuerzo cortante adimensional dado por $\tau^* = \tau / (\gamma_s - \gamma) d$.

Al reemplazar las tasas adimensionales anteriormente citadas, en la ecuación [2-27], se tiene la siguiente forma para el valor de la carga total usada en el modelo propuesto.

$$q_t = 0.05 \gamma_s V^2 \left[\frac{d}{g(S_s - 1)} \right]^{1/2} \left[\frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma) d} \right]^{3/2} \quad [2-28]$$

donde γ_s es el peso específico del sedimento, V la velocidad del flujo, d diámetro de las partículas, S_s la relación de pesos específicos y τ el esfuerzo cortante.

2.1.4.3 Ecuación de Ackers-White

También bajo el modelo de potencia de corriente de Bagnold, y con el uso de análisis dimensional, Ackers y White (1973) desarrollaron una metodología para el cálculo de la carga total que se determina por un factor de movilidad y un parámetro del sedimento llamado diámetro adimensional.

El factor de movilidad se compone de dos partes, una que describe la energía disponible para el transporte de carga suspendida y otra correspondiente para carga de fondo. La primera parte se estima como una forma de relación entre la velocidad de corte y la velocidad de sedimentación $(U^*/\sqrt{g d(S\gamma - 1)})^{1/4}$, de tal forma que incluye el efecto de la turbulencia para el mantenimiento de la carga suspendida. La segunda parte es también una forma de relación entre la velocidad del flujo y la velocidad debida a la rugosidad del grano de sedimento dado por $U/\sqrt{12^{1/3} \log(10R/d)}$, por lo tanto cuantifica la capacidad de movimiento del lecho de fondo (Chang, 1988). El factor de movilidad se expresa como:

$$F_s = \left[\frac{U^*}{\sqrt{g d(S\gamma - 1)}} \right]^{1/4} \left[\frac{U}{\sqrt{12^{1/3} \log(10R/d)}} \right]^{-1/4} \quad [2-29]$$

Ahora, la definición del diámetro adimensional es como sigue:

$$d_s = d \left[\frac{g(S\gamma - 1)}{\nu^2} \right]^{1/3} \quad [2-30]$$

La ecuación de transporte generalizada y adimensional propuesta por Ackers y White tiene la forma:

$$C_s^* = \frac{C_s}{d\gamma} D \left(\frac{U^*}{V} \right)^n = c \left(\frac{F_s}{A} - 1 \right)^m \quad [2-31]$$

donde C_s^* es la concentración de sedimento, D es la profundidad hidráulica, d es el diámetro de partícula, γ_s y γ pesos específicos del sedimento y el agua respectivamente, U^* velocidad de corte, V velocidad del flujo, c , n , A , m constantes determinadas por ajustes hechos por Ackers y White definidas así:

$c = 0.025$	Si $d_s > 60$,	$\log c = 2.86 \log d_s - 10 \log d_s / 2 - 3.53$	Si $60 > d_s > 7$	[2-32]
$n = 0$	Si $d_s > 50$,	$7 - 0.56 \log d_s$	Si $60 > d_s > 1$	
$A = 0.17$	Si $d_s > 60$,	$0.21 d_s / 2 - 0.14$	Si $60 > d_s > 1$	
$m = 1.5$	Si $d_s > 60$,	$9.69/d_s - 1.54$	Si $60 > d_s > 1$	

Finalmente la concentración de capacidad de transporte de sedimentos está dada por

$$C_s^* = c S_s \frac{d}{R} \left(\frac{V}{U^*} \right)^n \left(\frac{F_s}{A} - 1 \right)^m \quad [2-33]$$

2.1.1.4 Ecuación Adaptada del Modelo Cuantitativo de Lane

Basado en el modelo cualitativo de Lane (1955) (Chang, 1988) que describe el nivel de equilibrio de estado de régimen para los sistemas fluviales, se estimó conveniente utilizar la relación aproximada que Lane propuso para establecer una ecuación que determine la concentración de capacidad de transporte de sedimentos y así tener una formulación en función de los caudales, el diámetro de las partículas y la pendiente. Dado que el modelo de Lane establece una relación de proporcionalidad directa entre el caudal sólido por el diámetro de las partículas y el caudal líquido por la pendiente del canal, donde un aumento del caudal sólido o del tamaño de partículas implica agudación del lecho y así un aumento del flujo o de la pendiente implica degradación del lecho del río, se puede conformar una expresión que represente el estado de equilibrio que reemplace el término de caudal sólido por el nivel de concentración. El modelo de Lane tiene la siguiente forma:

$$Q_s d \propto Q S \quad [2-34]$$

Para lo cual el reemplazo genera la siguiente forma adaptada del modelo de Lane.

$$C^* = \mu Q_d^S \quad [2-35]$$

donde μ es una constante de proporcionalidad en $[Kg \cdot s / m^3]$.

2.1.5 Transporte de sedimentos cohesivos

El análisis del transporte de sedimentos cohesivos es el que menos desarrollo tiene debido a los complejos mecanismos de interacción entre las partículas, pues muestran procesos conjuntos de floculación, desagregación y atracción electroquímica que hacen que la descripción de los procesos de erosión, transporte y sedimentación no sea adecuada mediante los métodos convencionales descritos anteriormente, deducidos para sedimentos granulares (Pouey, 2000), (De Sutter *et al*, 2000).

2.1.5.1 Factores determinantes en el transporte de cohesivos

Se pueden establecer los siguientes factores que determinan el comportamiento de los sedimentos cohesivos según su condición (Pouey, 2000). Así, dentro de los factores físicos están el peso específico, pues un mayor peso indica que hay más proximidad entre las partículas y mayor interacción, claro está que esto depende del nivel de porosidad y saturación que tenga el lecho. El parámetro físico más relevante en el comportamiento de los cohesivos y que tiene que ver con la resistencia a la erosión, es la cohesión, por lo que un mayor nivel implica que la interacción entre partículas es mucho mayor y por lo tanto mayor resistencia a la erosión. En cuanto al tamaño de las partículas, a diferencia de los sedimentos no cohesivos, éstos muestran una relación inversa entre la resistencia a la erosión y el tamaño, pues un menor tamaño implica mayor interacción de partículas.

Dentro de los factores hidrodinámicos se tiene que el efecto de mayor turbulencia hace que los procesos de floculación se aumenten y por lo tanto la sedimentación sea mayor, además del hecho bajo el cual, un mayor grado de sólidos en suspensión hace que la capacidad energética del sistema se disminuya y así la turbulencia que genera la erosión se disminuya, aunque no se ha demostrado que un mayor nivel de concentración de sólidos en suspensión implique cambios en los patrones de transporte en cohesivos.

El factor químico que más afecta el comportamiento del transporte de los cohesivos es la fuerza electroquímica de atracción entre las partículas, que tiene origen en las interacciones de Jones de las capas difusas superficiales de las mismas y en la fuerza de Van der Waals. Así, se ha encontrado que el grado de óxidos de hierro presentes en las arcillas determinan su grado de cementación y por lo tanto la resistencia a la erosión, con lo cual se demuestra la existencia de varios niveles de resistencia a la erosión para varios tipos de lechos dependiendo de su composición química.

2.1.5.2 Mecanismo de Transporte

El mecanismo de transporte de cohesivos se puede desarrollar en las siguientes etapas, tal como lo expone Zouey, (2000), así: Si se parte de las partículas en suspensión, la turbulencia del flujo genera choque entre partículas lo cual constituye la base de la formación de flocúlos, estos se hacen más pesados y desarrollan velocidades de sedimentación que superan el efecto de la turbulencia. Luego de asentadas las partículas en forma de flocúlos, empiezan a desarrollar una nueva estructura espacial por efecto de la consolidación. Partheniades propone cuatro estados de los lechos cohesivos desarrollados por la sedimentación y la erosión: Estado A con un lecho flojulado muy suelto, estado B con un lecho semi-suelto, estado C con enlaces entre partículas considerables y estado D con enlaces entre partículas mayores.

En los lechos de estado A, el plano de falla por acción del esfuerzo cortante pasa por el correspondiente al menor número de contactos entre los agregados (flocúlos), en caso contrario, en lechos de estado D el plano debe superar todas la atracciones generadas entre partículas y por lo tanto es mayor el esfuerzo de corte que para el caso del estado A.

Se ha encontrado que los esfuerzos de límite para la erosión y para la sedimentación no son iguales en los sedimentos cohesivos y cualquier método de transporte que propague un único esfuerzo no es adecuado (Ashley et al, 1992). De tal forma que los fenómenos de erosión y sedimentación en cohesivos son excluyentes (Krishnappan, 2000), de lo cual se infiere una especie de comportamiento de histéresis en la relación entre carga y esfuerzos aplicados.

2.1.5.3 Modelos de transporte

Para la modelación del transporte de sedimentos cohesivos se han propuesto ecuaciones que se desarrollan empíricamente pues el complejo mecanismo de consolidación e interacción entre partículas hace muy difícil una aproximación mecanística. De todas formas se pueden citar las siguientes tres propuestas de modelación:

En primer lugar se tiene la modelación de lechos fluidizados y cohesivos de interceptores del sistema de alcantarillado de Dundee, UK hecha por Ashley et al, 1992 quienes hacen una valoración de los métodos de modelación del transporte de sedimentos para alcantarillados, entre los cuales estudian las metodologías de Engelund-Hansen, ecuación, Macke, 1983, para las cuales la estimación del transporte basada en la carga de lecho los hace no tan adecuados. Finalmente, seleccionan las metodologías de Ackers, (1994), Ackers-White ecuación (2-33), y Sonnen-Field, (1977) que proporcionan estimativos de sólidos suspendidos y se basan en la carga total. Para el caso de Sonnen-Field, la estimación de la carga se halla mediante una integración semejante a la del numeral

2.1.3 de carga suspendida, pero con el uso de la ecuación de Kalinske, 1947 y la ecuación de perfil de velocidad de Vanoni.

Así, en el modelo propuesto, se estima el uso de las ecuaciones de Ackers-White para la estimación del transporte de cohesivos.

Otra propuesta de modelación la hacen Partheniades, (1965), Parthure y Mehta, (1985) (Skipworth et al. 1999) y Mehta, (1989) (De Sutter et al. 2000) donde estiman una tasa de erosión de carga por unidad de área y de tiempo, que se relaciona directamente al esfuerzo crítico de erosión y al esfuerzo aplicado. La relación tiene la siguiente forma:

$$M = E \left[\frac{\tau}{\tau_c} - 1 \right]^n \quad [2.36]$$

donde M es la tasa de erosión de masa por unidad de área y por unidad de tiempo, E es la tasa efectiva de erosión para $\tau = 2\tau_c$, τ y τ_c son los esfuerzos cortantes aplicados y crítico de umbral respectivamente.

Una última propuesta es establecida por Krishnappan, 2000, donde se desarrollan ecuaciones tanto para la erosión, como para la sedimentación, de la forma de la ecuación [2.36], basadas en el esfuerzo crítico de sedimentación y calibradas según datos experimentales del río Athabasca. Lo importante de su modelación es el componente advectivo y la conformación de un criterio para la erosión según la segmentación de la corriente, éste modelo se explicará con mayor detalle en el numeral 2.3.1 de metodologías de acople del transporte de sedimentos y calidad.

Para describir los cambios de resistencia a la erosión sufridos por los lechos cohesivos, se muestran aquí la aproximación hecha por Skipworth, 1999, basada en la conformación de un perfil de esfuerzos en la capa del lecho donde se produce una capa superior débil que sufre los efectos erosivos y una capa inferior que contiene una resistencia mayor que no se ve afectada por la erosión. El modelo del perfil de esfuerzos sobre las dos capas está dado por:

$$\frac{d}{d^*} = \left(\frac{\tau_c - \tau_{cr}}{\tau_{cr} - \tau_{cr}} \right)^b \quad [2.37]$$

donde d es el espesor de la capa del lecho, d^* el espesor de la capa débil, τ_c el esfuerzo crítico de umbral, τ_{cr} el esfuerzo crítico superficial y τ_{cr} el esfuerzo uniforme en la capa profunda.

La conformación de esfuerzos en las capas se puede visualizar en el siguiente esquema

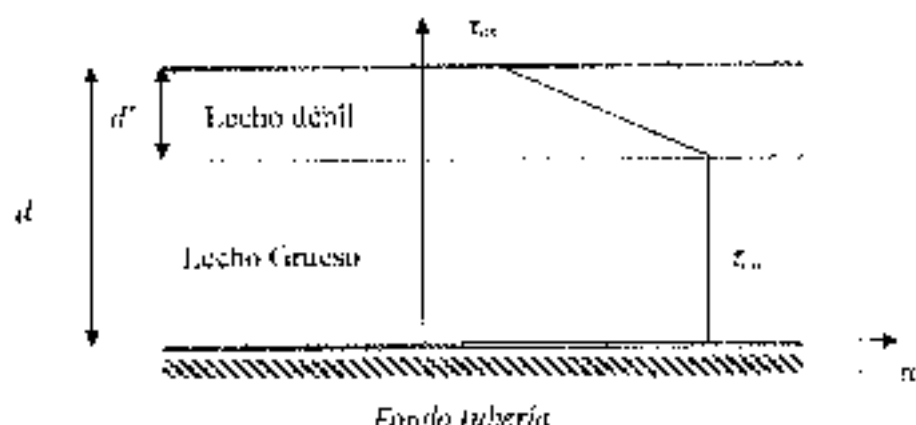


Figura 2-4 Esquema del perfil de esfuerzos en las capas del lecho cohesivo según Skipworth, 1999.

2.2 ELEMENTOS DE MODELACIÓN DE LA CALIDAD DEL AGUA

2.2.1 Transporte Advectivo + Dispersivo de solutos en corrientes

Dentro de los mecanismos de transporte posibles para solutos (entre los cuales se cuentan los correspondientes al transporte de sedimentos), los más utilizados en la modelación de la calidad del agua son la advección y la difusión-dispersión (Chapra, 1997). La primera corresponde al viaje de los solutos con el medio fluido; es decir, el efecto de la turbulencia hace que los sólidos inmersos en el medio fluido viajen con él en las direcciones que tenga el campo de flujo de velocidades, así para una corriente en la que el campo de flujo es predominantemente unidireccional, la advección se refiere al transporte de los solutos con el flujo en el que la onda de soluto se desplaza sin cambiar en el espacio, con la velocidad del flujo.

Así para la modelación de la advección se construye el siguiente balance de masa: En una corriente de sección A , en una longitud dx , con un flujo Q en la sección aguas arriba, y $Q+dQ$ en la sección aguas abajo, se tiene que en cada unidad de tiempo el incremento en la masa dentro del volumen de control dx $d(AC)/dt$, se determina por la masa que entra al volumen QC y la que sale del volumen $(Q+dQ)C$, con lo cual, al simplificar términos se tiene la ecuación de advección para:

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} + \frac{\partial(QC)}{\partial x} = 0 \quad [2-38]$$

Las soluciones de la ecuación [2-38], en la que no varíe ni el área ni el caudal con el espacio, son de la forma: $C(x,t) = F(x - Q/A \cdot t)$ donde $F(x')$ describe la configuración inicial de concentraciones en x , por lo tanto es la condición inicial del sistema, con condición de frontera $C(x,0)=f(0)$. La solución es el tránsito de la onda $F(x')$ a través del espacio con una velocidad Q/A , por lo que no hay acumulación neta de masa en ningún punto.

El segundo mecanismo de transporte tiene origen en la diferencia de las magnitudes del campo de velocidades de la corriente, haciendo que los solutos que viajan con los mayores flujos se distancien de aquellos que viajan con los flujos más lentos del campo. El mecanismo de transporte es equivalente al difusivo, bajo el cual la diferencia de concentraciones entre puntos adyacentes provoca un desplazamiento de masas desde la mayor concentración hacia la menor concentración para lograr un nivel en el cual las diferencias sean nulas y el gradiente que genera el transporte se elimine. Se tienen dos tipos de difusión que dependen de dos fenómenos de diferentes escalas, existe la difusión molecular que se relaciona con el movimiento browniano de las partículas, y la difusión turbulenta que está vinculada a la turbulencia de los flujos en los que se encuentran las partículas. De tal forma que la descripción de la dispersión se hace mediante una forma equivalente al modelo de difusión de Fick (Chapra, 1997).

Un balance similar al anterior hecho para la advección se puede hacer para incluir la dispersión, ahora el flujo de masa entre las secciones del volumen de control es determinado por la descripción de la dispersión en términos de la ley de Fick, para la cual la masa que sale en el volumen de control es $-A D \frac{dC}{dx}$, y la que entra es $d(A D \frac{dC}{dx})/dx + A D \frac{dC}{dx}$, lo que finalmente da la siguiente ecuación.

$$\frac{\partial (AC)}{\partial t} + \frac{\partial (QC)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[AD \frac{\partial C}{\partial x} \right] \quad [2-39]$$

Esta ecuación es la correspondiente al transporte de solutos en corrientes, bajo los dos procesos citados, por lo que se llama la Ecuación Advección-Dispersión.

En el modelo propuesto el transporte por dispersión no es modelado por dos razones: El transporte de sedimentos aunque tiene la capacidad de sufrir los efectos de la dispersión tiene mayor influencia del flujo y por lo tanto predomina el transporte advectivo. La segunda razón tiene que ver con la dificultad de la estimación del coeficiente de dispersión, pues entraría en el modelo como parámetro de calibración, lo cual implica una mayor incertidumbre en la determinación de los parámetros propios del transporte de sedimentos que se van a calibrar.

2.2.2 Interacción flujo - sedimento

Dentro de los elementos de modelación de la calidad se encuentran los relacionados con la interacción entre los lechos de sedimento y los flujos superficiales. El origen de la descripción de esta interacción reside en los procesos de degradación de la materia orgánica en los lechos de los cuerpos de agua, de tal forma que se tienen flujos de transferencia de masa entre los lechos y el medio suspendido. Estos flujos corresponden a la diagénesis de los sedimentos como la deposición de la materia orgánica particulada, la demanda de oxígeno de los sedimentos (SOD), la generación de productos de procesos de nitrificación y la generación de metano.

El siguiente esquema muestra los determinantes de los flujos de masa entre los sedimentos y el cuerpo de agua:

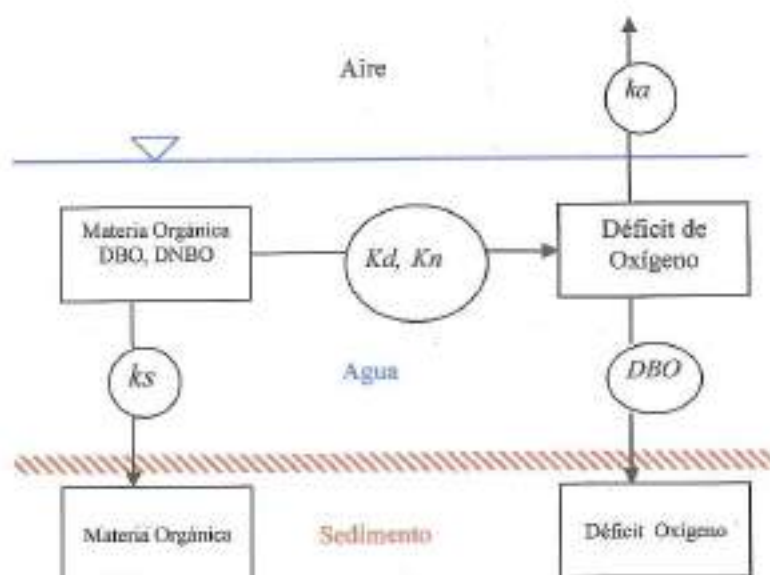


Figura 2-5 Descripción de los flujos de masa en los proceso de diagenesis de los sedimentos (Tomado de Chapra, 1997)

donde k_s es la tasa de depositación de la materia orgánica, k_d y k_n tasa de transferencia para la generación de deficiencia de oxígeno, y SOD es la demanda de oxígeno por parte de los sedimentos.

El otro escenario de interacción flujo-sedimentos se encuentra los procesos de eutrofización, y de acumulación de tóxicos en los lechos (metales pesados, material particulado, patógenos). De tal forma que se propone el siguiente esquema de modelación, basado en un modelo de reactor completamente mezclado:

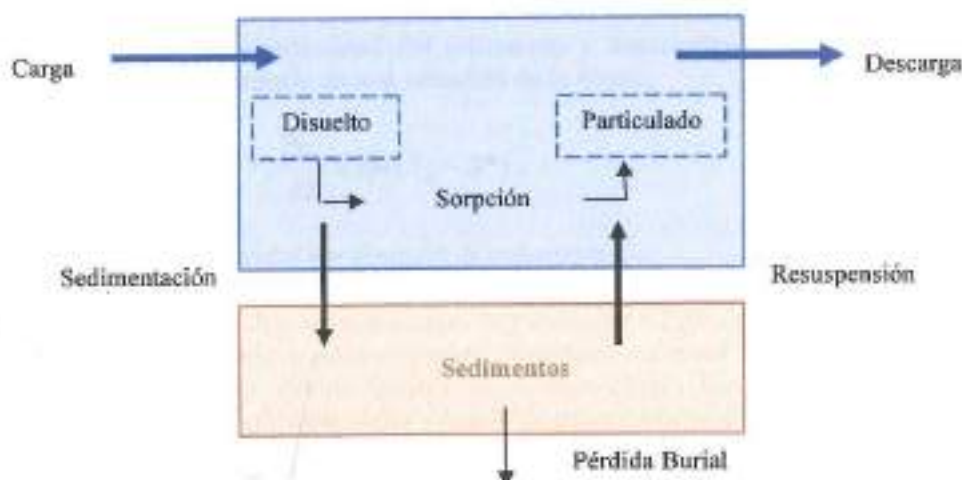


Figura 2-6 Esquema de modelación general para la descripción de la interacción entre sedimentos y el flujo para tóxicos y procesos de eutrofización. (Chapra, 1997)

Este esquema reproduce la transferencia de masa entre la parte suspendida y la zona de sedimentos mediante tasas de sedimentación y de resuspensión, también se completa mediante tasas de transferencia de sólidos disueltos a particulados. El carácter advectivo del esquema se muestra en los caudales de entrada y salida.

2.3 METODOLOGÍAS DE ACOPLER TRANSPORTE DE SEDIMENTOS-CALIDAD DEL AGUA

Las metodologías que se citan aquí, corresponden a los modelos de aplicación completa de la calidad del agua tanto a corrientes como a sistemas de alcantarillado, por lo tanto el transporte de sedimentos en estos modelos computacionales es solo un bloque de modelación.

2.3.1 Formulación de tránsito de sedimentos

Los modelos que desarrollan el tránsito de sedimentos se basan en la ecuación de continuidad de los sedimentos con el nivel del lecho de la corriente. Algunos modelos así permiten la incorporación de efectos de tránsitos hidráulicos en las concentraciones de sedimentos. Algunos modelos se citan a continuación.

2.3.1.1 Modelos de tránsito de sedimentos

Estos modelos se basan en la ecuación de continuidad para la carga suspendida de sedimentos, y el nivel del lecho. Su incorporación de la hidráulica se hace mediante una ecuación de transporte que determina la tasa de erosión desde el lecho, o que define una capacidad de transporte de sedimentos.

Se tiene el modelo García-Martínez et al., 1999, para la simulación de concentraciones de sedimentos suspendidos y cambios en el nivel del lecho, que es aplicado al los lechos del terminal marítimo de Puerto Miranda, Venezuela.

Otro modelo es el desarrollado por Guo y Jin, 1999, donde se promedian las ecuaciones tanto de tránsito hidráulico, como de continuidad del sedimento y desarrollan el transporte mediante el concepto de capacidad de transporte en una ecuación de la forma:

$$\gamma_s \frac{\partial Z_b}{\partial t} = \alpha w (S_s - S^*) \quad [2-40]$$

2.3.1.2 Actúvies de caudal que dependen de sedimentos

Se tiene un modelo para tránsito de sedimentos cohesivos de Krishnappan, 2000, para el cual se estima la capacidad de erosión y sedimentación mediante ecuación de la forma [2-36], pero calibradas para el río Athabasca, donde ductiliza al río en secciones de caudal constante, en el cual, cada sección es segmentada para desarrollar en cada segmento un nivel de erosión distinta que va incrementándose con la longitud. Esta metodología fue acoplada al modelo WASP-5.

Otros modelos que desarrollan la calidad con el transporte de sedimentos, pero no alcanza acoplar la hidráulica es el que hace WASP 5, que describe el transporte de sedimentos mediante las tasas de sedimentación y resuspensión pero exógenamente para calibración, aunque utiliza una ecuación advección-dispersión para el transporte de sedimentos. El uso del transporte de sedimentos se relaciona con la demanda bética.

Otro modelo que desarrolla el transporte de sedimentos es el CE-QUAL2W del cuerpo de ingenieros, para la determinación de la calidad del agua. Al igual que el modelo anterior desarrolla tasa de transporte exógenamente y se remite al uso de las concentraciones para la simulación de demanda béntica.

2.3.2 Transporte de Sedimentos en sistemas de alcantarillado

Como metodología de acople entre el transporte de sedimentos y la calidad del agua, se pueden presentar los modelos desarrollados para la descripción de la influencia de los lechos de sedimentos de los alcantarillados en la calidad del agua. Estos modelos describen el transporte mediante ecuaciones como las de Ackers-White y Mehta-Partheniades, y no desarrollan el tránsito de sedimentos como en los casos anteriores sino que utilizan las ecuaciones de transporte con los caudales instantáneos. A continuación se describen algunos de estos modelos:

2.3.2.1 Modelo de calidad del agua para sistemas de alcantarillado MOUSETRAP.

Este modelo desarrolla el tránsito hidráulico en las tuberías de la red de drenaje de un sistema de alcantarillado, configura los polutogramas de contaminantes asociados a sedimentos por cada unidad de masa, además modela los cambios de cinética química y biológica que se dan en la tubería.

Para MOUSETRAP, los sedimentos se presentan en tres formas, una disuelta, una forma en suspensión, y una como carga de lecho. (Cabrer et al, 1995). Para los tres casos un coeficiente de asociación de contaminante que describe cuanto contaminante se tiene por unidad de masa de sedimento. Así, posee coeficientes para DBO, DCO y nitratos con los cuales desarrolla el transporte.

2.3.2.2 Modelo de erosión de lechos de sedimento en alcantarillados (Skipworth et al, 1999)

El modelo desarrollado por Skipworth et al, 1999, se basa en la ecuación de transporte de Mehta-Partheniades, (1965-1985), y permite su aplicabilidad en transientes hidráulicos. Se fundamenta en el cambio ejercido por la hidráulica sobre el espesor de la capa móvil del lecho de sedimento en la cual los esfuerzos cortantes varían según la profundidad. El modelo opera así:

- Calcula la masa de sedimento transportada mediante la ecuación de Mehta-Partheniades, ecuación [2-36].
- Se calcula la profundidad de masa de lecho de sedimento removida o acumulada en el intervalo de tiempo, según el transporte de sedimento.
- Dada la profundidad de erosión, se estima el nuevo valor de esfuerzo crítico según la ecuación [2-37], y se estima el nuevo esfuerzo aplicado con la nueva condición hidráulica.
- Finalmente se repite el cálculo de la tasa de erosión y se repite el proceso en todo el tiempo de tránsito.

2.3.2.3 Modelo de transporte de sedimentos en alcantarillados (Coghlan et al, 1999)

Este modelo desarrolla el transporte de sedimentos basado en la ecuación de Ackers White, bajo una forma modificada de la ecuación en la cual el indicador de carga suspendida, coeficiente n , es alterado para describir mejor la carga en suspensión. El modelo parte del principio bajo el cual la carga de sólidos está limitada por la capacidad de transporte de las condiciones hidráulicas existentes.

3 DESARROLLO DEL MODELO

En este capítulo se muestra la configuración del modelo propuesto, el ensamblaje de los elementos de modelación del capítulo anterior. Primero se explican los esquemas de interacción de transferencia de masa entre los lechos y el flujo, se explican los supuestos y el alcance del modelo. Luego se desarrolla el modelo de una zona con todas sus ecuaciones de balance y finalmente el modelo de dos zonas, también con sus ecuaciones de balance.

3.1 ESQUEMAS PROPUESTOS DEL ACOPLE DE TRANSPORTE DE SEDIMENTOS - CALIDAD DEL AGUA

3.1.1 Esquemas de Modelación

Los esquemas propuestos de modelación de acople se basan en el esquema de interacción entre sedimentos y flujo descrito en el numeral 2.2.2, y se configuran así:

3.1.1.1 Esquema de Una Zona

Bajo este esquema se establece que la porción relevante (que está asociada a la mayor cantidad de contaminantes) de los sedimentos, viaja en suspensión con el flujo. Se transfiere masa de la zona suspendida hacia el lecho de fondo mediante la sedimentación y la resuspensión de forma excluyente. La sedimentación y resuspensión se determina por la hidráulica de la sección al igual que la capacidad de transporte, que se define por la carga total de sedimentos en la sección. La dinámica del comportamiento de sedimento se puede resumir así. Por cada unidad de longitud del río se tiene una cantidad de masa de sedimento afluente y una efluente. Se tiene un valor de capacidad de transporte de sedimento propia del régimen del río. Si la masa de sedimento neta efluente por cada unidad de longitud del río es mayor que cero, implica que existe remoción de masa de sedimento desde el lecho y que se tiene una carga actual que es inferior a la carga potencial (capacidad de transporte), por lo que existe resuspensión desde el lecho de la masa de sedimento-contaminante. En caso contrario, si la masa efluente es menor que la afluente, y la masa acumulada es mayor a la capacidad de transporte, el excedente de masa debe sedimentarse.

3.1.1.2 Esquema de Dos Zonas

En este esquema, se discriminan los sedimentos en los que viajan con el flujo en suspensión, y los que viajan en la superficie del lecho, como carga de lecho de fondo. A diferencia del esquema anterior, los sedimentos en suspensión no se determinan por una capacidad de transporte sino según la transferencia difusiva de masa entre la carga de fondo y la carga suspendida. Así la sedimentación y la resuspensión efectivas sobre el lecho se dan sólo por la carga de fondo. Por lo tanto la dinámica del esquema se desarrolla como la transferencia del lecho hacia la carga de fondo mediante resuspensión, y de la carga de fondo hacia la carga suspendida mediante difusión. Finalmente se presenta sedimentación de la carga de fondo hacia el lecho. Tanto la sedimentación

como la resuspensión se dan bajo la misma concepto de excedencia y déficit sobre la capacidad de transporte de carga de lecho.

En la figura 3-1 se muestran los procesos correspondientes a los esquemas propuestos:

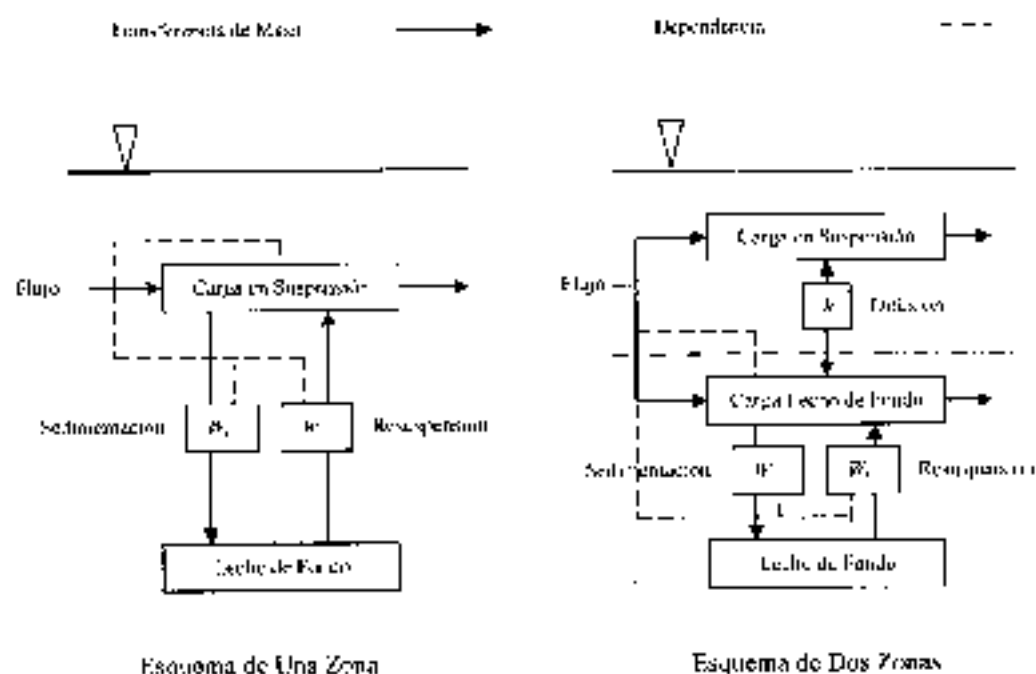


Figura 3-1 Procesos de transporte en los esquemas de modelación propuestos.

A continuación se describen los supuestos bajo los cuales se desarrollan los anteriores esquemas de modelación

3.1.2 Supuestos

Los supuestos tomados se pueden clasificar en tres grupos, los correspondientes a la hidráulica, los relativos a los sedimentos y los correspondientes al transporte:

3.1.2.1 Supuestos sobre La Hidráulica

Se estimó como ancho efectivo para el intercambio de masa el ancho superficial de la corriente, donde se supone que el lecho se distribuye uniformemente y el intercambio se da a lo largo de su proyección horizontal.

Para la determinación del esfuerzo cortante actual sobre los lechos se utilizó la siguiente ecuación:

$$\tau = \rho g R S \quad [3-1]$$

donde τ es el esfuerzo aplicado, ρ la densidad del agua, g la gravedad, R radio hidráulico, S la pendiente del canal (con supuesto de flujo uniforme).

Como ley de fricción se utilizó la Ecuación de Manning, a partir de la cual se calcula el radio hidráulico utilizado en las ecuaciones de transporte de sedimentos y de esfuerzos cortantes. La ecuación para el radio hidráulico según Manning es:

$$R = \left[n \frac{Q}{A S^{1/2}} \right]^{2/3} \quad [3-2]$$

donde R es el radio hidráulico, n el coeficiente de Manning, Q el caudal, A el área, S la pendiente del canal todos respecto a la sección correspondiente

3.1.2.2 Supuestos sobre los Sedimentos

El modelo supone una composición uniforme del tamaño de las partículas de los sedimentos, determinada por el diámetro al 50% de la curva acumulada de composición de los.

Se supone que no existe gradiente de concentraciones en la sección vertical de cada sección, sólo variación de concentraciones a lo largo de la corriente

La corriente tiene una capacidad límite de transporte de los sólidos, la cual corresponde a la concentración de equilibrio de sedimentos del sistema, y depende tanto de la hidráulica de la sección, como de las propiedades del sedimento. Para la estimación de esta capacidad máxima de transporte de sedimentos estable se usaron las ecuaciones de carga total de lecho [2-1] a [2-12]. En el caso de las cargas de lecho de fondo, se estimó el uso de las ecuaciones [2-26] a [2-35]. Así para las ecuaciones que calculan la carga total en términos del caudal sólido se estableció la siguiente conversión para determinar la concentración respectiva:

$$C^* = \rho S_s \frac{q_s}{Q} \quad [3-3]$$

donde q_s es el caudal sólido (determinado por la carga total), S_s peso específico, Q caudal de la sección

La variación del lecho de fondo se determina por las tasas de sedimentación y resuspensión, donde el lecho se supone con una porosidad, y una densidad de sedimento seca.

3.1.2.3 Supuestos sobre el transporte

Se estimó sólo válido el transporte advectivo en el modelo, por que se supone que los sedimentos no alcanzan a desarrollar dispersión longitudinal.

Se supone que las masas de sedimentos se depositarán si la carga existente en una sección excede la capacidad de transporte de la corriente. En caso contrario, cuando exista deficiencia en la carga

suspendida respecto a la capacidad de transporte de la corriente, se resuspenden. La tasa de resuspensión se estima como la velocidad de corte según la hidráulica de la sección, así:

$$v_s = U_*' = \frac{\tau}{\rho} \quad [3-4]$$

3.1.3 Alcance del modelo

El modelo no determina cargas totales de distribuciones de sedimentos por tamaño, (es potencialmente implementable).

No desarrolla los cambios en la forma de las secciones transversales, sólo la variación vertical de todo el lecho proyectado horizontalmente. Por lo tanto no es capaz de modelar cambios de las secciones en meandros.

No se establece el efecto del cambio en el nivel del lecho sobre el área hidráulica para alterar el comportamiento de la hidráulica en los tiempos sucesivos, pero es implementable.

El modelo no predice la formación de dunas, ri zcos y demás cambios en las formas del lecho. Ni tampoco estima el uso de las rugosidades relativas a la forma del lecho, solo relativa al grano, según la ecuación de Manning.

El modelo no desarrolla un mecanismo de turbulencia para la estimación de la resuspensión, por lo que esta se determina sólo con la velocidad de corte. Ecuación [3-4]

3.2 MODELO DE UNA ZONA

El modelo de una zona se basa en el balance de masa sobre en un tramo de longitud dx y área A , para la cual se tienen los siguientes flujos de masa: Carga afluente determinada por el caudal de entrada al volumen de control, carga efluente determinada por el respectivo caudal de salida del volumen de control, carga que se sedimenta hacia el lecho de fondo y la carga que se resuspende desde el lecho. El esquema del volumen de control y los flujos de masa se muestran en la Figura 3-2.

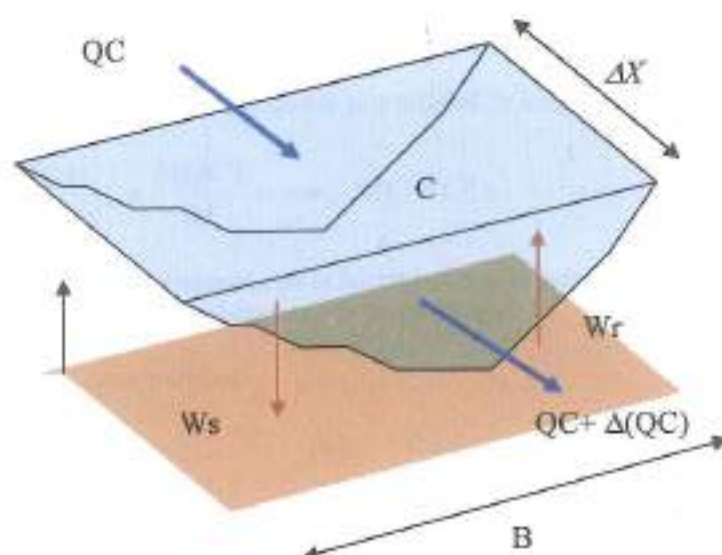


Figura 3-2 Esquema del balance de masa para el modelo de Una zona.

3.2.1 Ecuación de balance para la carga suspendida

En cada unidad de tiempo la variación de la masa en el volumen de control está dado por:

$$\frac{\partial(A\Delta x C)}{\partial t} = \Delta x \frac{\partial(AC)}{\partial t} \quad [3-5]$$

donde A es el área transversal del volumen de control, y C es la concentración de sedimento actual en el volumen de control.

En cada tramo de longitud Δx , se tiene una carga afluente dada por QC y una efluente dada por $(QC + \Delta(QC))$, de tal forma que en cada unidad de tiempo la variación de masa de sedimento que se debe al transporte advectivo del mismo, es:

$$\frac{\Delta x \partial(AC)}{\partial t} = QC - (QC + \frac{\partial(QC)}{\partial x} \Delta x) \quad [3-6]$$

Ahora, si la masa actual de sedimento en el volumen de control es mayor a la masa potencial de capacidad de transporte, la excedencia en masa, respecto a la de capacidad de transporte, se depositará en el lecho del río, sino se resuspenderá hacia la zona de carga suspendida. De tal forma que en una unidad de tiempo se deposita $Q_{dep} (C - C^*)$, donde Q_{dep} es un caudal de depositación dado por $w_s \Delta x B$ y la diferencia $C - C^*$ es la masa que no es capaz de transportar el río por unidad de volumen. Así para completar el balance, en cada unidad de tiempo y en el volumen de control citado se tiene:

$$\frac{d(\hat{C}(AC))}{dt} = QC - (QC + \frac{\partial(QC)}{\partial x} dx) - w_s dx B(C - C^*) \quad [3-7]$$

Al dividir toda la ecuación por dx , para que quede por unidad de longitud y simplificar se tiene:

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} + \frac{\partial(QC)}{\partial x} = -w_s B(C - C^*) \quad [3-8]$$

La forma de esta ecuación tiene semejanza con la correspondiente para el transporte de sedimentos, de Qing-Chao *et al*, 1999, que está promediada en la profundidad.

El término w_s toma los siguientes valores:

$$\begin{aligned} w_s &= w_{*} & \text{para } C > C^* \\ w_s &= w_{*} = U^2 & \text{para } C < C^* \end{aligned} \quad [3-9]$$

donde w_s puede ser calibrada o determinada según la ley de Stokes o la ecuación Rubey, 1933 (Yang, 1996) así, $w_s = K [\log (Ss-1)]^{2.2}$ con $K = [2/3 \cdot 36v^2 g d^3 / (Ss-1)]^{1/2} = [36v^2 g d^3 / (Ss-1)]^{1/2}$, v es la viscosidad, Ss es el peso específico 2.65, y d el diámetro de la partícula. El término U^* viene determinado por la ecuación [3-4].

Para el término C^* se tienen las ecuaciones de transporte de carga total como la de Bagnold (ecuación [2-26]), la de Engelund-Vanensen (ecuación [2-28]), la de Ackers White (ecuación [2-33]), y el modelo adaptado de Lane (ecuación [2-35]).

Para el caso de los sedimentos cohesivos, la ecuación [3-8] se modificó de la siguiente forma:

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} + \frac{\partial(QC)}{\partial x} = -w_s B(C - C^*) + MB \quad [3-10]$$

donde M es la tasa de erosión de cohesivos según [2-36]

3.2.2 Ecuación para el nivel de lecho de fondo

Para describir la variación de la profundidad del lecho se puede hacer el siguiente balance de masa respecto al balance de masa de sedimento de la ecuación [3-8].

En cada unidad de tiempo la cantidad de masa que entra o que sale del fondo del lecho del río es $Q_{dep} (C - C^*)$ o w_s la $B(C - C^*)$, de tal forma que la cantidad de masa acumulada en esa unidad de tiempo es:

$$\rho_s(1-\Phi)\frac{dz}{dt}Bdx = w_s dx B(C-C^*) \quad [3-11]$$

donde ρ_s es la densidad del sedimento seco, Φ es la porosidad del sedimento en el lecho, z es la altura del lecho, B es el ancho superficial del río (franja del lecho proyectado en un plano horizontal). Al simplificar [3-11] queda:

$$\frac{dz}{dt} = w_s \frac{C-C^*}{\rho_s(1-\Phi)} \quad [3-12]$$

Esta ecuación describe la variación de la profundidad del lecho por unidad de tiempo teniendo en cuenta la concentración actual de sedimento en suspensión y la hidráulica del tramo en el término de capacidad de transporte.

3.3 MODELO DE DOS ZONAS

El modelo de dos zonas se caracteriza por la dinámica difusiva entre los sedimentos suspendidos y los de la carga de lecho. La caracterización de los flujos de masa son: Del lecho se resuspende y/o se sedimenta carga hacia la zona de carga de lecho de fondo, de la zona de carga de lecho de fondo se tiene transferencia por gradiente de concentraciones a la zona de carga suspendida, y finalmente se tienen flujos de cargas por los caudales respectivos en las dos zonas. En la Figura 3-3 se muestra el esquema de flujos para el balance de masa en el volumen de control.

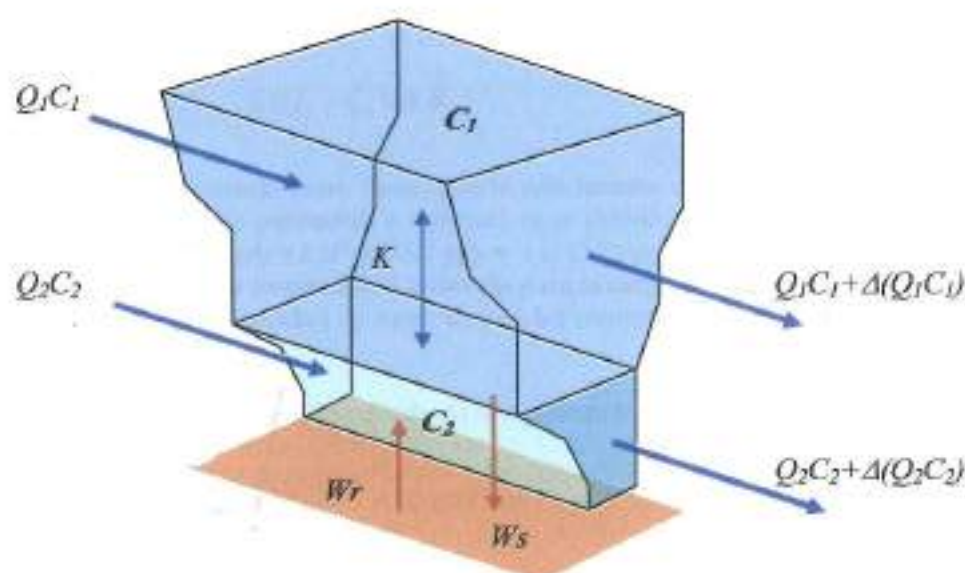


Figura 3-3 Esquema de flujos de masa en el volumen de control para el modelo de Dos Zonas.

En el esquema de la Figura 3-3 se tiene un tramo de río de longitud dx , con un área transversal inicial A , y una final $A+dA$, un ancho medio B y tres regiones en la vertical, una con profundidad z que es la correspondiente del lecho, otra con profundidad y que es la correspondiente de la carga de fondo y $(D-y)$ para la carga suspendida. De tal forma que se puede construir un factor que determine qué fracción corresponde a la zona suspendida y cuál a la zona de carga de lecho. Este factor se puede relacionar con el volumen de cada zona respecto al volumen total de control, así:

$$F = \frac{dx A_{suspensa}}{dx A_{total}} = \frac{D-y}{D} \quad [3-13]$$

donde F es la fracción que corresponde a la zona suspendida, luego $1-F$ corresponde a la carga de lecho de fondo, $A_{suspensa}$ es el área relativa a la zona suspendida y A_{total} el área total de la sección.

3.3.1 Ecuaciones de balance para la carga suspendida

En cada unidad de tiempo la variación de la masa en el volumen de control está dada, como en el caso anterior por:

$$\frac{dx d(A_1 C_1)}{dt} = Q_1 C_1 - (Q_1 C_1 + \frac{\partial(Q_1 C_1)}{\partial x} dx) \quad [3-14]$$

donde A_1 y Q_1 son el área y el caudal relativos a la zona de carga suspendida, que se pueden relacionar utilizando el factor F como $A_1 = F A$, $Q_1 = F Q$. C_1 es la concentración de sedimentos suspendido.

La ecuación [3-14] muestra el transporte advectivo del sedimento. El término que se debe agregar corresponde a la transferencia por diferencia de concentraciones entre la fase intermedia y la superior es:

$$K(C_2 - C_1) dx B \quad [3-15]$$

donde K es la tasa de transferencia entre fases (puede relacionarse con el coeficiente de difusión turbulenta o puede dejarse como parámetro a calibrar). Si se define en términos del coeficiente de difusión turbulenta se tiene, $K = \epsilon/\eta = k U^* y/D (D-y)/y = k U^* D(D-y)$ (Henderson, 1966) donde k es la constante de Von Karman, y es la profundidad estimada para la carga de lecho, D es la profundidad media total de flujo, y U^* es la velocidad de corte. C_1 y C_2 las concentraciones en suspensión y carga de fondo respectivamente.

Teniendo en cuenta lo anterior la ecuación queda de la siguiente forma:

$$\frac{\partial(A_1 C_1)}{\partial t} + \frac{\partial(Q_1 C_1)}{\partial x} = K B(C_2 - C_1) \quad [3-16]$$

Así queda la ecuación de balance para la concentración de sedimento suspendido que interactúa con el sedimento de carga de fondo.

3.3.2 Ecuación de balance para la carga de lecho de fondo

La ecuación de balance para esta fase comparte la tasa de transferencia de masa difusiva con la ecuación [3-16], y contiene la transferencia de masa desde el lecho hacia la zona de carga de lecho.

Esta tasa viene dada por $Q_{sed} (C_1 - C^*)$ donde Q_{sed} es un caudal por unidad de longitud de sedimentación o resuspensión dado por u_b . Así la ecuación de balance queda finalmente como:

$$\frac{\partial(A_2 C_2)}{\partial t} + \frac{\partial(Q_2 C_2)}{\partial x} = -K B(C_1 - C_2) - u_b B(C_1 - C^*) \quad [3-17]$$

Donde nuevamente A_2 y Q_2 son los correspondientes valores de área y caudal para la zona de carga de fondo y como en el caso anterior del modelo de Una zona, el término u_b se puede tomar los siguientes valores:

$$u_b = w_b \quad \text{para} \quad C > C^* \quad [3-18]$$

$$u_b = u_* = U_* \quad \text{para} \quad C < C^*$$

Para el término C^* se tienen las siguientes ecuaciones posibles de carga de lecho de fondo que sirven como variaciones de capacidad de transporte: DuBoys (ecuación [2-5]), Shields (ecuación [2-6]), Enfoque con Pendiente de energía (ecuación [2-7]), Enfoque en Caudal (ecuación [2-8]), Enfoque en velocidad (ecuación [2-9]), Enfoque en Potencia de corriente (ecuación [2-12]).

3.3.3 Ecuación para el nivel de lecho de fondo

La ecuación de variación del lecho es exactamente la misma que para el planteamiento del modelo de Una zona, de tal forma que queda como:

$$\frac{dz}{dt} = \eta_s \frac{C_2 - C^*}{\rho_s (1 - \Phi)} \quad [3-19]$$

3.4 ACOPLIE DEFINITIVO DE LOS MODELOS

Ya establecidas las ecuaciones definitivas de los modelos propuestos se establece el acople de estos con la hidráulica. Por lo tanto, utilizando las ecuaciones de tránsito hidráulico de Saint Venant se tiene la siguiente formulación acoplada y definitiva de los modelos de transporte de sedimentos y calidad del agua.

Modelo de Una Zona

El modelo completo tiene la descripción del movimiento del agua en la corriente (ecuación de cantidad de movimiento de Saint Venant), ecuación de continuidad para el agua, ecuación de transporte de sedimentos para el soluto (ecuación [3-8]) y ecuación para la variación del lecho (ecuación [3-12]). El modelo se resuelve mediante cuatro ecuaciones diferenciales (tres parciales y una ordinaria) y cuatro incógnitas, el Caudal $Q(x,t)$, la profundidad $Y(x,t)$, el soluto $C(x,t)$, y el nivel del lecho $z(x,t)$.

$$\begin{aligned}
 \text{Ec. Momentum} & \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{Q^2}{A} \right] = g \left(S_0 - S_f - \frac{\partial Y}{\partial x} \right) \\
 \text{Ec. Continuidad} & \quad \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x} = 0 \\
 \text{Ec. Transporte Sedimento} & \quad \frac{\partial (AC)}{\partial t} + \frac{\partial (QC)}{\partial x} = -w_s B(C - C^*) \\
 \text{Ec. Variación lecho} & \quad \frac{dz}{dt} = w_s \frac{C - C^*}{\rho_s (1 - \Phi)}
 \end{aligned} \quad [3-23]$$

Para el caso de flujo en estado estable, $dQ/dt = 0$, el modelo se resuelve mediante dos ecuaciones diferenciales con dos incógnitas C y z , una ecuación es parcial sobre x y t (ecuación [3-8]), y la otra es ordinaria (ecuación [3-12]). Hay que anotar que las ecuaciones anteriores no son acopladas lo que hace más fácil el manejo computacional de su solución.

Modelo de Dos Zonas

El modelo se compone de tres ecuaciones con tres incógnitas, las concentraciones en las dos zonas, suspendida y carga de fondo, y el nivel del lecho. Obviamente se puede aplicar el mismo acople anterior con las ecuaciones de Saint Venant. Aquí se presentan solo las respectivas al transporte de sedimentos.

$$\begin{aligned}
 \text{Ec. Carga Suspendida} & \quad \frac{\partial (A_1 C_1)}{\partial t} + \frac{\partial (Q_1 C_1)}{\partial x} = K B(C_1 - C^*) \\
 \text{Ec. Carga de Lecho} & \quad \frac{\partial (A_2 C_2)}{\partial t} + \frac{\partial (Q_2 C_2)}{\partial x} = -K B(C_1 - C^*) - w_s B(C^* - C^*) \\
 \text{Ec. Variación Lecho} & \quad \frac{dz}{dt} = w_s \frac{C_2 - C^*}{\rho_s (1 - \Phi)}
 \end{aligned} \quad [3-24]$$

donde Q_1 , Q_2 , A_1 y A_2 se relacionan con Q y A según el factor f descrito anteriormente.

4 ANÁLISIS, IMPLEMENTACIÓN Y VERIFICACIONES INICIALES

En este capítulo se muestran los primeros ensayos y verificaciones de consistencia del comportamiento de los modelos propuestos. Así, primero se analiza su comportamiento en estado estable (donde no hay variación temporal de concentraciones de sedimentos). Luego se explica la implementación de la solución numérica y finalmente se muestran las primeras verificaciones.

4.1 ANÁLISIS EN ESTADO ESTABLE

El análisis de estado estable permite establecer cual es el comportamiento del modelo en periodos largos de tiempo, cuando los efectos de las condiciones iniciales ya no son relevantes. Para este análisis se estima que no se tiene variación ni del caudal ni de las concentraciones en el tiempo, por lo tanto se tiene sólo variación en el espacio, con lo cual la ecuaciones de balance de los solutos se restringen mediante la condición, $d(C)/dt=0$, de tal forma que se hallan ecuaciones que describen el perfil de concentraciones de estado estable en el tramo de análisis.

4.1.1 Modelo de Una Zona

Al imponer la condición de estado estable en la ecuación [3-9], se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones desacopladas, donde la variación del lecho si se tiene en el tiempo, debido a la transferencia diferencial a lo largo del espacio que se tiene entre la zona suspendida y el lecho mismo:

$$\begin{aligned} Q \frac{dC}{dx} &= -w_s B(C - C^*) \\ \frac{dz}{dt} &= w_s \frac{C - C^*}{\rho_s (1 - \Phi)} \end{aligned} \quad [4-1]$$

donde al ser Q constante en el tiempo implica que el término C^* de capacidad máxima de transporte es estable y solo varía en el espacio, esto se da en condiciones de régimen hidrológico estable.

Así, se tienen dos ecuaciones que pueden ser analizadas como ordinarias, una en el espacio y otra en el tiempo. Se puede hacer una gráfica de la ecuación [4-1] de la variación contra la concentración, donde se pueden asumir todos los términos constantes y así determinar el comportamiento. Dicha gráfica se muestra a continuación.

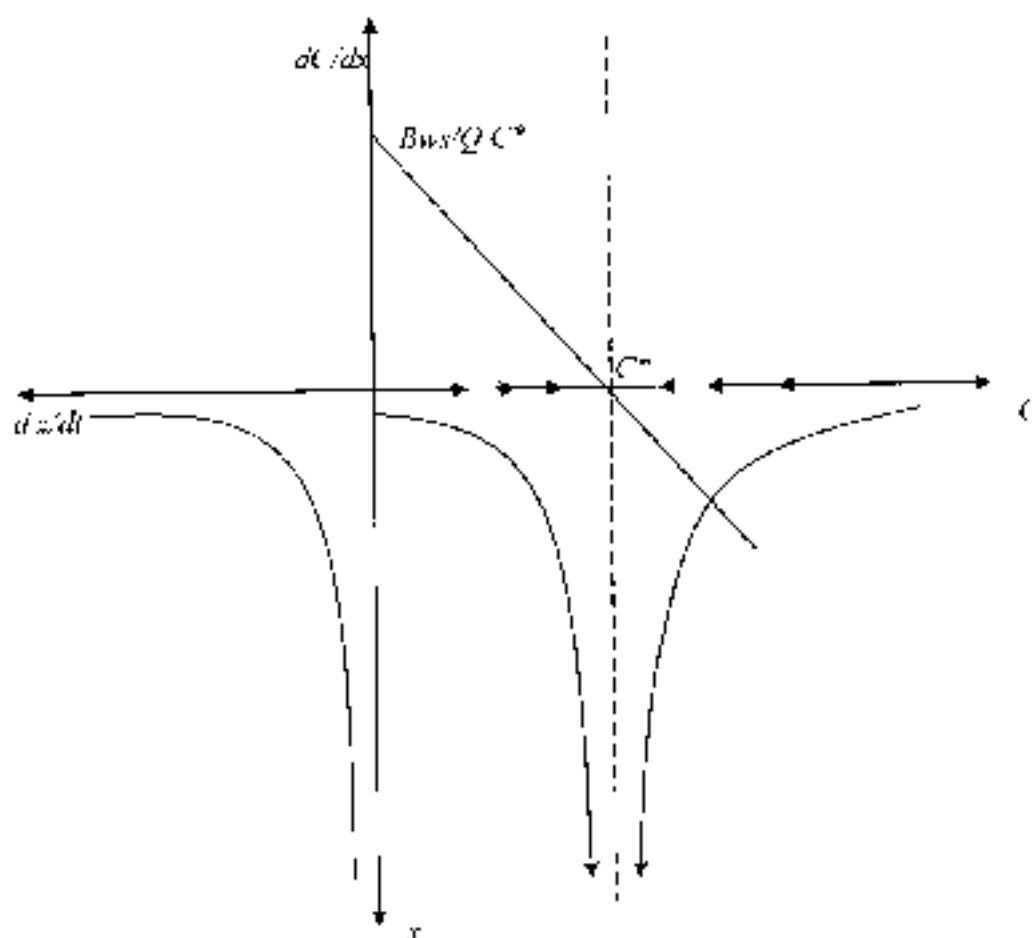


Figura 4-1 Se muestra la gráfica de la variación de las concentraciones contra las concentraciones y el respectivo perfil de estado estable a lo largo del tramo.

En la figura 4-1 se muestra que el sistema es disipativo de primer orden, para el cual se tiene definido un valor de estado estable en el nivel de concentración de régimen (capacidad máxima de transporte de sedimentos), por lo tanto cualquier perfil de concentraciones de estado estable debe tener una tendencia hacia el valor de concentración de régimen con la distancia. Para el caso del nivel del lecho se observa que las velocidades de formación o degradación van aumentando o disminuyendo con la distancia según el perfil de estado estable para las concentraciones.

Se puede construir una ecuación solución para el sistema, dado que es de primer orden y tiene comportamiento exponencial. De tal forma que se tiene una forma analítica para describir el perfil de concentraciones y velocidades de degradación-gradación del lecho en estado estable. Si se organiza la ecuación [4-1] de la siguiente forma:

$$\frac{dC}{(C - C^ss)} = -w_s \frac{B}{Q} \quad [4-2]$$

que al integrar se obtiene, el perfil de concentraciones en estado estable, para una condición de frontera no variable en el tiempo $C(x_0)$.

$$Cx = [C(x_0) + C^*] e^{\left(\frac{wsB}{Q}x\right)} + C^* \quad [4-3]$$

Una forma de entender el comportamiento del transporte de sedimentos bajo estado estable, es mediante la idealización de la ecuación [4-1], en una sección discreta en el espacio de longitud Δx , para la cual se tiene el siguiente balance (que es precisamente una solución numérica de [4-1]):

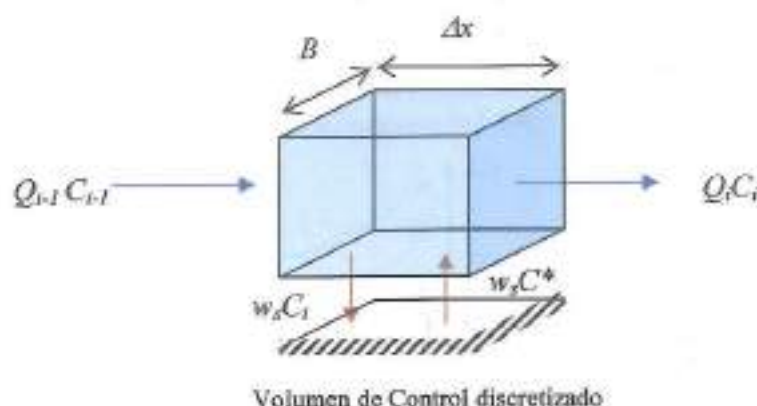


Figura 4-2 Esquema de idealización del comportamiento en estado estable del transporte de sedimentos, mediante discretización del espacio.

$$Q_i C_i - Q_{i-1} C_{i-1} = w_s (C_i - C^*) B \Delta x \quad [4-4]$$

que al desarrollar para C_i se tiene finalmente:

$$C_i = \frac{Q_{i-1} C_{i-1} + w_s C^*}{Q_i + w_s B \Delta x} \quad [4-5]$$

Ecuación que corresponde a un balance de masa puntual para cargas afluentes que conducen a una concentración de salida única. De esta manera se entiende que la concentración en cada punto es la correspondiente al mencionado balance, y por lo tanto al estar en función de la concentración anterior tiende un valor estable único de C^* , dado que $Q_{i-1}/(Q_i + w_s B \Delta x)$ es menor que 1.

4.1.2 Modelo de Dos Zonas

Al igual que en el caso anterior, se impone la condición de no variación de las concentraciones y de los caudales a las ecuaciones [3-16] y [3-17], con lo cual se tiene el siguiente sistema de ecuaciones ordinarias en x para los perfiles de concentración tanto en la zona de carga suspendida, como de carga de fondo.

$$\begin{aligned} Q_1 \frac{dC_1}{dx} &= K B (C_2 - C_1) \\ Q_2 \frac{dC_2}{dx} &= -K B (C_2 - C_1) - w_s B (C_1 - C^*) \end{aligned} \quad [4-6]$$

Se puede construir el plano de fase del sistema [4-6], para analizar su comportamiento, para lo cual se igualan a cero las ecuaciones del sistema y se dibujan dichas curvas en el plano. Luego se detallan las direcciones de los flujos dentro de cada región en la que se divide el plano. Estas direcciones están dadas por los siguientes conjuntos:

$$\begin{aligned} T &= \{(C_1, C_2) / C_2 < C_1 \text{ y } C_2 < k C_1 / (ws+k) + ws C^* / (ws+k), dC_2/dt > 0, dC_1/dt < 0\} \\ T &= \{(C_1, C_2) / C_2 > C_1 \text{ y } C_2 < k C_1 / (ws+k) + ws C^* / (ws+k), dC_2/dt > 0, dC_1/dt > 0\} \\ T &= \{(C_1, C_2) / C_2 < C_1 \text{ y } C_2 > k C_1 / (ws+k) + ws C^* / (ws+k), dC_2/dt < 0, dC_1/dt < 0\} \\ T &= \{(C_1, C_2) / C_2 > C_1 \text{ y } C_2 > k C_1 / (ws+k) + ws C^* / (ws+k), dC_2/dt < 0, dC_1/dt > 0\} \end{aligned}$$

La muestra la configuración de flujos en el diagrama de fase, del cual se desarrollan los perfiles de estado estable correspondientes a las soluciones de [4-6].

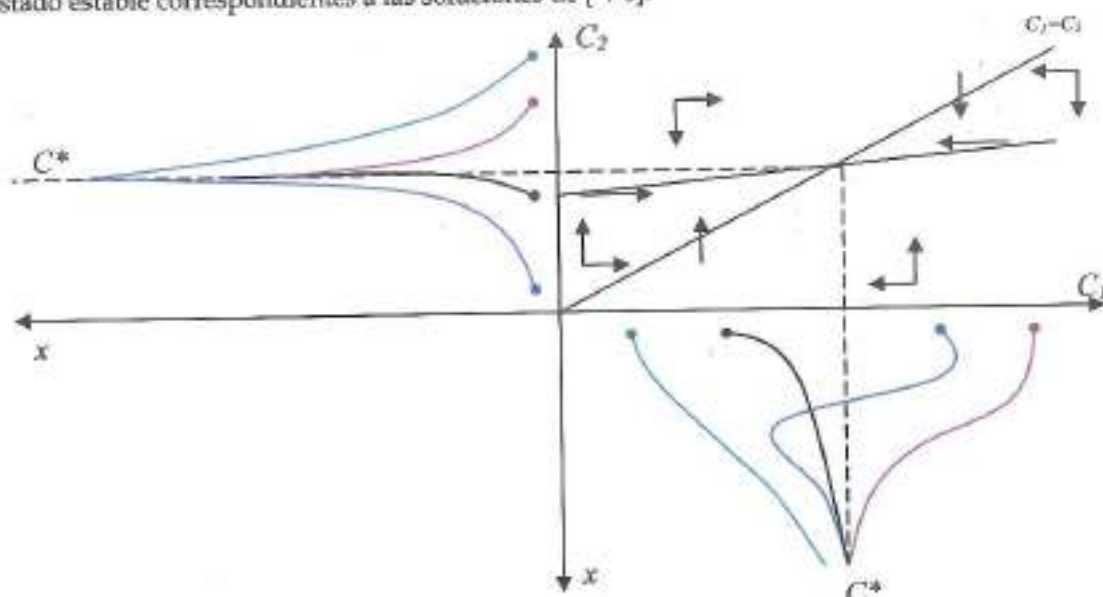


Figura 4-3 Diagrama de fase y soluciones del sistema para estado estable del modelo de Dos Zonas

Las soluciones de los perfiles muestran que también son disipativos de primer orden, ahora son acoplados, así ambos perfiles tienden al valor de estado estable de carga de lecho con la distancia.

4.2 METODOLOGÍA NUMÉRICA DE SOLUCIÓN

4.2.1 Esquema Explícito

4.2.1.1 Modelo de Una Zona

Para la construcción de la metodología numérica del modelo de Una zona, se puede armar el siguiente balance:

Dado un periodo de tiempo t , y un volumen de control $\Delta x A_0$ la cantidad de masa en el siguiente periodo $t+dt$ está dada por:

La masa del periodo anterior t , $\Delta x A_i C_{i,t}$.

La masa que llega al volumen de control en el periodo t , $dt Q_{i-1} C_{i-1,t}$.

La masa que sale del volumen de control en el periodo t , $dt Q_{i,t} C_{i,t}$.

La masa que sale del volumen de control en el periodo t , por sedimentación dado que la concentración actual del volumen de control $C_{i,t}$ es mayor a la de la capacidad de transporte $w_{s,i} \Delta x B$, $\Delta x B dt (C_{i,t} - C_{s,i,t}^*)$.

De tal forma que la ecuación en diferencias finitas (en esquema explícito), para la integración de [3-8] es:

$$\Delta x A_{i+1,t} C_{i+1,t} = \Delta x A_{i,t} C_{i,t} + dt Q_{i-1,t} C_{i-1,t} - dt Q_{i,t} C_{i,t} - w_{s,i,t} \Delta x B dt (C_{i,t} - C_{s,i,t}^*) \quad [4-7]$$

La ecuación [4-7], se aplica a todos los N segmentos en los cuales se divide el espacio, con lo cual se construye el siguiente sistema de $N-2$ ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \Delta x A_{2,t+dt} \\ \Delta x A_{3,t+dt} \\ \vdots \\ \Delta x A_{N-1,t+dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{2,t+dt} \\ C_{3,t+dt} \\ \vdots \\ C_{N-1,t+dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x A_{1,t} - dt(Q_{1,t} - w_{s,1,t} w B dt) \\ dt(Q_{1,t}) & \Delta x A_{2,t} - dt(Q_{2,t} - w_{s,2,t} w B dt) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ dt(Q_{N-2,t}) & \Delta x A_{N-1,t} - dt(Q_{N-1,t} - w_{s,N-1,t} w B dt) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1,t} \\ C_{2,t} \\ \vdots \\ C_{N-1,t} \end{bmatrix} + \Delta x B dt \begin{bmatrix} w_{s,1,t} C_{1,t}^* \\ w_{s,2,t} C_{2,t}^* \\ \vdots \\ w_{s,N-1,t} C_{N-1,t}^* \end{bmatrix} \quad [4-8]$$

que se soluciona sobre las incógnitas $C_{i,t+dt}$, donde i varía desde 2 hasta $N-1$ pues para $i=1$ o $i=N$ se tienen las condiciones de frontera. Así el sistema [4-8], queda de la siguiente forma:

$$[A_{i,j,t+dt}][C_{i,j,t+dt}] = [A_{i,j,t}][C_{i,j,t}] + \Delta x B dt [w_{s,i,t} C_{i,j,t}^*] \quad [4-9]$$

Cuya solución es:

$$[C'_{i,j,t+\Delta t}] = [A_{i,j,t+\Delta t}]^{-1} \left([A_{i,j,t}] [C'_{i,j,t}] + \Delta x B dt [w_{s,i} C'_{i,j,t}] \right) \quad [4-10]$$

Así la ecuación anterior se debe solucionar T veces desde $T = (\text{Tiempo final} - \text{Tiempo inicial})/dt$ los valores de tiempo de transporte.

4.2.1.2 Modelo de Dos Zonas

Para el modelo de dos Zonas se construye un balance de masas semejante al anterior, así:

Dado un periodo de tiempo t , y un volumen de control $\Delta x A_z$, la cantidad de masa en la zona suspendida en el siguiente periodo $t+dt$ está dada por:

La masa del periodo anterior t , $\int \Delta x A_z C_{s,t}$

La masa que llega al volumen de control en el periodo t , $F dt Q_{i,j,t} C_{i,j,t}$

La masa que sale del volumen de control en el periodo t , $F dt Q_{i,j,t} C_{i,j,t}$

La masa que entra al volumen de control en el periodo t , por diferencia de concentraciones con la zona de carga de lecho es $K \Delta x B dt (C_{i,j,t} - C_{b,t})$.

Para la zona de carga de lecho con un volumen de control $(1-F)\Delta x A_z$, la cantidad de masa en el siguiente periodo $t+dt$ está dada por:

La masa del periodo anterior t , $(1-F) \Delta x A_z C_{b,t}$

La masa que llega al volumen de control en el periodo t , $(1-F) \Delta x Q_{i,j,t} C_{i,j,t}$

La masa que sale del volumen de control en el periodo t , $dt (1-F) Q_{i,j,t} C_{b,t}$

La masa que sale del volumen de control en el periodo t , por diferencia de concentraciones con la zona de carga suspendida es $K \Delta x B dt (C_{i,j,t} - C_{b,t})$.

La masa que sale del volumen de control en el periodo t , por sedimentación, bajo el mismo concepto del modelo de una zona, cuando $C_{b,t}$ es mayor a la de la capacidad de transporte, $ws_{i,j} \Delta x B dt (C_{b,t} - C^*_{i,j,t})$.

Así, las ecuaciones en diferencia de solución numérica del modelo son:

Para la zona de carga suspendida

$$(\Delta x A_z C'_{i,j,t+\Delta t})F = (\Delta x A_z C'_{i,j,t})F + dt Q_{i,j,t} C'_{i,j,t} - dt Q_{i,j,t} C'_{i,j,t}F + K \Delta x B dt (C'_{i,j,t} - C'_{b,t}) \quad [4-11]$$

Para la zona de carga de fondo

$$(\Delta x A_z (C'_{i,j,t+\Delta t})(1-F)) = (\Delta x A_z C'_{i,j,t})(1-F) + dt Q_{i,j,t} C'_{i,j,t} - dt Q_{i,j,t} C'_{i,j,t}(1-F) - K \Delta x B dt (C'_{i,j,t} - C'_{b,t}) + ws_{i,j} \Delta x B dt (C'_{b,t} - C^*_{i,j,t}) \quad [4-12]$$

El sistema de ecuaciones anterior conforma un sistema doble tri-diagonal que se puede esquematizar como sigue:

$$\begin{array}{c}
 \begin{bmatrix} A_{1,1,x} & [0] \\ [0] & A_{1,1,y,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1,1} \\ C_{2,1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{2,1,x} & [0] \\ [0] & A_{2,1,y,z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1,1} \\ C_{1,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{s1} C'_{1,1} \\ [0] \end{bmatrix} \\
 [A_{1,1}] \quad [C_{1,1}] \quad [A_1] \quad [C_1] \quad [C^*]
 \end{array}$$

Figura 4-4 Esquema del sistema de ecuaciones tri-diagonal para el modelo de dos zonas

donde cada una de las anteriores ecuaciones se solucionan armando un sistema de $N-2$ ecuaciones con $N-2$ incógnitas para N células de discretización, sobre las incógnitas $C'_{i,k,t+\Delta t}$, donde k es 1 para la zona suspendida, 2 para la zona de lecho, i varía desde 2 hasta $N-1$ pues para $i=1$ e $i=N$ se tienen las condiciones de frontera, y t es el tiempo de simulación. El sistema se puede resolver desacopladamente con cada bloque correspondiente a cada zona, solución que se puede establecer como:

$$[C'_{i,k,t}] = [A_{i,k,t}] ([A_i][C_i] + [C^*]) \quad [4-13]$$

El término F corresponde a la proporción del volumen de control que hace parte de la carga suspendida, de tal forma que $(1-F)$ es la proporción de la carga de lecho.

4.2.2 Esquema Implícito

El esquema implícito se implementó para el modelo de una zona, se fundamenta en el esquema Crank-Nicholson con parámetro de variación θ entre la forma explícita e implícita y se construye de la siguiente forma. La derivada temporal se establece como:

$$\frac{\partial(AQ)}{\partial t} = \frac{A_{i+1/2}C'_{i+1,t} - A_{i-1/2}C'_{i-1,t}}{\Delta t} \quad [4-14]$$

La derivada espacial se compone así:

$$\frac{\partial(QC)}{\partial x} \Big|_{i-1/2} = \frac{Q_{i+1/2}C'_{i+1,t} - Q_{i-1/2}C'_{i-1,t}}{\Delta x} \quad [4-15]$$

La estructura del método implícito queda finalmente como:

$$\begin{aligned}
 \frac{A_{i,x} C'_{i,t+\Delta t} - A_{i,x} C'_{i,t}}{\Delta t} = & \left[(1-\theta) \frac{Q_{i+1/2} C'_{i+1,t} - Q_{i-1/2} C'_{i-1,t}}{\Delta x} + \theta \frac{Q_{i+1/2} C'_{i+1,t+\Delta t} - Q_{i-1/2} C'_{i-1,t+\Delta t}}{\Delta x} \right] + \\
 & + [(1-\theta) w_{s1} (C'_{i,t} - C'_{i,t}) B - \theta w_{s1} (C'_{i,t+\Delta t} - C'_{i,t+\Delta t}) B]
 \end{aligned} \quad [4-16]$$

De tal forma que al aplicar [4-16] sobre los N segmentos de discretización del espacio, se tiene el mismo sistema de ecuaciones [4-9] pero ahora las matrices tienen los siguientes términos:

$$\begin{aligned}
 [A_{ij,i-1}] &= \Delta x [A_{i,i-1} + \theta \Delta t Q_{i-1} + \theta \omega \Delta x B] & \text{para } i=j \\
 &= -\theta \Delta t Q_{i-1} & \text{para } i=j+1 \\
 &= 0 & \text{para los demás casos} \\
 [A_{ij,i}] &= \Delta x [A_{i,i} + (1-\theta) \Delta t Q_{i-1} + (1-\theta) \omega \Delta x B] & \text{para } i=j \\
 &= (1-\theta) \Delta t Q_{i-1} & \text{para } i=j+1 \\
 &= 0 & \text{para los demás casos}
 \end{aligned} \quad [4-17]$$

Finalmente la solución del sistema con los términos de [4-17] es igual a la planteada en [4-10].

4.2.3 Análisis de Estabilidad

Para el modelo de una zona se establecen dos criterios, el primero corresponde al criterio de Courant para el transporte advectivo de las concentraciones, de tal forma que se tiene la siguiente expresión para dicho criterio:

$$\Delta x > Q/A \Delta t \quad [4-18]$$

El segundo criterio corresponde a la transferencia de la carga suspendida hacia el lecho por sedimentación, de tal forma que se tiene la siguiente expresión, dado que se debe estimar que el volumen que sale por sedimentación-resuspensión en cada volumen de control (celda de cálculo), debe ser menor a dicho volumen de control. Así se tiene que:

$\Delta x A > \omega \Delta x B \Delta t$ donde A es el volumen de control de cada celda de cálculo y $\omega \Delta x B \Delta t$ es el volumen que sale o entra del volumen por sedimentación-resuspensión.

Finalmente

$$A/(\omega B) > \Delta t \quad [4-19]$$

Para el modelo de dos zonas también se establecen los dos criterios anteriores, el criterio de Courant para el transporte advectivo y el criterio de transferencia vertical.

El segundo criterio corresponde a la transferencia de las cargas verticalmente, así entra la constante de transferencia por difusión de la carga de lecho hacia la zona suspendida y la transferencia por sedimentación-resuspensión.

Las ecuaciones quedan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 A/(\omega B) &> \Delta t \\
 A/(k B) &> \Delta t
 \end{aligned} \quad [4-20]$$

4.3 VERIFICACIONES

Se realizaron varias verificaciones de consistencia, se tienen simulación con una carga localizada como condición inicial, respuestas del tramo de corriente a cargas escalón y pulso, respuesta del tramo a carga afluente constante, verificación de la tendencia al estado estable y comparación de respuestas a variaciones de parámetros hidráulicos.

4.3.1 Comportamiento con una carga alta localizada inicial (condición inicial) y condición de frontera nula

Las simulaciones para el modelo de una zona tienen los siguientes parámetros:

Longitud del tramo 10000 m
Tiempo de simulación 10000 seg
Área del canal 47.5 m²
Caudal base 20 m³/s
Coeficiente de Manning 0.02
Ancho superficial del canal 5 m
Pendiente del canal 0.001
Ecuación de Capacidad de transporte Engelund-Hansen
Diámetro de partículas de sedimento 0.0008 m
Velocidad de Sedimentación 0.0001 m/s
Peso relativo 2.0
Porosidad 50%
Elementos de discretización 100

La primera simulación corresponde a una carga inicial de masa localizada, y sin carga en el resto del canal, se muestra como la ausencia de sedimento en el resto del canal hace que se de resuspensión (aumento de las concentraciones) y para el caso de la carga localizada se muestra el grado de sedimentación dado que está por encima de la capacidad de transporte. Todo el canal tiende a la capacidad de transporte

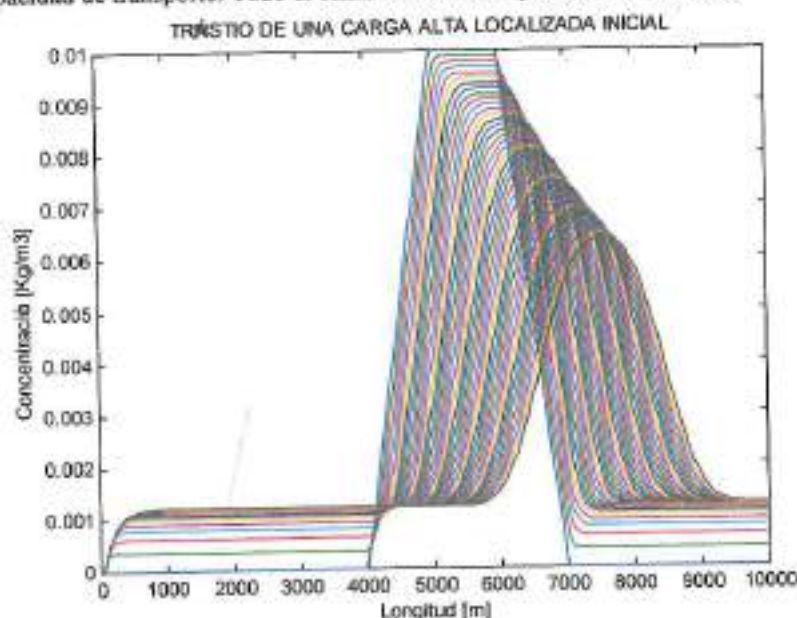


Figura 4-5 Simulación de una carga inicial localizada, sin carga el resto del canal

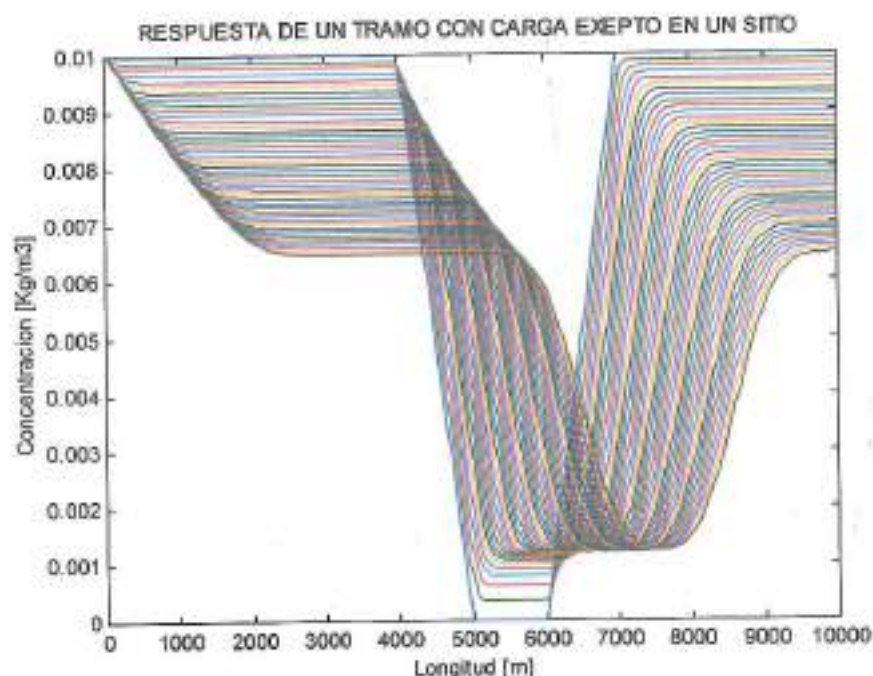


Figura 4-6 Simulación para carga inicial alta en el canal excepto en un tramo donde es nula.

La simulación de la Figura 4-6, corresponde al caso en el que todo el canal dispone de una alta carga inicial que se sedimenta (disminución de las concentraciones) y un tramo no tiene carga, lo cual hace que se resuspenda del lecho masa y las concentraciones aumenten.

Las simulaciones para el modelo de dos zona tienen los siguientes parámetros:

Longitud del tramo 10000 m
Tiempo de simulación 5000 seg
Área del canal 20 m²
Caudal base 10 m³/s
Coeficiente de Manning 0.02
Ancho superficial del canal 20 m
Pendiente del canal 0.001
Ecuación de Capacidad de transporte de carga de lecho Du-Boys
Diámetro de partículas de sedimento 0.000283 m
Velocidad de Sedimentación 0.001 m/s
Tasa de transferencia difusiva a la zona suspendida $k = 0.00005$
Proporción de la zona suspendida $F = 0.8$
Peso relativo 2.65
Porosidad 50%
Elementos de discretización 100

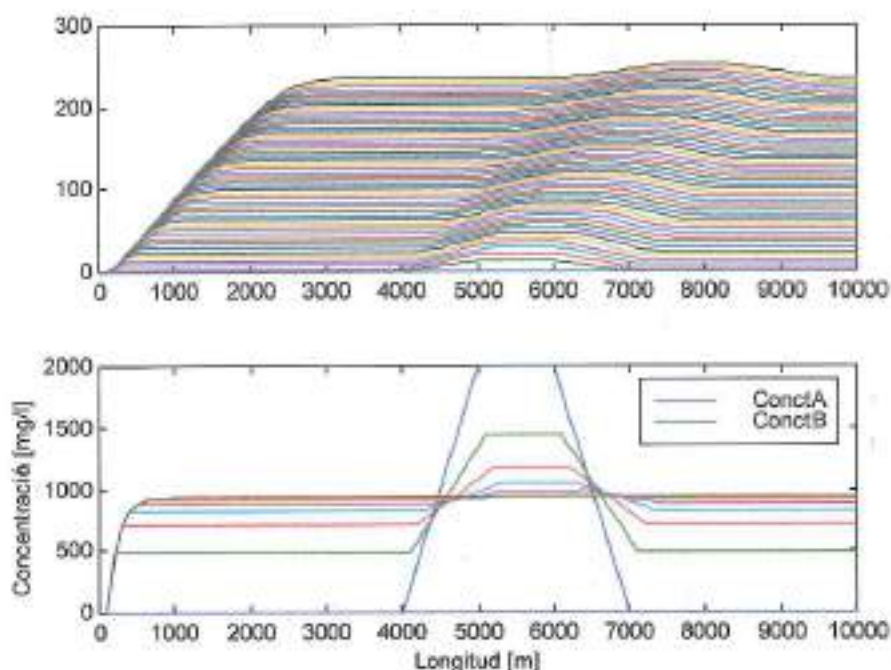


Figura 4-7 Simulación con carga alta inicial localizada en la zona del lecho.

En la Figura 4-7 se muestra la simulación con una carga alta en la zona de carga de lecho, y cero las demás cargas, se deposita la carga y se resuspende carga en el resto del canal, la zona suspendida incrementa su nivel de masa.

En la Figura 4-7 se muestra una simulación igual a la anterior, pero con carga localizada en la zona suspendida. Esta masa se transfiere a la zona de carga de lecho, donde se nota el aumento de las concentraciones por la masa que llega. Se hace notorio el tránsito advectivo e lo largo del canal.

En la Figura 4-9, Figura 4-10 y Figura 4-11 se muestran las simulaciones con carga escalón como condición de frontera, se hace notoria la tendencia de las concentraciones al nuevo estado estable, pues esta depende de la condición de frontera según lo expuesto en el análisis de estado estable.

En la Figura 4-12, y Figura 4-13 se muestran las simulaciones con carga pulso como condición de frontera, se nota la dependencia del tránsito hacia la condición de estado estable.

En la Figura 4-14 y Figura 4-15, se muestra la simulación con carga afluente puntual constante, que refleja el efecto de ingreso de masa en el espacio.

La Figura 4-16, se muestra la tendencia de cualquier estado inicial a las curvas exponenciales de estado estable.

La Figura 4-17, muestra las variaciones en los perfiles finales de tránsito de cambios en la hidráulica.

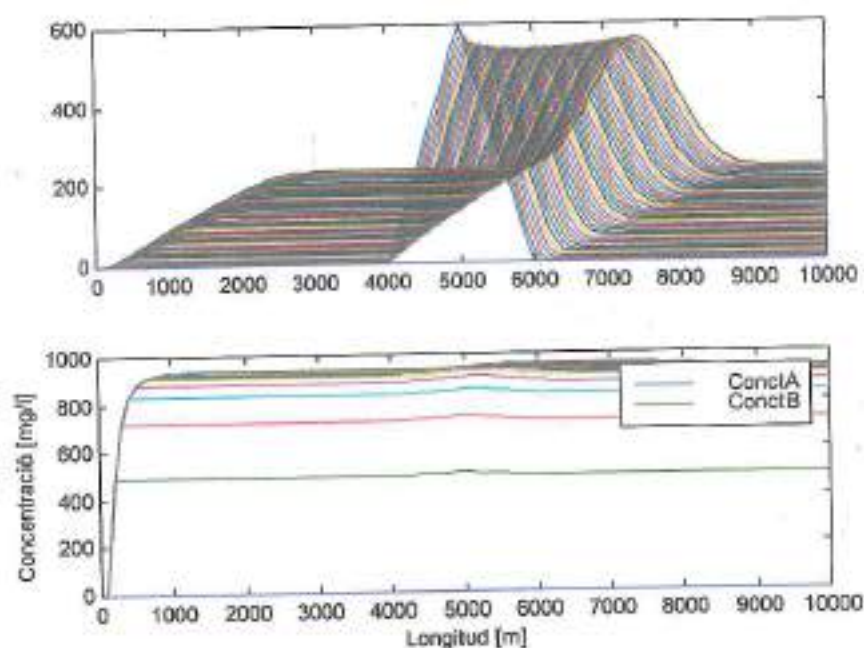


Figura 4-8 Simulación con carga alta localizada en la zona suspendida

4.3.2 Comportamiento con carga escalón (condición de frontera), condiciones iniciales nulas.

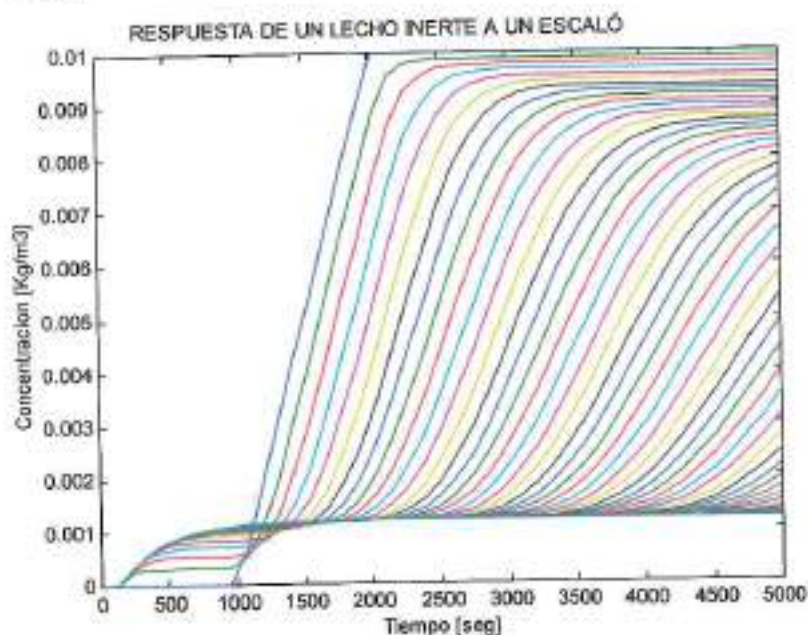


Figura 4-9 Simulación de la respuesta del sistema ante una carga escalón como condición de frontera

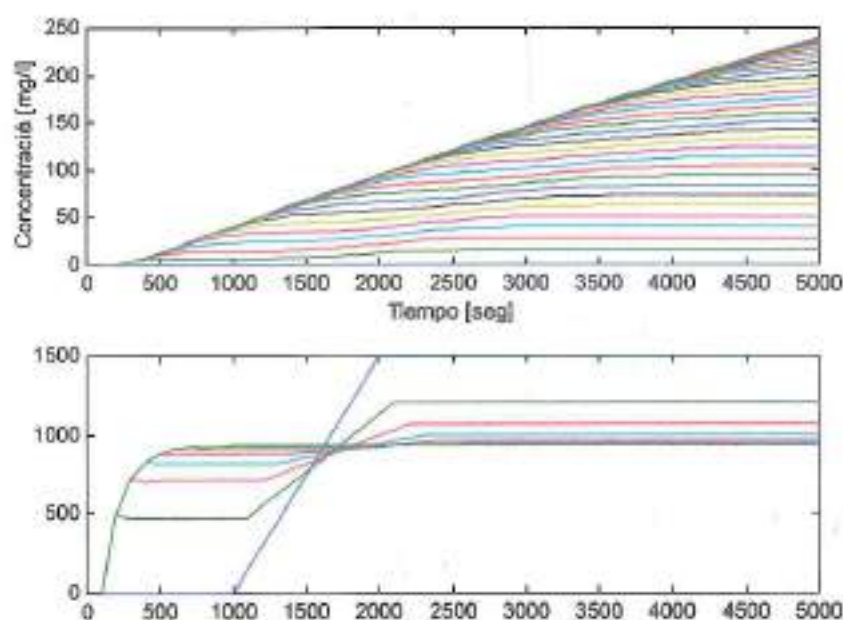


Figura 4-10 Simulación con carga escalón en la zona de carga de lecho

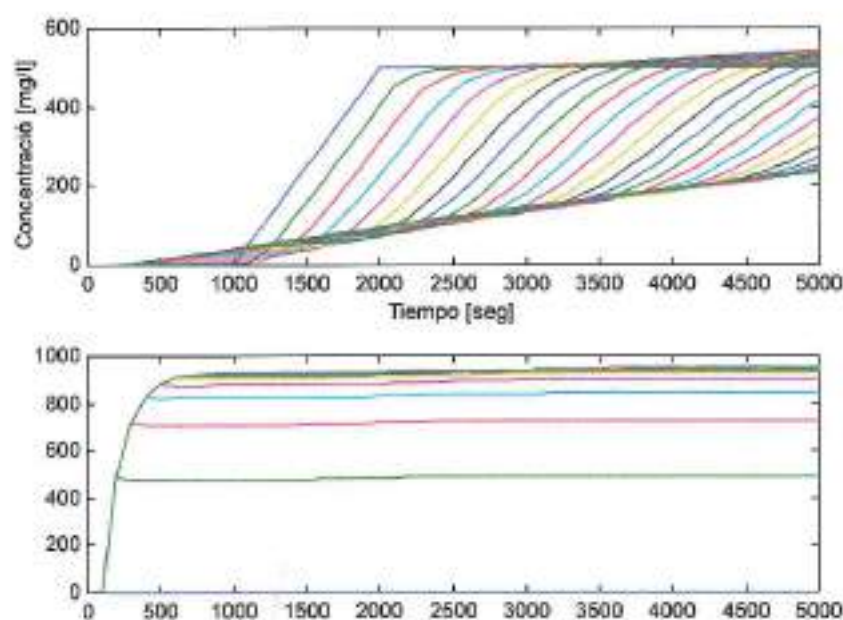


Figura 4-11 Simulación con carga escalón en la zona suspendida

4.3.3 Comportamiento con carga pulso (condición de frontera), condiciones iniciales nulas.

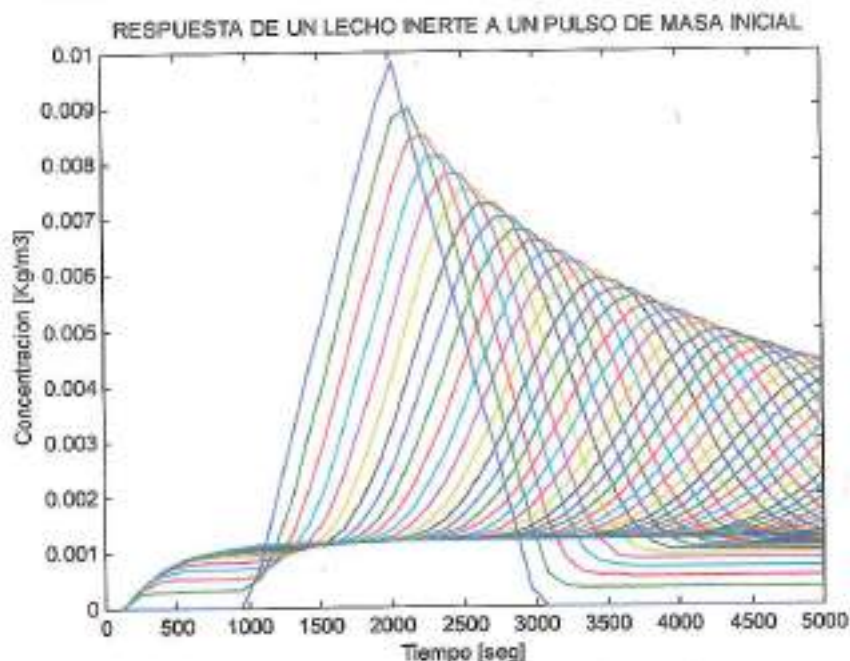


Figura 4-12 Simulación con carga pulso como condición de frontera

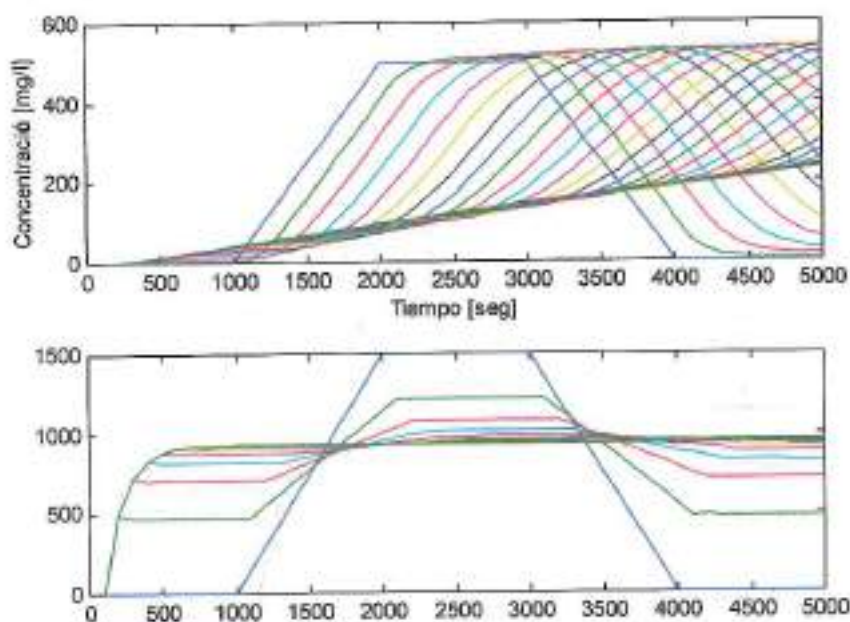


Figura 4-13 Simulación con carga pulso como condición de frontera en las dos zonas

4.3.4 Comportamiento con una carga afluente localizada en la mitad del tramo de simulación, condiciones de frontera y condiciones iniciales nulas.

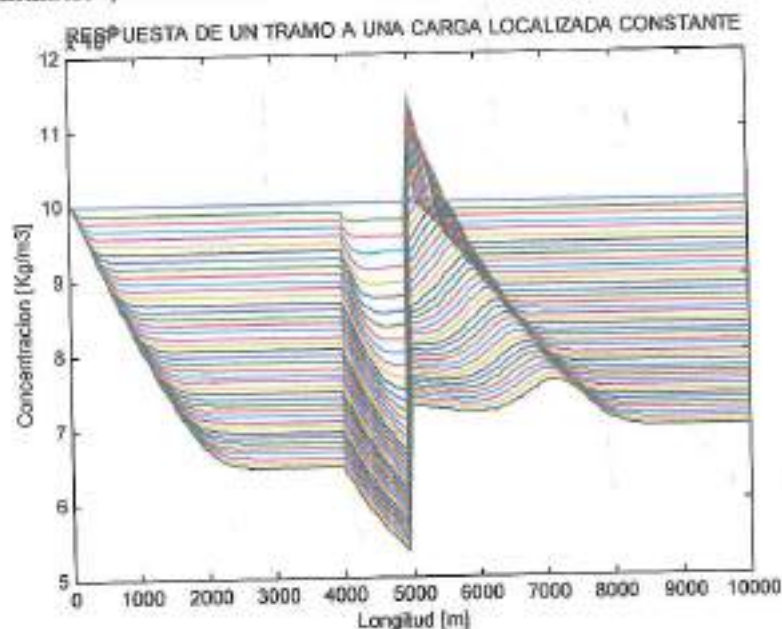


Figura 4-14 Simulación con carga afluente constante.

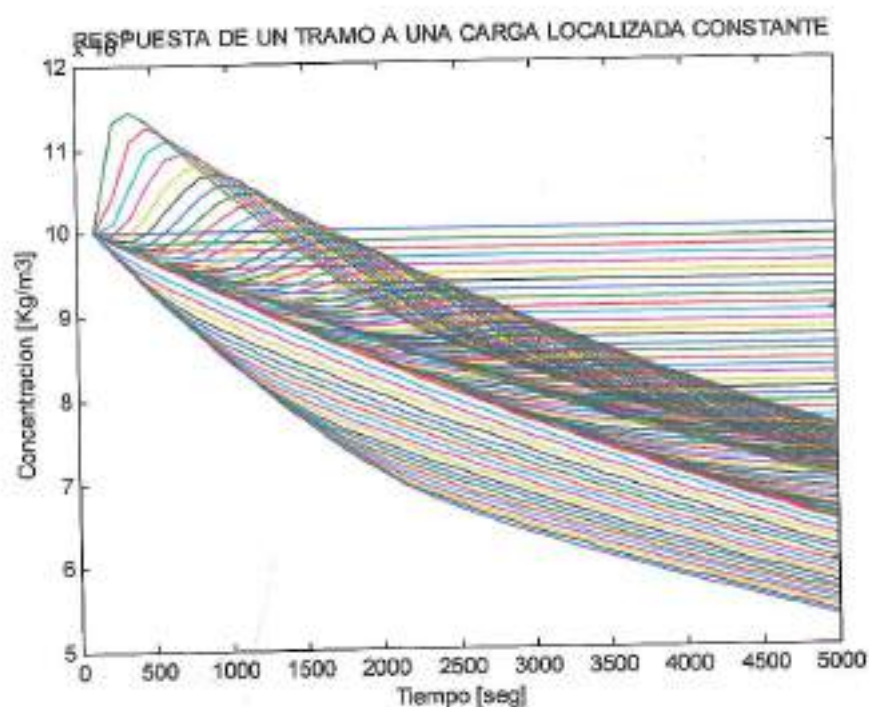


Figura 4-15 La anterior simulación para todo tiempo

4.3.5 Comportamiento en estado estable

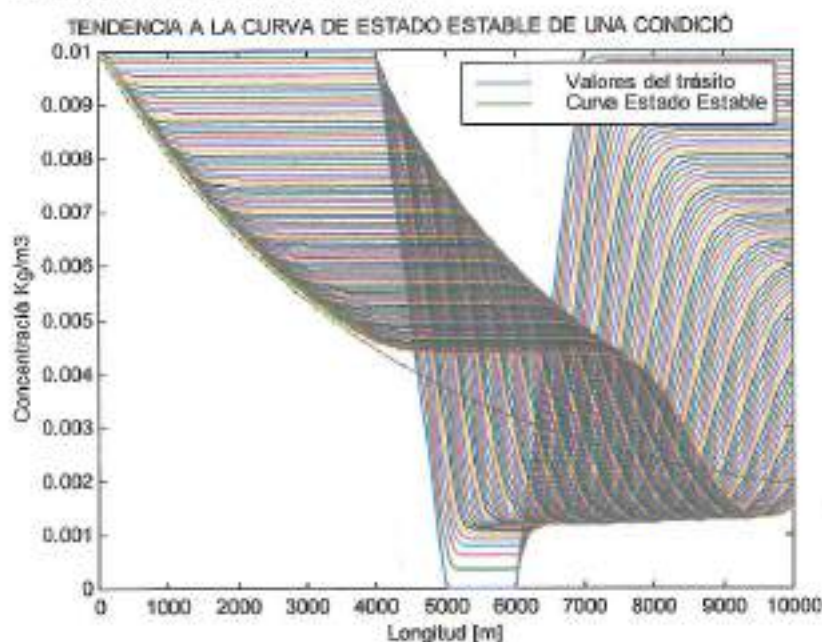


Figura 4-16 Se muestra la tendencia de todas las condiciones iniciales a la curva exponencial de estado estable.

4.3.6 Pruebas de sensibilidad de los parámetros

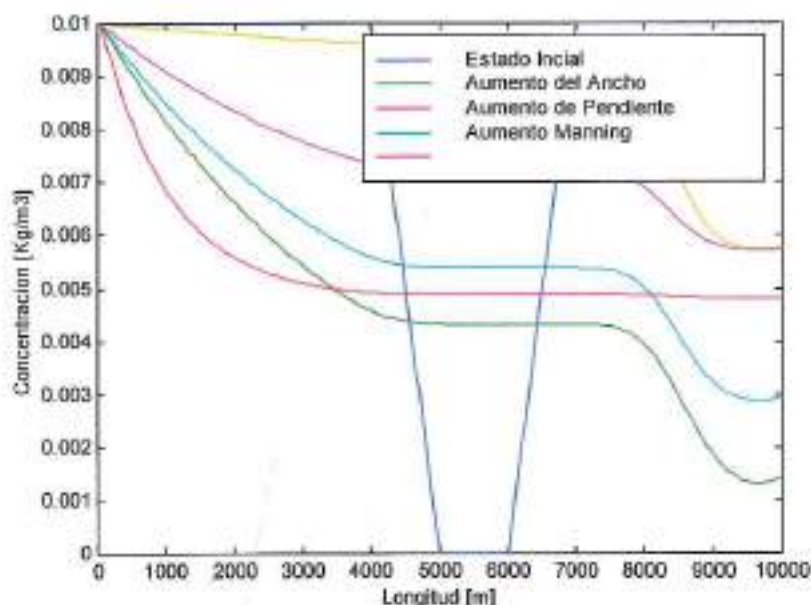


Figura 4-17 Perfiles al final del tiempo $t=10000$ seg, para diferentes condiciones hidráulicas.

5 APLICACIÓN AL RÍO BOGOTÁ

Ya desarrollado, implementado y verificada la consistencia del modelo propuesto, se muestra aquí su aplicación al caso del transporte de sólidos suspendidos totales en el Río Bogotá, como forma de sedimentos con alto potencial contaminante. En primer término se describe el tramo de estudio, luego se explica el manejo y disponibilidad de los datos para la calibración, se muestran los resultados de los escenarios de calibración y finalmente se exponen algunos escenarios de manejo.

5.1 DESCRIPCIÓN DEL TRAMO DE ESTUDIO

5.1.1 Ubicación geográfica

El tramo de estudio corresponde a la cuenca media del Río Bogotá, ubicada en la zona más llana de la sabana de Bogotá que corresponde al área de drenaje de la ciudad, con cotas entre la 2563 y la 2554 (tomado Proyecto de Modelación Calidad del Agua Río Bogotá, 2001-2002) con una longitud aproximada de 140 Km. Se ha estimado su inicio desde aguas arriba de la toma de agua de la planta de tratamiento Tibitoc, pasando por el occidente de la ciudad, hasta aguas arriba del Salto del Tequendama en las compuertas del sistema de generación de Alicachín. En la se muestra la ubicación del tramo de estudio en la sabana de Bogotá.



Figura 5-1 Ubicación de la cuenca media del Río Bogotá (Tomado Proyecto Modelación Calidad del Agua Río Bogotá, 2001-2002)

5.1.2 Estado de la calidad del agua

La calidad del agua del Río Bogotá sufre sus primeros deterioros en las cercanías del Municipio de Villapinzón, debido a las descargas de la industria de curtiembres de la zona. Por esa aguas abajo del sector, se presentan los mayores niveles de sólidos suspendidos totales de la cuenca alta. Así mismo también se han obtenido valores de DBO altos, en dicho sector, que se van reducen a la altura de Tocancipá. Ya en la cuenca media la calidad sufre sus mayores detrimentos por las descargas de los canales Amarillo, Fucha y Tunjuelo. De tal forma que los valores de DBO se incrementan por encima de 40 mg/l y alcanzan valores de 120 mg/l. La distribución espacial de los valores de DBO y sólidos suspendidos en la cuenca media muestra un patrón definido, en el cual a la altura de la descarga de la planta el Salitre se tiene un primer incremento de los valores. Luego se presentan los mayores valores en cercanías de Hacienda San Francisco debido a las descargas de la zona industrial y finalmente los valores que corresponden a las descargas del río Fucha y las descargas de Soacha.

El esquema de saneamiento del río planteado en 1993, estableció la construcción de tres plantas con tratamiento secundario para la remoción de DBO y carga de sólidos, se ha encontrado que con la construcción de la primera planta (sin tratamiento secundario) la remoción de DBO y sólidos suspendidos no alcanza el 60%, sin tener en cuenta los altos costos de funcionamiento de la planta. Esto ha llevado a contemplar nuevos esquemas de saneamiento, entre los cuales está la construcción de una gran planta utilizando el embalse del Muña y la construcción de interceptores paralelos al río que descargen en la zona de Alicachín.

De tal forma que el estado de calidad del agua del río Bogotá, es muy pobre y tiene su fuente en las descargas industriales y domésticas tanto de la ciudad como de los municipios de la región.

5.2 DATOS DISPONIBLES

Los datos que requiere el modelo que corresponden a la hidráulica son: caudal, áreas, radios hidráulicos y coeficientes de Manning, del sedimento se requiere la caracterización de la distribución de tamaños de partículas, y el contenido de agua (porosidad). Finalmente para la calibración se requieren datos de concentración del sedimento, que se establece como sólido suspendido total y sólido total.

Los puntos de medición se establecieron según criterios de caracterización de los afluentes al río, se tienen 29 puntos de medición, de los cuales 12 corresponden a estaciones sobre el río, y 17 a mediciones sobre afluentes. El esquema de afluentes y estaciones de medición se muestra en la Figura 5.2. El conjunto total de datos se encuentra en el Anexo 3.

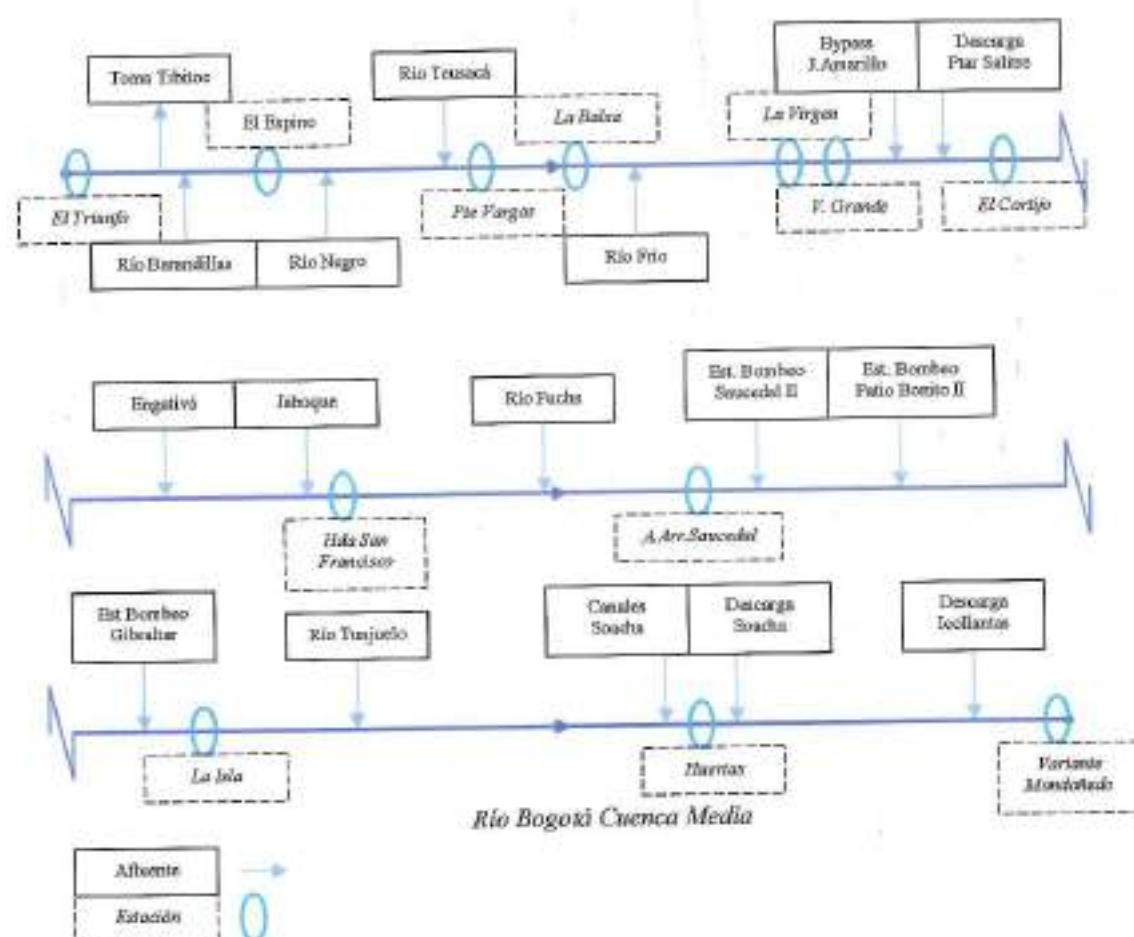


Figura 5-2 Esquema de puntos de medición y Afluentes en la cuenca media del Río Bogotá

5.2.1 Datos hidráulicos

Los datos hidráulicos, caudal y áreas fueron medidos en las campañas de medición del Proyecto de Modelación del Río Bogotá 2001-2002. Los aforos hechos en la campaña se realizan con verticales, en las cuales se mide con correntómetros al 20%, al 60% y al 80% de profundidad para determinar la velocidad integrada en cada franja de vertical y así el cálculo del caudal. Los datos de caudales y de áreas se muestran en la Figura 5-4 y Figura 5-5, para los cuales se han hecho los ajustes de continuidad respectivos (la metodología de ajuste se explica en el siguiente numeral 5.3.1.2).



Figura 5-3 Se muestra el personal de las campañas de medición en la realización de los afros en la estación Vuelta Grande y en la estación la Isla.

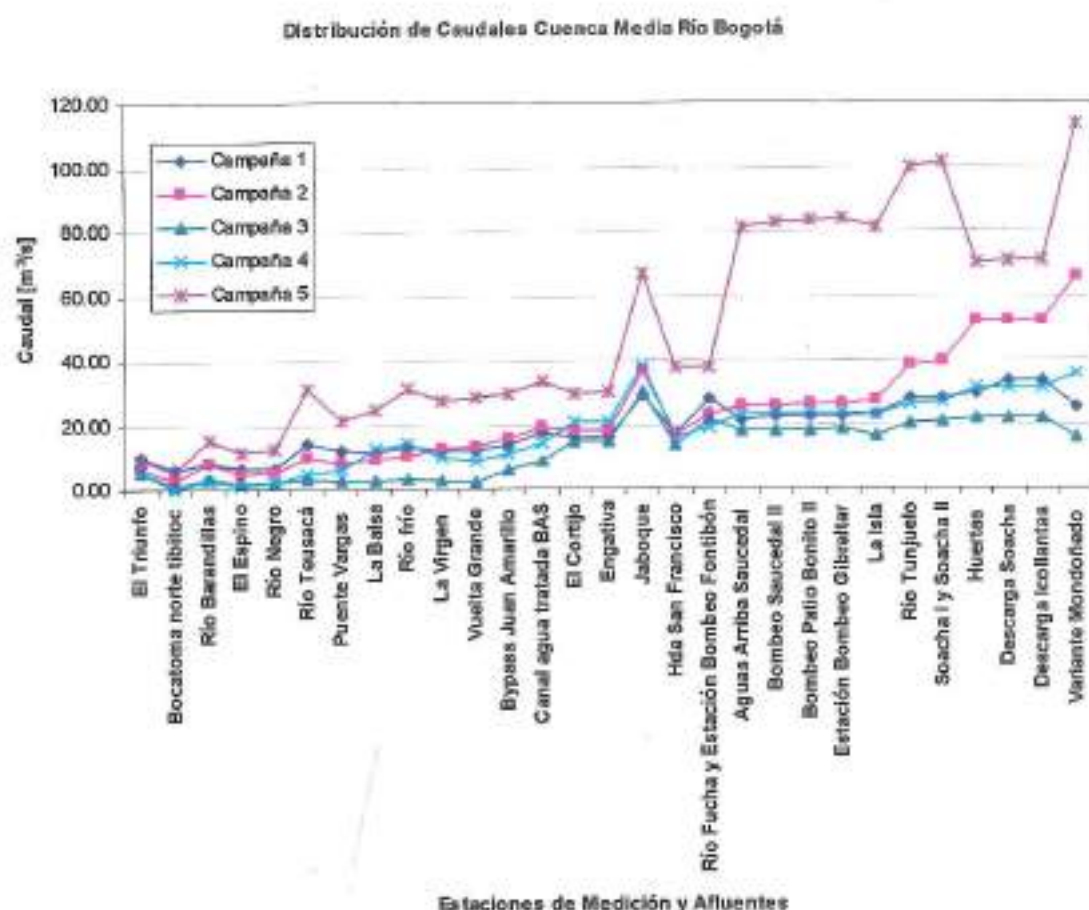


Figura 5-4 Distribución de los caudales en la cuenca media.

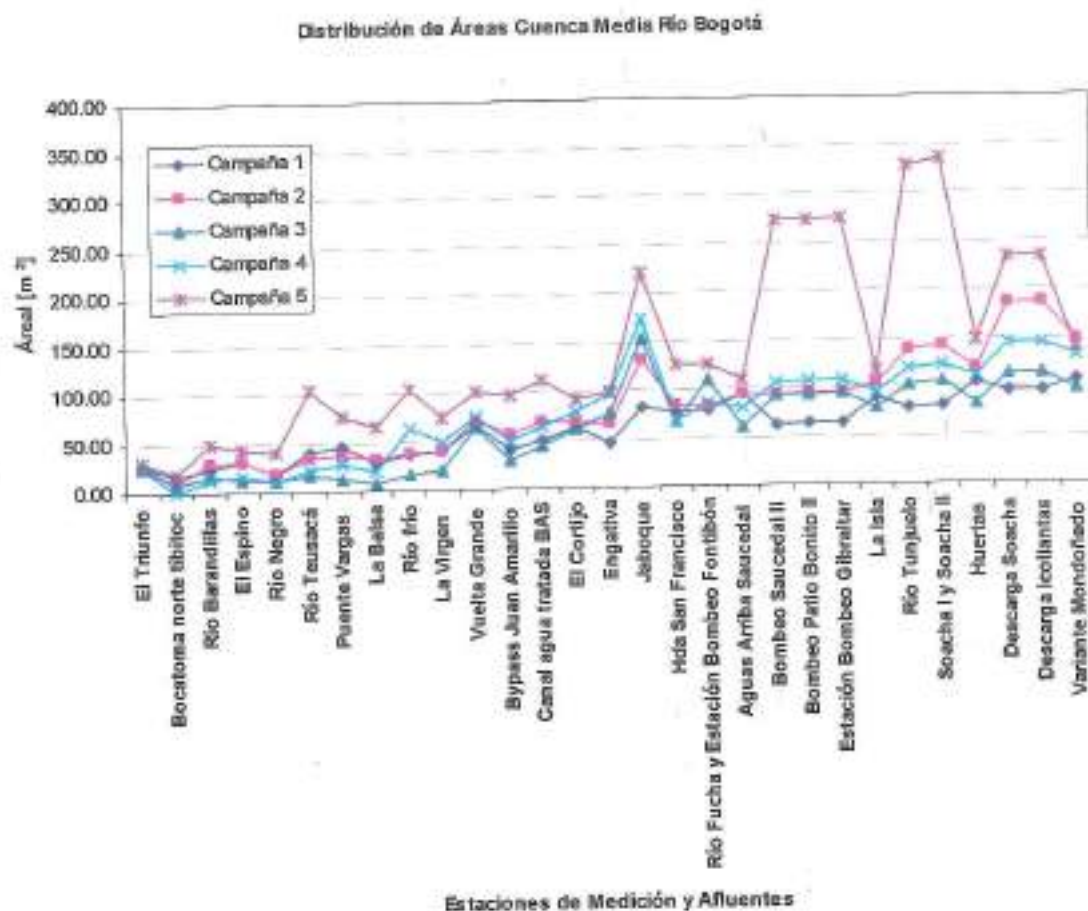


Figura 5-5 Distribución de Áreas en la cuenca media.

El coeficiente de Manning se estimó en $n=0.03$ uniforme a lo largo de la cuenca que es establecido mediante ajuste del perfil de flujo en el modelo HEC-RAS, trabajo hecho por Hidroestudios, 2001 para la Empresa de Acueducto y Alcantarillado de Bogotá EAAB.

5.2.2 Datos de sedimentos

Los datos de sedimentos necesarios para el modelo son la porosidad, y la distribución de tamaños de partículas de la cual se puede deducir el tamaño medio de partículas d_{50} y tamaños que sirven para relacionar la rugosidad del material del lecho de fondo con la hidráulica como d_{35} y d_{45} .

Dentro de los datos existentes, la configuración de la distribución de partículas se hizo mediante granulometría laser sobre muestras de los sedimentos cohesivos. Así el tamaño medio tomado de partículas es de $d_{50} = 60 \mu m$. En la Figura 5-6 se muestran los tamaños medios d_{50} , de partículas para las muestras tomadas.

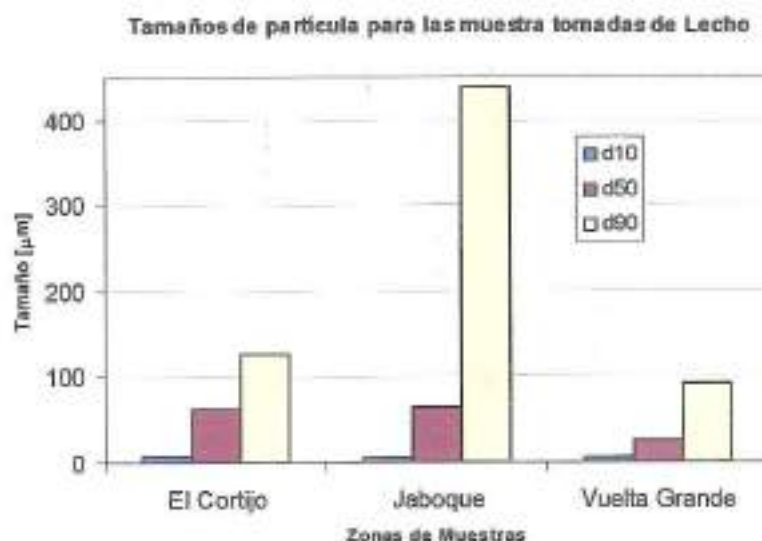


Figura 5-6 Tamaños de partícula para d_{10} , d_{50} y d_{90} de los lechos de sitios de muestra.

Para determinar el patrón del perfil de concentraciones de sedimentos se tomaron muestras parciales de sedimentos de la zona de lecho que sirven como estimación de la carga de lecho. Para estas muestras se realizaron pruebas de Sólidos Totales, que son de mayor utilidad para la estimación del transporte de sedimentos. La toma de la muestra de estimación de carga de fondo se hizo con el uso de un muestreador tubular que permite la entrada de la muestra de agua y la recuente.

La forma de la toma de la muestra de sedimento de lecho se muestra en la Figura 5-7.

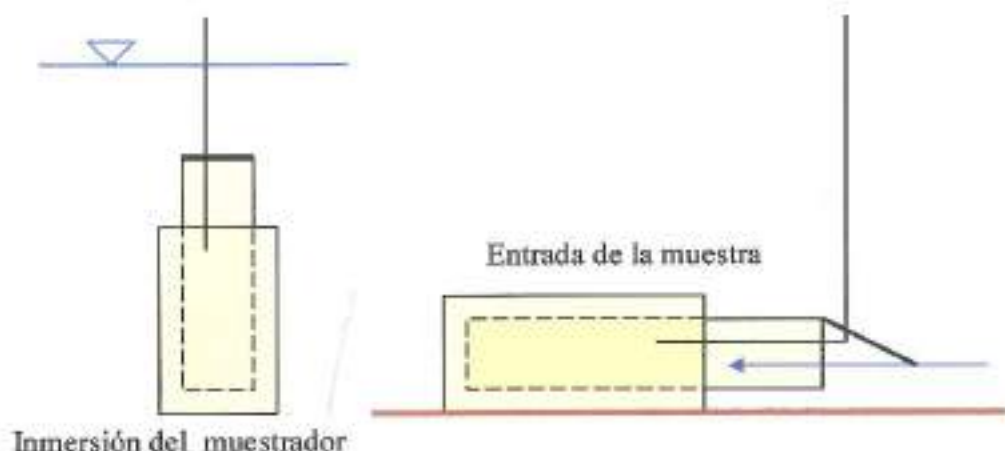


Figura 5-7 Esquema de la toma de muestra del sedimento de lecho indicador de la carga de fondo.

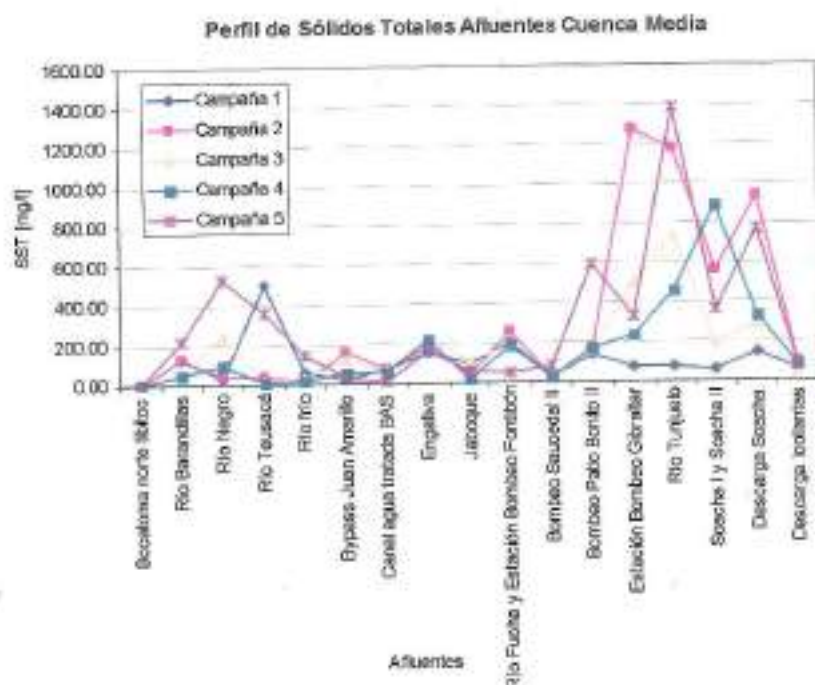


Figura 5-10 Perfil de concentraciones de sólidos suspendidos totales para afluentes cuenca media

5.3 TRATAMIENTO DE LOS DATOS

5.3.1 Ajuste de Datos

5.3.1.1 Ajuste de Caudales

El ajuste de caudales consiste en hallar los afluentes (positivos o negativos) que permitan establecer el balance de masa de agua a lo largo de la corriente, es decir, que se cumpla la continuidad de masas. Para ellos se establecieron las siguientes reglas de ajuste de caudales:

- Dado el caudal de una estación Q_{i-1} y el afluente de la estación i , el caudal de la estación Q_i es: $Q_i = Q_{i-1} + q_i$
- Dado el caudal de una estación Q_{i+1} , y el de la estación Q_i , el caudal del afluente no contabilizado es q_i^* es: $q_i^* = Q_i - Q_{i-1}$.
- Dados el caudal de la estación Q_{i-1} , Q_i y el del afluente q_i , el caudal de diferencia del afluente no contabilizado es: $dq_i^* = (Q_i - Q_{i-1}) - q_i$.

Las reglas se utilizaron para las 29 estaciones de medición, donde se hallaron los caudales teóricos para las mediciones de afluentes donde no existe aforo en el río, así se preserva la medición de aforos en el río y se hallan las correspondientes que se deben tener en sitios donde no se hizo aforo.

Al implementarse se obtienen las siguientes series de caudales afluentes para las cinco campañas mostradas en la Figura 5-11.

$$B \int_0^D u(d)C(ws)dz = Q_i C_{Sar} \quad [5-1]$$

$$B \int_0^D u(d)dz = Q_i$$

- De tal forma que al conocerse el caudal, primero se estima el patrón del perfil de velocidades determinando el tamaño de partícula que permite la igualdad de la ecuación [5-1]. Luego cuando el perfil de velocidades se tiene detallado, se puede ajustar la ecuación [5-1] mediante la variación de la velocidad de sedimentación ws .

En la Figura 5-12 se muestra el patrón del perfil de concentración y velocidad calibrado.

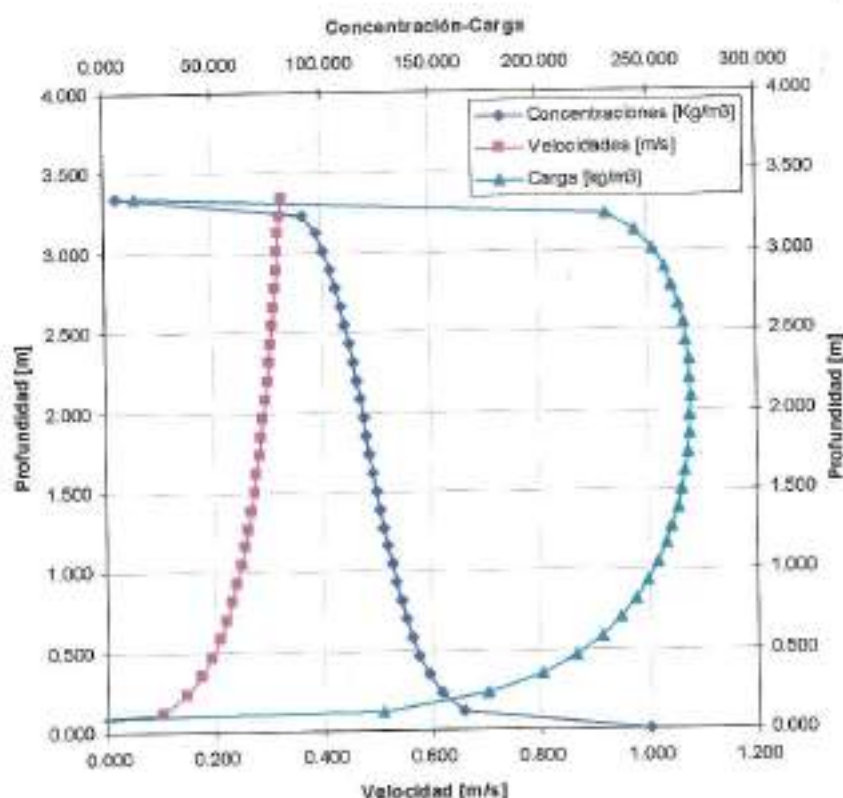


Figura 5-12 Patrones de perfil de concentraciones y de velocidad estimadas para el tramo de estudio

- Ahora, con las ecuaciones del perfil ya determinadas, se procede a determinar cuales son los valores de carga de fondo correspondientes a cada estación medida del río según la carga suspendida, que está determinada por el valor de sólidos suspendidos totales medidos. Para lo cual se recurre de nuevo a la ecuación [5-1] pero ahora calibrando sobre C_s . Así finalmente se obtienen los siguientes valores de carga de lecho para las camapañas 4 y 5.

Para la integración numérica de la ecuación [5-1], se utilizó la regla de partición del rango de integración.

5.3.1.4 Determinación de datos finales de entrada al modelo

Los datos finales del modelo son:

Datos del Río

- Se utilizan los vectores de Caudales y Áreas para los 29 sitios de medición.
- Coeficiente de Manning constante en la cuenca $n = 0.03$.
- Ancho superficial constante a lo largo de la cuenca definido como el promedio de los anchos en los sitios de medición. En la siguiente tabla se muestran los valores para las cinco campañas:

	Ancho
Campaña 1	24.150
Campaña 2	25.423
Campaña 3	23.112
Campaña 4	24.130
Campaña 5	31.317

Tabla 5-1 Anchos medios de las campañas de medición

- La pendiente es tomada de la diferencia entre las cotas extremas de los datos, cota de la estación El Trunfo y estación Variante de Mondoñedo, así que se tiene $S = 0.00006$.
- Se requiere el uso del vector de caudales afluentes para el ajuste de caudales definitivos.
- Se utiliza el vector de concentraciones medidas en afluentes.

Datos del Sedimento

- Se estima como diámetro de la partícula como el promedio de los correspondientes d_{50} de los sitios de muestra $d_{50} = 60$ mm.
El peso específico tomado es supuesto mayor al del agua, pero menor al de las arenas, con lo cual se tiene $S_s = 2.0$.
- La porosidad se toma como 56% según lo mostrado anteriormente.

5.3.2 Implementación con el método numérico

Para la implementación del modelo se diseñaron los siguientes niveles de funciones.

- Dos función *Creg* y *Clecho* que contienen las expresiones de ecuaciones de transporte de sedimentos [7]. De tal forma que requieren todos los parámetros respectivos para el cálculo de las concentraciones de capacidad de transporte. Las funciones de capacidad de transporte calculan un valor para cada segmento de discretización.
- Una función *AtdeSed* que arma las matrices de solución de la ecuación [4-9], y solucionará el sistema según la ecuación [4-10], con lo que logra transitar una condición de frontera en un tiempo dt , para lo cual requiere el llamado de las funciones *Creg* o *Clecho* dependiendo el modelo. La función recibe como parámetros: El vector de caudales, el vector de áreas, la velocidad de sedimentación, la porosidad, el coeficiente de Manning, la pendiente del canal, el peso relativo, el ancho superficial, los parámetros de las ecuaciones de transporte, el valor de la concentración de frontera en el tiempo $t-dt$.

- el vector de concentraciones iniciales, el vector de caudales afluentes, el vector de concentraciones afluentes, la longitud total del canal, la longitud de los segmentos de discretización, Δx , el tiempo de tránsito instantáneo dt . La función devuelve la concentración en todos los segmentos de discretización para el tiempo t *ult*.
- Una función *VariacionLecho* que desarrolla el tránsito de la variación de la profundidad del lecho para un tiempo dt . Recibe como parámetros los mismos que la función *AdeSed* y devuelve el vector de niveles del lecho para los N segmentos.
- Una función *TransporteSedimentos*, que recibe los mismos parámetros que la función anterior, más el tiempo máximo de simulación, las concentraciones de condiciones iniciales, y las concentraciones de condición de frontera. La función interpola los datos de condiciones de frontera, de condiciones iniciales, áreas y caudales para distribuirlos en los N segmentos de discretización, desarrolla el cálculo de los caudales para todos los segmentos dado el vector de afluentes, utiliza los valores de afluentes (concentraciones y caudales) en los puntos correspondientes de los N segmentos, calcula la variación del nivel del lecho con la función *VariacionLecho* y transita la función *AdeSed* k veces, donde $k = \text{Tiempo Simulación} / dt$, para finalmente devolver los vectores de concentraciones para todo tiempo y con todos los puntos de discretización, el valor de las coordenadas de los puntos de discretización, el vector de tiempos de cálculo y los vectores de nivel de lecho para todos los tiempos de simulación.

El siguiente diagrama de flujo muestra la organización de las funciones en la implementación del método numérico. Los algoritmos completos desarrollados en Matlab se muestran en el anexo 2.

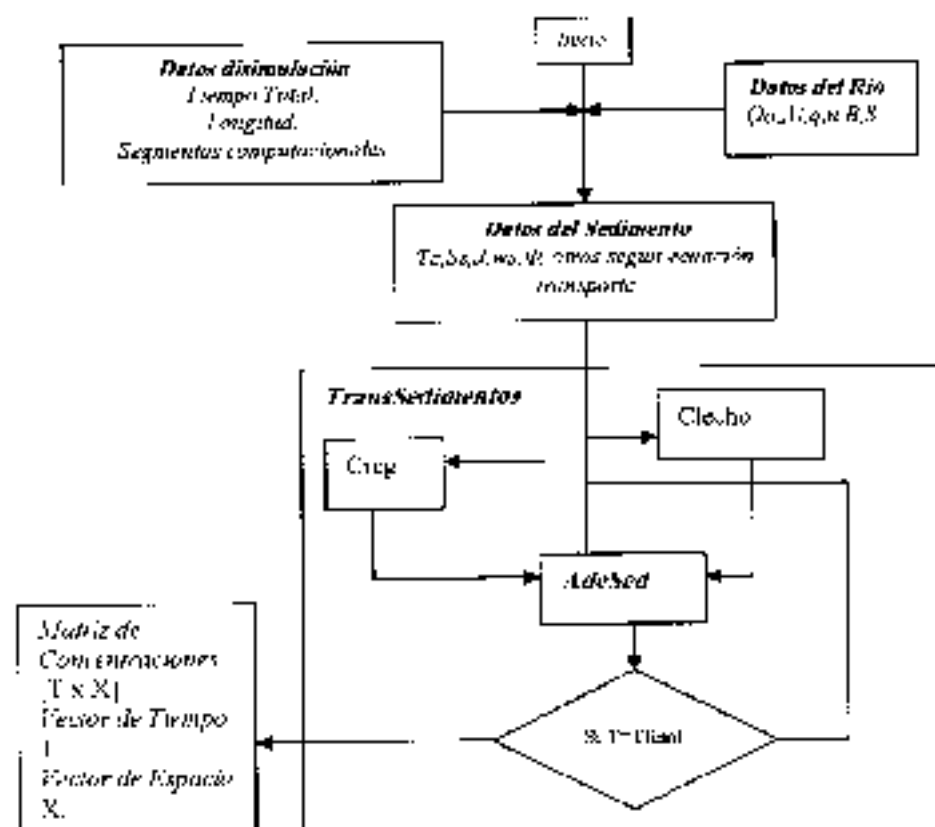


Figura 6-13 Diagrama de flujo del modelo computacional implementado

5.4 CALIBRACION DEL MODELO

5.4.1 Metodología de Calibración (Monte-Carlo) y de Análisis de Incertidumbre

La metodología de calibración bajo simulación de monte-carlo permite describir el comportamiento del modelo en un rango amplio de posibilidades, y lo más importante, determinar el comportamiento de la incertidumbre del modelo. La metodología consiste en generar muchas simulaciones del modelo con parámetros distribuidos uniformemente para determinar la distribución de las variables de salida, sean los indicadores de ajuste o variables mismas del modelo.

Se utilizó la herramienta Mcat Tool (Wagener y Lees, 2001) hecha en Matlab, que realiza una metodología de estimación de incertidumbre: GLUE (Generalised Likelihood Uncertainty Estimation). Estimación generalizada de probabilidad de incertidumbre desarrollada por Beven y Binley, 1992. (Wagener y Lees, 2002) para los análisis de las simulaciones de monte-carlo. Así los análisis estimados que fueron:

- *Análisis de Sensibilidad Regional*

Bajo esta metodología se establece la sensibilidad del modelo con la variación de los parámetros. Se parte del rango de los parámetros que se parte en 10 clases, organizados según los mejores indicadores, así el primer grupo de clase es el que contiene los parámetros con mejores indicadores de ajuste, luego en cada clase se normaliza el valor de su indicador según la suma total de éstos (para cada clase), luego se halla el valor acumulado de la normalización que determina el nivel de sensibilidad.

Cuando se tienen diferencias notables en las distribuciones acumuladas de las distintas clases se puede establecer que el modelo es sensible a dicho parámetro. En caso contrario cuando las distribuciones son semejantes el modelo no presenta dicha sensibilidad.

Este análisis también permite describir el grado de identificabilidad del parámetro, pues la distribución acumulada de la mejor clase debe mostrar una mayor pendiente posible en el rango del óptimo del parámetro, lo cual establece que dicho parámetro es identificable dentro del rango total.

- *Configuración de la Banda de Confianza de Incertidumbre del modelo*

Este análisis permite describir las posibilidades de simulación del modelo dentro del rango total de parámetros, y así establecer el nivel de incertidumbre del mismo.

Su construcción se basa en percentiles establecidos para las distribuciones acumuladas de las variables de salida del modelo. Así para cada salida (en el tiempo o en el espacio) se establece toda la distribución de clases de la cual se halla la distribución acumulada. Con ésta se determinan las salidas a los niveles inferior y superior de percentiles según sean determinados.

- *Distribución del Indicador de Ajuste (Función objetivo) con respecto a los parámetros de calibración*

Como indicador del nivel de ajuste del modelo, se construyen las gráficas de los niveles de ajuste del mismo con los valores de los parámetros, en el caso de Mcat tool, se busca que la

superficie de respuesta de los indicadores de ajuste tenga un mínimo identificable. Así, se tienen gráficas de dispersión de los valores de indicadores de ajuste, gráficas que busquen detallar las superficies de respuesta.

5.4.2 Indicadores de Bondad de Ajuste

Se estimó el uso de cuatro indicadores de bondad de ajuste, para determinar el comportamiento excluyente del modelo ante diversas funciones objetivo. De tal forma que se pueda realizar un análisis de optimalidad de Pareto. Los indicadores de ajuste son (Funciones objetivo):

Error Cuadrático Medio: Definido como la media de los errores cuadráticos, sirve para determinar el comportamiento general del modelo ante un parámetro, es una medida de la desviación estándar del modelo respecto a los datos medidos.

Coefficiente de Determinación: Definido como la relación entre las diferencias cuadradas del modelo respecto a los valores experimentales y las diferencias de los valores experimentales con el valor medio de estos, es un indicador de la eficiencia del modelo en reproducir los valores medidos.

Error Absoluto total: Es la medida de la diferencia total entre el modelo y los valores medidos y sirve para detallar la calidad del modelo en la predicción exacta de los valores medidos.

Error Absoluto al valor máximo experimental: Se uso para estimar el comportamiento del modelo para describir los valores máximos experimentales, de tal forma que puede encontrarse una relación inversa entre este indicador y los demás, lo cual implica que el modelo puede desarrollar los dos objetivos excluyentemente.

5.4.3 Escenarios de Calibración

Dado que se tienen varios modelos de capacidad de transporte de sedimentos y varios parámetros que no son medidos, se realizaron escenarios de calibración de parámetros que dependen del modelo de transporte, con todas las campañas de medición (Todos los resultados de los escenarios se muestran en el anexo 1):

5.4.3.1 Modelo de Engelund-Hansen

Para el modelo se calibran la velocidad de sedimentación y el tamaño medio de partículas que determina el valor de transporte en la ecuación de transporte de Engelund-Hansen

El modelo no presenta buen ajuste entre los valores simulados y los valores medidos, debido a que está definido en función de la velocidad y dado que esta disminuye en el río, el modelo no puede predecir los valores altos de aguas debajo del tramo de estudio. Aunque para los valores de cuarta y quinta campaña la posibilidad de predicción de valores altos se mejora.

En cuanto a los valores óptimos de parámetros, se encuentra que para la velocidad de sedimentación los mejores están entre 0.1 mm/s y 0.3 mm/s, para el tamaño de partículas entre 500 μm y 900 μm que no corresponde a los datos medidos.

El grado de identificabilidad de la velocidad de sedimentación es bueno, mientras que para el tamaño de partículas presenta problemas.

5.4.3.2 Modelo de Arkes-Wright

Para el modelo se hizo dos escenarios de calibración: Uno con la velocidad de sedimentación y el tamaño medio de partículas, el otro con la velocidad de sedimentación y el peso relativo del sedimento.

Para el primer caso el modelo puede alcanzar a reproducir los valores altos de concentraciones de aguas abajo, y mantiene una buena banda de confianza para varias campañas. En cuanto a los parámetros se halla identificabilidad en la velocidad de sedimentación y algo en el diámetro de partículas que no es el caso de todas las campañas.

Para el segundo caso el modelo también existe buena representación de los valores altos, ahora la identificabilidad es menor para el peso relativo del sedimento aunque la velocidad de sedimentación mantiene su comportamiento.

Los valores óptimos para la velocidad de sedimentación son del orden de 0.2 mm/s a 0.4 mm/s, para el diámetro de partícula los valores están entre 100 μm a 150 μm .

5.4.3.3 Modelo de Bagnold

Para el modelo de Bagnold, se utilizaron como parámetros de calibración la velocidad de sedimentación y la constante de la ecuación de transporte.

El modelo no presenta buenos ajustes, ni la posibilidad de capturar los valores altos de concentraciones aguas abajo, la razón es la misma citada anteriormente, pues su ecuación de transporte está en función de la velocidad. La identificabilidad de los parámetros es muy pobre de tal forma que no se puede hablar de valores óptimos apreciables pues existe interacción paramétrica notable entre la velocidad de sedimentación y la constante k .

La imposibilidad del modelo de Bagnold de dar buenos ajustes reside posiblemente en que está en función de la velocidad de sedimentación, parámetro que para el modelo no debe ser parte de la capacidad de transporte, pues ya se incluye en el término de transferencia y por lo tanto se duplica su efecto.

5.4.3.4 Modelo de Melita-Partheniades

Para el modelo se realizaron tres escenarios de calibración, todos con la velocidad de sedimentación. La primera incluye la tasa de erosión de cohesivos, la segunda el esfuerzo crítico y la tercera los tres parámetros anteriores.

El primer escenario muestra buena capacidad de predicción, la identificabilidad es buena para la velocidad de sedimentación, pero no para la tasa de erosión.

El segundo escenario también muestra buen ajuste y al igual que el caso anterior la identificabilidad se hace notoria para la velocidad de sedimentación y no para el esfuerzo crítico.

El tercer escenario muestra interacción paramétrica entre la tasa de erosión y el esfuerzo crítico dado que hacen parte de la misma ecuación, en el caso de la velocidad de sedimentación se presenta un mejor ajuste de identificabilidad.

Los valores óptimos registrados son: Para la velocidad de sedimentación entre 0.8 mm/s a 10 mm/s, para el caso de la tasa de erosión 0.01 Kg/s m² a 0.07 Kg/μm² y esfuerzos críticos entre 0.5 Kg/m² a 0.8 Kg/m², valores que están acorde con la literatura.

5.4.3.5 Modelo de Adaptado de Lane

Aunque es una adaptación tentativa y adivinada, el modelo describe un comportamiento muy bueno frente a los anteriores para el modelo de una zona. Es capaz de reproducir muy bien las altas concentraciones, dado que está en función explícita del caudal, presenta, al contrario de los anteriores modelos, buena identificabilidad en el parámetro de la ecuación de transporte, mas no en la velocidad de sedimentación.

5.4.3.6 Modelo de DuBoys

Como primer modelo de transporte del modelo de dos zonas presenta muy buenos ajustes para el caso de la cuarta campaña, de tal forma que se tiene buena identificabilidad de los parámetros de transferencia (velocidad de sedimentación y tasa difusiva) mas no de los parámetros de transporte.

Los valores estimados óptimos para las tasas de transferencia son del orden de 10 a 250 μm/s, y de 20 a 900 μm/s.

5.4.3.7 Modelo de Shields

El modelo de Shields tiene un comportamiento semejante al caso de DuBoys, de hecho tiene similitud en los patrones de las superficies de respuesta de indicadores de ajuste.

Muestra también identificabilidad para las tasa de transferencia, sedimentación y difusividad. Para el caso de las constantes en la ecuación de transporte se tiene interacción paramétrica. El caso de la campaña cinco es también crítico como en el modelo de DuBoys, pues no puede representar los altos niveles de aguas bajas.

5.4.3.8 Modelo de Enfoque en Pendiente de energía

Presenta las mismas características que los casos anteriores, identificabilidad para las tasas de transferencia, no para las constantes de la ecuación de transporte. Su capacidad predictiva es buena para la campaña cuatro pero no para los datos de la campaña cinco. Esto hecho se debe a los caudales afluentes que entran al modelo, pues puede que no sean capaces de describir los cambios requeridos en las concentraciones.

5.4.3.9 Modelo de Enfoque en Velocidad

Para este caso la calibración no fue buena, dado que desarrolló sobrestimación de los valores de concentración. Presentó identificabilidad sobre la velocidad de sedimentación pero no sobre la tasa difusiva ni las constantes de la ecuación de transporte, se da interacción notable entre las tres.

El modelo presenta capacidad predictiva para la zona de carga de lecho de la campaña cinco, pero no logra desarrollarse para la carga suspendida.

5.4.3.10 Modelo de Enfoque en Caudal

Bajo este modelo se presenta una buena capacidad predictiva de la campaña cinco, con buena identificabilidad de la velocidad de sedimentación y de la constante de la ecuación de transporte, aunque la tasa difusiva y el caudal crítico interactúan. Se establece una pobre capacidad de alcanzar los valores altos para la zona suspendida.

5.4.3.11 Modelo de Enfoque en Potencia de corriente

El modelo muestra graves problemas en la predicción del perfil de concentraciones, pues solamente todos los valores, de tal forma que el único parámetro identificable es la velocidad de sedimentación pues los otros interactúan, aunque el caso de la tasa de difusividad no es muy claro, pues presenta algo de identificabilidad.

El modelo también presenta problemas en el caso de la campaña cinco, al no poder alcanzar los valores altos de concentración.

5.4.3.12 Modelo de Múltiple-Partimentación (Modelo de dos zonas)

Es una adaptación de la ecuación de erosión de cohesivos al modelo de dos zonas, donde ahora se tiene una transferencia del lecho hacia la carga de lecho de fondo por erosión y no por resuspensión.

El modelo tiene identificabilidad para la velocidad de sedimentación, pero no para la tasa de difusividad ni para la tasa de erosión ni el esfuerzo crítico.

5.4.4 Modelos de transporte óptimos

Del análisis anterior se determinaron los siguientes criterios para los mejores modelos de transporte:

- Que tenga identificabilidad notable en alguno de los parámetros. Con especial énfasis en los parámetros de transferencia entre el lecho y las cargas suspendidas o de lecho
- Que la banda de confianza
- Que tenga un nivel de ajuste aceptable, aunque no sea bueno, por lo que los indicadores de ajuste deben ser lo mínimos posibles dentro de los escenarios de calibración.

Así, los modelos de transporte tomados como óptimos para el modelo son:

El modelo de Arkins-White, para el modelo de una zona, dado que posee los mejores indicadores de identificabilidad sobre las dos variables del primer escenario de calibración (velocidad de sedimentación y diámetro de la partícula), además de capacidad de predicción de altas concentraciones aguas abajo, de tal forma que los valores de velocidad de sedimentación estimados por el modelo están entre 0.0001 m/s y m/s 0.001 y diámetros de partícula entre 0.0002 m y 0.00015 m.

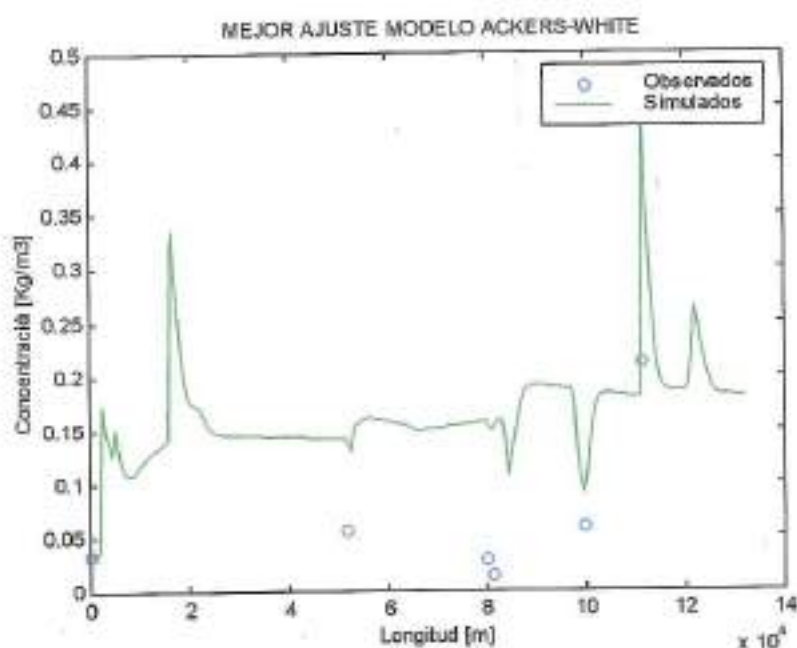


Figura 5-14 Mejor Ajuste para el modelo Ackers-White, para la campaña 2

El modelo de Mehta-Partheniades muestra capacidad de predicción de altas concentraciones aguas abajo, aunque paramétricamente tenga interacción entre la tasa de erosión y el esfuerzo crítico. De todas formas estos parámetros son de utilidad para el estudio del comportamiento del río. El modelo estima valores de velocidad de sedimentación entre 0.0015 m/s y 0.0002 m/s, tasas de erosión entre 0.0001 Kg/sm^2 y 0.0009 Kg/sm^2 , finalmente esfuerzos críticos de umbral entre 0.3 y 0.9 Kg/m^2 .

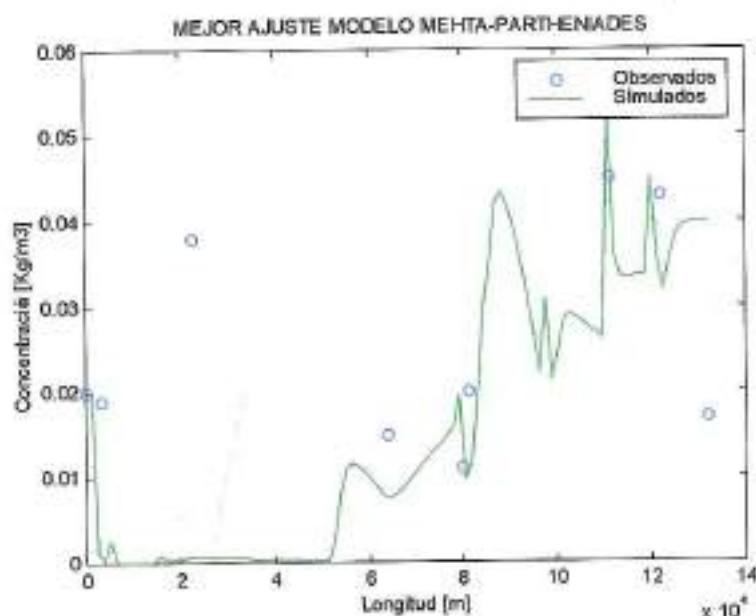


Figura 5-15 Mejor Ajuste modelo Mehta-Partheniades, para la campaña 5.

Dentro de los modelos de dos zonas los de mejor comportamiento son los de DuBoys-Shields (pues son similares en concepto y en comportamiento), con valores de velocidad de sedimentación alrededor de 0.00025 m/s , y esfuerzos críticos entre 0.001 y 0.01 Kg/m^2 .

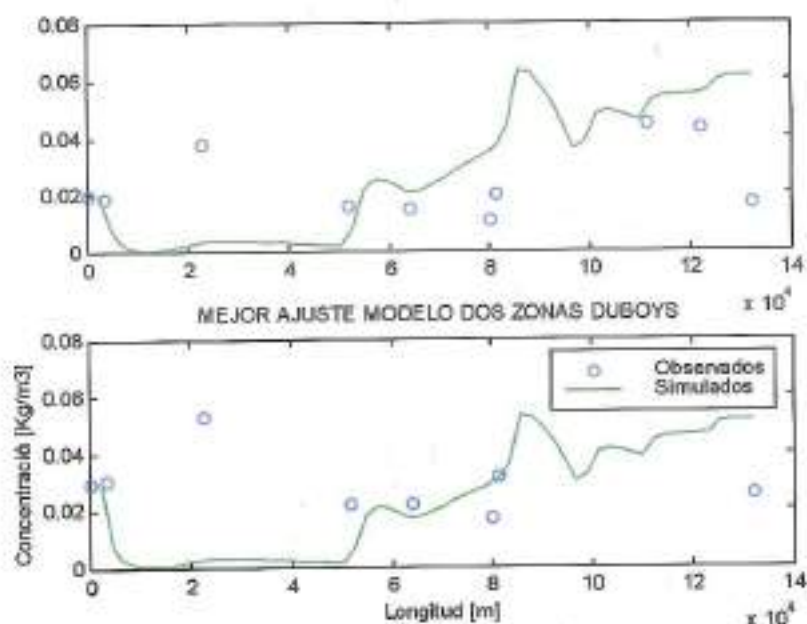


Figura 5-16 Mejor Ajuste para el modelo de Dos zonas con ecuación de DuBoys, campaña 4

La otra mejor opción de ecuación de transporte es la correspondiente a la ecuación con enfoque en caudal, de tal forma que se tiene un valor de sedimentación muy bajo en 0.000015 a 0.0009 m/s , constante de 0.00000015 y caudal crítico de umbral de $14.5 \text{ m}^3/\text{s}$.

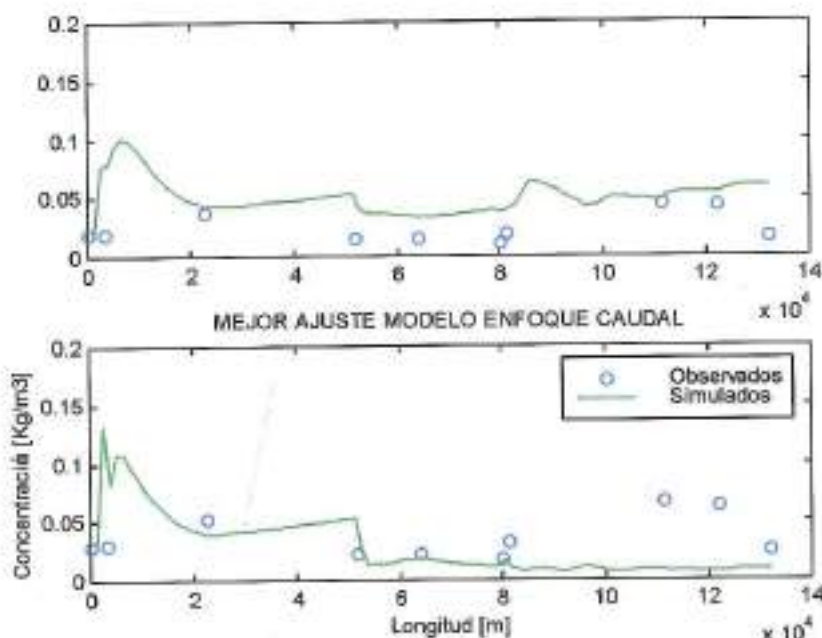


Figura 5-17 Mejor Ajuste para el modelo de dos zonas con ecuación de Enfoque en Caudal, campaña 5

5.5 LIMITACIONES DEL MODELO

Se encontraron las siguientes limitaciones del modelo: interacciones entre los parámetros de transporte y tasas de transferencia y la imposibilidad de descripción de los valores altos de concentraciones medidas.

5.5.1 Interacciones paramétricas

Se encontraron los siguientes tipos de interacción paramétrica:

Del modelo de una zona se presentó interacción paramétrica con el modelo de Bagnold por la presencia de la velocidad de sedimentación en la ecuación de transporte, lo cual implica que el modelo genera interacciones cuando las tasas de transferencia se hacen explícitas en las ecuaciones de capacidad de transporte de sedimentos.

Bajo la ecuación de Menta Partheniades, el modelo presentó interacción paramétrica entre la tasa de erosión y el esfuerzo crítico, lo cual indica que parámetros de la misma ecuación de transporte no son muy útiles para la calibración pues combinaciones de éstos pueden desarrollar similares valores.

Finalmente, el modelo de dos zonas presentó interacción paramétrica en los parámetros de todas las ecuaciones de transporte, lo cual corrobora el postulado anterior bajo el cual, parámetros de la ecuación de transporte no generan buenos resultados de calibración.

5.5.2 Otras

La imposibilidad del modelo en reproducir los valores máximos medidos se debe a dos razones: La primera tiene que ver con la dificultad que proporcionan los afluentes medidos de dar mayor cantidad de masa para describir los altos valores aguas abajo. La segunda tiene que ver con el hecho bajo el cual, casi todas las ecuaciones de transporte están basadas en la velocidad media del flujo, y dado que dicha velocidad disminuye con la distancia, el valor de las concentraciones de estado estable no tiende a subir.

6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 CONCLUSIONES

6.1.1 Conclusiones Respecto al Modelo de Una Zona

El modelo de una zona muestra ser adecuado para la descripción de estados estables de concentraciones de sedimentos suspendidos, siempre y cuando la ecuación de capacidad de transporte sea la más adecuada para el caso especial de uso. Así, la mejor opción dentro de la ecuaciones de transporte en el caso de sedimentos cohesivos son las ecuaciones de Ackers-White y de Mehta-Parthiadas, dado que presentan los mejores indicadores de ajuste y mejor identificabilidad en parámetros.

La aplicación del modelo en escenarios de manejo es factible dada su consistencia y siempre que se considere un rango de velocidades de sedimentación que contenga por lo menos el valor óptimo del modelo calibrado con una banda que sea la varianza.

Respecto a los patrones que registra el modelo sobre el río Bogotá, muestra que existe una tasa de sedimentación notable, teniendo en cuenta que la carga contaminante del río puede tener tiempos de detención altos, lo cual permite inferir, que la conformación del lecho es probablemente rápida.

6.1.2 Conclusiones Respecto al Modelo de Dos Zonas

El modelo describe adecuadamente los procesos de transferencia de masa, entre la zona suspendida y la zona de carga de lecho, y entre la zona de carga de lecho y el lecho, pero tiene dificultades con las ecuaciones de transporte principalmente por la dependencia de estas en variables que son medidas y no son consecuentes con la necesidad de predicción del modelo. Es el caso de ecuaciones en función de la velocidad.

Finalmente, la caracterización realizada por el modelo de dos zonas permite inferir que las tasas de difusión de masas hacia la zona suspendida es notablemente baja comparada con la tasa de sedimentación.

6.2 RECOMENDACIONES

Se pueden plantear las siguientes tres recomendaciones:

- Es necesaria la implementación del modelo con una metodología que permita estimar los cambios sufridos por el lecho, de tal forma que la estimación de la carga de lecho o de la carga total no solo dependan de la hidráulica instantánea sino de la memoria que guarda el lecho, y esto se puede detallar en función de la variación del esfuerzo cortante crítico de umbral de movimiento, y o de parámetros que sean función de tiempos con mayores órdenes de magnitud, incluso geológicos. Así, se puede utilizar la metodología propuesta por Skipworth, 1999 para establecer la variación del esfuerzo cortante crítico con el tiempo.
- Se recomienda el uso del modelo bajo un ambiente dinámico de la hidráulica para contemplar el efecto de crecientes sobre la difusión comparado con el efecto de las mismas sobre la resuspensión, para así estimar cual es mayor y estimar acciones respectivas.

7 BIBLIOGRAFÍA

- (1) ASHLEY, R.M. *et al.* The Deposition and Erosion of Sediment in Sewers. Water Science Technology., Vol. 26, No 5-6, 1992.
- (2) CABTREE, R.W. *et al.* Mousetrap: Modelling of real sewer sediment characteristics and attached pollutants. Water Science Technology, Vol. 31, No. 7, 1995.
- (3) CHANG, Howard. Fluvial Processes in River Engineering. John Wiley and Sons, 1988.
- (4) CHAPRA, S. Surface water-quality modeling. New York: Mc Graw-Hill, 1997 .
- (5) COGHLAN, *et al.* An Appraisal of suspended Sediment Transport Modelling Methods of an Interceptor Sewer. Water Science Technology. Vol 27, No 5-6, 1993
- (6) DE SUTTER, *et al.* Transport of sediment mixtures. The Role of Erosion and Sediment Transport in Nutrient and Contaminant Transfer; Proc. Symp. IAHS., Waterloo, Canada, No. 263, Julio, 2000.
- (7) GARCÍA-MARTÍNEZ *et al.* A Two dimensional computational model to simulate suspended sediment transport and bed changes. Journal of Hydraulic Research. International Association of Hydraulic Research. Vol 3, No 3. 1999.
- (8) HENDERSON, F.M. Open Channel Flow. McMillan Publishing. Co. 1966. Londres.
- (9) KRISHNAPPAN B.G. Modelling cohesive sediment transport in rivers. The Role of Erosion and Sediment Transport in Nutrient and Contaminant Transfer; Proc. Symp. IAHS., Waterloo, Canada,; No. 263, Julio, 2000.
- (10) POUHEY, N. 1999. Erosión Hídrica en cursos de llanura sobre lechos cohesivos. Buenos Aires: UNR Editora (edición internet www.unesco.org.uy/phi/libros/erosion).
- (11) QING-CHAO *et al.* Modeling Sediment Transport Using Depth-Averaged and Moment Equations. Journal of Hydraulic Engineering. Diciembre 1999, Vol 125, No 12.
- (11) RAVISANGAR, V. *et al.* Effect of Sediment pH on Resuspension of Kaolinite Sediments. Journal of Environmental Engineering, Junio 2001, Vol. 127, No. 6.
- (13) SKIPWORTH, Peter *et al.* Erosion of Sediment Beds in Sewers: Model Development. Journal of Environmental Engineering. Junio 1999, Vol 125, No 6.
- (14) TSAI, Chih. y TSAI, Chang. Velocity and Concentration Distributions of Sediment-Laden Open Channel Flow, Journal of the American Water Resources Association. Octubre 2000, Vol. 36 No. 5.
- (15) WAGENER, T. & LEES, M. 2001. *Montecarlo Analysis toolbox User Manual*. London: Civil and Environmental Engineering, Imperial College of Science, Technology and medicine.
- (16) YANG, Chih Ted, Sediment Transport Theory and Practice, Mc Graw Hill, 1996.

ANEXOS

A-1 ANEXO 1

ANÁLISIS DE MONTECARLO PARA ESCENARIOS DE CALIBRACIÓN

A continuación se muestran los resultados de las simulaciones de montecarlo para la calibración del modelo. Se muestran los resultados gráficos de la distribución del Indicador de Ajuste error cuadrático medio ECM, para los parámetros del escenario respectivo (dotty plots), el diagrama de Sensibilidad Regional, y la Banda de Confianza de Incertidumbre.

En cada análisis se hicieron 300 simulaciones, para 60 segmentos de discretización. Como condición de frontera se utilizó el valor observado en el primer sitio de medición (El Triunfo), y como condición inicial se utilizó el valor promedio de concentraciones tomadas en las estaciones (11 puntos de muestreo), cada uno de estos valores para la correspondiente campaña.

A-1.1 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO DE ENGELUND-HANSEN

Para el modelo se realizó un sólo escenario de calibración, con los parámetros w_s , velocidad de sedimentación, y K constante en la ecuación de transporte.

A-1.1.1 Análisis Campaña 1

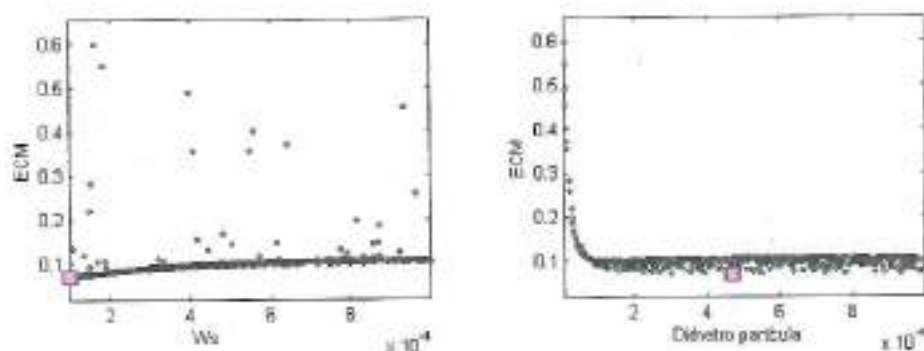


Figura A- 1 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

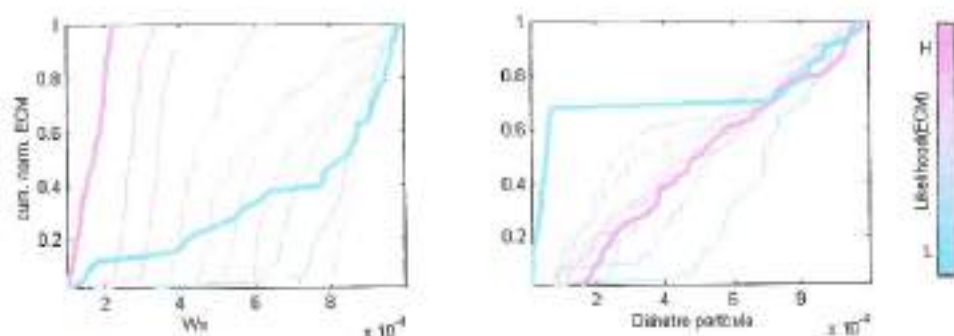


Figura A- 2 Diagrama de Sensibilidad Regional

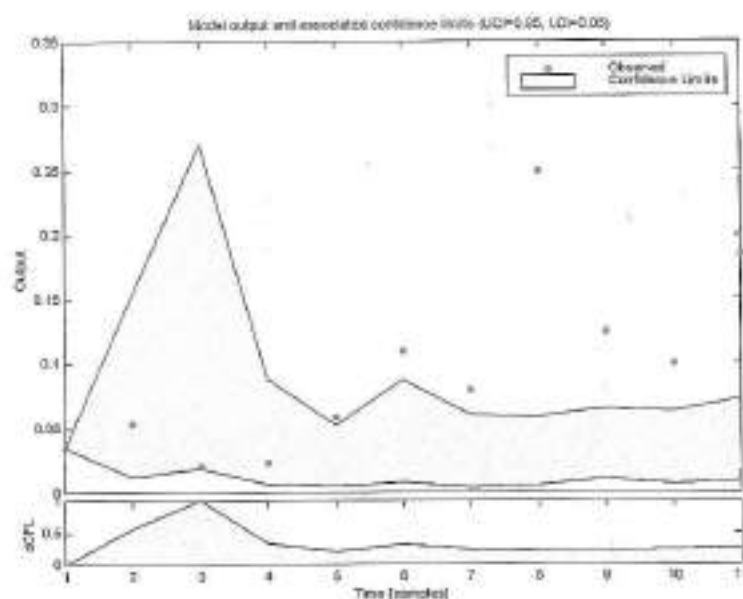


Figura A- 3 Banda de Confianza de Incertidumbre del modelo

A-1.1.2 Análisis Campaña 2

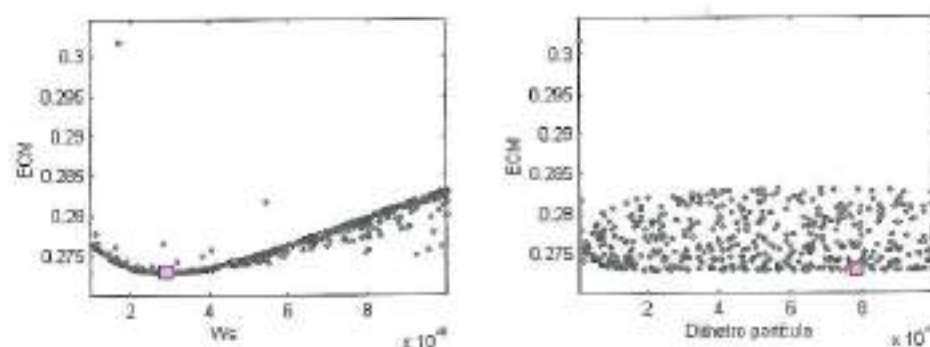


Figura A- 4 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

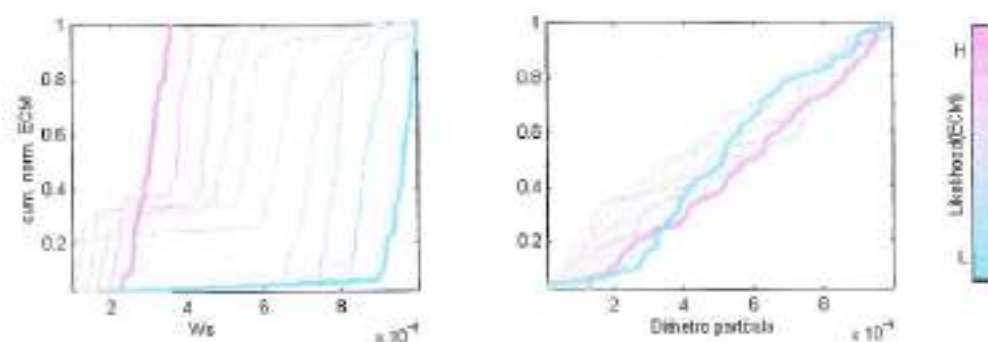


Figura A- 5 Diagrama de Sensibilidad Regional

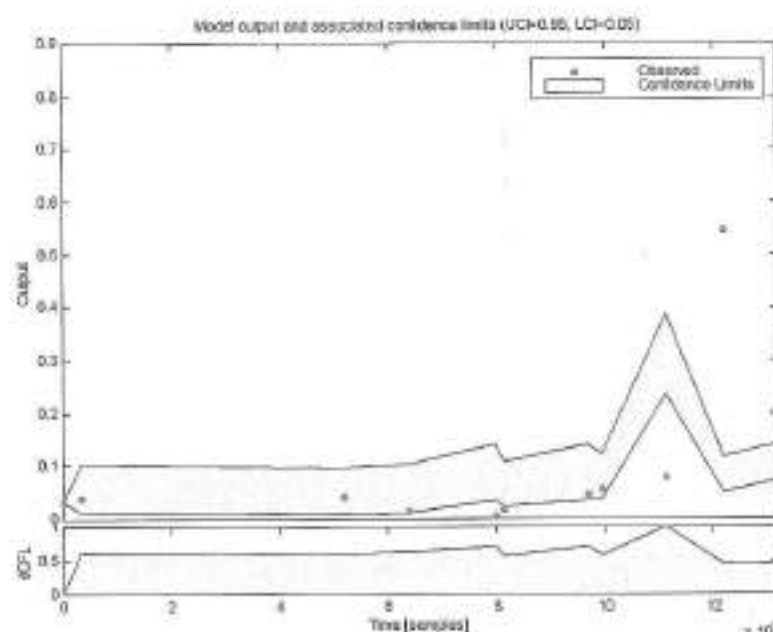


Figura A- 6 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.1.3 Análisis Campaña 3

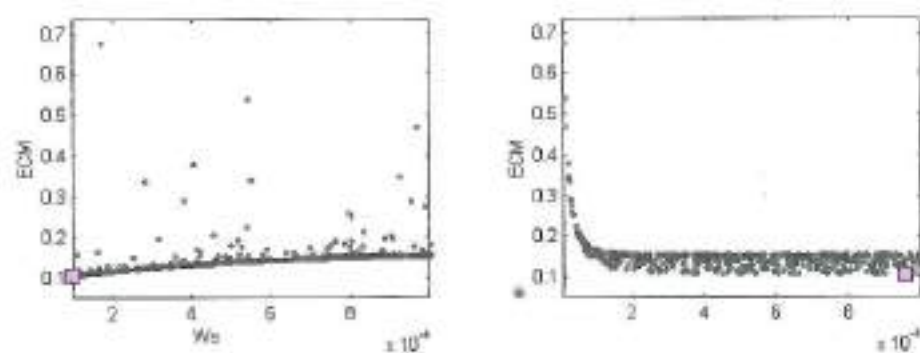


Figura A- 7 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

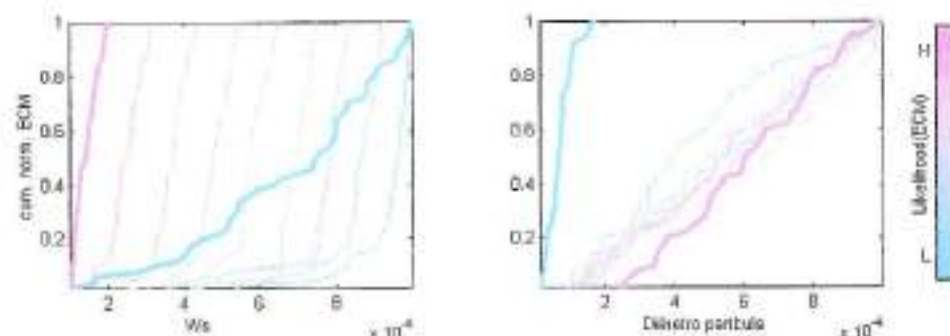


Figura A- 8 Diagrama de Sensibilidad Regional

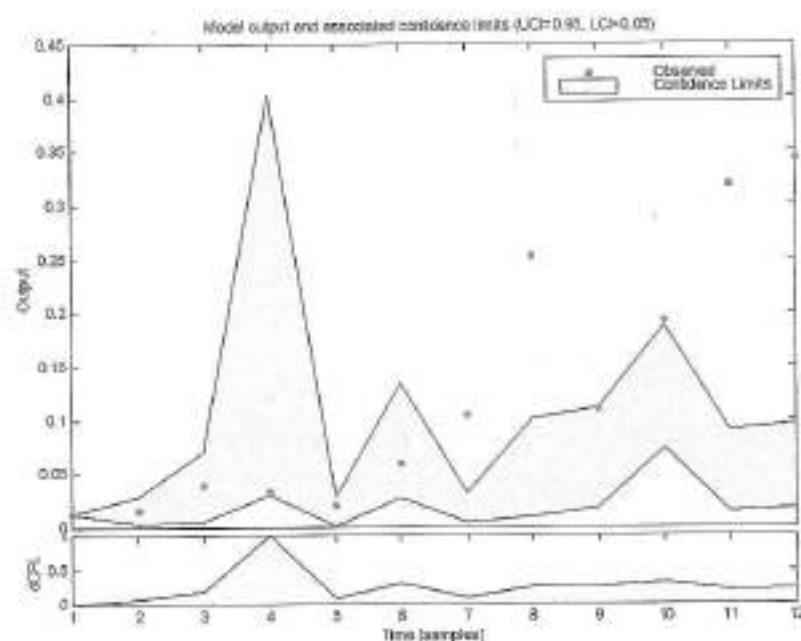


Figura A- 9 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.1.4 Análisis Campaña 4

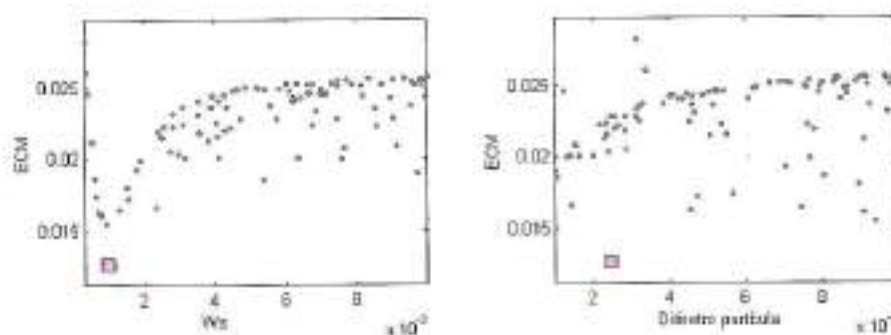


Figura A- 40 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

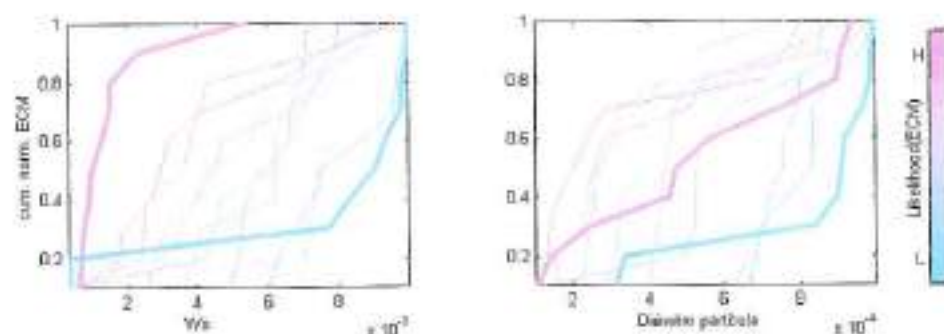


Figura A- 11 Diagrama de Sensibilidad Regional

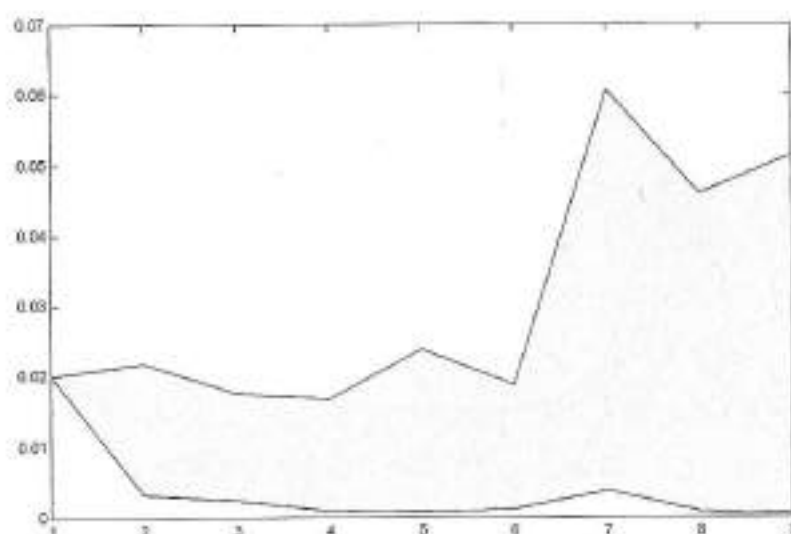


Figura A- 12 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.1.5 Análisis Campaña 5

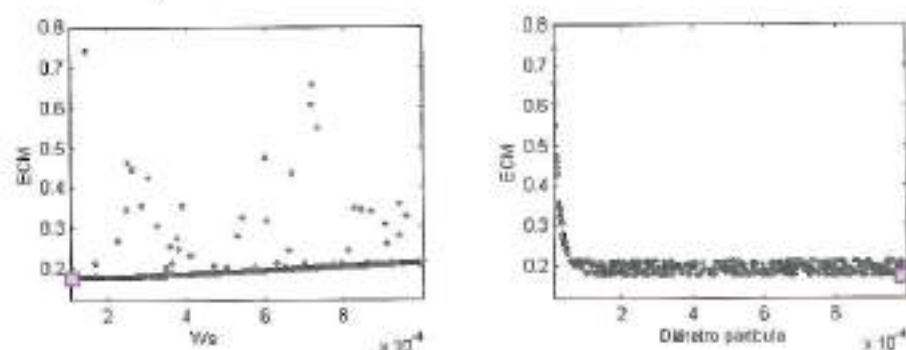


Figura A- 53 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

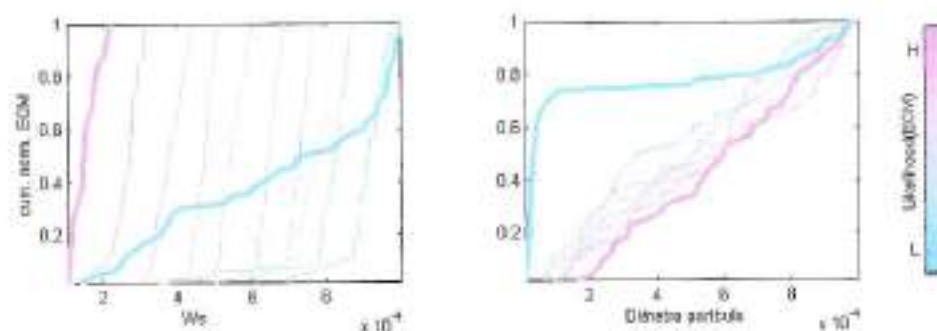


Figura A- 14 Diagrama de Sensibilidad Regional

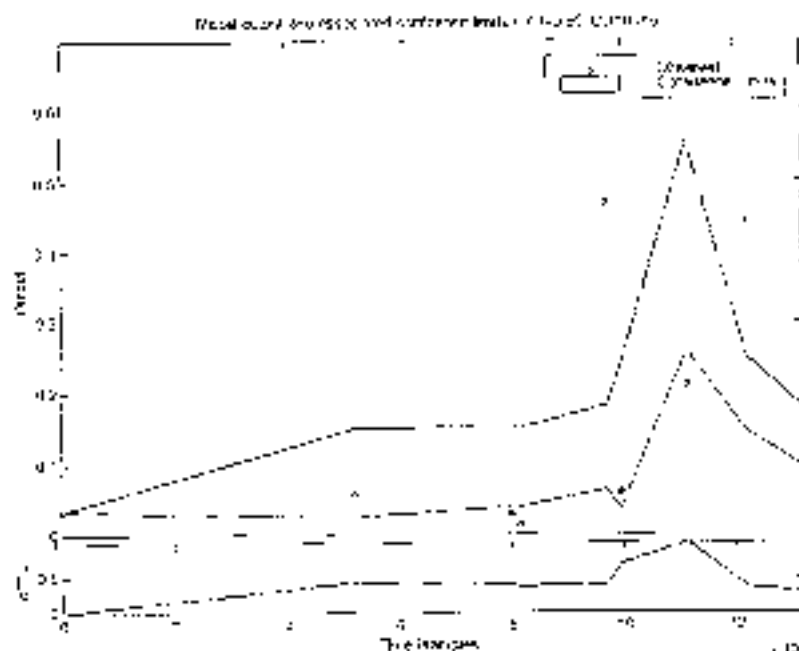


Figura A- 15 Borda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.2 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO DE ACKERS-WHITE

Para este modelo se realizó un escenario de calibración, con la velocidad de sedimentación y el diámetro de las partículas de sedimento.

A-1.2.1 Análisis Comparativo

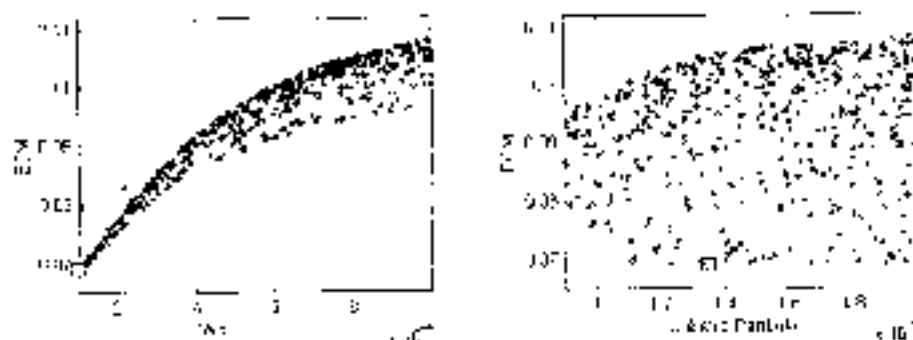


Figura A- 66 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros.

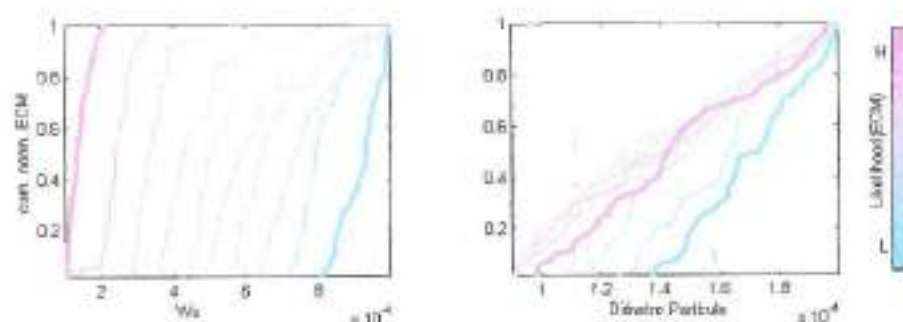


Figura A- 17 Diagrama de Sensibilidad Regional

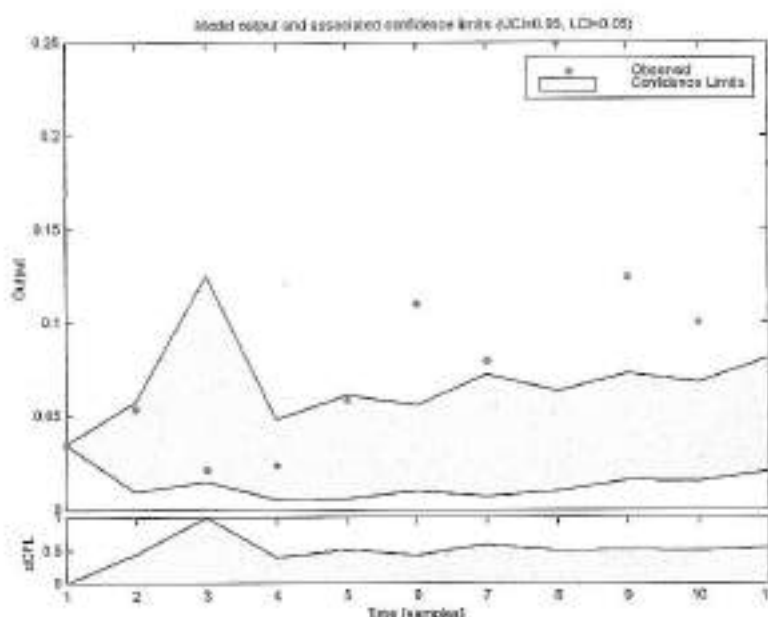


Figura A- 18 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.2.2 Análisis Campaña 2

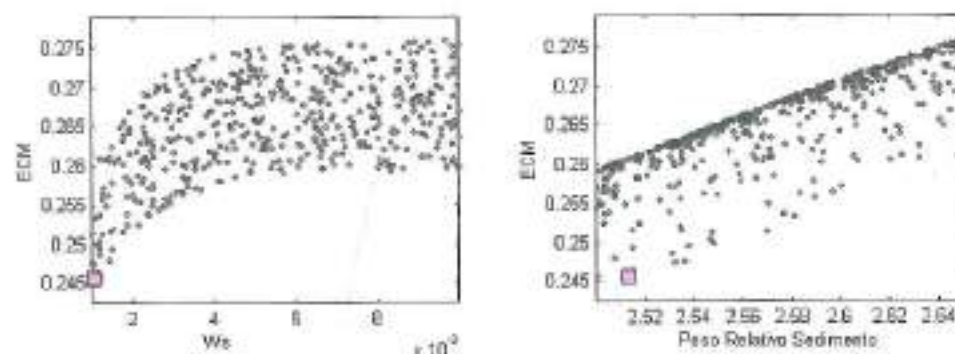


Figura A- 79 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

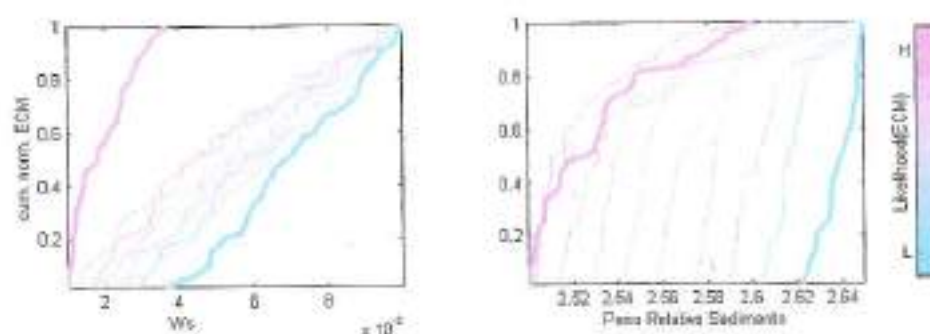


Figura A- 80 Diagrama de Sensibilidad Regional

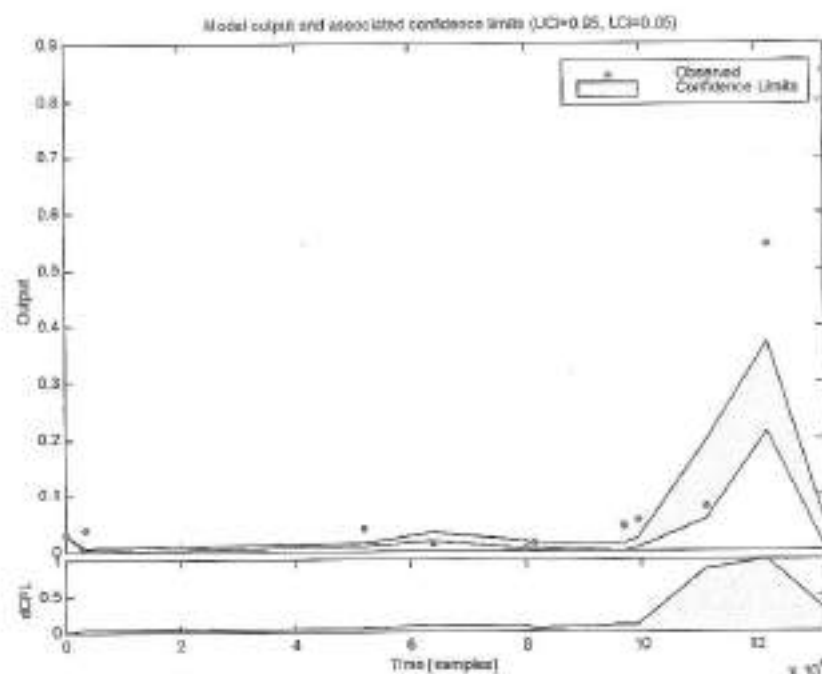


Figura A- 21 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

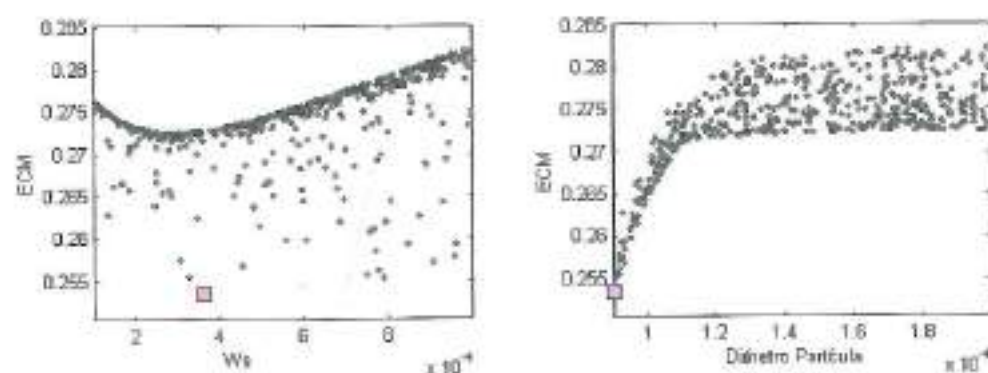


Figura A- 22 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

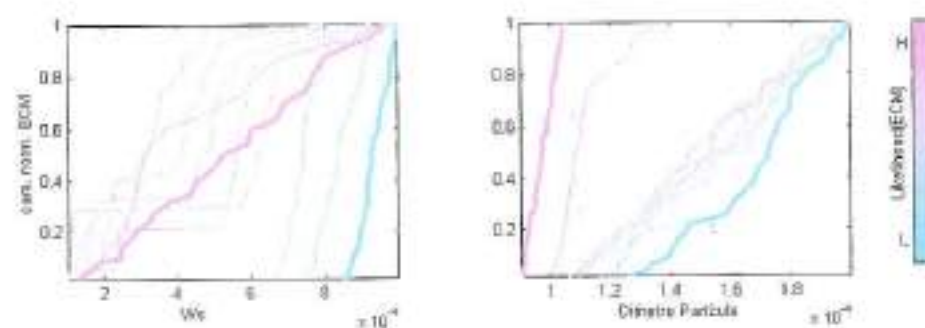


Figura A- 93 Diagrama de Sensibilidad Regional

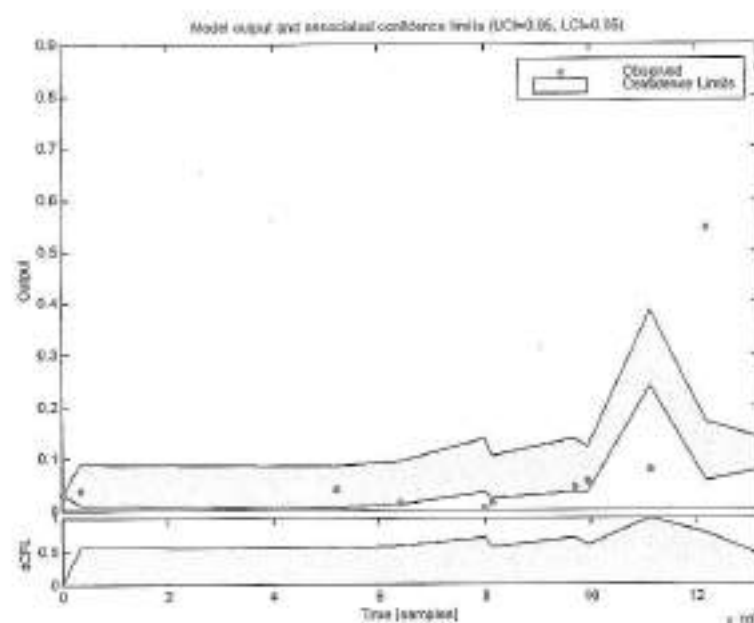


Figura A- 24 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.2.3 Análisis Campaña 3

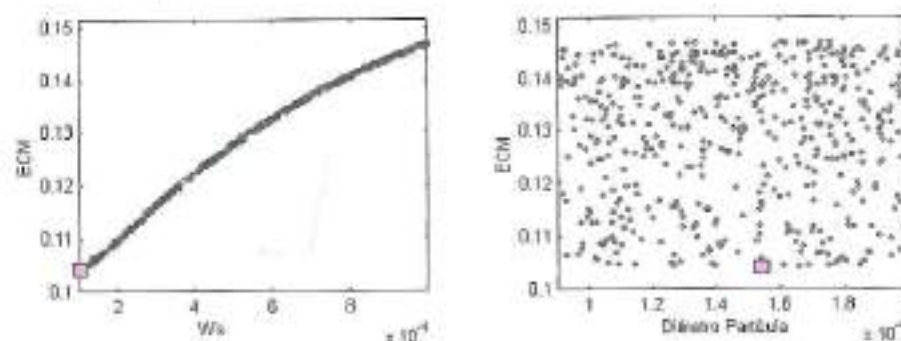


Figura A- 25 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

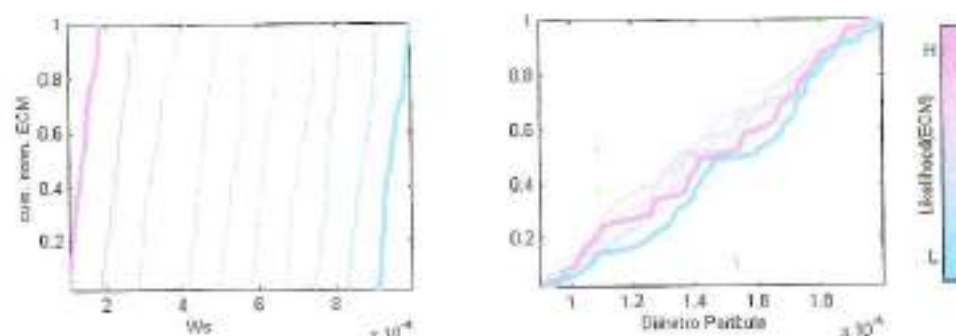


Figura A-106 Diagrama de Sensibilidad Regional

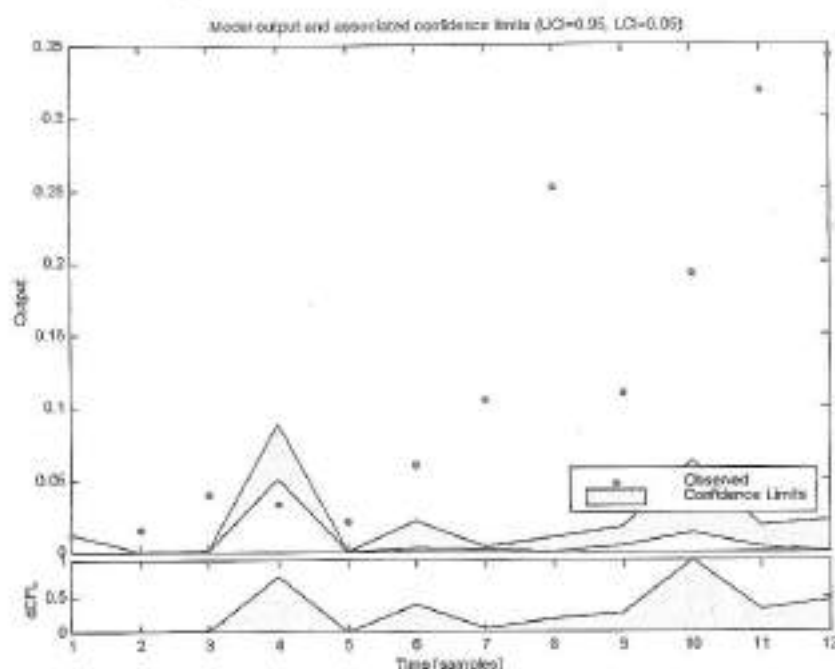


Figura A-27 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.2.4 Análisis Campaña 4

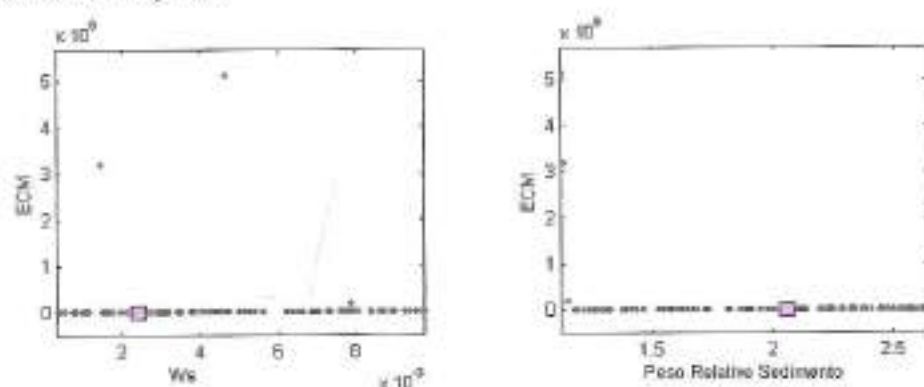


Figura A-28 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

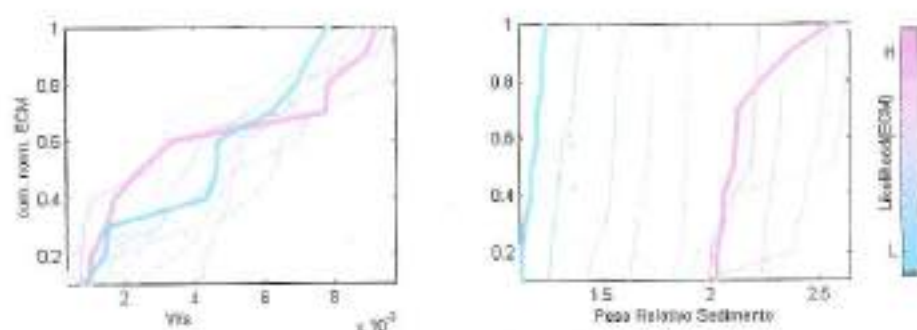


Figura A- 119 Diagrama de Sensibilidad Regional

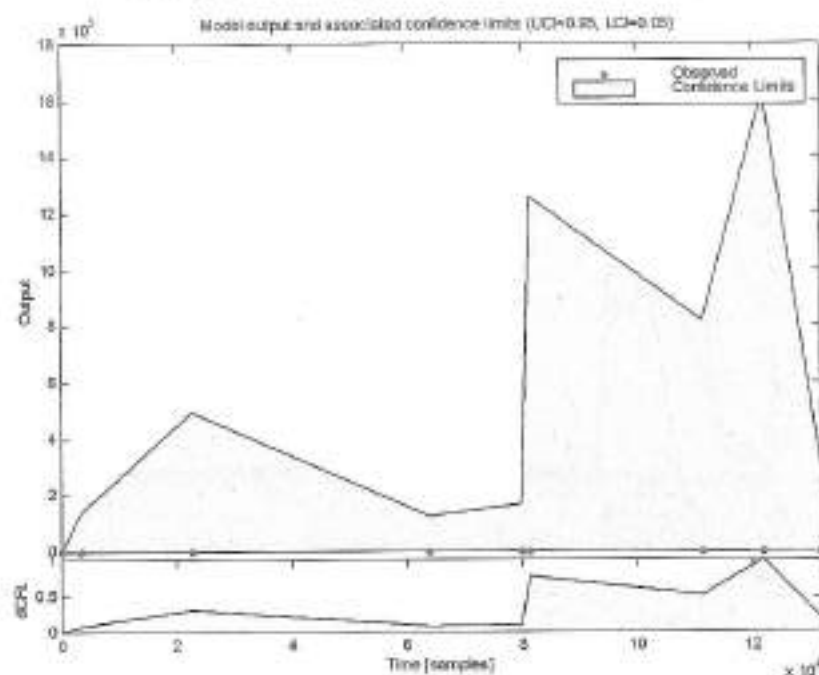


Figura A- 120 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.2.5 Análisis Campaña 5

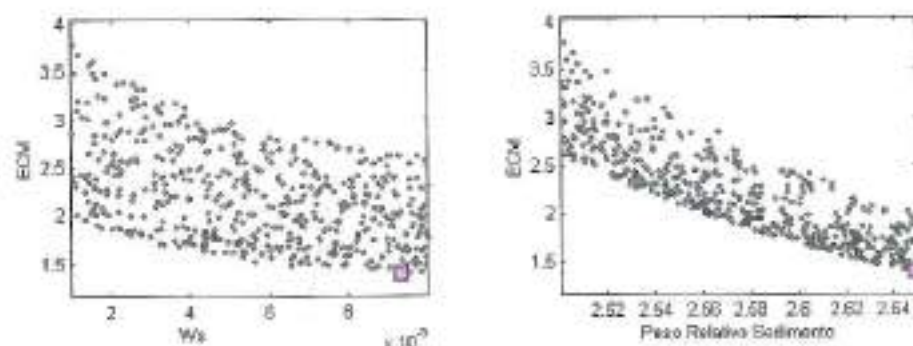


Figura A- 313 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

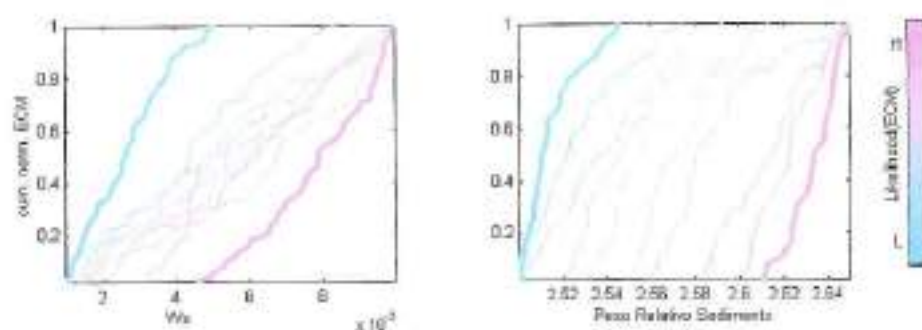


Figura A- 314 Diagrama de Sensibilidad Regional

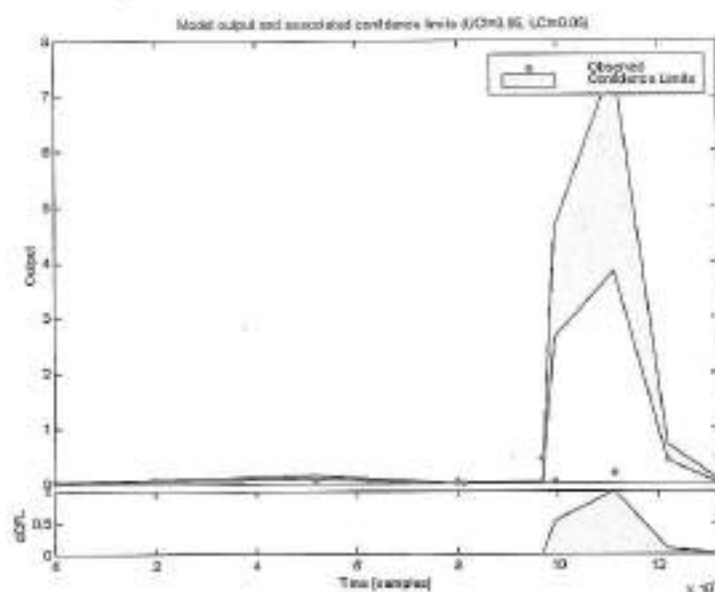


Figura A- 153 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

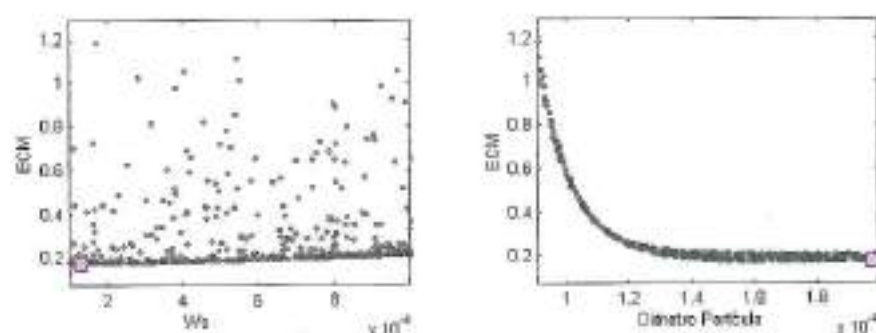


Figura A- 34 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

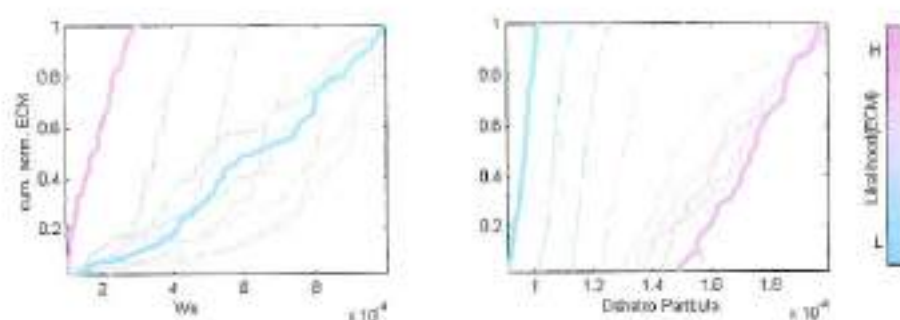


Figura A- 35 Diagrama de Sensibilidad Regional

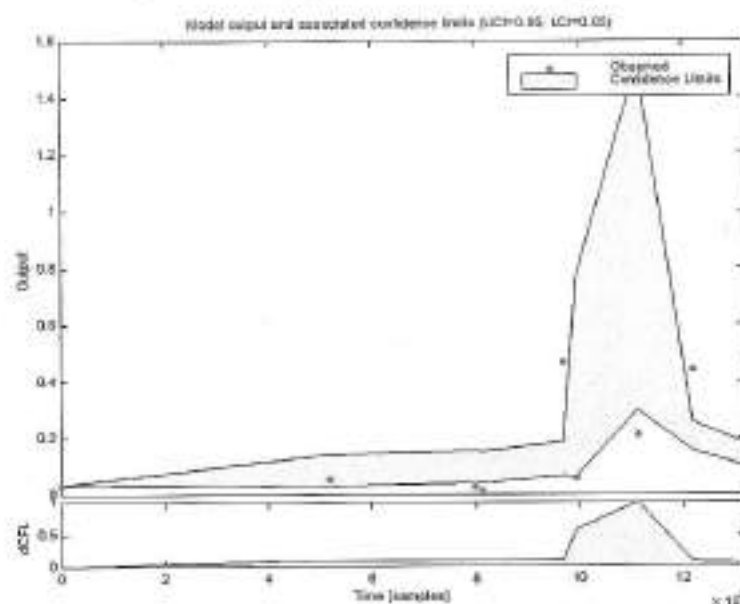


Figura A- 166 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.3 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO DE BAGNOLD

A-1.3.1 Análisis Campaña 1

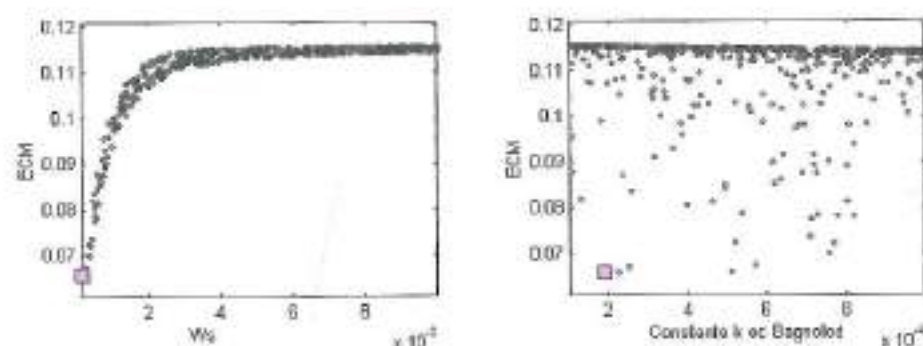


Figura A- 37 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

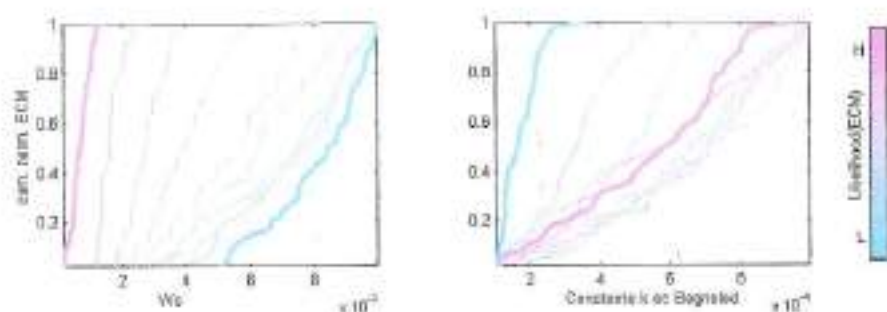


Figura A-38 Diagrama de Sensibilidad Regional

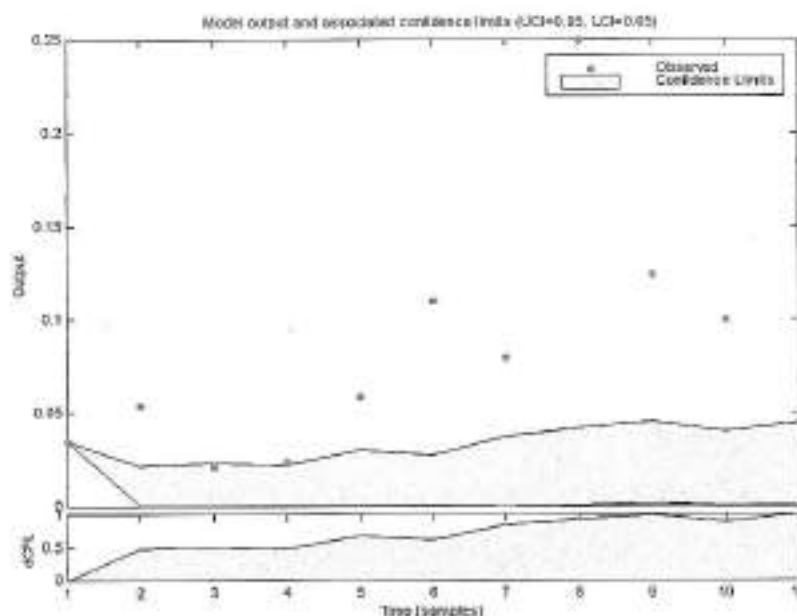


Figura A- 179 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.3.2 Análisis Campaña 2

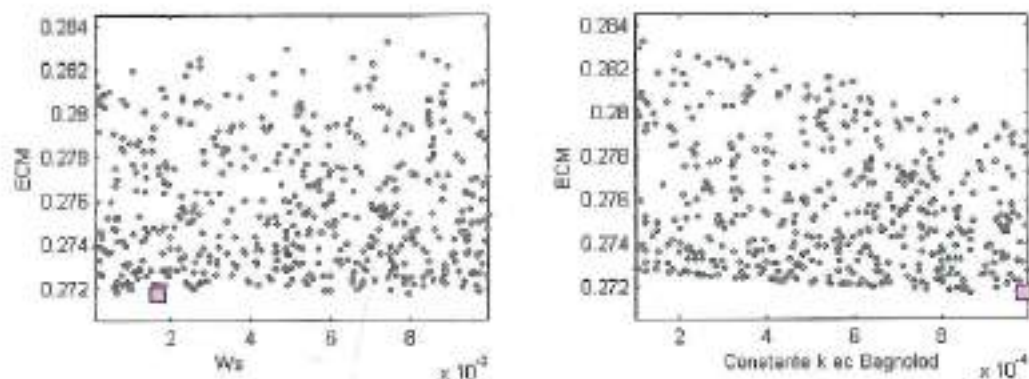


Figura A- 40 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

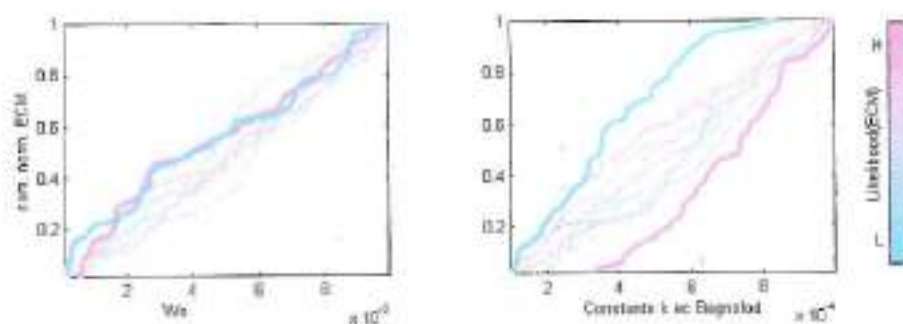


Figura A- 41 Diagrama de Sensibilidad Regional

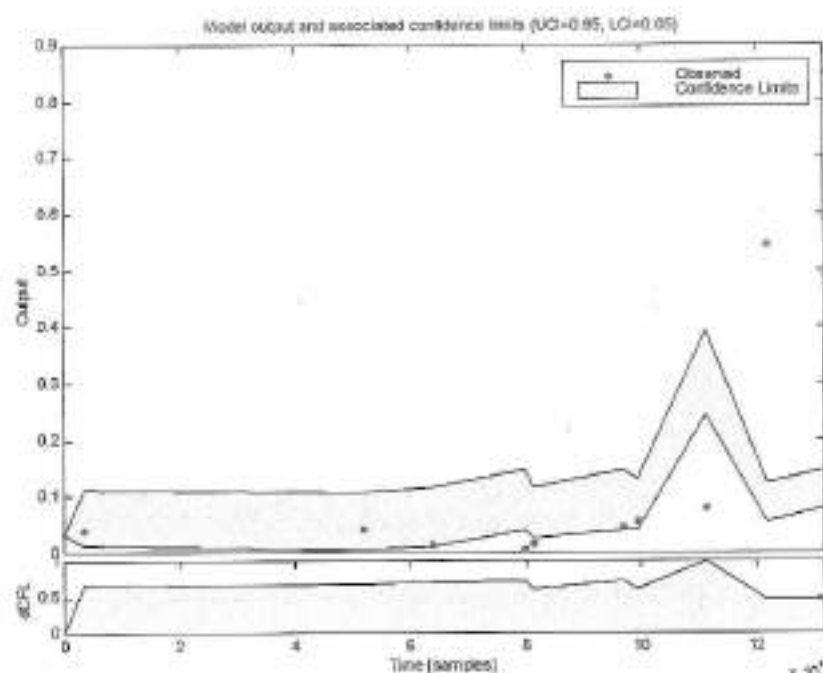


Figura A-42 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.3.3 Análisis Campaña 3

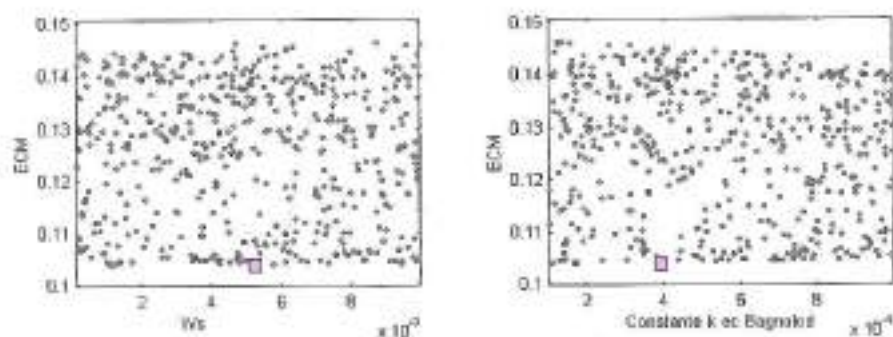


Figura A- 43 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

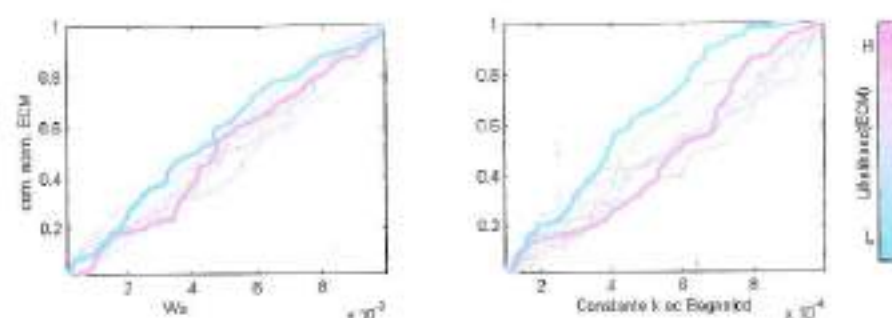


Figura A- 18 Diagrama de Sensibilidad Regional

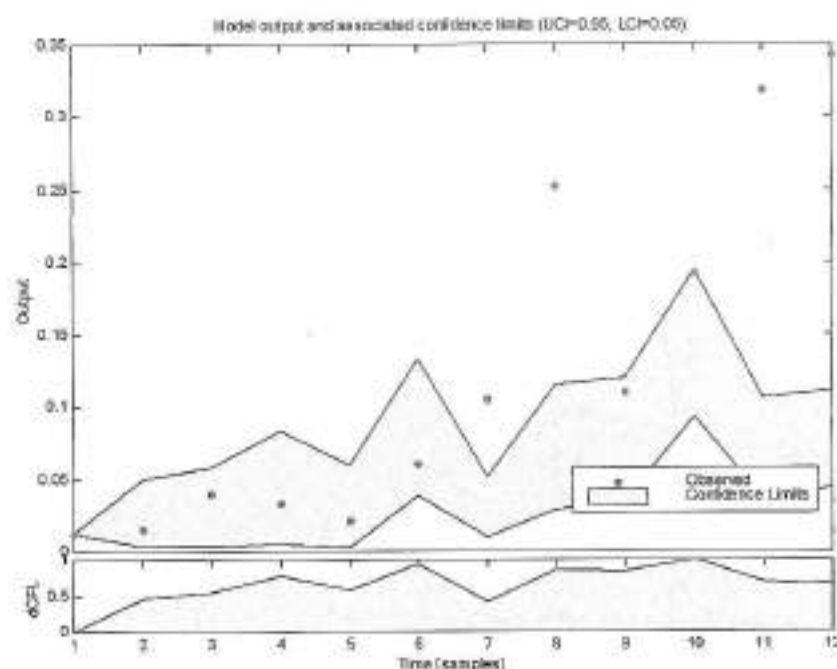


Figura A- 44 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A.1.3.4 Análisis Campaña 4

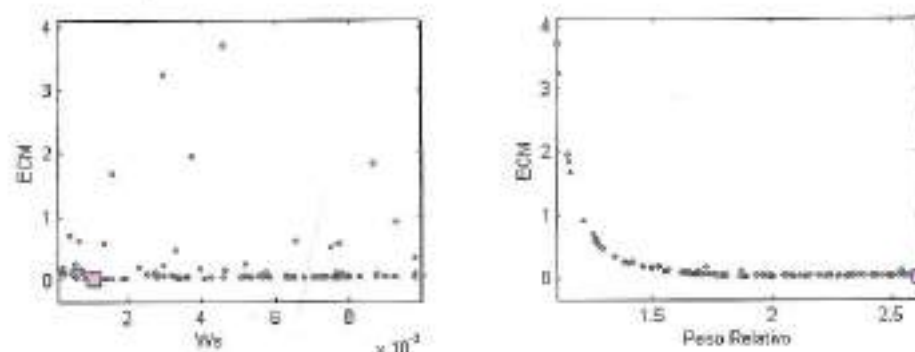


Figura A- 45 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

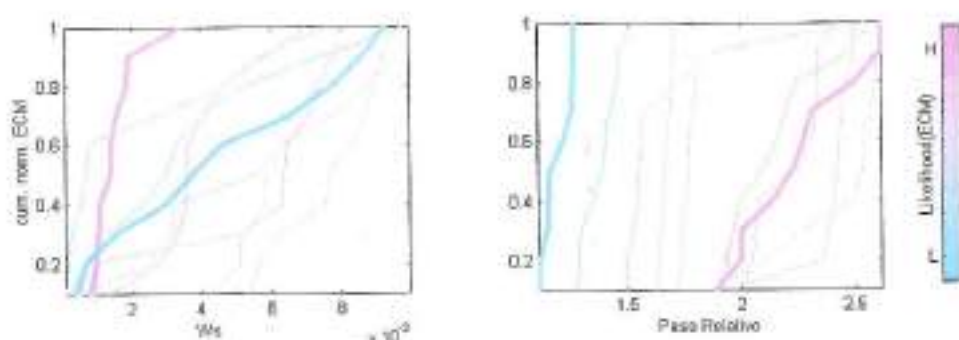


Figura A- 46 Diagrama de Sensibilidad Regional

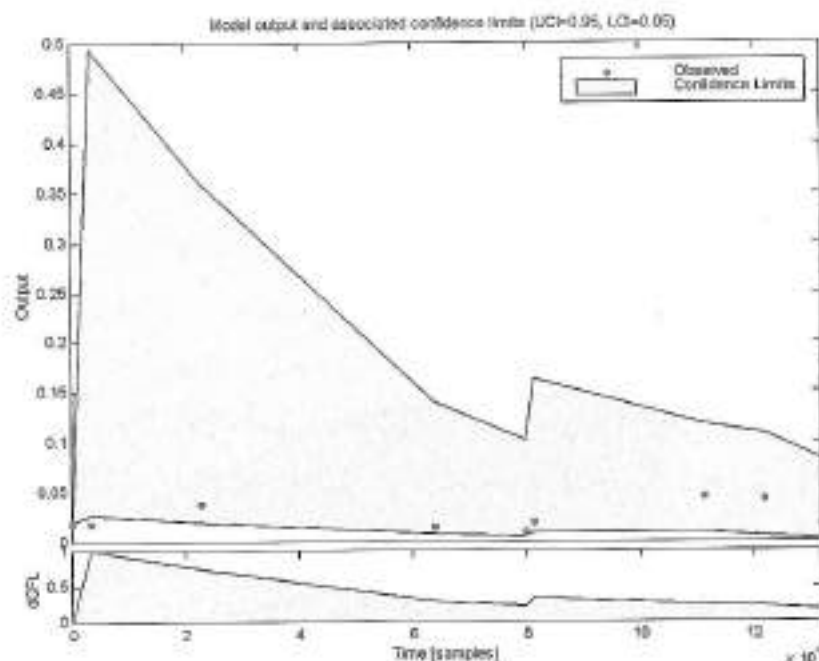


Figura A- 47 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A.1.3.5 Análisis Computa 5

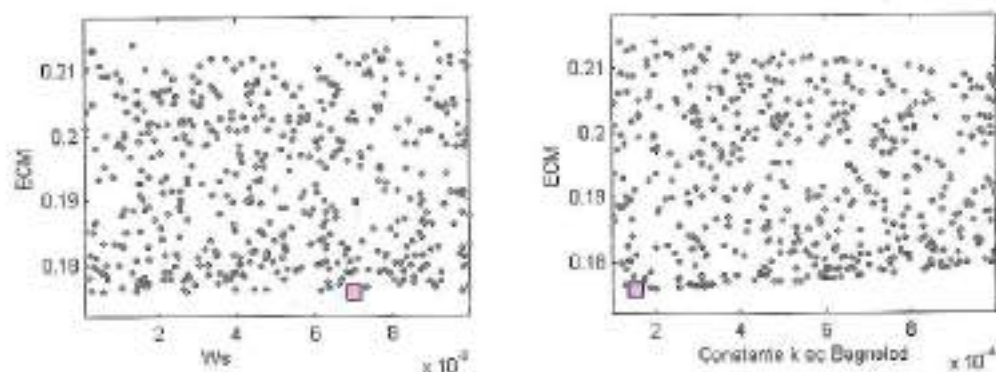


Figura A- 48 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

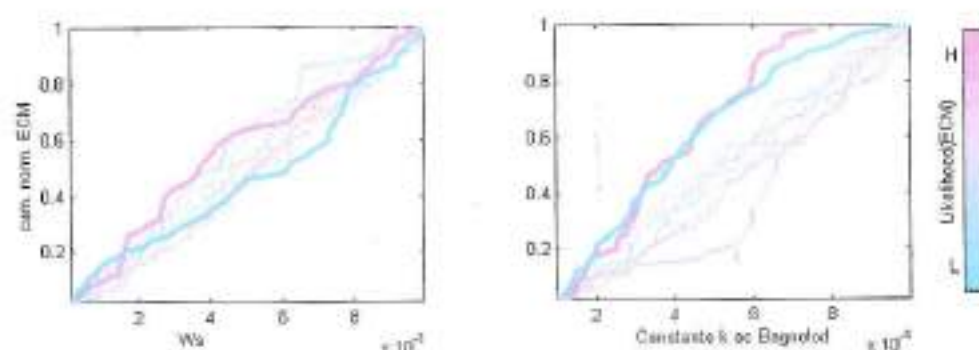


Figura A- 49 Diagrama de Sensibilidad Regional

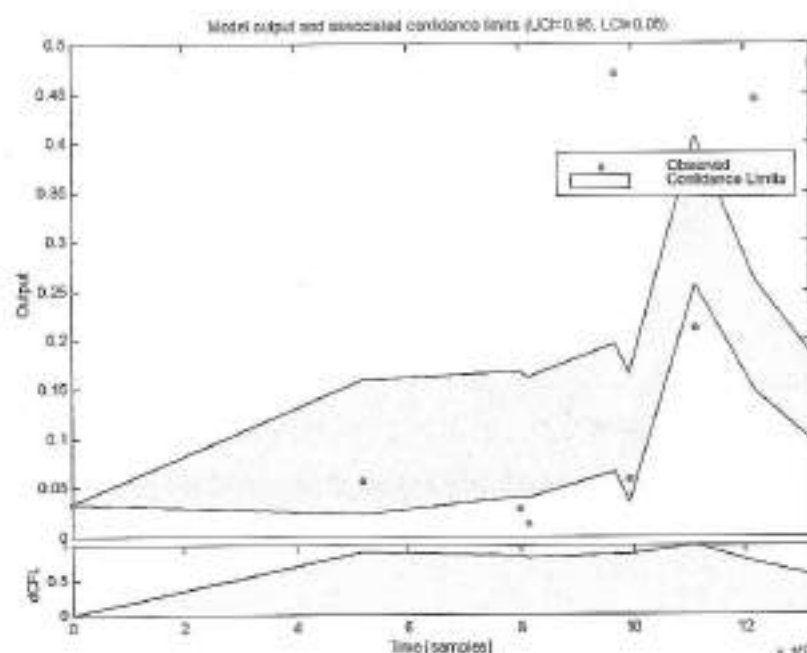


Figura A- 50 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.4 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO DE MEHTA-PARTHENIADES

Para este modelo se hicieron tres escenarios de calibración: La primera con parámetros velocidad de sedimentación y tasa de erosión. La segunda con velocidad de sedimentación y esfuerzo crítico, y la tercera con los tres parámetros anteriores.

A-1.4.1 Análisis Campaña 1

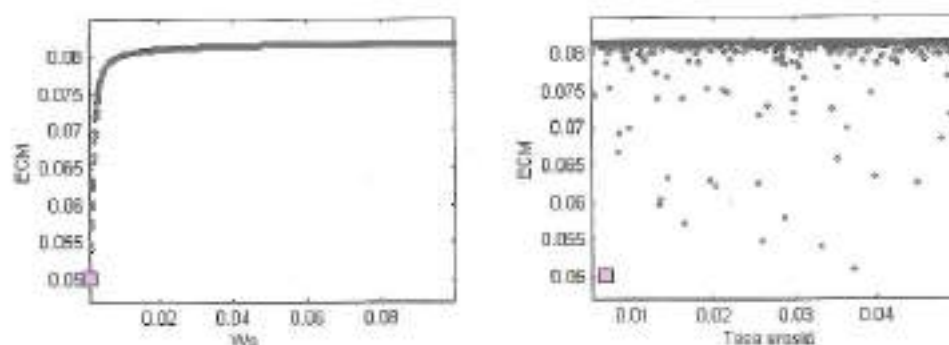


Figura A- 519 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros (primer escenario)

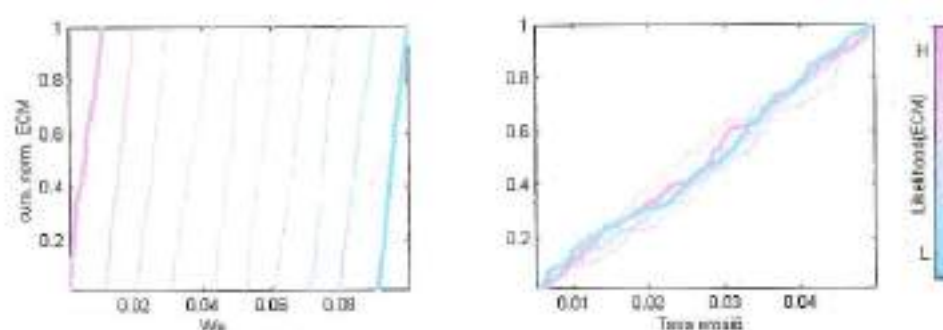


Figura A- 520 Diagrama de Sensibilidad Regional (primer escenario)

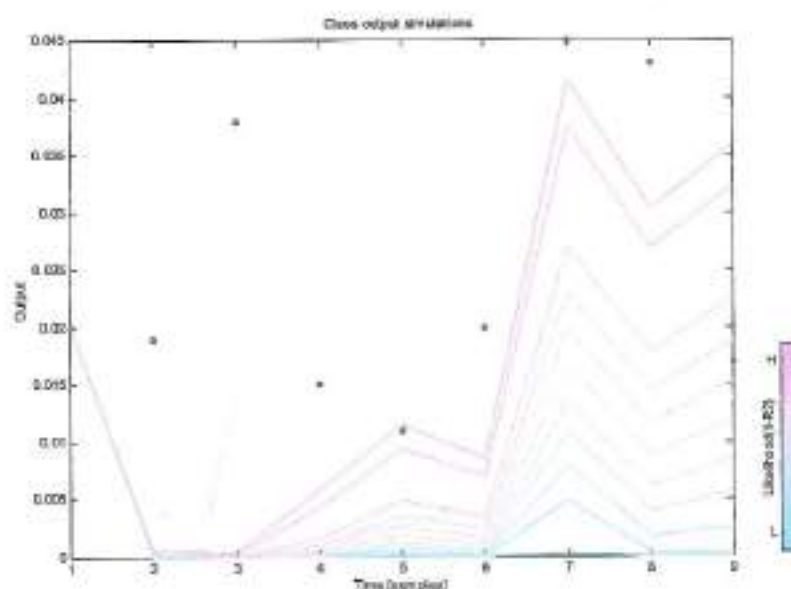


Figura A-521 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo. En forma de diagrama de clase (primer

escenario)

A-1.4.2 Análisis Campaña 2

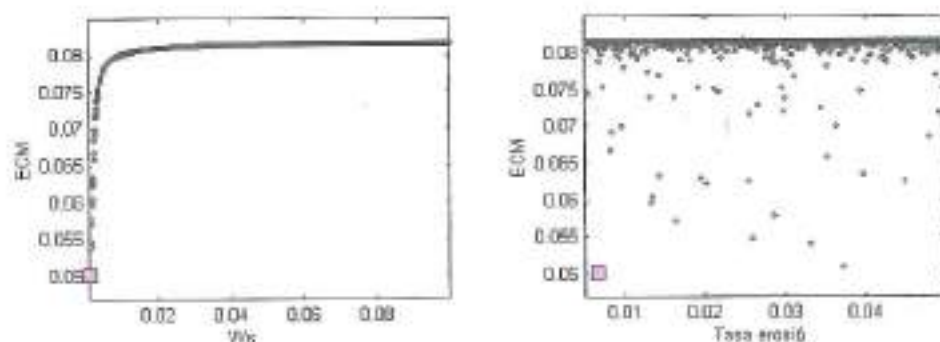


Figura A- 54 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

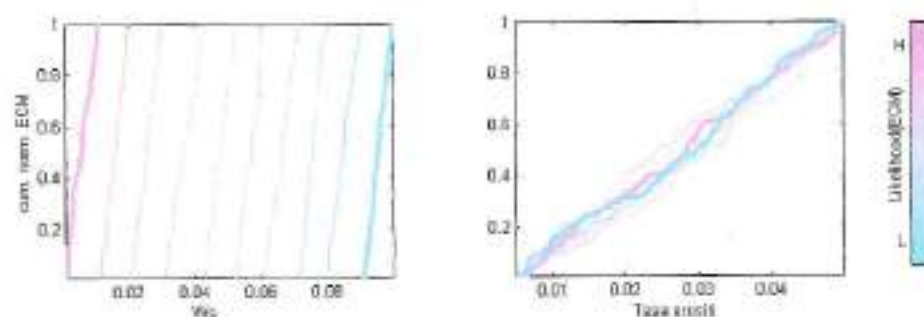


Figura A- 55 Diagrama de Sensibilidad Regional

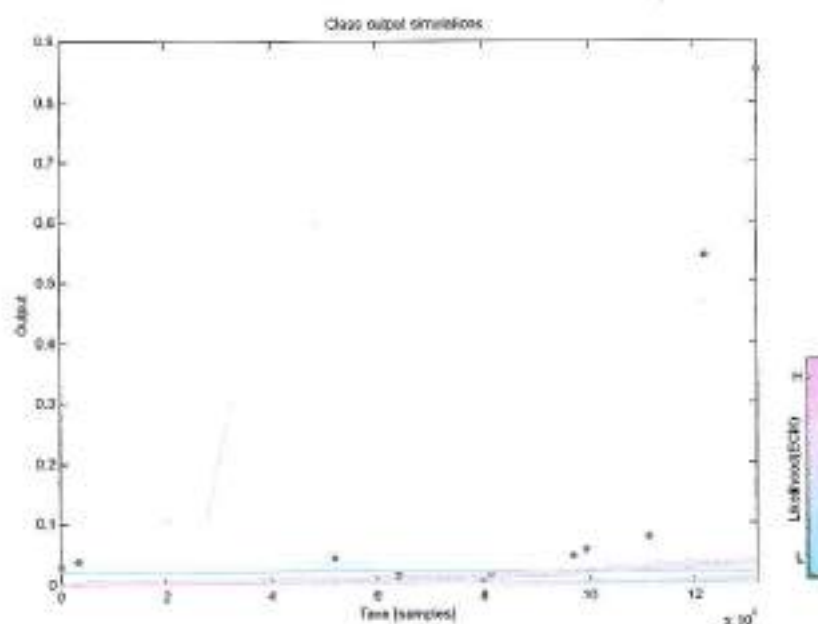


Figura A- 56 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.4.3. Análisis Campaña 4

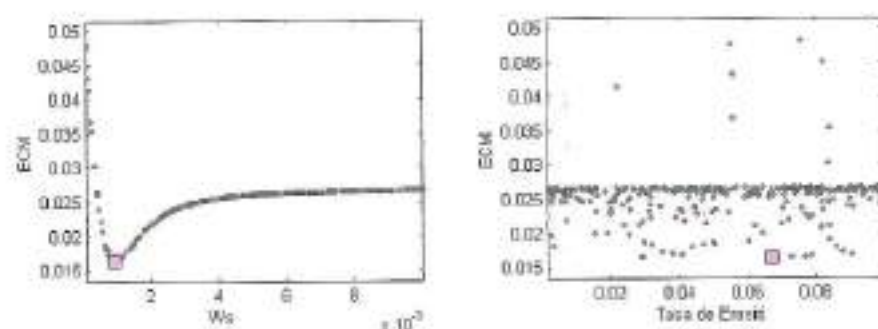


Figura A- 57 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

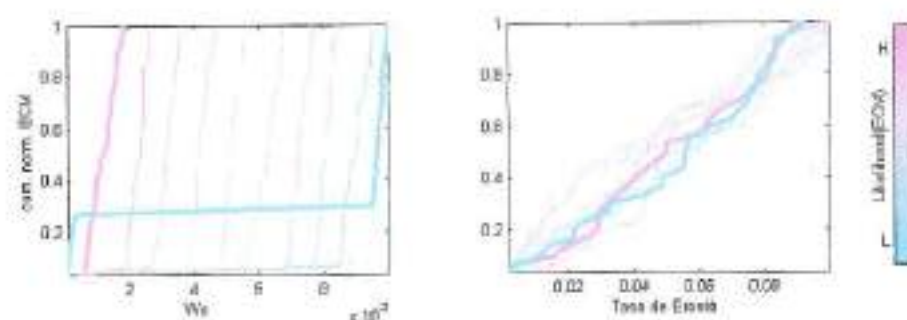


Figura A- 58 Diagrama de Sensibilidad Regional

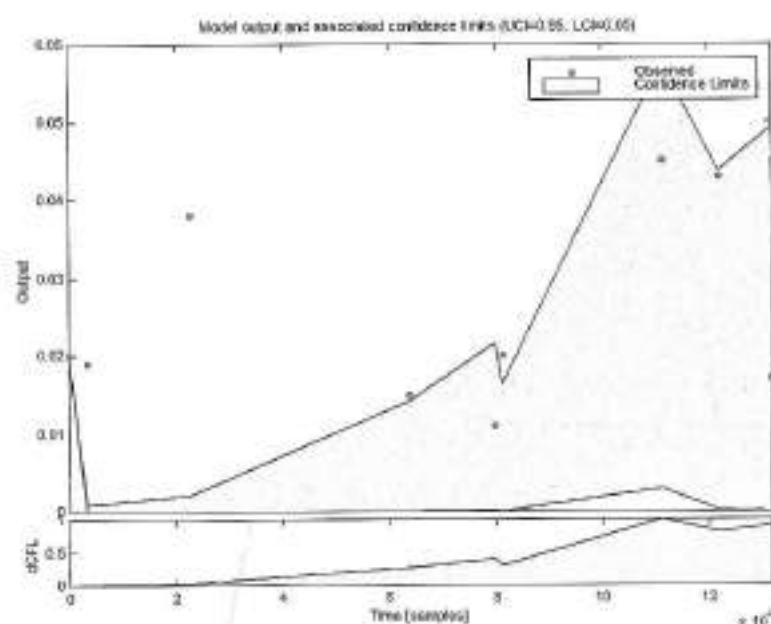


Figura A- 56 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

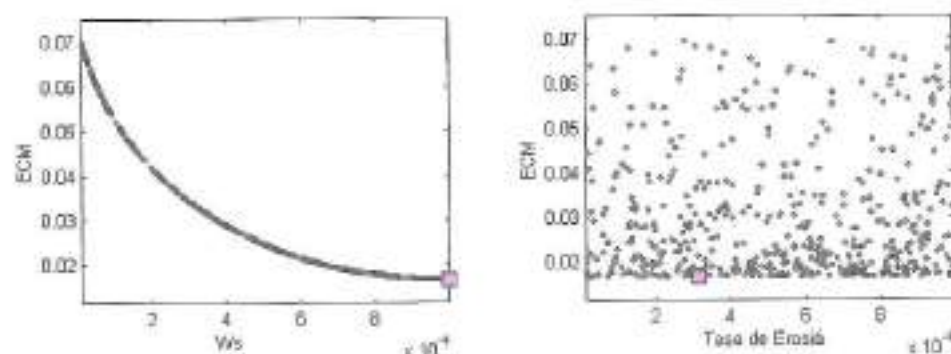


Figura A- 57 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

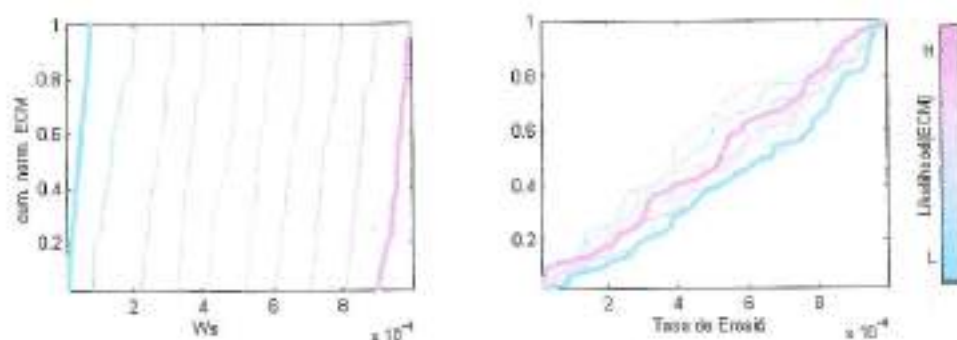


Figura A- 58 Diagrama de Sensibilidad Regional

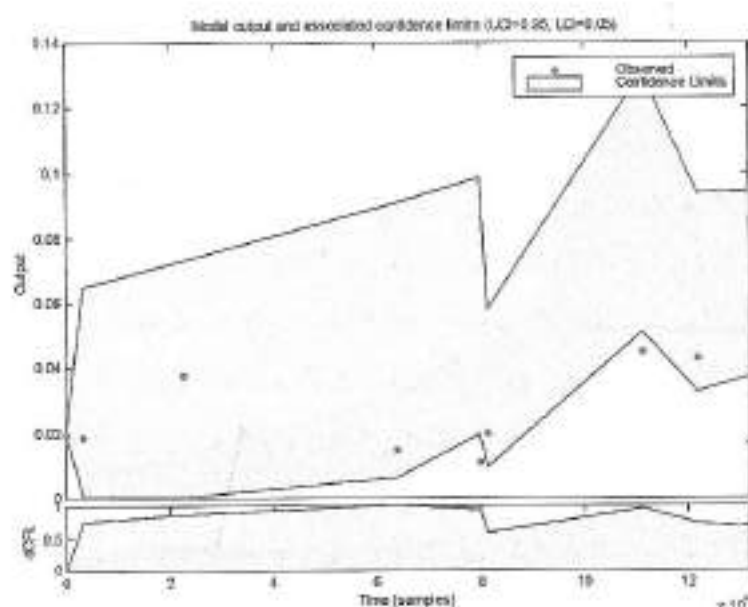


Figura A- 59 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

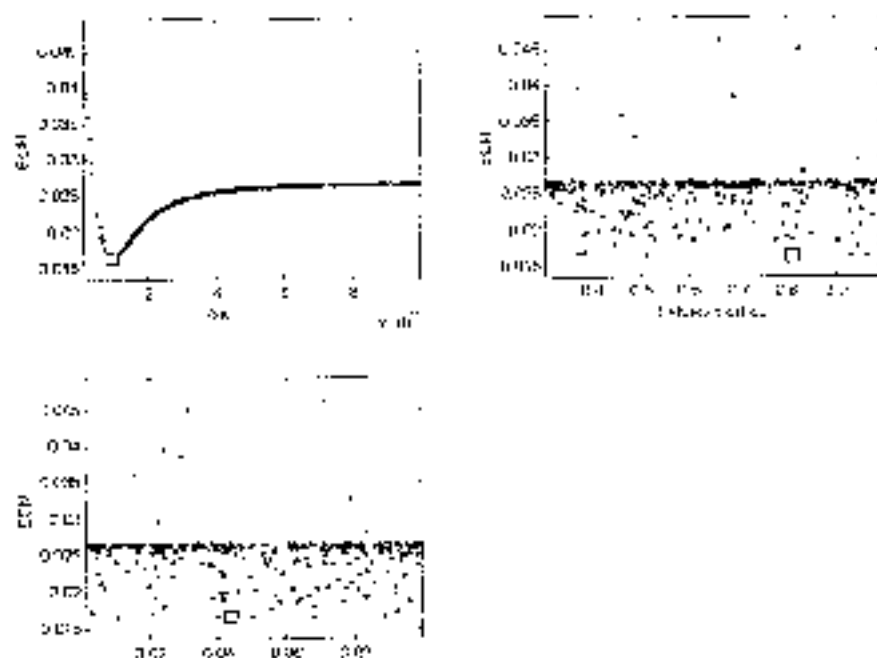


Figura A- 60 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

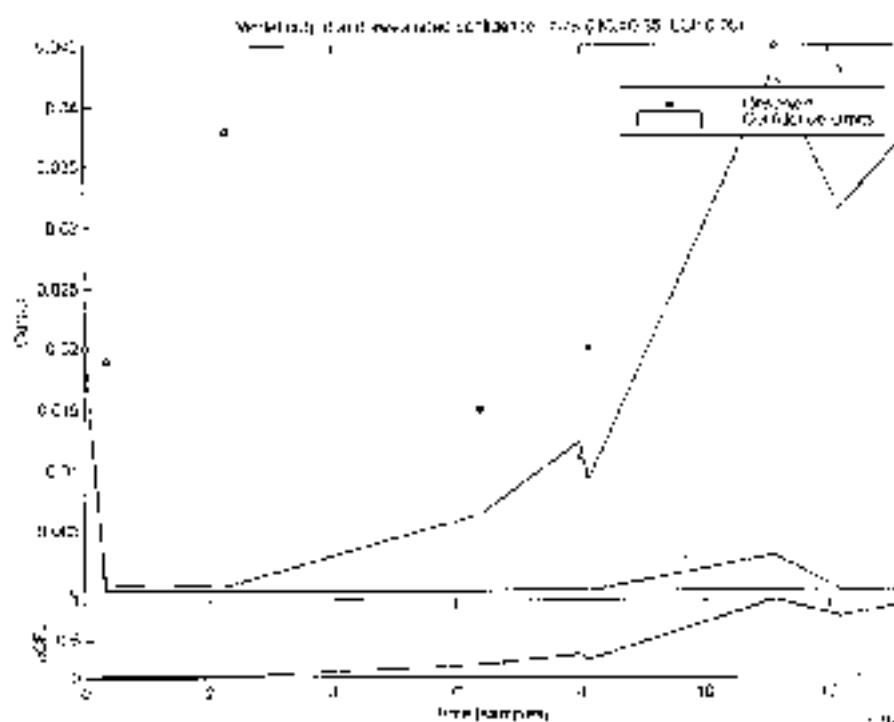


Figura A- 61 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.4.4 Análisis Campaña 5

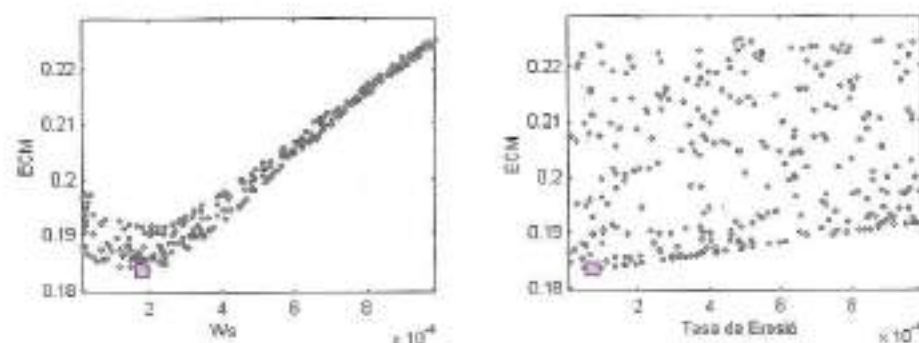


Figura A- 62 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

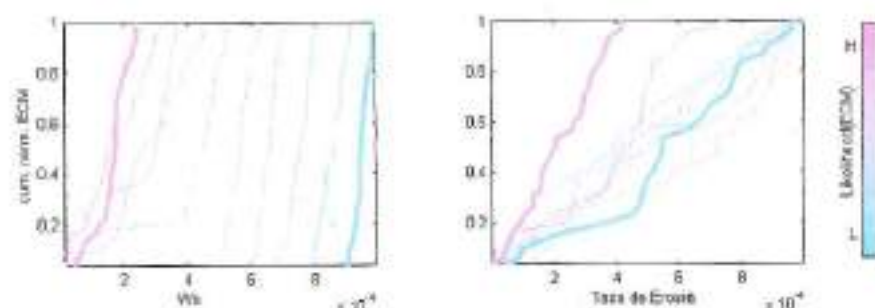


Figura A- 63 Diagrama de Sensibilidad Regional

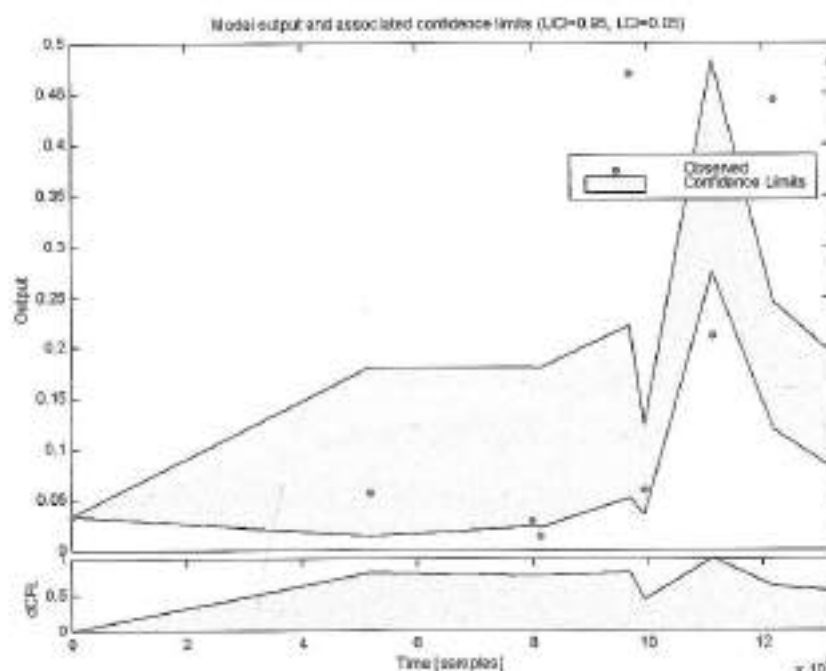


Figura A- 64 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

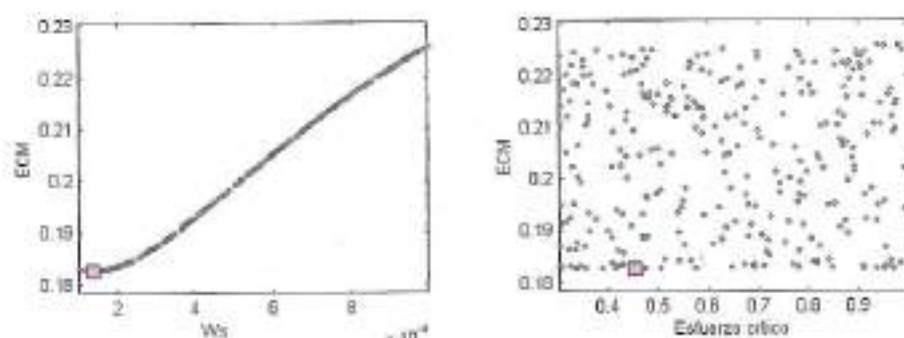


Figura A- 65 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

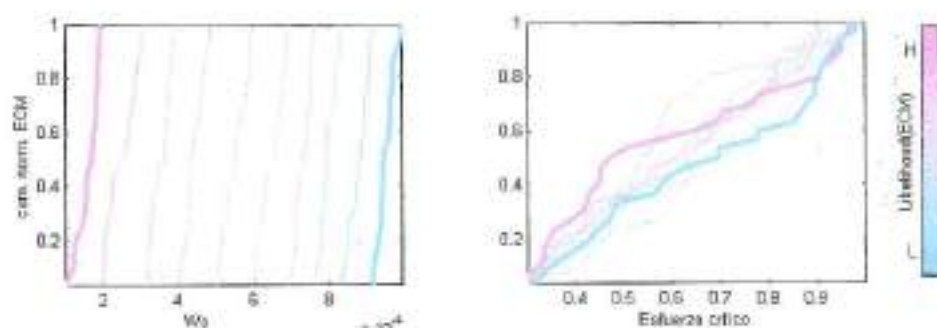


Figura A- 66 Diagrama de Sensibilidad Regional

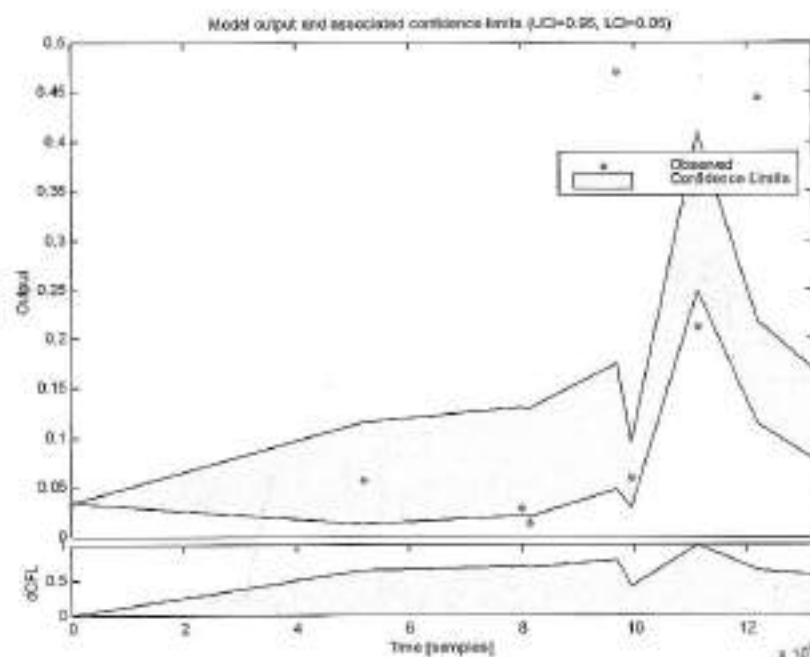


Figura A- 67 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

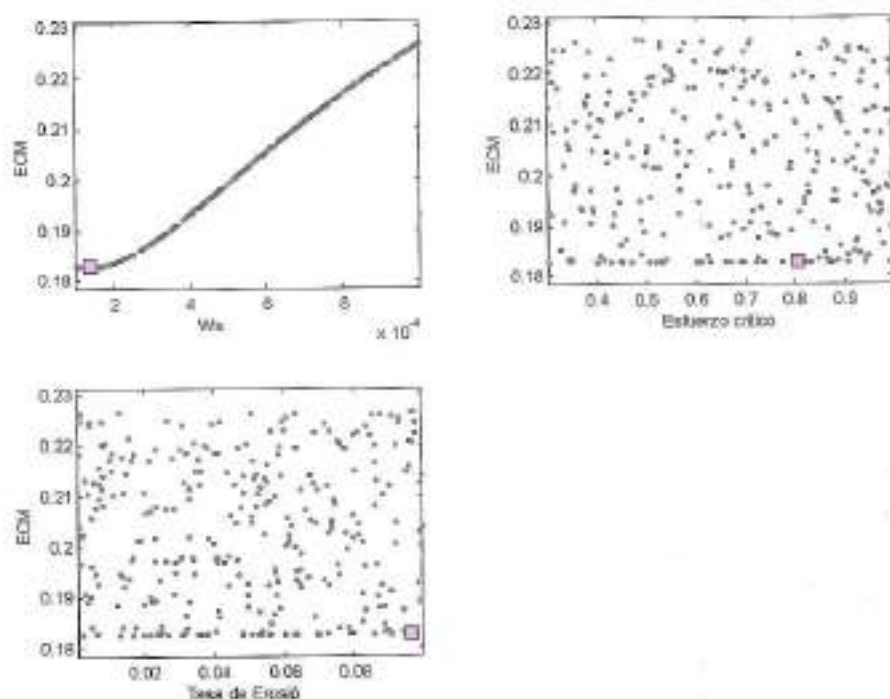


Figura A- 68 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

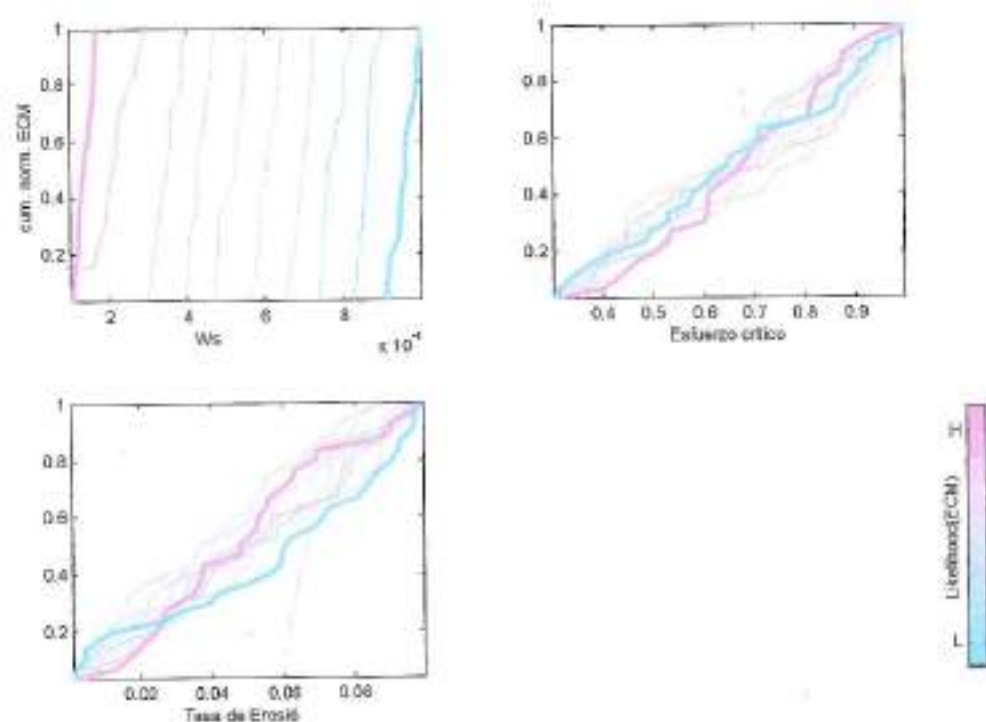


Figura A- 69 Diagrama de Sensibilidad Regional

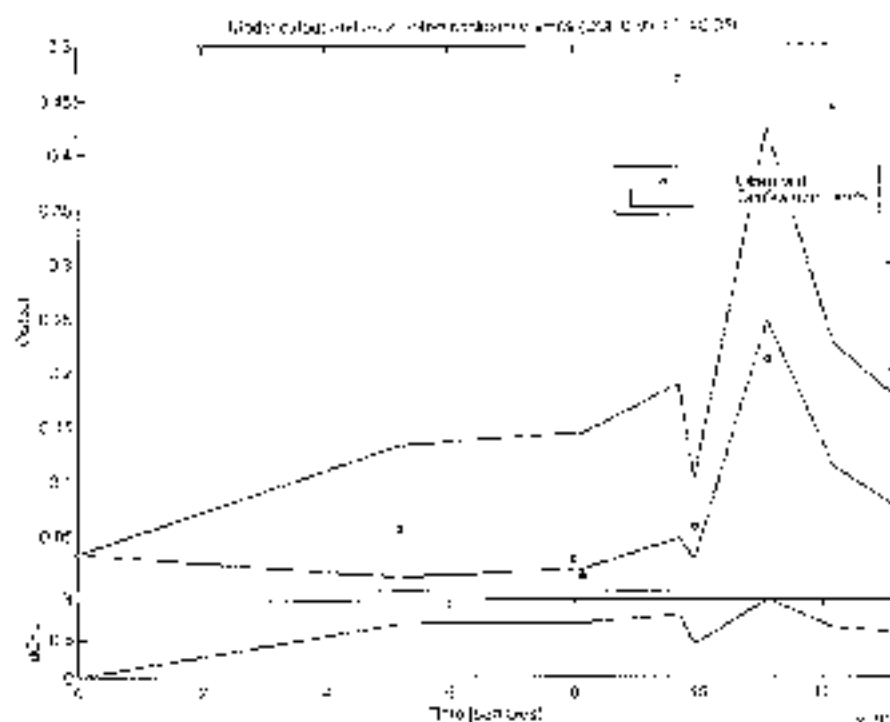


Figura A- 70 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.5 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO ADAPTADO DE LANE

Se realizó un escenario de calibración con la velocidad de sedimentación y el parámetro K de la ecuación de capacidad de transporte

A-1.5.1 Análisis Campaña 1

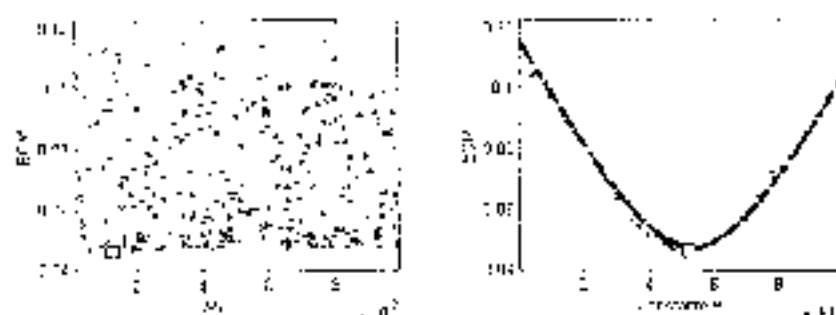


Figura A- 722 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

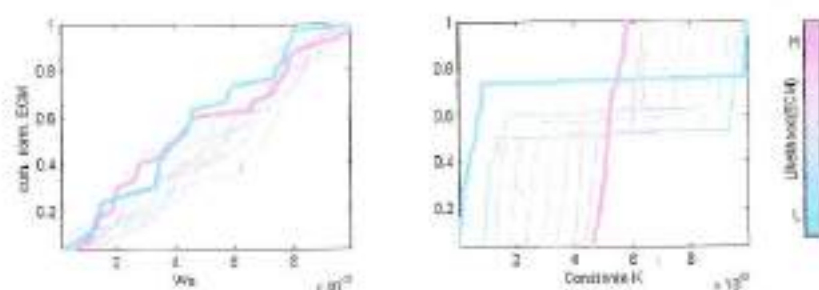


Figura A- 723 Diagrama de Sensibilidad Regional

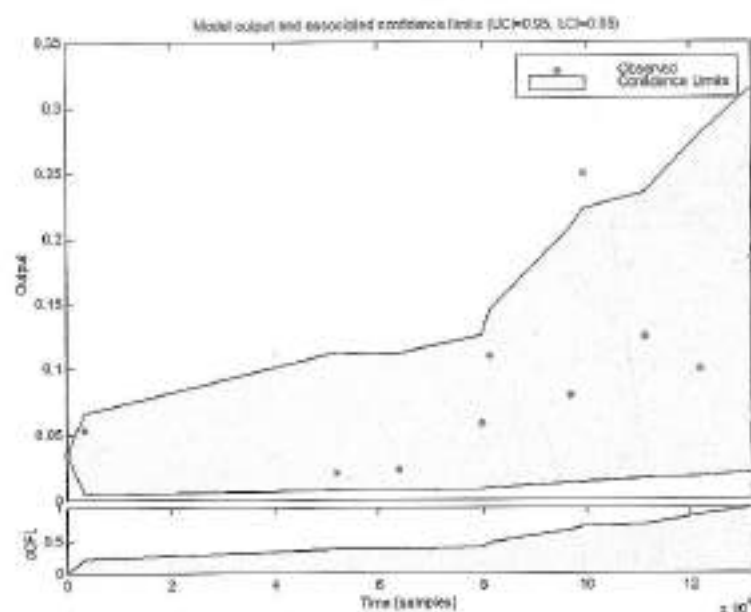


Figura A- 724 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.5.2 Análisis Campaña 2

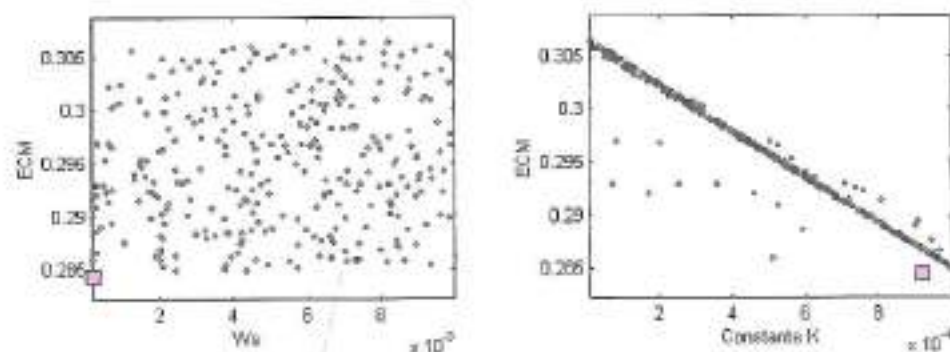


Figura A- 74 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

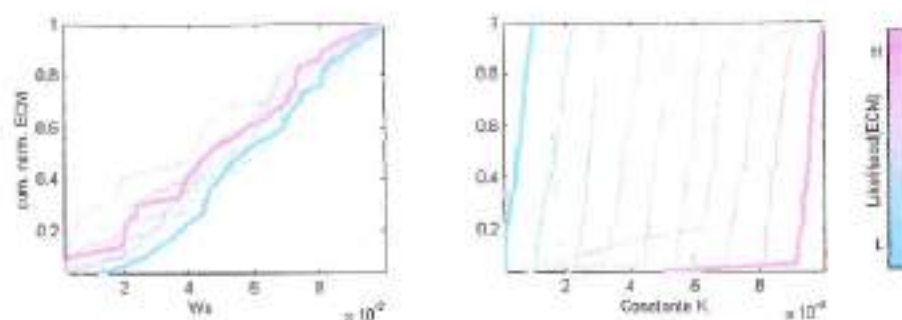


Figura A- 75 Diagrama de Sensibilidad Regional

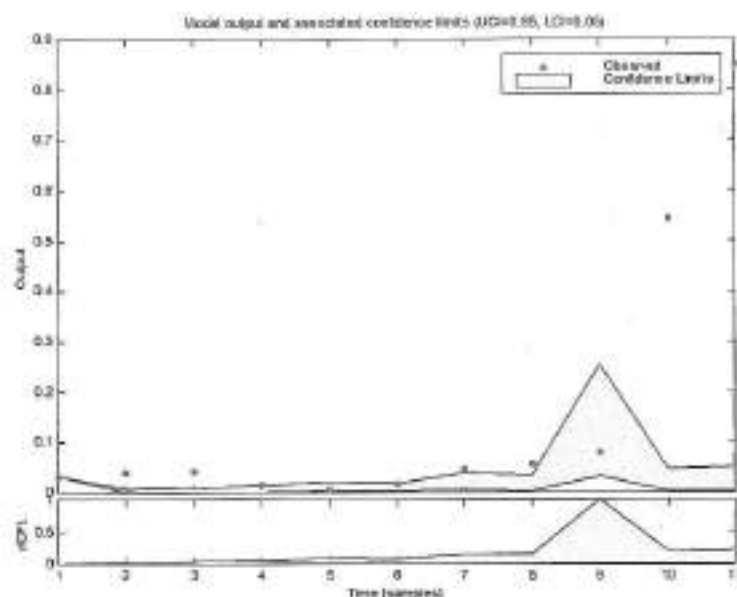


Figura A- 76 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.5.3 Análisis Campaña 3

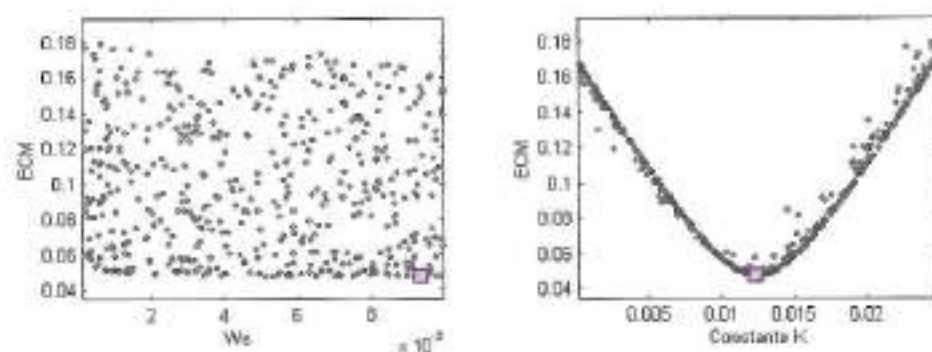


Figura A- 77 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

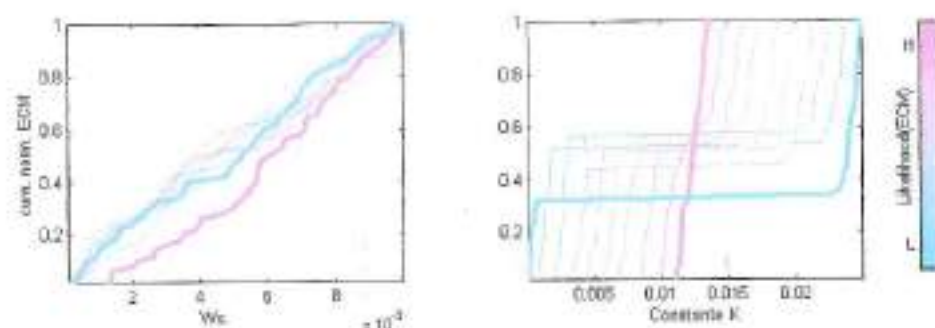


Figura A- 78 Diagrama de Sensibilidad Regional

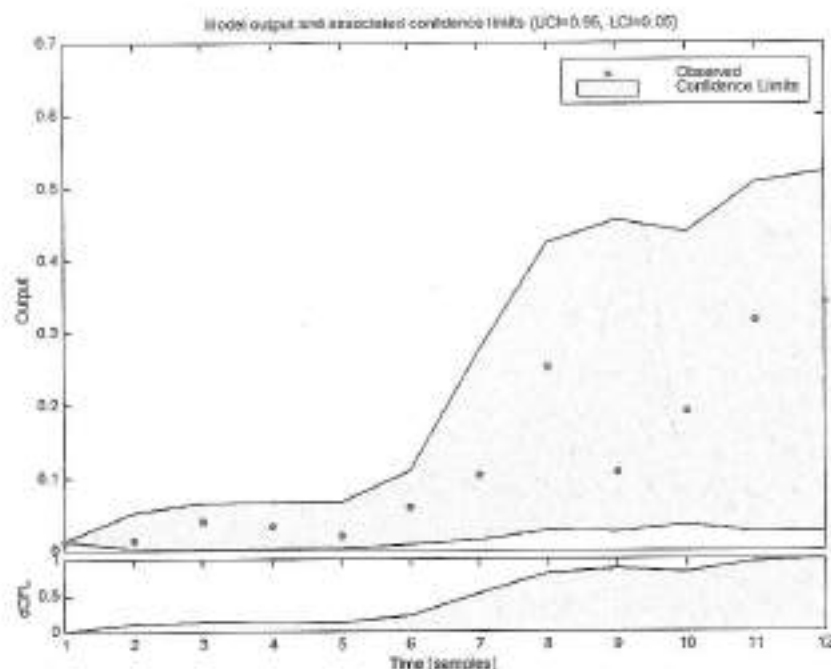


Figura A- 79 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.5.4 Análisis Campaña 4

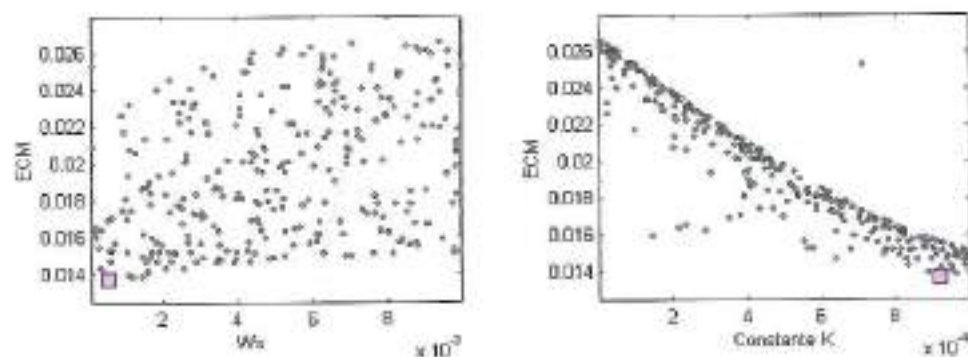


Figura A- 80 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

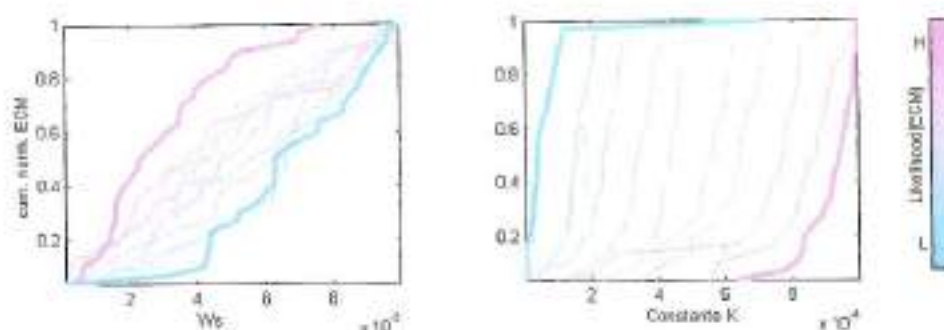


Figura A- 81 Diagrama de Sensibilidad Regional

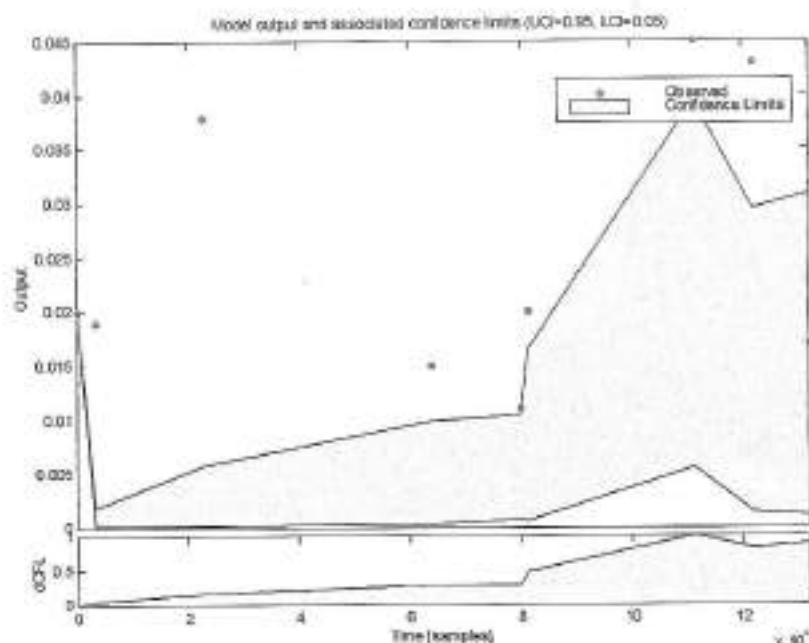


Figura A- 82 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.5.5 Análisis Campaña 5

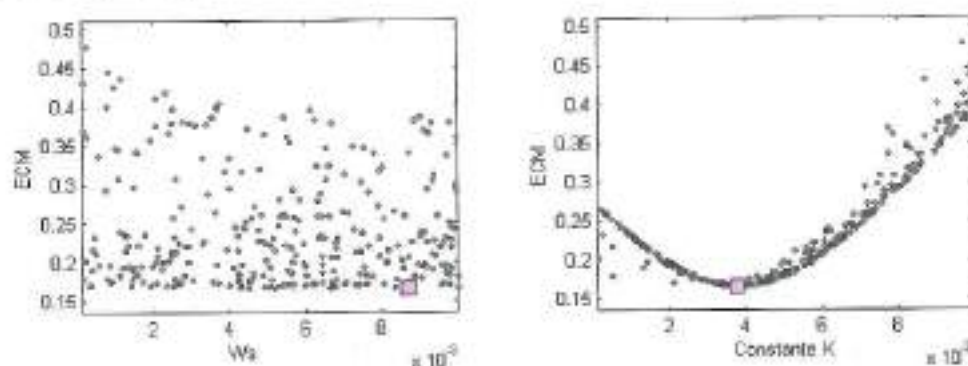


Figura A- 83 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

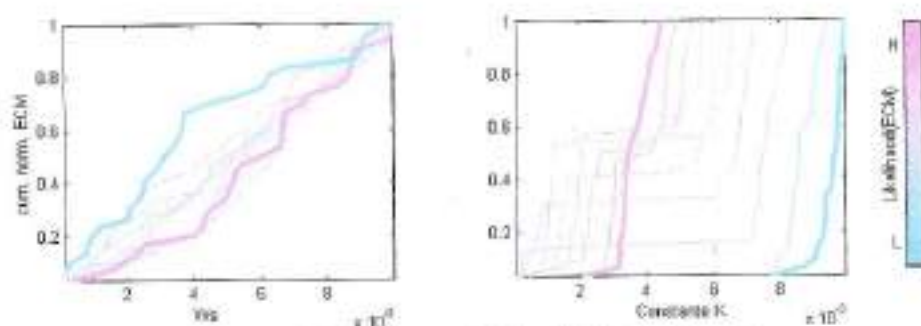


Figura A- 84 Diagrama de Sensibilidad Regional

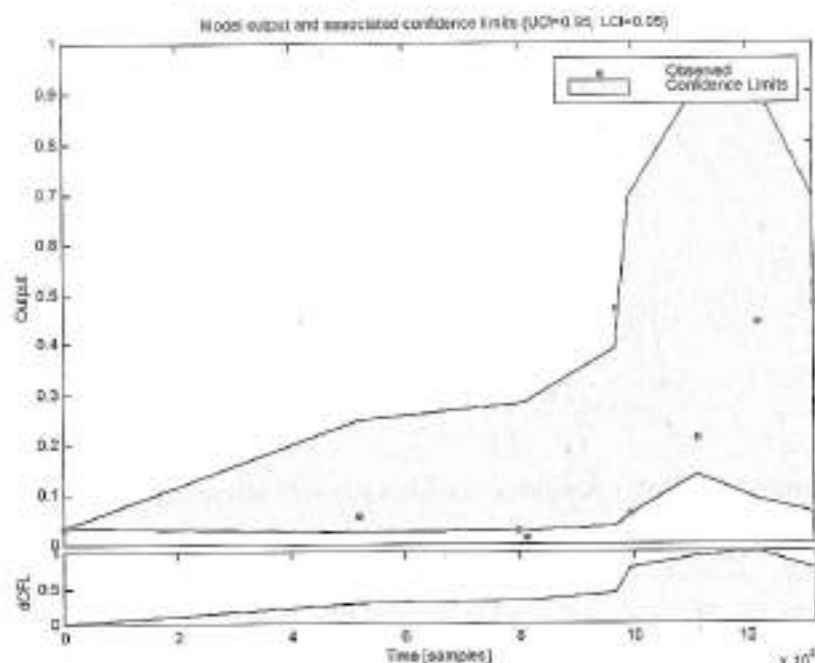


Figura A- 85 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.6 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO DE DUBOYS

A-1.6.1 Análisis Campaña 4

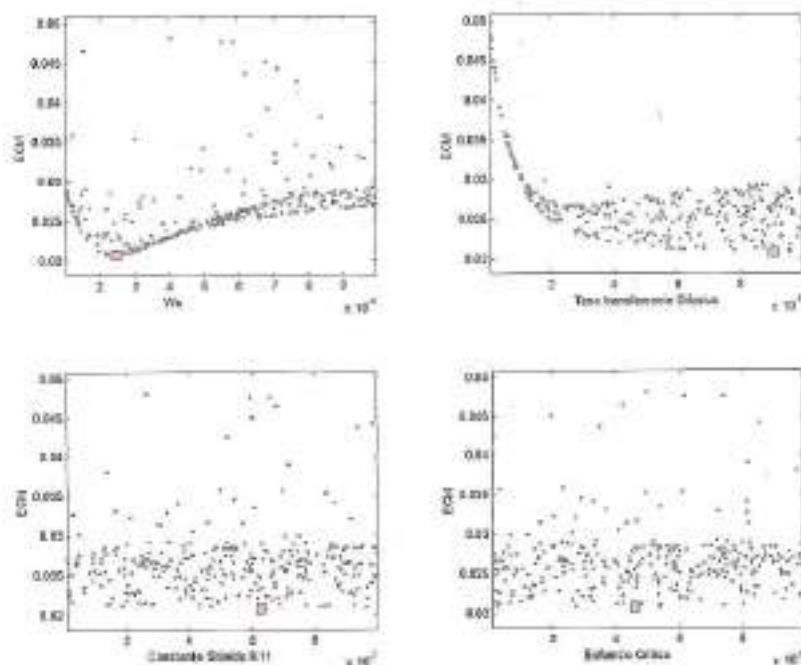


Figura A- 86 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

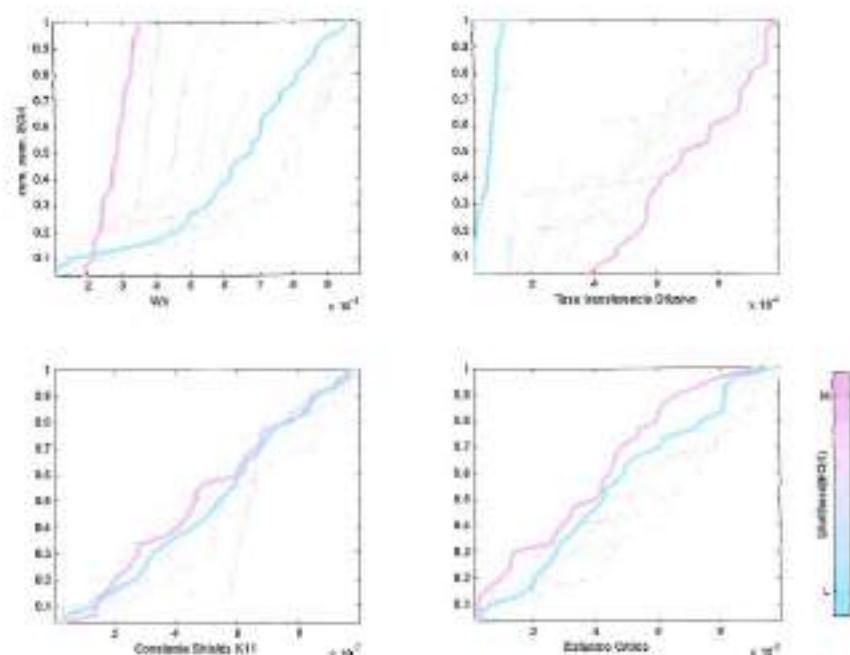


Figura A- 87 Diagrama de Sensibilidad Regional

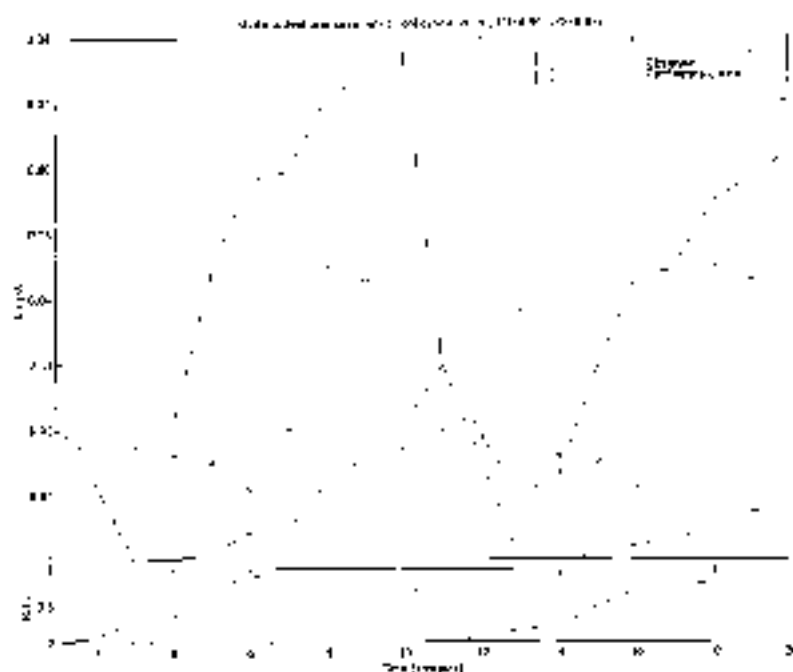


Figura A-88 Evolución de la temperatura del agua y la modelación de la calidad del agua

A-1.6.2. Analisis Componente 5

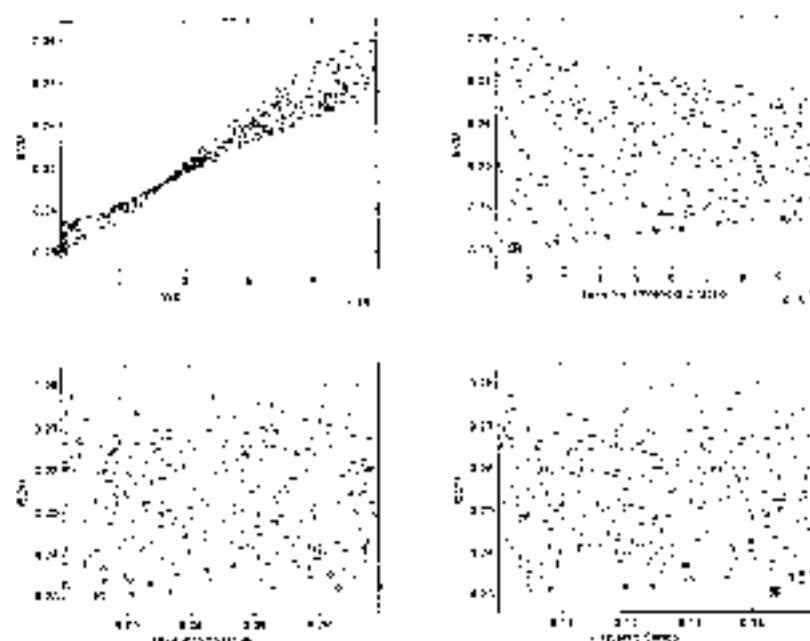


Figura A-89 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

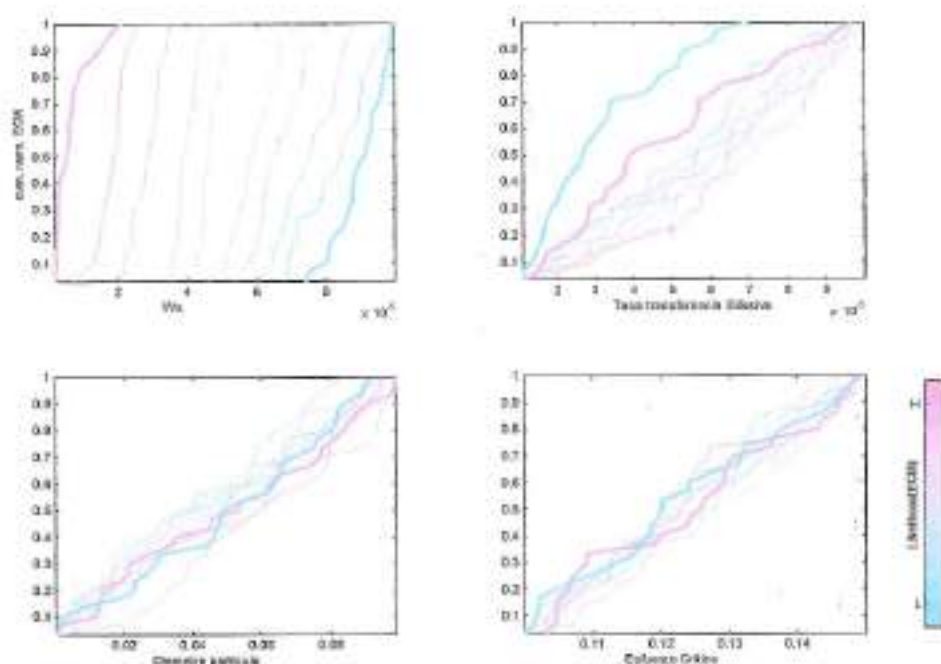


Figura A- 90 Diagrama de Sensibilidad Regional

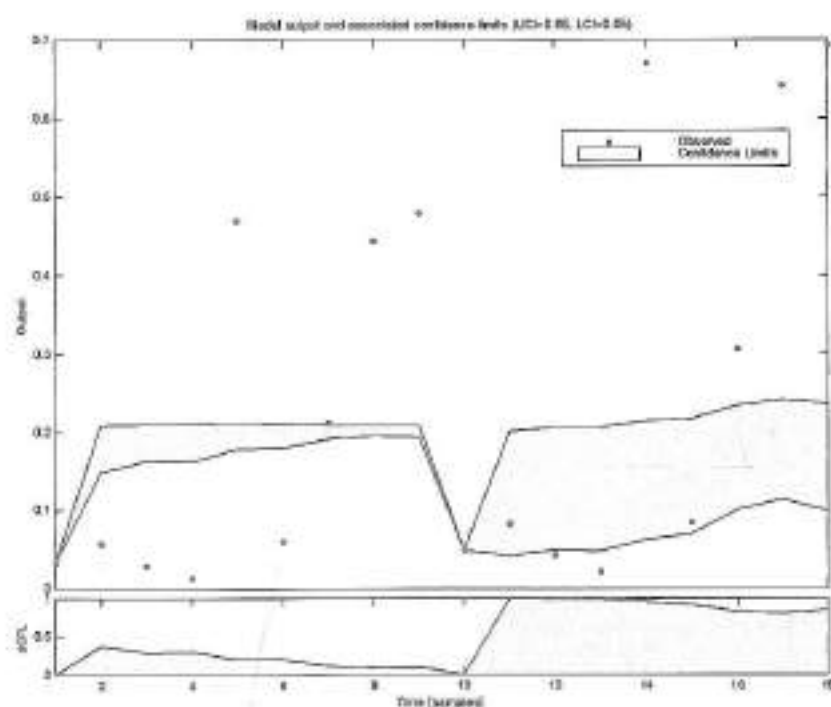


Figura A- 91 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.7 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO DE SHIELDS

A-1.7.1 Análisis Campaña 4

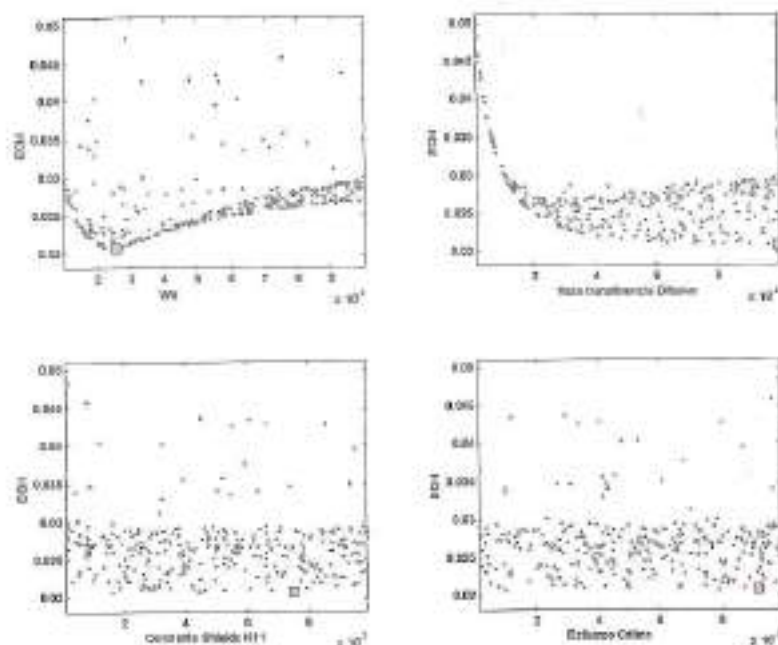


Figura A- 92 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

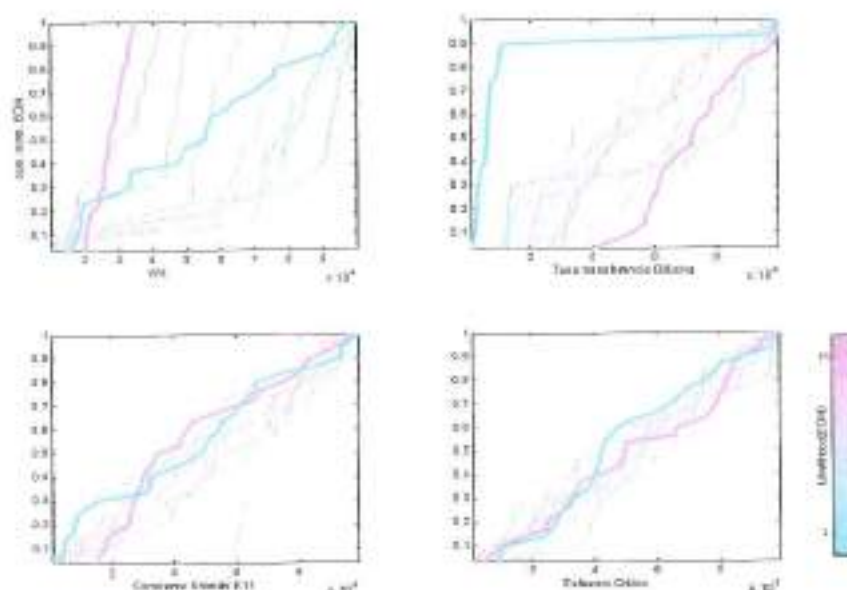


Figura A- 93 Diagrama de Sensibilidad Regional

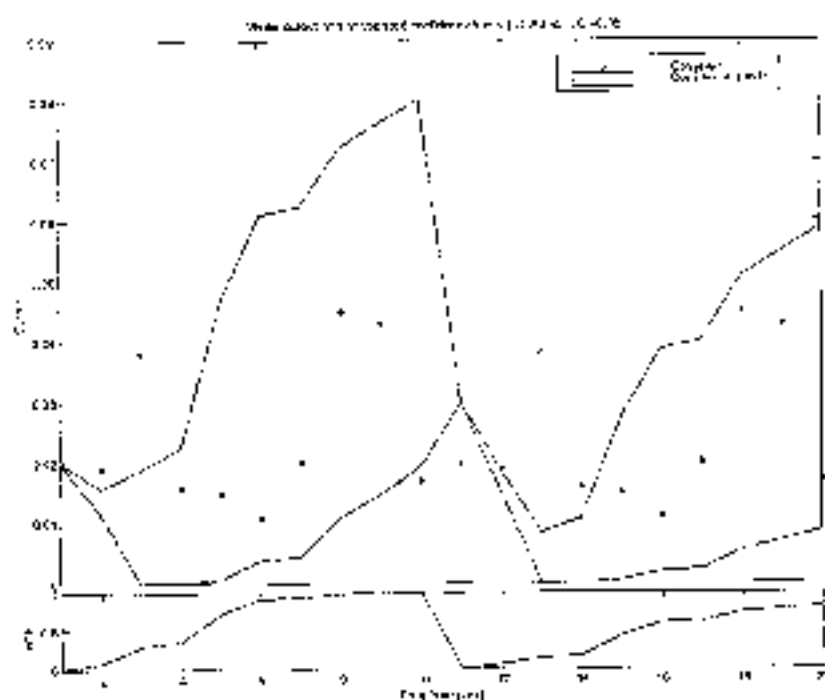


Figura A- 94 Gráfica de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1 7.2 Analisis Componente

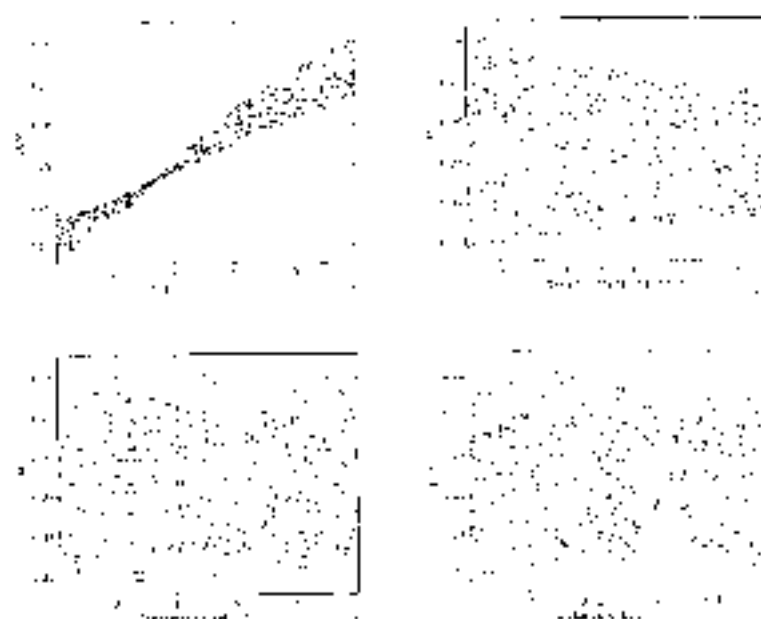


Figura A- 95 Se muestran la distribución del error cuadrático medio para los parámetros

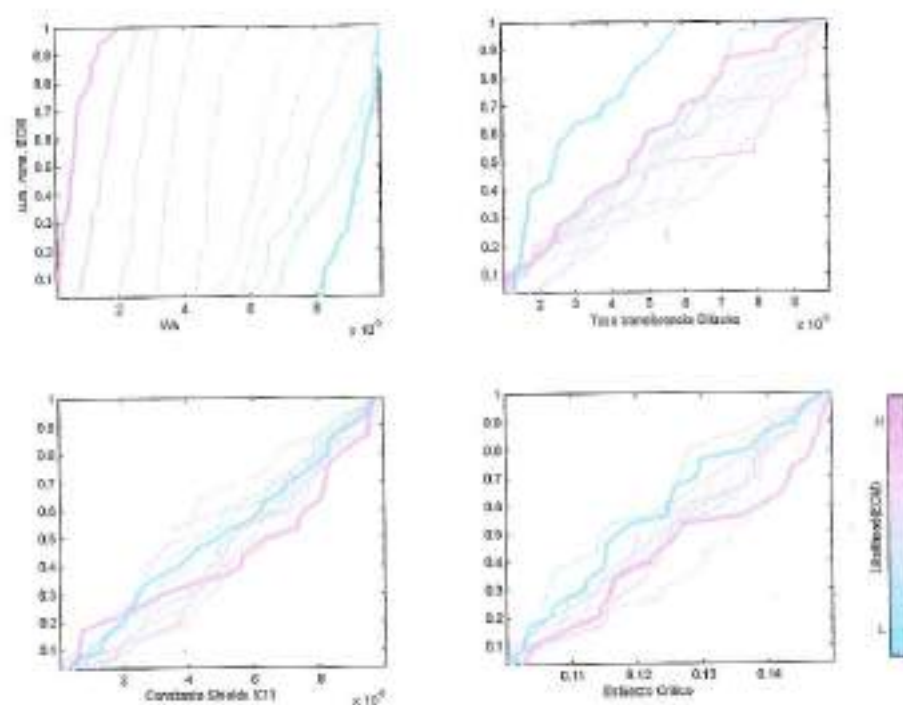


Figura A- 96 Diagrama de Sensibilidad Regional

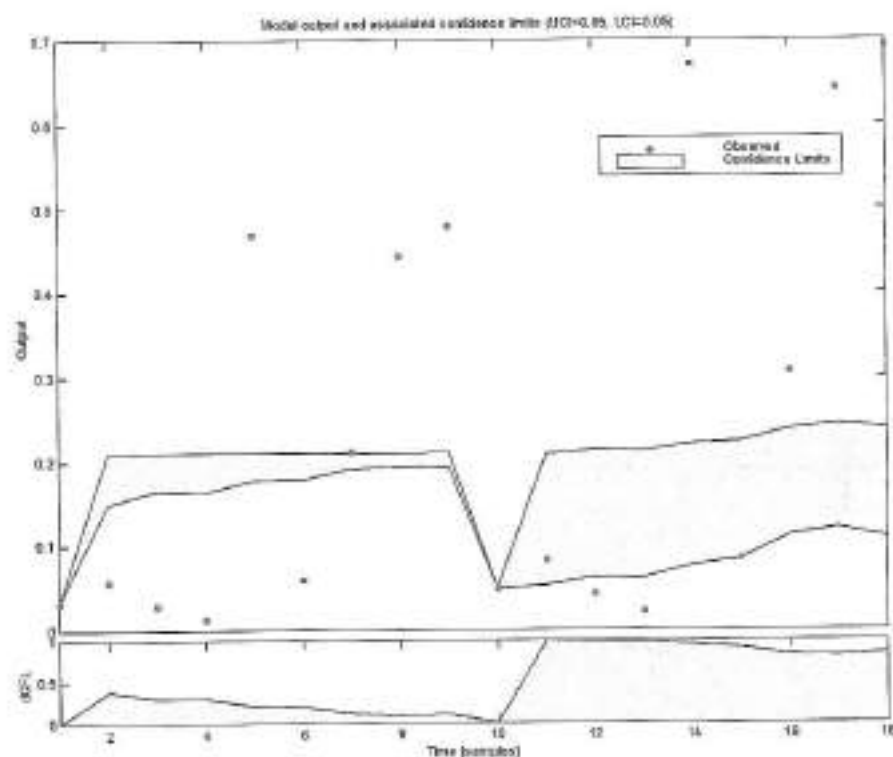


Figura A- 97 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.8 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO DE ENFOQUE EN PENDIENTE DE ENERGÍA

A-1.8.1 Análisis Campaña 4

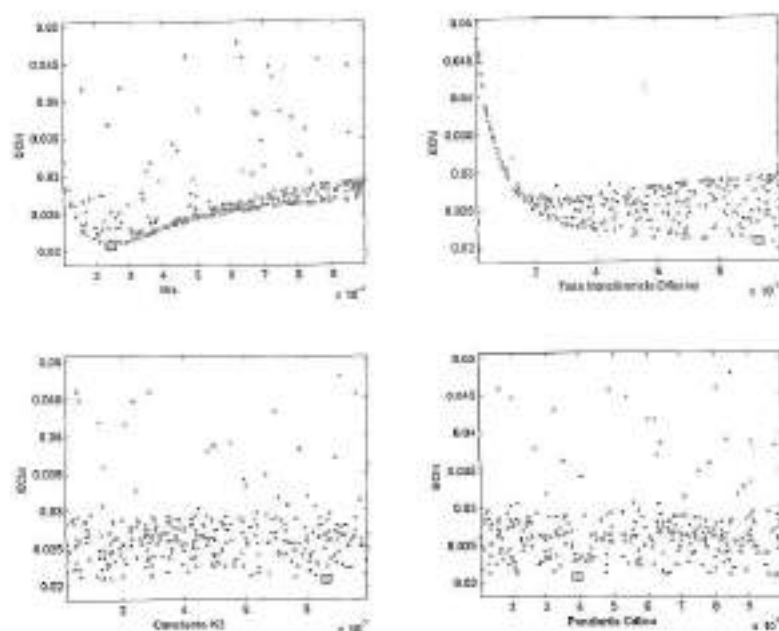


Figura A- 98 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

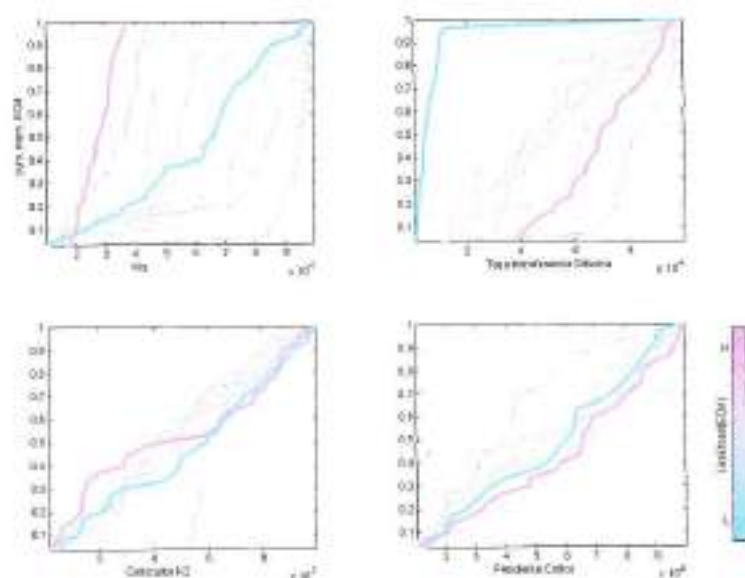


Figura A- 99 Diagrama de Sensibilidad Regional

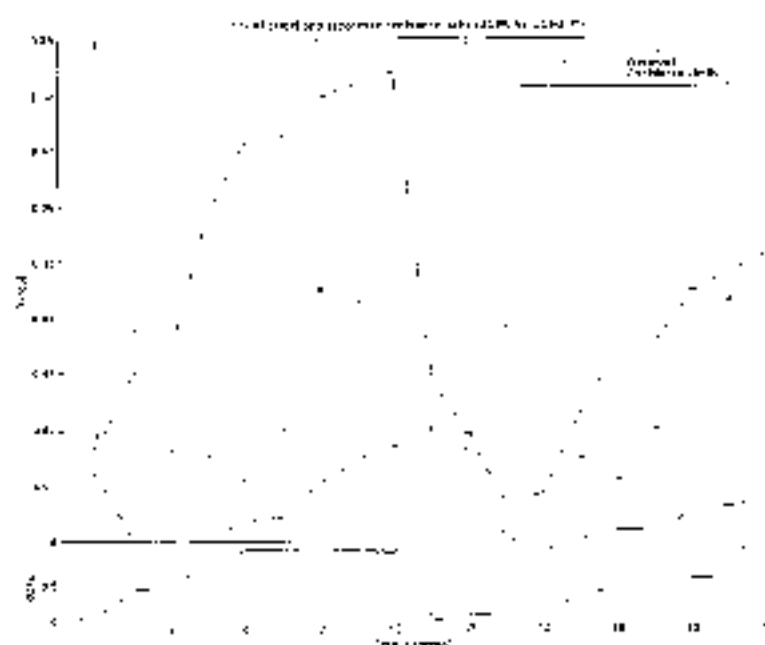


Figura A- 100 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.8.2 Análisis Gráfico 2

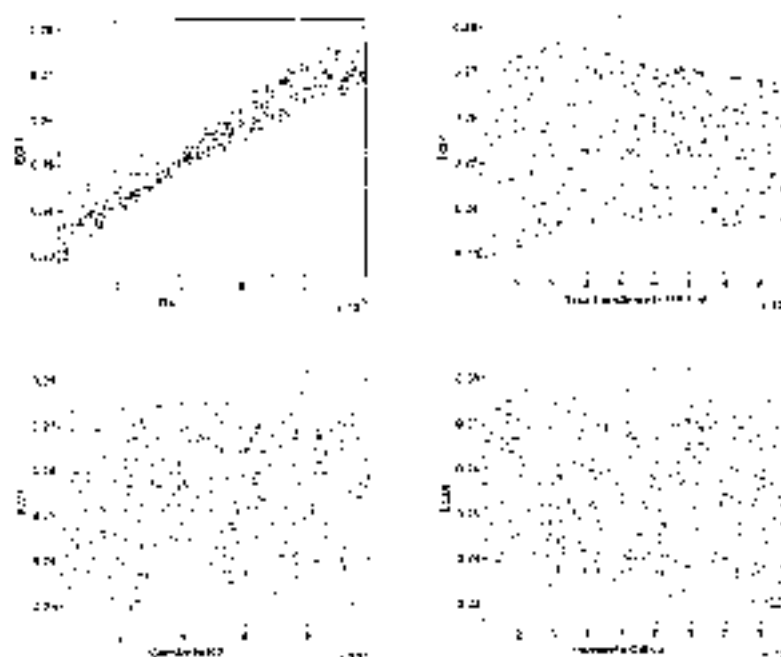


Figura A- 2501 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

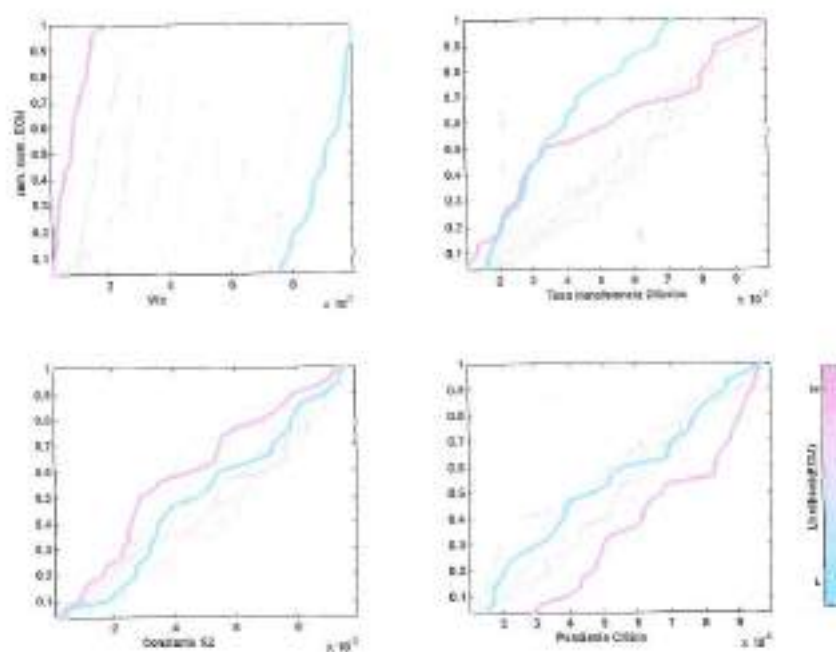


Figura A- 102 Diagrama de Sensibilidad Regional

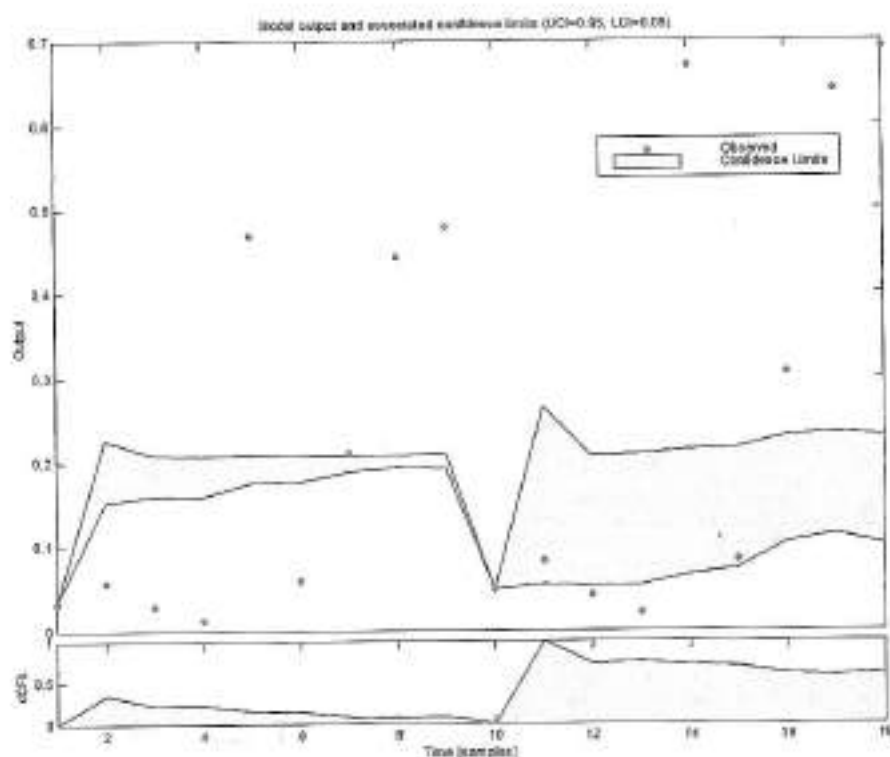


Figura A- 1026 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.9 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO DE ENFOQUE EN VELOCIDAD

A-1.9.1 Análisis Campaña 4

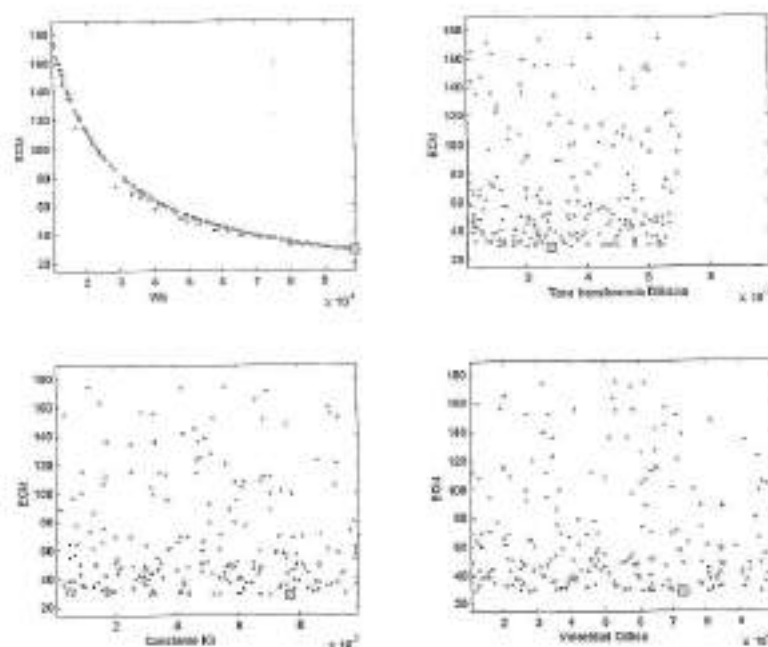


Figura A- 2704 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

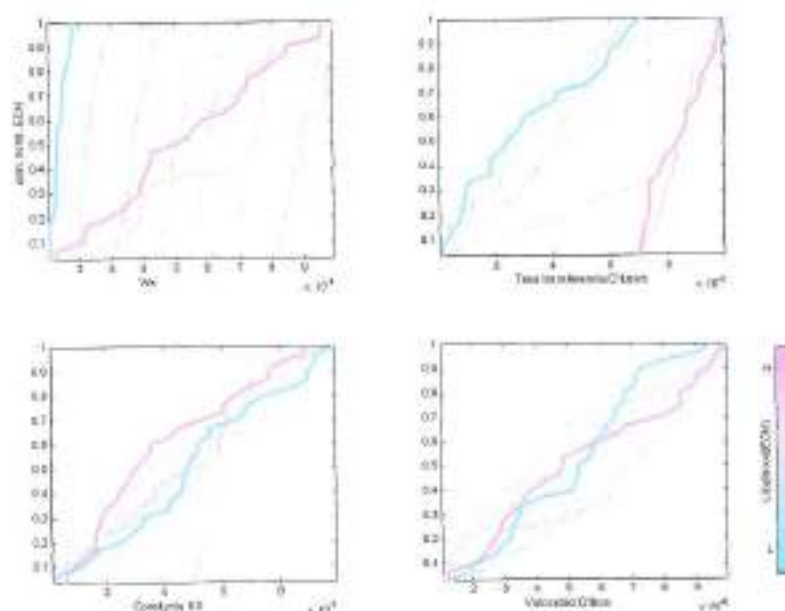


Figura A- 28 Diagrama de Sensibilidad Regional

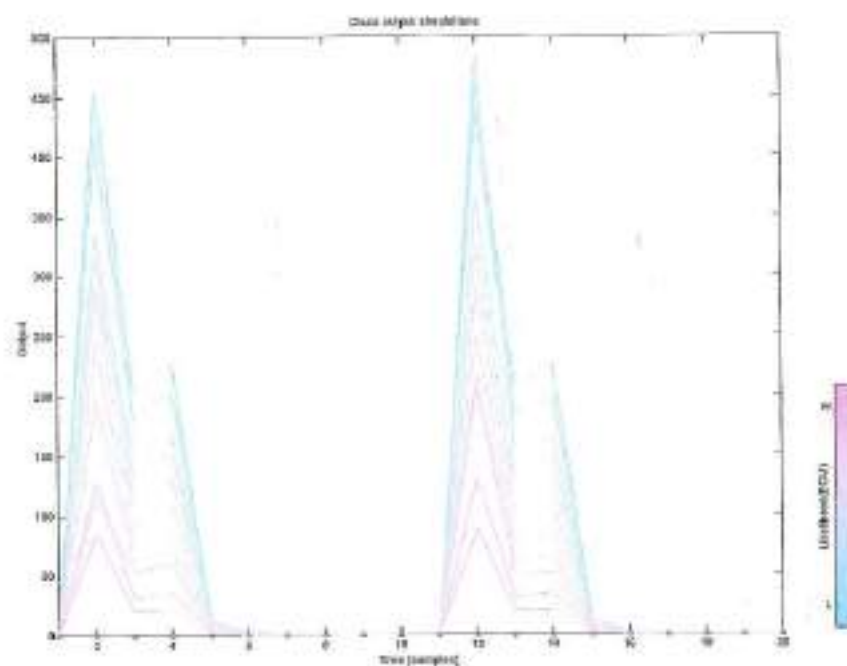


Figura A- 105 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.9.2 Análisis Campaña 5

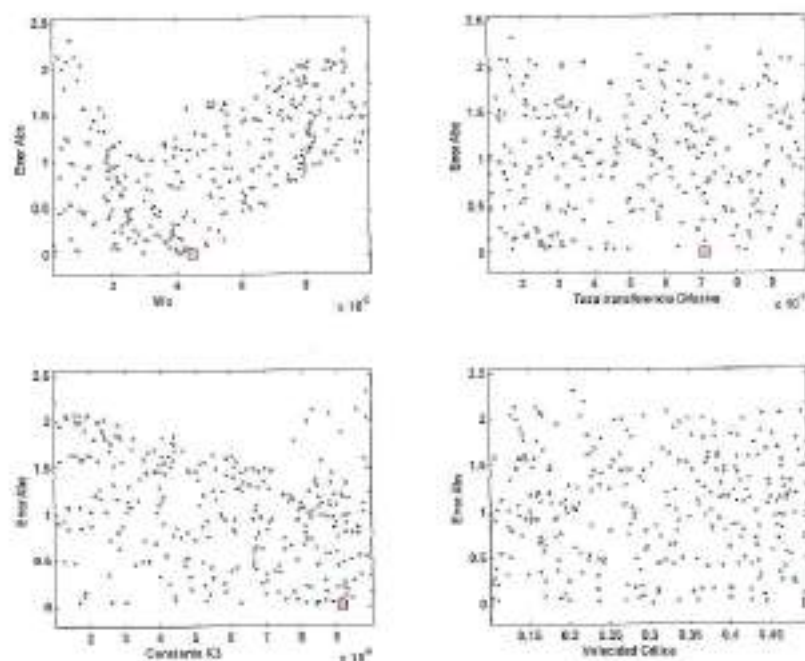


Figura A- 106 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

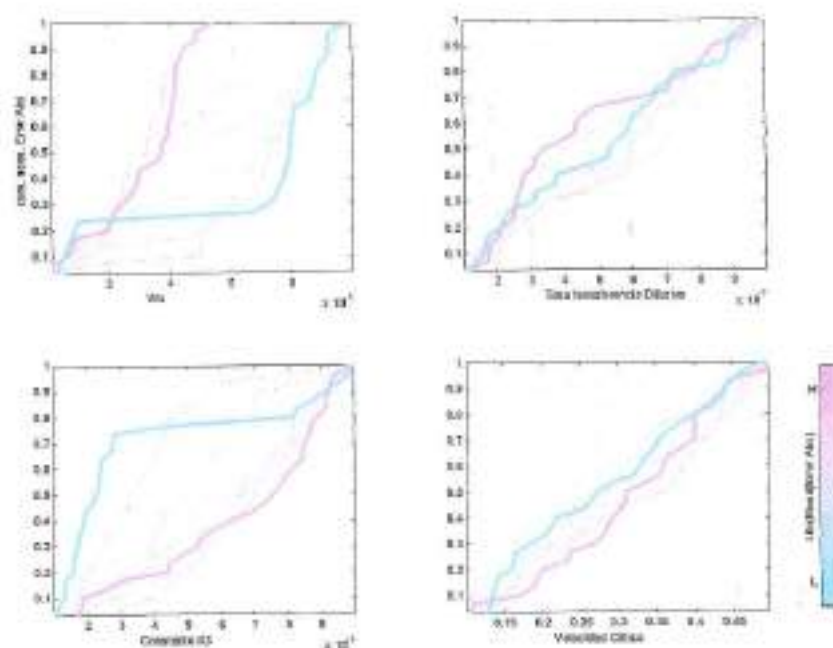


Figura A- 107 Diagrama de Sensibilidad Regional

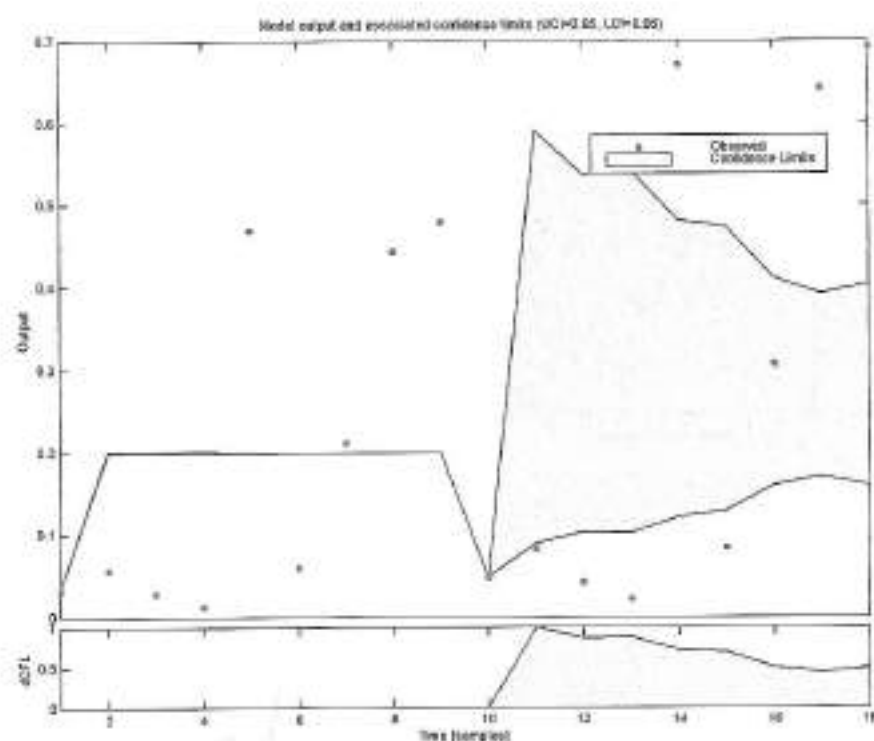


Figura A- 108 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.10 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO DE ENFOQUE EN CAUDAL

A-1.10.1 Análisis Campaña 5

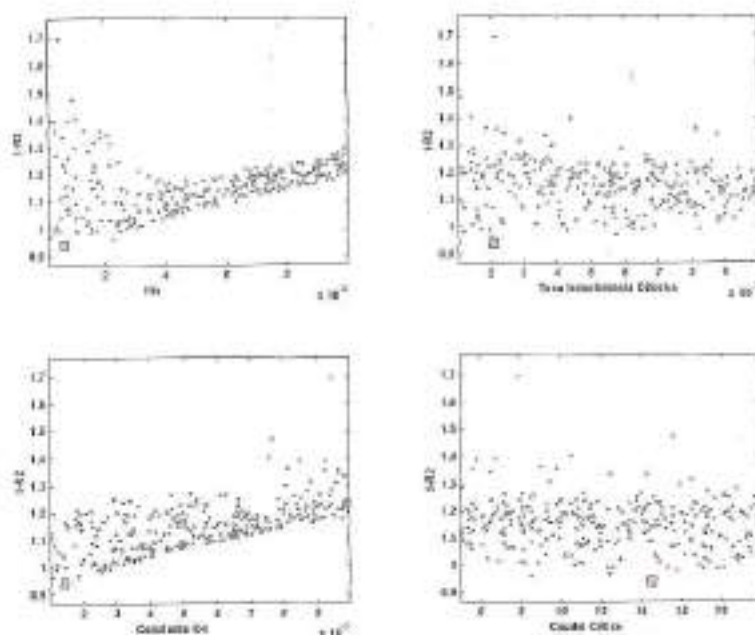


Figura A- 2009 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

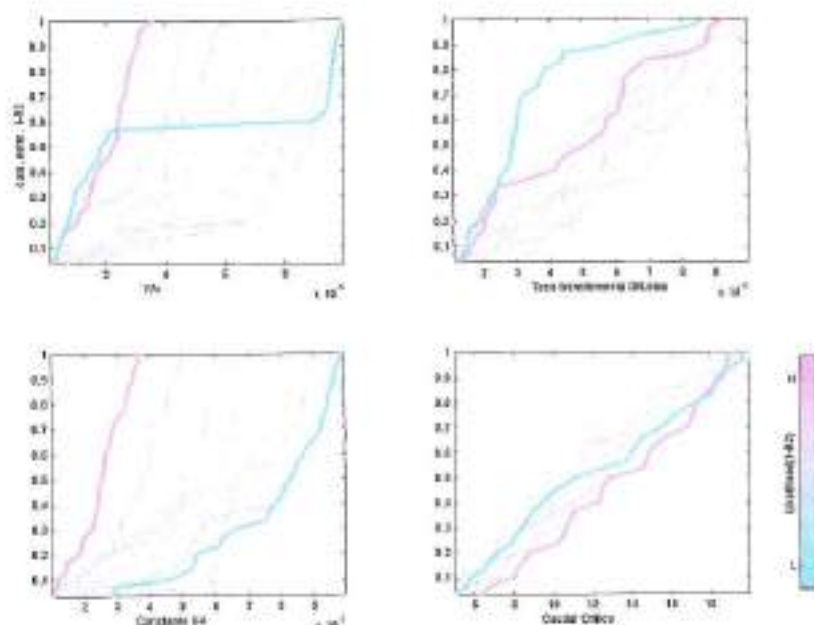


Figura A- 110 Diagrama de Sensibilidad Regional

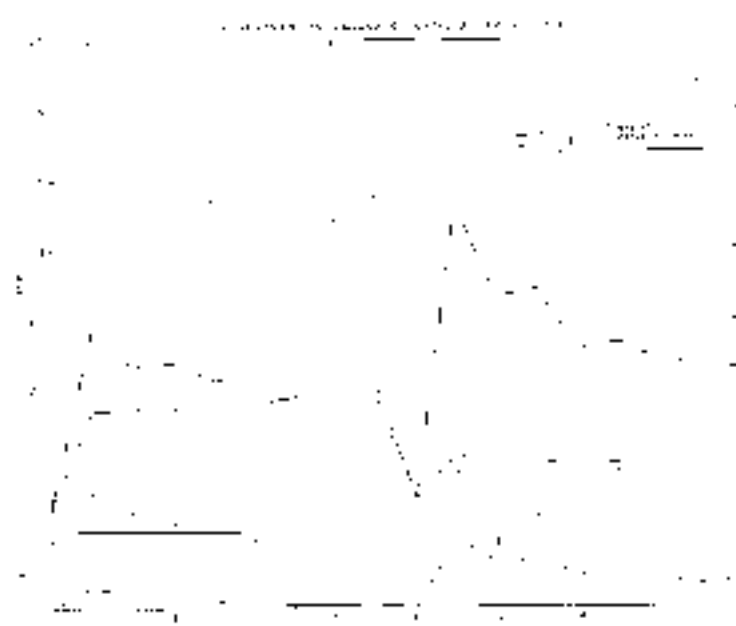


Figura A-111 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.11 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO DE ENFOQUE EN POTENCIA DE CORRIENTE

A-1.11.2 Análisis Campaña 4

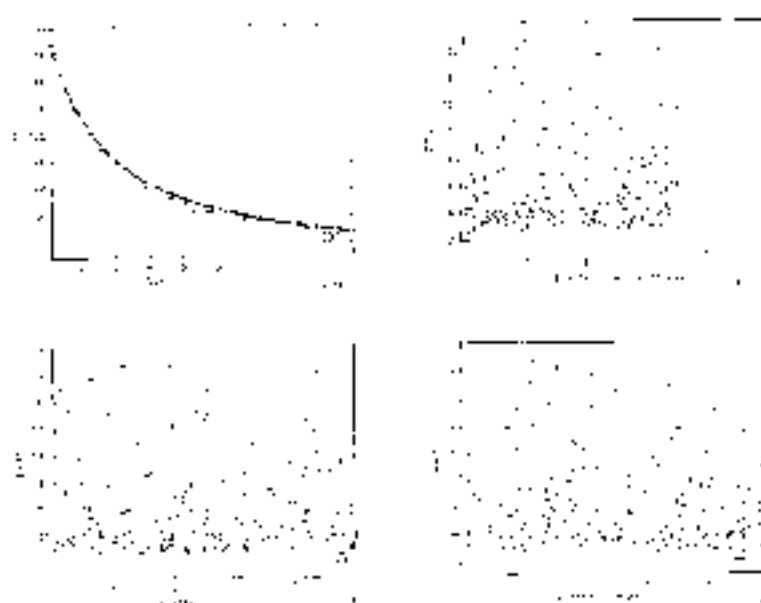


Figura A-1012 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

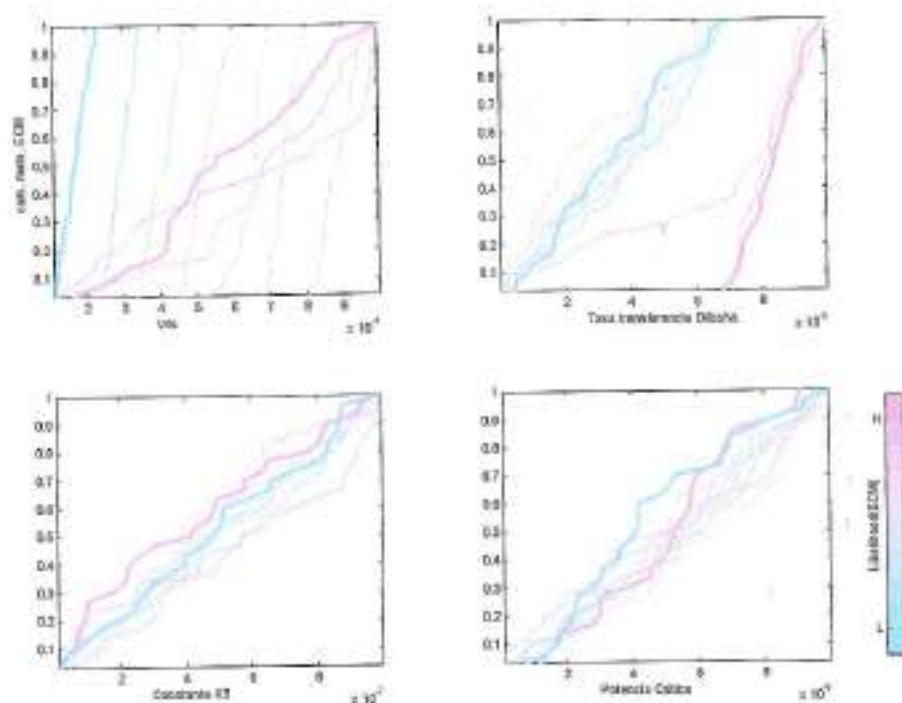


Figura A- 113 Diagrama de Sensibilidad Regional

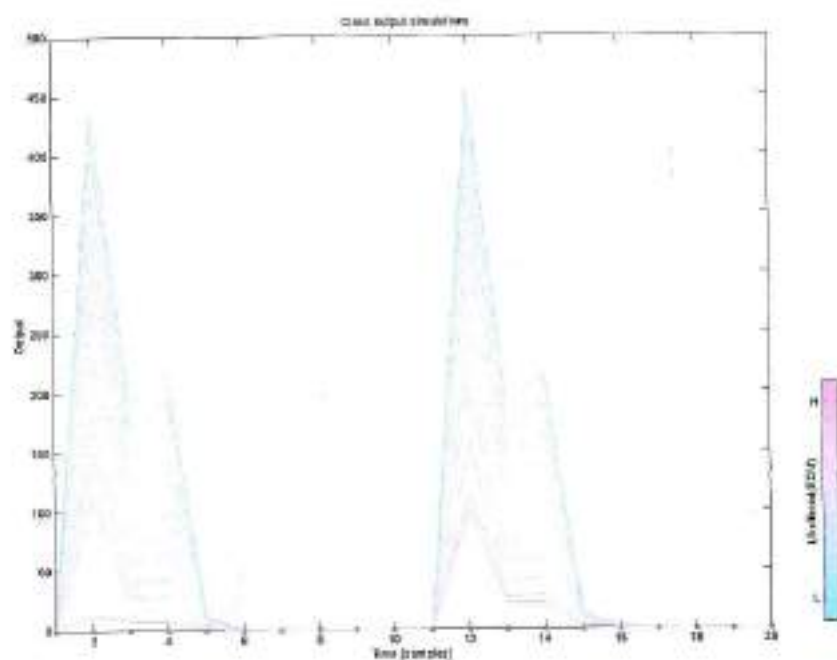


Figura A- 114 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.11.2 Análisis Campaña 5

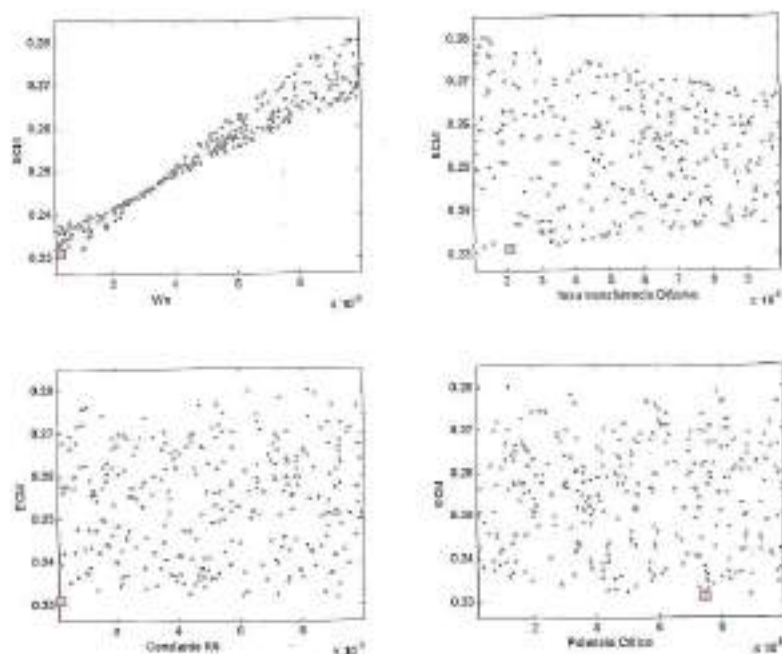


Figura A- 3115 Se muestran la distribución del Error cuadrático medio para los parámetros

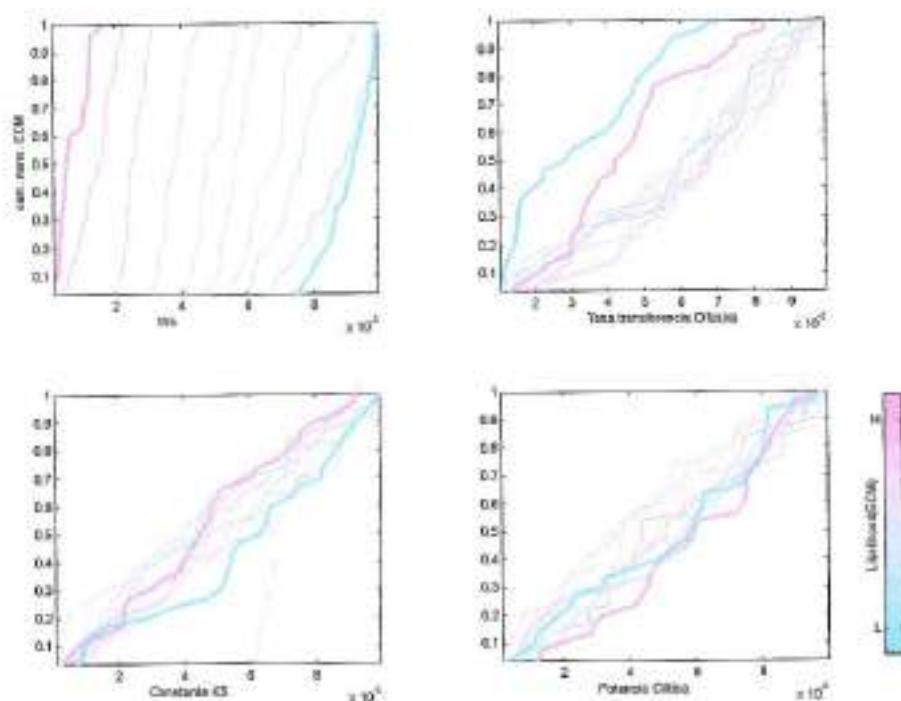


Figura A- 116 Diagrama de Sensibilidad Regional

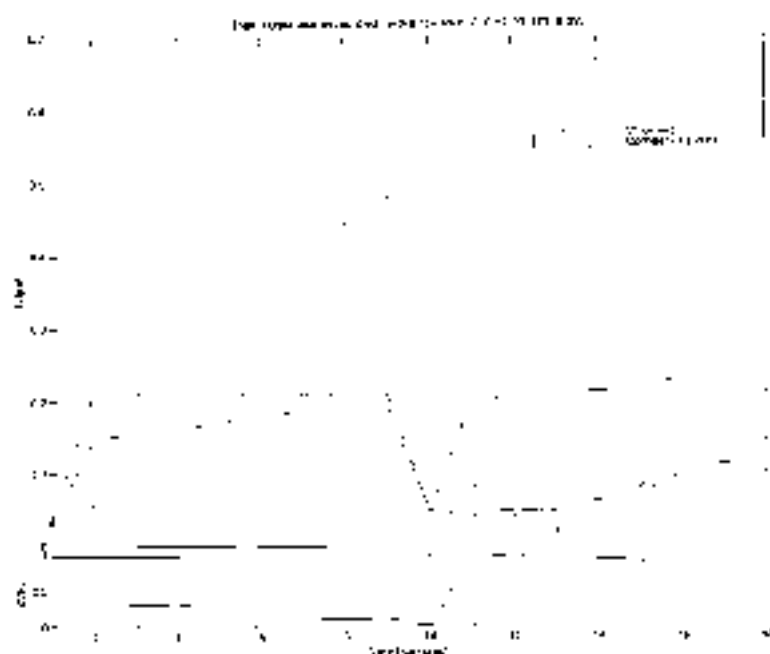


Figura A- 117 Banda de Confianza de incertidumbre del modelo

A-1.12 ESCENARIOS DE CALIBRACIONES PARA MODELO DE MBITA-PARTIENIADES (MODELO DOS ZONAS)

A-1.12.1 Análisis Campana 5

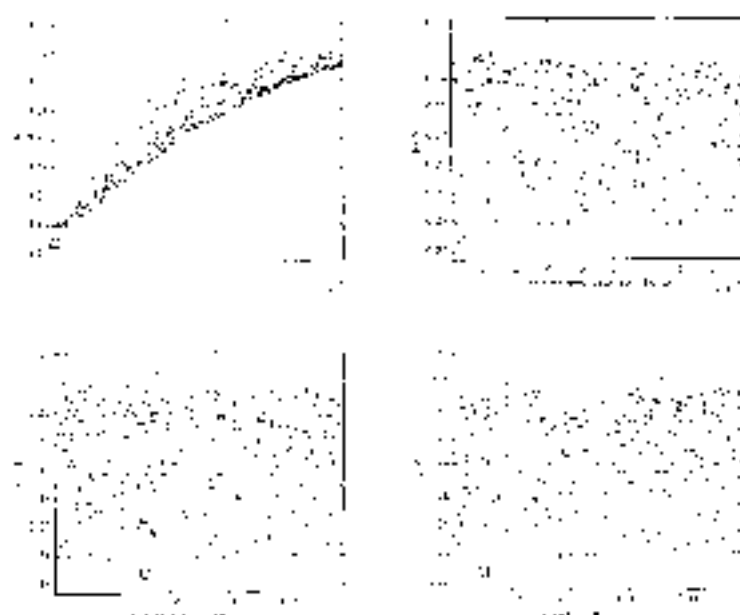


Figura A- 118 Se muestran la distribución del Error Cuadrático model para los parámetros

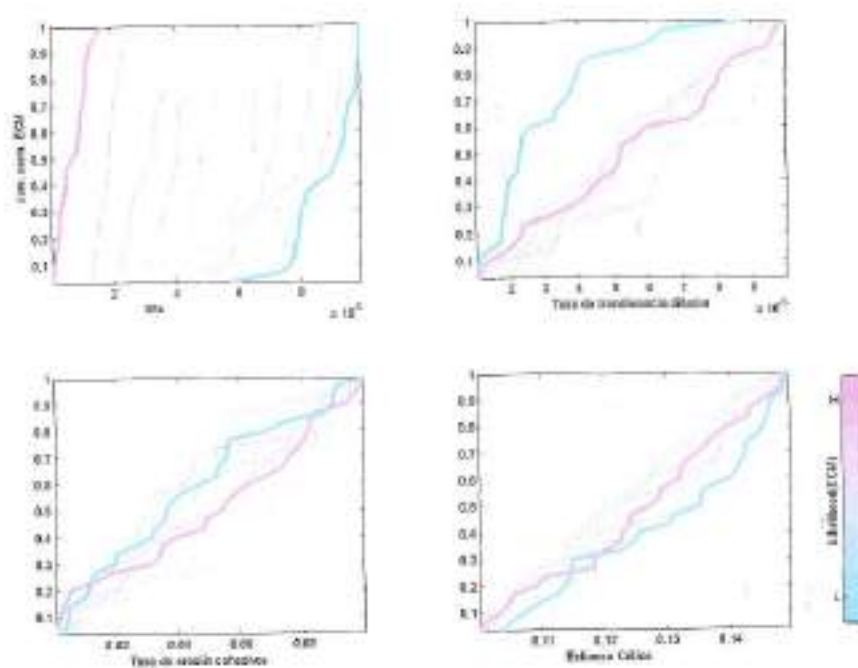


Figura A- 119 Diagrama de Sensibilidad Regional

A-2 ANEXO 2

ALGORÍTMOS IMPLEMENTADOS EN MATLAB

A continuación se presentan los algoritmos realizados para los dos modelos, se presentan los archivos en orden de jerarquía, el archivo de la simulaciones de montecarlo, la función que hace el tránsito de sedimentos *TransSedimentos*, la función que hace el tránsito instantáneo *AdeSed*, las funciones de capacidad de transporte *Creg* y *Clecho* y la subfunciones respectivas.

A-2.1 ALGORITMOS PARA MODELO DE UNA ZONA

A-2.1.1 Archivo de Simulación de Montecarlo

```
%TRANSITO COMPLETO DE SEDIMENTOS Baguelund-Kanooen, versión 1

%Datos del río
load obs;
load xobs; %Ubicación datos observados [m]
obs=[obs(1:7);obs(9:11)];
xobs=[xobs(1:7);xobs(9:11)];

load x; %Longitud tramo río [m]
load A.txt; %Área [m²]
load Qb; %Caudal base [m³/s]

t=[0:2000:10000]'; %Tiempo de registro [seg]
Ac=A(:,1:6); %Geometría [m²]
Qc=Qb*ones(29,6); %Caudal [m³/s]

load q; %Descargas puntuales [m³/s]
load Cext; %Concentraciones descargas puntuales [kg/m³]
load Cprom;

n=0.03; %Coeficiente de Manning [s/m]
S=0.00006; %Pendiente [m/m]
B=34.35; %Ancho del canal [m]

%Datos del sedimento
op=1; %Opción de carga de lecho
kb=0.09; %Constante ecuación transporte de Baguelund
ws=0.001; %Velocidad de sedimentación [m/s]
tc=0.2; %Esfuerzo cortante crítico [kg/m²]
Phi=1-.467; %Porosidad
dp=0.01; %Diámetro medio de partículas [m]
Sr=2.0; %Peso relativo sedimento [kg/kg]

%Tramos a calcular
N=200;

%Condiciones iniciales y frontera
Cinicial=[obs(1,1);Cprom*ones(10,1);Cprom*ones(8,1)];
Cfrontera=[obs(1,1)*ones(1,2),obs(1,1)*ones(1,2),obs(1,1)*ones(1,2)]';

so=[ones(50,1);ones(50,1);ones(50,1)];

Iter=500;

R1=zeros(Iter,1);
ECMI=zeros(Iter,1);
EAbal=zeros(Iter,1);
EPicoi=zeros(Iter,1);
Vmaxi=zeros(Iter,1);
Conc=zeros(Iter,length(obs));
```

```

val=(0.001-0.00001)*rand(Iter,1)+0.00001;
dl=(0.001-0.00001)*rand(Iter,1)+0.00001;

%Concentraciones de Suspendidos

for sim=1:Iter

[Cl,xl,Xl,Tl,Cel,Ql]=TransSedimentos12(x,t,Qo,Ao,S,B,n,q,Cext,wsl(sim),tc,Phi,dl(sim),Ss,W,C
inicial,Cfrontera,zo,kk,opc);

Conc(sim,:)=Simulados(Cl,Xl,xobs)';

Rl(sim)=1-Correlacion(Conc(sim,:)',obs);
ECMl(sim)=ErrorQuad(Conc(sim,:)',obs);
EAbel(sim)=abs(sum(obs-Conc(sim,:))');
EPicol(sim)=abs(max(obs)-Conc(sim,find(obs==max(obs))))';
Vmaxl(sim)=max(Conc(sim,:));

plot(xobs,obs,'o',Xl,Cl(:,length(Cl(1,:))-1),'-');
pause(0.01);

sim
end

para=[wsl dl]; % MC parameter matrix [no. of sims x no. of para]
crit=[Rl ECMl EAbel EPicol]; % MC criteria matrix [no. of sims x no. of criteria]
vars=[Vmaxl]; % Valor máximo simulado
mot=Conc; % MC output time-series matrix [no. of sims x no. of samples]
obs=obs; % observed time-series vector [no. of samples x 1]
id='Calibración con Método de Engelman-Ransen Campaña 1'; % descriptor [string]
ptr=str2mat('Ws', 'Distribución partición'); % parameter names [string matrix - use str2mat to
create]
cstr=str2mat('1-Rl', 'ECM', 'Error Ab', 'Error al max'); % criteria names [string matrix - use
str2mat to create]
vstr=str2mat('Valor maximo');
mcat(para,crit,vars,mot,[],obs,id,ptr,cstr,vstr,[],xobs);

save para1 para
save crit1 crit
save mot1 mot
save var1 vars
save obs1 obs
save id1 id
save ptr1 ptr
save cstr1 cstr
save vstr1 vstr

```

A-1.1.2 Archivo de la Función TransSedimentos

STRUMENTO COMPLETO DE SEDIMENTOS

```

function
[Conc,xl,xo,X,T,Ce,Q]=TransSedimentos12(x,t,Qo,Ao,S,B,n,q,Cext,ws,tc,Phi,d,Ss,W,Cinicial,C
frontera,zo,kk,opc)

%Cálculo de dx y dt
L=x(length(x));

dx=L/N;

v=max(max(Qo))/min(min(Ao));

dt=dx/v;

%Intervalos de simulación
tfinal=t(length(t));

Ttotal=round(Tfinal/dt);

%Concentraciones para todo tiempo y espacio

```

```

Conct=zeros(N,Ttotal);
zlecho=zeros(N,Ttotal);

Conct(1:N,1)=interp1q(x,Cinicial,[1:N]'*dx); %Condiciones Iniciales Zona A
Conct(1,1:Ttotal)=interp1q(t,Cfrontera,[1:Ttotal]'*dt); %Condición de frontera aguas arriba
zlecho(:,1)=interp1q(x,zo,[1:N]'*dx); %Nivel inicial lecho

%ajustes por tamaño
A=interp1q(x,Ao,[1:N]'*dx); %ajuste de Areas
A=interp1q(t,A',[1:Ttotal]'*dt);
Q=Caudal(Qo,q,length(q),length(Qo(1,:)));

q=UbicaCarga(q,x,[1:N]'*dx);
Cext=UbicaCarga(Cext,x,[1:N]'*dx); %ajuste cargas externas

Q=interp1q(x,Q,[1:N]'*dx); %ajuste de Caudales
Q=interp1q(t,Q',[1:Ttotal]'*dt);

h = waitbar(0,'Tránsito de sedimentos');

%Tránsito de Concentraciones
for k=1:Ttotal-1
    waitbar(k/(Ttotal-1));

    [Conct(:,k+1),Ce]=ADESed12(Q(:,k:k+1),A(:,k:k+1),ws,d,Phi,n,S,ss,B,tc,Conct(1,k+1),Conct(:,k),q,Cext,L,dx,dt,kk,opc);

    zlecho(:,k+1)=VariacionLecho(ws,Phi,Conct(:,k),Ce(:,1),dt,zlecho(:,k),ss);

    %Esfuerzo cortante actual
    v=Q(1,1)./A(1,1);
    esf=power(v*n/power(S,1/2),1.5);

    %Velocidades de sedimentación o resuspensión
    Wsed=Wsedim(Conct(3,k),Ce(1,1),ws,esf);

    x=[1:N]*dx;Ce=Cell(Q(1,1),A(1,1),d,n,S,ss,B);
    plot([1:N]*dx,Conct(1:N,1:k),'-',[1:N]*dx,(Conct(1,k+1)-Ce)*exp(-Wsed*B/Q(1,1)*x)+Ce,'-');
    xlabel('Longitud [m]');
    ylabel('Concentración Mg/m³');
    pause(0.1)
end
T=[1:Ttotal]'*dt;
X=[1:N]'*dx;

close(h);

```

A-2.1.2 Archivo de la Función AdeSed

%FUNCIÓN QUE TRANSITA UN SEDIMENTO EN UN INTERVALO DE TIEMPO (Xaquerra implícito)

```

function [Csale,Ce]=ADESed12(Q,A,ws,d,Phi,n,S,ss,B,tc,Ctt,Cinicial,q,Cext,L,dx,dt,kk,opc)

%Tramo
N=round(L/dx);

M=zeros(N,N,2);

%Concentración de régimen del río (equilibrio dinámico)
Ce=Creg(Q,A,d,n,S,ss,B,ws,tc,kk,opc);

%Esfuerzo cortante actual

```

```

v=Q./A;

esf=power(v*n/power(S,1/2),1.5);

%Velocidades de sedimentación o resuspensión

Wsed=(Wsedin(Cinicial,Ce(:,1),ws,esf(:,1)),Wsedin(Cinicial,Ce(:,2),ws,esf(:,2)));

%Matriz M
l=0.5; %l=0 explícito, l=1 implícito
teta=[1-l,1];

for t=1:2 % Matriz C, 2 Matriz E+1

A1=diag(teta(t)*dt*Q(:,t)*power(-1,t+1),-1);
A2=diag(dx*A(:,t)-teta(t)*(dt*Q(:,t)+Wsed(:,t)*dx*B.*ones(N,1)*dt)*power(-1,t+1));
A3=diag(-teta(t)*dt*Q(:,t)/2*power(-1,t+1),1);

M(2:N-1,:,t)=A1(2:N-1,1:N)+A2(2:N-1,1:N)+A3(2:N-1,1:N);

end

Sol=zeros(N-2,1);

Sol=M(2:N-1,:,1)*Cinicial+(Wsed(2:N-1,1)*dx*B.*Ce(2:N-1,1)*dt)*teta(1)+(Wsed(2:N-1,2)*dx*B.*Ce(2:N-1,2)*dt)*teta(2)+dt*q(2:N-1).*Cext(2:N-1);

Sol(1)=Sol(1)-Ctt*M(2,1,2); %Condición de frontera aguas arriba

M(N-1,N-1,2)=M(N-1,N-1,2)+M(N-1,N,2); %Condición de frontera aguas abajo Ce=Ce-1

Cs=inv(M(2:N-1,2:N-1,2))*Sol; %Solución Concentraciones finales 2 a (N-1)

Csale=[Ctt;Cs;Cs(N-2)];
    
```

A-2.1.3 Archivos de la Funciones de cargas totales

```

%CÁLCULO DE LA CONCENTRACIÓN DE REGÍMEN SEGÚN ECUACIÓN DE TRANSPORTE

%Concentración equilibrio dinámico

Function [C]=Creg(Q,A,d,n,S,ss,S,ws,tc,x,opc)

if opc==1
    C=Cel1(Q,A,d,n,S,ss,B); %Engelund-Hansen
end

if opc==2
    C=Cel2(Q,A,d,n,S,ss); %Ackers-White
end

if opc==3
    C=Cel3(Q,A,d,n,S,ws,k); %Bagnold
end

%FUNCIÓN QUE CÁLCULA LA CONCENTRACIÓN DE REGÍMEN DEL RÍO

function [Cs]=Cel1(Q,A,d,n,S,ss,B) %Ecuación Engelund-Hansen (1967) [kg/m3]

%velocidades flujo, corte

v=Q./A;

R = power(v.*n/power(S,0.5),1.5);

T=1000*R*S;
    
```

%Concentración

$Cs = 0.05 * v * v * \text{power}(d/9.81 / (ss-1), 1/2) * \text{power}(T/d/1000 / (ss-1), 3/2) * 1000 * ss ./ Q * B;$

%FUNCIÓN QUE CALCULA LA CONCENTRACIÓN DE RÉGIMEN DEL RÍO

function [Cs]=Cs12(Q,A,d,n,S,Se) %Ecuación Ackers-White (1973) [kg/m3]

%velocidades flujo, corte

$v = Q ./ A;$

$R = \text{power}(v * n / \text{power}(S, 0.5), 1.5);$

$T = 9.81 * 1000 * R * S;$

$U = \text{power}(T/1000, 1/2);$

%diámetro adimensional de partículas

$vis = 0.000001139;$

$dg = d * \text{power}(9.81 * (ss-1) / \text{power}(vis, 2), 1/3);$

%coeficientes v,n,A,m

if dg > 60

$cm = 0.025;$

$n = 0;$

$A = 0.17;$

$m = 1.5;$

else

$cm = \text{power}(10, 2.86 * \log_{10}(dg) - \text{power}(\log_{10}(dg), 2) - 3.53);$

$n = 1 - 0.56 * \log_{10}(dg);$

$A = 0.23 / \text{power}(dg, 1/2) + 0.14;$

$m = 9.66 / dg + 1.34;$

end

%Número de Mobilidad

$Fg = \text{power}(U, n) / \text{power}(9.81 * d * (ss-1), 1/2) * \text{power}(v ./ \text{power}(32, 1/2) ./ \log_{10}(10 * R / d), 1-n);$

%Concentración

$Cs = cm * ss * d ./ R * \text{power}(v ./ U, n) * \text{power}(Fg ./ A - 1, m) * 1000; \quad \% [kg/m3]$

%FUNCIÓN QUE CALCULA LA CONCENTRACIÓN DE RÉGIMEN DEL RÍO

function [Cs]=Cs13(Q,A,d,n,S,vs,k) %Ecuación Wagneld (1992) [kg/m3]

%velocidades flujo, corte

$v = Q ./ A;$

$R = \text{power}(v * n / \text{power}(S, 0.5), 1.5);$

%Constantes

$m = 0.92;$

%Concentración

$Cs = k * \text{power}(\text{power}(v, 3) ./ R ./ vs, 0.92); \quad \% [kg/m3]$

%FUNCIÓN QUE CALCULA LA CONCENTRACIÓN DE RÉGIMEN DEL RÍO

function [Cs]=CsLane(Q,d,S,K) %Ecuación Adaptada de Lane [kg/m3]

$Cs=K*Q/d^3s$;

FUNCION QUE CALCULA LA CONCENTRACION DE CARGA DE FONDO-MEDIANTE RIO

function [Cs]=Cs5(Q,A,d,n,s,ss,tc,B,M) %Ecuación de Kothiyeh (1974), Hunt-Mehta (1985),
Panchura-Mehta (1983).

% en [kg/s/m2]

%Flujo, radio, constante

$v=Q./A$;

$R=power(v^n/power(s,0.5),1.5)$;

$t=1000*R*s$;

for i=1:length(Q)

if t(i)>tc

Cs(i) = M*(t(i)/tc-1);

else

Cs(i)=0;

end

end

Cs=Cs';

A-2.2 ALGORITMOS PARA MODELO DE DOS ZONAS

A-2.2.1 Archivo de Simulación de Montecarlo

PROGRAMA COMPLETO DE SEDIMENTOS POR ZONAS

%Datos del Rio

load obsA

load obsB;

load xobs; %Ubicación datos observados [m]

load x; %longitud tramo río [m]

load A.txt; %áreas [m2]

load Qb; %caudal base [m3/s]

t=[0:4000:20000]'; %Tiempo de registro [seg]

Ao=A(:,1:6); %Geometría [m2]

Qo=Qb*ones(29,6); %caudal [m3/s]

load q; %Descargas puntuales [m3/s]

load Cext; %Concentraciones descargas puntuales [kg/m3]

load CpromA;

load CpromB;

n=0.03; %Coeficiente de Manning

S=0.00006; %Pendiente [m/m]

B=31.317; %Ancho del canal [m]

%datos del sedimento

opc=1; %Opción de carga de lecho

Sc=.000001; %Pendiente crítica Rc Pendiente

vc=0.05; %Velocidad crítica Rc Velocidad

Qc=3; %caudal crítico Rc Caudal

vcSc=0.000001*.05;%Potencia crítica Rc Potencia

K1=1;

K11=1;

```

K2=1; %Coeficiente de movilidad B0 Pendiente
K3=1; %Coeficiente de movilidad B0 Velocidad
K4=1; %Coeficiente de movilidad B0 Canal
K5=1; %Coeficiente de movilidad B0 Potencia

ws=0.01; %Velocidad de sedimentación [m/s]
tc=0.09; %Reserva constante crítica [kg/m2]
Phi=0.2; %Porosidad [m3/m3]
ds=0.06; %Diámetro medio de partículas [mm]
ss=2.65; %Peso relativo sedimento [kg/kg]
k=0.05; %Tasa de transferencia a la zona suspendida [m/s]
P=0.8; %Factor de proporción de la zona suspendida

%Simulas a calcular
N=50;

%Condiciones iniciales y fronteras
CinicialA=[obsA(1,1); CpromA*ones(10,1); CpromA*ones(10,1); CpromA*ones(8,1)];
CfronteraA=[obsA(1,1)*ones(1,2), obsA(1,1)*ones(1,2), obsA(1,1)*ones(1,2)'];

CinicialB=[obsB(1,1); CpromB*ones(10,1); CpromB*ones(10,1); CpromB*ones(8,1)];
CfronteraB=[obsB(1,1)*ones(1,2), obsB(1,1)*ones(1,2), obsB(1,1)*ones(1,2)'];

so=[ones(50,1); ones(50,1); ones(50,1)];

Iter=300;

R1=zeros(Iter,1);
ECM1=zeros(Iter,1);
EAbel1=zeros(Iter,1);
EPicool=zeros(Iter,1);
Vmax1=zeros(Iter,1);
Conc=zeros(Iter, length(obsA)+length(obsB));

ws1=(0.0001-0.000001)*rand(Iter,1)+0.000001; %Parametros de Transferencia
k1=(0.0001-0.00001)*rand(Iter,1)+0.00001;
K1=(0.1-0.0001)*rand(Iter,1)+0.0001; %Parametros de la carga lecho fondo
tc=(0.15-0.1)*rand(Iter,1)+0.1;

for sim=1:Iter

[ConcA,ConcB,zlecho,X,T]=TransSedimentosZonas1(x,t,Qo,Ao,s,B,n,q,Cext,ws1(sim),tc(sim),Phi
,d,ss,P,k1(sim),N,CinicialA,CinicialB,CfronteraA,CfronteraB,so,So,ws,Qc,vss,K1(sim),K1,K2,
K3,K4,K5,opc);

Conc(sim,:)= [Simulados(ConcA,X,xobs)', Simulados(ConcB,X,xobs)'];

R1(sim)=1-Correlacion(Conc(sim,:), [obsA;obsB]);
ECM1(sim)=ErrorCuad(Conc(sim,:), [obsA;obsB]);
EAbel1(sim)=abs(sum([obsA;obsB]-Conc(sim,:))');
EPicool(sim)=abs(max(obsA)-Conc(sim,find(obsA==max(obsA)))));
Vmax1(sim)=max(Conc(sim,1:length(obsA)));

subplot(2,1,1),plot(xobs,obsA, 'o',X,ConcA(:,length(ConcA(1,:))-1), '-');
subplot(2,1,2),plot(xobs,obsB, 'o',X,ConcB(:,length(ConcB(1,:))-1), '-');
pause(0.01);

sim
end

para=[ws1 k1 K1 tc]; % MC parameter matrix [no. of sims x no. of para]
crit=[R1 ECM1 EAbel1 EPicool]; % MC criteria matrix [no. of sims x no. of criteria]
vars=[Vmax1]; %Valor máximo simulado
not=Conc; % MC output time-series matrix [no. of sims x no. of samples]
obs=[obsA;obsB]; % observed time-series vectors [no. of samples x 1]
id='Calibración Tres Escala con Modelo de Sedimentación'; % descriptor [string]
petr=str2mat('K1', 'Tasa transferencia difusiva', 'Diámetro partícula', 'Reserva crítica'); % parame
cstr=str2mat('1-EC', 'ECM', 'Error Abs', 'Error Al max Suspendido'); % criteria names [string]
matrix = var str2mat to create]
vstr=str2mat('Valor máximo Suspendido');
scat(para,crit,vars,not,[],obs,id,petr,cstr,vstr,[],[]);

```

```
save parcel para
save crit1 crit
save mot1 mot
save var1 var
save obs1 obs
save id1 id
save pstr1 pstr
save ostr1 ostr
save vstr1 vstr
```

A-2.2.2 Archivo de la Función TransSedimentos

```
function
[ConctA, ConctB, zlecho, X, T]=TransSedimentosBonas1(x, t, Qo, Ao, S, B, n, q, Cext, ws, to, Phi, d, Sw, P, k, H,
CinicialA, CinicialB, CfronteraA, CfronteraB, zo, Se, vo, Qo, voSe, K1, K11, K2, K3, K4, K5, opo)

%Calculo de dx y dt
Lx=length(x);

dx=Lx/N;

v=max(max(Qo))/min(min(Ao));

dt=0.1*dx/v;

%Intervalos de simulación
Tfinal=t(length(t));

Ttotal=round(Tfinal/dt);

%Concentraciones para todo tiempo y espacio
ConctA=zeros(N,Ttotal);
ConctB=zeros(N,Ttotal);
zlecho=zeros(N,Ttotal);

ConctA(1:N,1)=interp1q(x, CinicialA, [1:N]'*dx); %Condiciones Iniciales Zona A
ConctA(1,1:Ttotal)=interp1q(t, CfronteraA, [1:Ttotal]'*dt); %Condición de frontera aguas
arriba

ConctB(1:N,1)=interp1q(x, CinicialB, [1:N]'*dx); %Condiciones Iniciales Zona B
ConctB(1,1:Ttotal)=interp1q(t, CfronteraB, [1:Ttotal]'*dt); %Condición de frontera aguas
arriba

zlecho(:,1)=interp1q(x, zo, [1:N]'*dx); %Zona inicial lecho

%ajustes por tamaño
A=interp1q(x, Ao, [1:N]'*dx); %ajuste de Areas
A=interp1q(t, A, [1:Ttotal]'*dt);

Q=Caudal(Qo, q, length(q), length(Qo(1,:)));

q=UbicaCarga(q, x, [1:N]'*dx);
Cext=UbicaCarga(Cext, x, [1:N]'*dx); %ajuste cargas externas

Q=interp1q(x, Qo, [1:N]'*dx); %ajuste de Caudales
Q=interp1q(t, Q, [1:Ttotal]'*dt);

%Tránsito de Concentraciones
h = waitbar(0, 'Tránsito de sedimentos');

for tt=1:Ttotal-1
waitbar(tt/(Ttotal-1));
```

```
[ConcA(:,tt+1)]=ADESedZonaA(Q(:,tt:tt+1),A(:,tt:tt+1),ws,d,Phi,n,S,Se,B,ConcA(1,tt+1),ConcA(:,tt),ConcB(:,tt),L,dx,dt,F,k);

[ConcB(:,tt+1),Cs]=ADESedZonaB(Q(:,tt:tt+1),A(:,tt:tt+1),ws,d,Phi,n,S,Se,B,tc,ConcB(1,tt+1),ConcA(:,tt),ConcB(:,tt),L,dx,dt,F,k,Sc,vc,Qc,vosc,K1,K11,K2,K3,K4,K5,opc);

[zlecho(:,tt+1)]=VariacionLecho(ws,Phi,ConcB(:,tt),Cs,dt,zlecho(:,tt),Se);

[C,x]=DosFases(ConcA(1,tt),ConcB(1,tt),Q(1,1),F,k,ws,Cs(1),B,N,L);

end

close(h);

X=[1:N]'*dx;
T=[1:Ttotal]'*dt;
```

A-2.2.3 Archivo de la Función AdeSedZonas

¡FUNCIÓN QUE TRABAJA UN SOLUO EN UN INTERVALO DE TIEMPO (Regresa equilibrio)

```
function [CsaleA]=ADESedZonaA(Q,A,ws,d,Phi,n,S,Se,B,Ctt,CiniA,CiniB,L,dx,dt,F,k)

%Inputs
N=round(L/dx);

M=zeros(N,N,2);

%Matrix E

t=1;

A1=diag(dt*Q(:,t)*F,-1);
A2=diag(dx*A(:,t)*F-dt*Q(:,t)*F-k*dx*B*ones(N,1)*dt);

M(2:N-1,:,t)=A1(2:N-1,1:N)+A2(2:N-1,1:N);

%Matrix t+1

t=2;

A4=diag(dx*A(:,t)*F);

M(:,t)=A4;

Sol=zeros(N-2,1);

Sol=M(2:N-1,:,1)*CiniA+k*dx*B*CiniB(2:N-1)*dt;

Sol(1)=Sol(1)-Ctt*M(2,1,2); %Condición de frontera aguas arriba

M(N-1,N-1,2)=M(N-1,N-1,2)+M(N-1,N,2); %Condición de frontera aguas abajo Cw=Cc-1

Cs=inv(M(2:N-1,2:N-1,2))*Sol; %Solución Concentraciones finales 1 a (N-1)

CsaleA=[Ctt;Cs;Cs(N-2)];
```

A-2.2.3 Archivos de la Funciones de cargas totales

¡CÁLCULO DE LA CONCENTRACIÓN DE SÉDIMENTOS SEGÚN ECUACIÓN DE TRANSPORTE

¡Concentración equilibrio dinámica

```
function [C]=Clecho(Q,A,d,n,S,Se,B,ws,tc,Sc,vc,Qc,vosc,K1,K11,K2,K3,K4,K5,opc)

if opc==1
```

```

C=Cs1(Q,A,d,n,S,ss,K1,tc,B); %Ecuación de DeSoyz
end

if opc==2
    C=Cs2(Q,A,d,n,S,ss,K11,tc,B); %Ecuación de Shields (1936)
end

if opc==3
    C=Cs3(Q,A,d,n,S,ss,K2,Sc,B); %Ecuación de Pontécorvo de Energía
end

if opc==4
    C=Cs4(Q,A,d,n,S,ss,K3,Qc,B); %Ecuación de Caudal
end

if opc==5
    C=Cs5(Q,A,d,n,S,ss,K4,v0,B); %Ecuación de Velocidad
end

if opc==7
    C=Cs7(Q,A,d,n,S,ss,K5,v0Sc,B); %Ecuación de Potencia de corriente
end

%FUNCION QUE CALCULA LA CONCENTRACION DE CARGA DE FONDO
function [Cs]=Cs1(Q,A,d,n,S,ss,K1,tc,B) %Ecuación de DeSoyz (1979)
%Flujo, radio, constante
v=Q./A;
R=power(v*n/power(S,0.5),1.5);
t=1000*R*S;
for i=1:size(Q)
    if t(i)>tc
        Cs(i) = K1/ power(d,0.75)* t(i)* (t(i) - tc).^ B *1000*ss ./ Q(i)/4.884/4.884/3.28/3.28;
    else
        Cs(i)=0;
    end
end

Cs=Cs';

%FUNCION QUE CALCULA LA CONCENTRACION DE CARGA DE FONDO
function [Cs]=Cs2(Q,A,d,n,S,ss,K11,tc,B) %Ecuación de Shields (1936)
%Flujo, radio, constante
v=Q./A;
R=power(v*n/power(S,0.5),1.5);
t=1000*R*S;
for i=1:size(Q)
    if t(i)>tc
        Cs(i) = 5/ss *K11 *(t(i) - tc)/1000/(ss-1)/(d/1000)*1000*ss;
    else
        Cs(i)=0;
    end
end
    
```

```

end

end

Cs=Cs';

%FUNCION QUE CALCULA LA CONCENTRACIÓN DE CARGA DE FONDO
function [Cs]=Cs3(Q,A,d,n,s,ss,K2,Sc,B) %Ecuación de pendiente de Energía (1936)

%Pendiente de energía
v=Q./A;

P=B+2*(A/B);

R=A./P;

S=power(v*n./power(R,2/3),2);

for i=1:size(Q)

    if S(i)>Sc

        Cs(i) = K2*(S(i)-Sc)*1000*ss/Q(i);
    else
        Cs(i)=0;
    end

end

Cs=Cs';

%FUNCION QUE CALCULA LA CONCENTRACIÓN DE CARGA DE FONDO
function [Cs]=Cs4(Q,A,d,n,s,ss,K3,Qc,B) %Ecuación de Caudal

for i=1:size(Q)

    if Q(i)>Qc

        Cs(i) = K3*(Q(i)-Qc)*1000*ss/Q(i);
    else
        Cs(i)=0;
    end

end

Cs=Cs';

%FUNCION QUE CALCULA LA CONCENTRACIÓN DE CARGA DE FONDO-RÉGIMEN M.D
function [Cs]=Cs5(Q,A,d,n,s,ss,tc,B,M) %Ecuación de Bashiah (1976),Bunt-Mebis (1965),
Farchure-Mebis (1965)

%M en [kg/s]

%flujo, radio, constante

v=Q./A;

R=power(v*n/power(B,0.5),1.5);

t=1000*R*B;

```

```
for i=1:length(Q)
```

```
    if t(i)>tc
```

```
        Cs(i) = M*(t(i)/tc-1);
```

```
    else
```

```
        Cs(i)=0;
```

```
    end
```

```
end
```

```
Cs=Cs';
```

función que calcula la concentración de carga de fondo

function [Cs]=Cs6(Q,A,d,n,S,Sc,K4,v0,B) %Ecuación de Velocidad

%Velocidad

```
v=Q./A;
```

```
for i=1:size(Q)
```

```
    if v(i)>v0
```

```
        Cs(i) = K4*(v(i)-v0)*1000*Sc/Q(i);
```

```
    else
```

```
        Cs(i)=0;
```

```
    end
```

```
end
```

```
Cs=Cs';
```

función que calcula la concentración de carga de fondo

function [Cs]=Cs7(Q,A,d,n,S,Sc,K5,v0Sc,B) %Ecuación de Potencia de Corriente

%Gradiente de energía y velocidad

```
v=Q./A;
```

```
P=B+2*(A/B);
```

```
R=A./P;
```

```
S=power(v^n./power(R,2/3),2);
```

```
for i=1:size(Q)
```

```
    if v(i)*S(i)>v0Sc
```

```
        Cs(i) = K5*(v(i)*S(i)-v0Sc)*1000*Sc/Q(i);
```

```
    else
```

```
        Cs(i)=0;
```

```
    end
```

```
end
```

```
Cs=Cs';
```

A-3 ANEXO 3

DATOS DE CALIBRACIÓN DE LA CUENCA MEDIA DEL RÍO BOGOTÁ

A continuación se presentan los datos de caudales, áreas, caudales afluentes, concentraciones afluentes y concentraciones de estaciones para la cuenca media del río Bogotá.

A-3.1 DATOS ABSCISADO

Estaciones y Afluentes		Tipo	Abscisado	Coordenada x [m]
1	El Triunfo	Estación	81040	0
2	Bucatoma norte tibitoc	Afluente	83040	2000
3	Rio Barandillas	Afluente	84040	3000
4	El Espino	Estación	84415	3375
5	Rio Negro	Afluente	86665	5625
6	Rio Teusacá	Afluente	97915	16875
7	Puerto Vargas	Estación	103685	22625
8	La Balsa	Estación	132915	51675
9	Rio frio	Afluente	134685	53625
10	La Virgen	Estación	144915	63875
11	Vuelta Grande	Estación	160915	79875
12	Bypass Juan Amarillo	Afluente	161454	80414
13	Canal agua tratada BAS	Afluente	161792	80752
14	El Cortijo	Estación	162337	81297
15	Engativa	Afluente	164624	83584
16	Jaboque	Afluente	166198	85158
17	Hda San Francisco	Estación	177998	96958
18	Río Fucha y Estación Bombeo Fontibón	Afluente	178788	97749
19	Aguas Arriba Saucedal	Estación	180538	99488
20	Bombeo Saucedal II	Afluente	180963	99923
21	Bombeo Patio Bonito II	Afluente	181967	100927
22	Estación Bombeo Gibraltar	Afluente	182777	101737
23	La Isla	Estación	192340	111300
24	Rio Tunjuelo	Afluente	192858	111616
25	Soacha I y Soacha II	Afluente	202028	120988
26	Huertas	Estación	202908	121868
27	Descarga Soacha	Afluente	205850	124610
28	Descarga Icollantas	Afluente	212870	131830
29	Variante Mondongo	Estación	212950	131910

A-3.2 DATOS PRIMERA CAMPAÑA

Item	Unit	Quantity	Unit Price	Total Price	Remarks
1. Cement	kg	100	1.20	120.00	
2. Sand	m³	1.0	100.00	100.00	
3. Gravel	m³	1.0	150.00	150.00	
4. Labor	hr	10	10.00	100.00	
5. Water	liters	1000	0.01	10.00	
6. Steel reinforcement	kg	50	2.00	100.00	
7. Formwork	m²	10	20.00	200.00	
8. Transportation	km	100	0.50	50.00	
9. Miscellaneous	kg	100	0.10	10.00	
10. Total				740.00	

A-3.4 DATOS TERCERA CAMPAÑA

ESTACION	ESTACION 1									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 2									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 3									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 4									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 5									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 6									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 7									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 8									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 9									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 10									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 11									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 12									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 13									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 14									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 15									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 16									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 17									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 18									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 19									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 20									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 21									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 22									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 23									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 24									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 25									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 26									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 27									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 28									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 29									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 30									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 31									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 32									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 33									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 34									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 35									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 36									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 37									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 38									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 39									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 40									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 41									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 42									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 43									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 44									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 45									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 46									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 47									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 48									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 49									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 50									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 51									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 52									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 53									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 54									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 55									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 56									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 57									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 58									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 59									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 60									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 61									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 62									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 63									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ESTACION	ESTACION 64									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

