

0. Introducción.

1. Las Redes de Actividades.

1. Diseño de Redes AF.

- a. Introducción a la teoría de Grafos.
- b. Representación de los grafos mediante matrices.
- c. Del grafo a la Planificación.
 - Grafos de actividades en Flecha (AF).
 - Grafos de actividades en Nodo (AN).
- d. El proceso de la planificación.
 - Determinar las tareas de nuestro proyecto.
 - Secuenciar correctamente las tareas.
 - Estimar las duraciones de las tareas.
 - Estimar los recursos necesarios para cada tarea.
 - Estimar los costes de las tareas.
 - Valorar financieramente el proyecto.
 - Definir el calendario de los trabajos.

2. Diseñar una Red con Senda AF.

- a. Área de botones.
- b. Área de diseño.
- c. Área de datos.
- d. Los botones de cálculo.
 - Análisis estocástico.
 - Análisis determinista.

- e. Resultados con Excel.
- f. Resultados con AutoCad.

3. Algoritmos para calcular los tiempos.

- a. El algoritmo iterativo.
- b. El algoritmo de Zaderenko aplicado a los nodos.
- c. El algoritmo de Zaderenko aplicado a las tareas.
- d. Resolución mediante la programación lineal.
- e. La Numeración de los Nodos.

2. El Plazo Óptimo de una Red.

1. Los Proyectos y el Coste.

- a. Definición de Coste
- b. La estructura de Costes.
- c. Los Costes de Producción.
 - Costes Directos
 - Costes Indirectos
- d. Los Costes de Estructura.
 - Costes Fijos
 - Costes Variables
- e. Las penalizaciones y bonificaciones por plazo.
- f. La Programación a Coste Mínimo.
 - El plazo optimo: el “crashing”.
 - La analogía elástica

- Concepto de Optimización.

2. La optimización con Senda AF.

- a. Introducción a la optimización con Senda AF.
- b. El Programa a plazo Mínimo.
- c. El Programa a plazo Óptimo.
- d. El Programa a un Plazo Fijo.
- e. Reflexiones.

3. Algoritmos de Optimización.

- a. Optimización por poda combinatoria
- b. El Modelo Elástico.
- c. El algoritmo de Ackoff y Sasieni.
- d. Resolución mediante la programación lineal.
- e. Otros Algoritmos.
 - El Algoritmo de Ford – Fulkerson.

3. La Simulación de Monte Carlo.

1. El Problema estocástico.

- a. Los orígenes del PERT.
- b. La distribución Beta.
- c. El factor de confianza de la distribución Beta.
- d. El teorema del Límite Central.
- e. La distribución Normal.

- f. Las limitaciones del PERT.
- g. La simulación de Monte Carlo.
- h. El índice de criticidad y el valor crítico.
- i. Las Funciones de distribución.

2. La Simulación con Senda AF.

- a. Introducción.
- b. El selector de combinaciones.
- c. La simulación; Tamaño de la muestra.
- d. El resultado de la simulación.
- e. El proyecto simulado.
- f. Las actividades simuladas.
- g. PERT vs. Simulación
- h. PNET y RNB; dos alternativas a la simulación.
- i. Teoría de las Restricciones

3. La simulación de las funciones estadísticas.

- a. Los números aleatorios.
- b. Las variables aleatorias.
- c. La simulación de la distribución uniforme.
- d. La simulación de la función triangular.
- e. La simulación de la distribución beta.
- f. La simulación de la distribución trapezoidal.

4. Análisis de Recursos.

1. La Nivelación de Recursos.

- a. Introducción.
- b. Las curvas de Recursos.
- c. La Nivelación de Recursos.
- d. Burgess - Killebrew.
- e. La Iteración Doria.
- f. R.I.C. (Resources Improvement Coefficient).
- g. Programación con Recursos Limitados.
- h. Redondeo de Valores.

2. La Nivelación con Senda AF.

- a. Introducción.
- b. Panel de Nivelación.
 - Tipo de Histograma
 - Redondeo de los Valores de carga.
 - Valores de referencia del Histograma.
 - Proceder con el cálculo del Histograma
- c. Panel del Histograma.
 - Histograma día a día.
 - Histograma Completo del Proyecto.
- d. Panel del Calendario.
 - Calendario día a día
 - Calendario Completo del Proyecto.
- e. Programación con Recursos Limitados.

3. Algoritmos de Nivelación.

- a. El Algoritmo de Burgess-Killebrew.
- b. La iteración Doria.
- c. Los Mínimos Momentos (MOM).
- d. Pack (The Packing Method).
- e. Análisis comparativo.
- f. Programación Lineal Cuadrática.
- g. Los algoritmos genéticos y miméticos.

5. Análisis de Inversiones.

1. Las Inversiones.

- a. Introducción.
- b. El Proyecto como Inversión.
- c. Factores determinantes de la Inversión.
- d. Coste de Capital Promedio Ponderado.
- e. El Aplazamiento de Pagos y Cobros.
- f. VAN; Valor Actual Neto.
- g. ¿Al Principio o Final del Periodo?
- h. Horizonte Temporal.
- i. ¿Según los Tmpe o Tmte?

2. Las Inversiones con Senda AF.

- a. Panel de Valores, Cálculo y Resultados.
 - Panel de Valores.

- Panel de Calculo.
 - Panel de Resultados
- b. Los Flujos de caja.
- Tabla de Flujos de Caja.
 - Panel Gráfico de Flujos de Caja.

Una Nota Final.

Introducción

¡Otro libro más del PERT!

Seguro que es lo que exclamareis todos aquellos cuando caiga en vuestras manos un ejemplar de este libro, ¡Otro libro más del PERT!, ¿Pero que no tenemos ya bastantes libros del PERT? ¿Para que queremos otro más?

Si, como no puedo estar de acuerdo, solo tenemos que acercarnos a la estantería de una librería especializada o de unos grandes almacenes y la veremos llena de libros para principiantes, libros para economistas, libros para ingenieros, libros para matemáticos, hasta novelas de la Gestión de Proyectos, pero pocos libros dedicados a la enseñanza y divulgación de las técnicas más comunes de la Investigación de Operaciones aplicables a la Gestión de Proyectos, y aún menos con el soporte de un programa que sirva al lector para ensayar diferentes modelos y analizar los resultados desde diferentes enfoques.

¿Que fue antes? ¿El huevo o la gallina?

En este caso la respuesta es muy sencilla, nació antes el programa. Surgió de la necesidad de mostrar a mis alumnos de forma rápida e intuitiva el efecto que producía en una red la modificación de ciertos parámetros, con el problema que suponía el recalcular todos los valores, obligándonos a trabajar con redes sencillas además del problema añadido de que siempre se me queda “pequeña” la pizarra. Claro estaba, la solución pasaba por hacer un sencillo programita que permitiera ver como cambiaban las holguras y las rutas críticas de la red, y ya puestos ¿porque no añadir la optimización, la nivelación de recursos, el análisis de inversiones y el riesgo mediante la simulación de Monte Carlo?

Pues así fue. Por lo tanto, este no es un libro que pretenda enseñar nada nuevo sobre la Teoría de Grafos e Investigación de Operaciones y su aplicación a la gestión de Proyectos, pero si que ayude y sirva de guía a aquellos lectores que están interesados bien en aprender sus principios básicos de una forma practica y con visualización inmediata de sus avances, bien interesados en profundizar en el conocimiento de los algoritmos utilizados en Senda AF para optimizar

los modelos o para aquellos que pretendan dar un paso más allá y conocer algunas técnicas más avanzadas para el diseño, cálculo de redes, su optimización, simulación y nivelación de recursos.

Por eso el libro se ha estructurado en grandes capítulos ajustados a la solución de los principales problemas planteados sobre las redes de Actividades en flecha, (DISEÑO, OPTIMIZACION, SIMULACION, NIVELACION DE RECURSOS y ANALISIS DE INVERSIONES), y cada uno de ellos a su vez organizados en cuatro subcapítulos (1. Conocimientos básicos, 2. Uso de Senda AF, 3. Algoritmos de cálculo) de tal manera, que el lector que solo quiera conocer el planteamiento del problema y su solución mediante el programa Senda AF, no necesitará leer el subcapítulo tres, mientras que aquel que desee conocer los algoritmos utilizados en el programa deberá pasar al primer punto del subcapítulo 3, y si además desea conocer más técnicas diferentes para solucionar el mismo problema o con la afectación de más variables sin duda deberá terminar de leerlo.

Básicamente tres han sido los objetivos principales de este trabajo:

1. Facilitar un medio de aprendizaje visual e intuitivo por medio del cual el lector pueda avanzar paulatinamente en el trabajo sobre las redes de actividades en flecha.
2. Unificar en un único entorno de trabajo la resolución de los principales problemas sobre las redes de actividades en flecha, algo que al principio llevará a confusión al lector novato, pero que luego agradecerá cuando analice de forma global un proyecto, para llegar a la mejor solución posible.
3. Y por fin que la información tanto de entrada como de salida de Senda AF, sea lo más versátil posible, haciéndole compatible con programas tanto tipo Access y Excel como con Autocad.

Probablemente el lector eche a faltar entre otras muchas cosas el tratamiento de la Estructura de la descomposición de los trabajos (E.D.T.), trabajo con calendarios y un apartado sobre el control y la previsión, pero eso lo dejamos para una próxima entrega, donde enfocaremos la solución desde el punto de vista de la Gestión de Proyectos (no solo exclusivamente docente), con técnicas de

Planificación de Actividades en Nodo, que nos permitirán analizar proyectos reales de construcción y edificación

Y después de esta pequeña introducción, deseamos animo para completar todos los temas de este libro y sobre todo que os sirva para avanzar en el aprendizaje de las técnicas más importantes de la Investigación de Operaciones aplicadas a la Gestión de Proyectos.

José Luis Ponz Tienda

CAPITULO 1

Las Redes con Actividades en flecha

- 1. Las Redes de Actividades.**
- 2. Diseñar una Red con Senda AF.**
- 3. Algoritmos de cálculo.**

CAPITULO 1

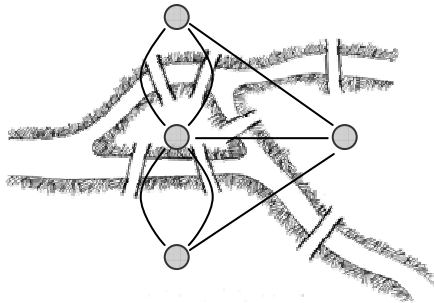
Las Redes con Actividades en flecha

1. Las Redes de Actividades.

a. Introducción a la Teoría de Grafos

La Programación y Gestión de Proyectos utiliza como su más importante herramienta de trabajo principalmente a la teoría de grafos tanto para su representación grafica como para su posterior análisis y toma de decisiones. La teoría de grafos forma parte de una rama de las matemáticas llamada Investigación Operativa, y que concretamente estudia las propiedades de los “grafos”, que no son más que una serie de objetos llamados vértices, nodos o sucesos, interconectados entre si por líneas llamadas aristas, flechas o arcos y que pueden tener o no orientación o dirección asignada, así como capacidades.

Se dice que la teoría de grafos nació de la mano de Leonhard Euler en el año 1736 al plantear el “Problema de los puentes de Königsberg”, anteriormente perteneciente a la Prusia oriental y actualmente llamada Kaliningrado y demostrar que no era posible realizar una ruta partiendo desde cualquier punto de tierra firme atravesando exclusivamente cada puente una sola vez y para finalizar volver al punto de partida



Los puentes de Königsberg

La solución del problema, consistió en representar cada lado de tierra firme por un vértice y cada puente por una arista, uniendo los puntos correspondientes. Consecuentemente, el planteamiento del “Problema de los puentes de Königsberg” se transforma de la siguiente forma: ¿se puede recorrer el dibujo terminando en el punto de partida sin repetir las líneas? Leonhard Euler demostró que no era posible, pues hace falta que el número de aristas que coincidan en cada vértice sea par (condición necesaria para entrar y salir de cada vértice y regresar al punto de partida por caminos distintos). En teoría de grafos este problema es conocido como el de los “ciclos eulerianos”.

La teoría de Grafos se utiliza para la solución de numerosos problemas de la vida cotidiana y que abarcan entre otras su aplicación en las redes de abastecimiento eléctrico y de agua, problemas de organización industrial, microprocesadores, economía, redes sociales, transportes, control semafórico, evacuaciones de emergencia, telecomunicaciones, etc. , y la que a nosotros más nos interesa y sobre la que exclusivamente nos centraremos en este libro y que es la de su aplicación en la Gestión de Proyectos, empezando por el estudio de su diseño y la optimización de sus costes, la afectación de factores financieros y la adecuada utilización de los recursos, terminando con el análisis de los riesgos que se pueden dar en el cumplimiento total o parcial de los plazos y objetivos.

Para empezar a trabajar con grafos primero tendremos que aclarar algunos conceptos fundamentales que serán de gran utilidad en los próximos capítulos:

Grafo: es un par $G(V, A)$, donde V y A son dos conjuntos de elementos distintos denominados Vértices y Aristas.

El conjunto V (**Nodos**) es un conjunto finito no vacío de nodos, y se denota por $V(G)$

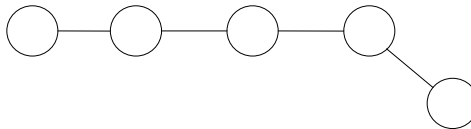
El conjunto A (**Aristas**) es el conjunto de pares distintos no ordenados (u,v) distintos de V , y se denota por $A(G)$.

$$\begin{aligned} G(V, A) \\ V &= \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\} \\ A &= \{a_{ij}, \dots\} \end{aligned}$$

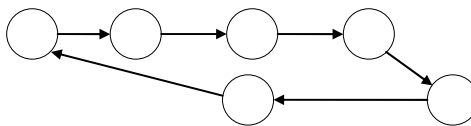
Un Grafo puede ser **Dirigido** (si el conjunto A de aristas es un conjunto ordenado), **No dirigido** (si el conjunto A de aristas es un conjunto no ordenado), **Simple** (si no permite aristas orientadas, ni bucles ni dos o más aristas entre un mismo par de vértices), **Multigrado** (si se permiten aristas múltiples entre un par de vértices), **Pseudografo** (si se permiten bucles), **Dígrafo** (pseudografo dirigido donde solo se permite un bucle por vértice y dos aristas entre un par de vértices distintos), **Conexo** (si para cada par de vértices existe una arista que los conecta) y **Desconexo** en el caso contrario.

Grado de un vértice: es el número de aristas que parten de él. Dado un vértice u de $G(V)$, el grado será $gr(u)$

Camino de un grafo: sucesión finita no vacía de vértices y aristas, donde cada arista tiene por extremos los vértices adyacentes y el número de aristas será la longitud del camino.



Circuito Simple o Ciclo: Es una cadena finita donde el vértice inicial coincide con el vértice final.



b. Representación de los Grafos mediante matrices.

La forma clásica de representación de los grafos mediante vértices y aristas no es la más efectiva para su procesado y análisis, por lo que necesitamos de otro sistema que nos permita representar numéricamente todas sus características de forma compacta y ordenada. Esta transformación se realiza mediante matrices, asimilando los índices de filas y columnas a los vértices de mi grafo y los elementos de la matriz a las aristas que relacionen los vértices entre si. Las formas de representación más comunes son:

Matriz de adyacencia:

Mediante la utilización de un vector que indexa los vértices, de tal manera que las aristas entre los vértices se pueden ver como relaciones entre los índices. Es decir, una matriz A (a_{ij}), donde los elementos o entradas de la matriz a_{ij} son 1 o 0, 1 si existe conexión entre los vértices i y j y 0 en el caso contrario. Si el grafo es no dirigido, se encontrará por cada entrada $a_{ij}=1$ una entrada $a_{ji}=1$; en el caso de ser un grafo dirigido por cada entrada $a_{ij}=1$ encontraremos una entrada $a_{ji}=0$.

Matriz de Peso:

La matriz de adyacencia no es suficiente para representar la totalidad de los datos que requerimos para operar sobre los grafos, pues esta tan solo nos proporciona información sobre su topología, indicándonos si existe o no un enlace entre dos vértices, con lo cual la tendremos que sustituir y/o completar con la matriz de peso $T=t_{ij}$, donde la entrada t_{ij} representa el valor de la arista entre i y j . Este peso de nuestra matriz bien puede ser una distancia, un coste, un importe de venta, una duración, o cualquier otra variable o conjunto de ellas que vayamos a analizar en nuestro grafo

Representación mediante listas:

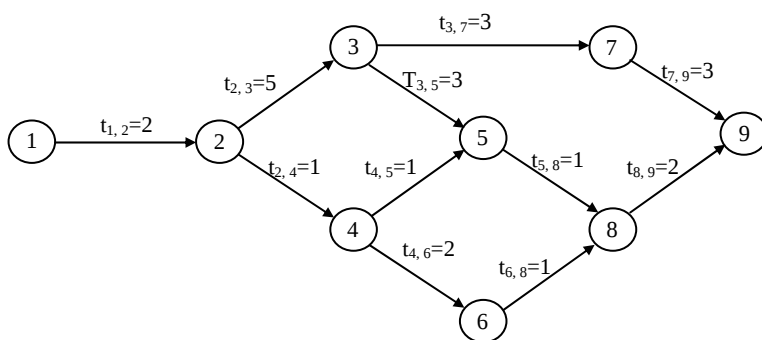
En las listas de adyacencia, por cada vértice se adjunta de forma estructurada toda la información que pueda contener y una lista dinámica con los vértices a los que se puede acceder desde él.

Representación mediante matrices dispersas:

Son como las matrices de adyacencia, pero en este caso sólo representaremos aquellas aristas que existen en el grafo

Para clarificar los conceptos enunciados anteriormente, lo mejor es verlo con un ejemplo.

Sea el siguiente grafo dirigido, conexo, sin bucles ni circuitos con determinados pesos en sus aristas:



Su Matriz de adyacencia (A) será:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	1	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	0	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Y su correspondiente Matriz de Peso (T) para cada $t_{i,j}$,

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	5	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	3	0	3	0	0
4	0	0	0	0	1	2	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	0	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	3
8	0	0	0	0	0	0	0	0	2
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fijaros como en las anteriores matrices, los valores $t_{i,i}$ ($a_{i,i}$) son igual a cero al no existir bucles y los valores $t_{j,i}$ ($a_{j,i}$) son iguales a cero para cada $t_{i,j}$ ($a_{i,j}$) distinta de cero al no existir circuitos.

A partir de la Matriz de adyacencia (A), podríamos entre otras cosas, obtener todos los caminos de diferente longitud desde un determinado vértice, calculando su potencia correspondiente A^2 para caminos de longitud = 2, A^3 para caminos de longitud 3, A^4 para caminos de longitud 4 y así sucesivamente hasta su número total de vértices, si además obtenemos una nueva matriz (B), que sea:

$$B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^n$$

Donde n sea el número de vértices de nuestro grafo, cada entrada (i, j) de la nueva matriz (B) nos dará el número de caminos de longitud n o menor desde un vértice i a un vértice j .

c. Del Grafo a la Planificación.

Los grafos tienen muchísimas aplicaciones practicas en la vida cotidiana, pero quizás una de las más importantes es su utilización es en la planificación y gestión de proyectos complejos.

Si asimilamos la secuencia de ejecución de determinadas tareas y su interdependencia a los nodos o aristas de un grafo, podremos establecer un “orden” de ejecución, una planificación que además me permita su análisis en diferentes circunstancias y bajo diferentes criterios.

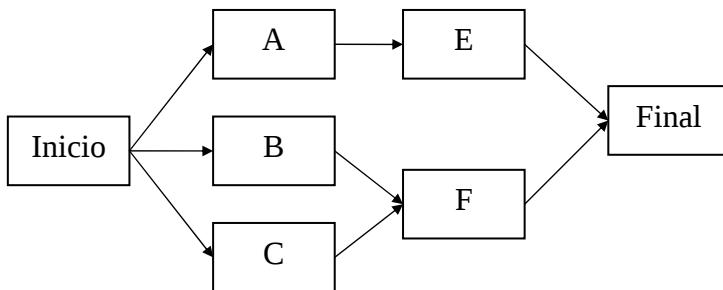
Existen dos sistemas de planificación de proyectos mediante grafos: los de "Grafos de Actividades en Flecha" (AF) o "Grafos de Actividades en Nodo" (AN), en función de que asimile las actividades de mi proyecto a las aristas (flechas) o a los nodos del grafo.

Grafos de Actividades en Flecha (AF)

Son grafos conexos, dirigidos sin bucles ni circuitos, donde cada una de las tareas de nuestro proyecto es asimilada a una arista de nuestro grafo y los vértices serán los “instantes” o hitos de comienzo y finalización de cada una de las actividades. Es el sistema de planificación que usaremos a lo largo de todo este libro, por lo que no nos extenderemos más.

Grafos de Actividades en Nodo (AN)

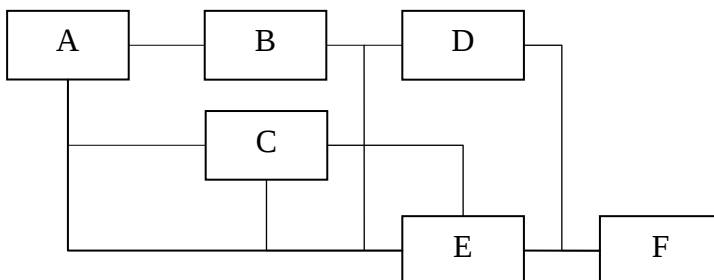
“ROY”: Las tareas se asimilan a los vértices del grafo y las relaciones entre las actividades son aristas dirigidas. Es considerado como un sistema mixto entre redes de actividades en nodo puras y redes de actividades en flecha.



Fue desarrollado en Europa por ingenieros de los Chantiers de l'Atlantique, la SEMA, la Compagnie des Machines BULL y el Matemático Francés B.Roy que le dio el nombre. Estudió el problema del equilibrado de las curvas de carga de trabajo en las operaciones de armamentos de buques. También es llamado “Método de los Potenciales.

Tiene ciertas ventajas sobre los de actividades en flecha, ofreciendo grafos más sencillos y con más información.

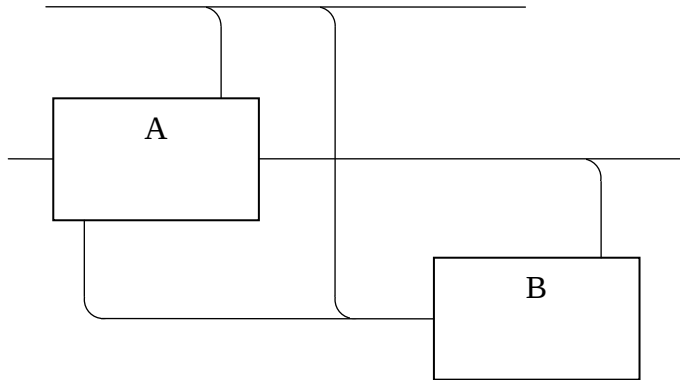
“Red de Precedencias: En este método las actividades son asimiladas a los nodos y las relaciones entre las actividades son las aristas del grafo, que en este caso a diferencia del ROY, son aristas no dirigidas.



Fue desarrollado inicialmente en 1961 por John W. Fondahl profesor de la Universidad de Stanford, que lo denominó “Sistema de Actividades en los Nodos”; Posteriormente la IBM desarrolló en base a él un programa llamado “Sistema de control de proyectos 360”, para el famosísimo ordenador IBM 360, que como podía utilizar un gran número de relaciones entre las actividades se popularizó como sistema o “Diagrama de Precedencias”.

Este sistema, diagrama o Red de Precedencias es el más utilizado por las grandes empresas constructoras, y desde su creación hasta nuestros días ha sido evolucionado, depurado y completado por diferentes autores. Entre las aportaciones que considero más importante ha sido por su sutileza y calidad gráfica, que facilita enormemente la lectura de grandes redes ha sido la de integrar el sistema de

representación IDEF0 (Integration DEFINition for function modelin 0), utilizado por el Departamento de Defensa de los estados Unidos, evitando así las confusiones que se producen con el cruce entre las relaciones de las actividades.



Tiene más ventajas que el ROY, pues nos proporciona una gran cantidad de información con grafos muy sencillos y fácilmente legibles.

d. El proceso de la Planificación

Como hemos comentado anteriormente, tan solo nos vamos a centrar en las redes de actividades en flecha, donde recordarás que las aristas de nuestro grafo las hemos asimilado a las tareas de nuestro proyecto, y los vértices a nuestros hitos, pero ¿como podemos representar en forma de grafo nuestra planificación con las dependencias, relaciones y duraciones entre las actividades de nuestro proyecto?

El Proceso que hemos de seguir para planificar un proyecto suponiendo que ya ha sido tomada la decisión de acometerlo, lo podemos resumir en los siguientes pasos:

1. Determinar las tareas de nuestro proyecto
2. Secuenciar correctamente las tareas
3. Estimar las duraciones de las tareas
4. Estimar los recursos necesarios para cada tarea
5. Estimar los costes de las tareas
6. Valorar financieramente el proyecto.
7. Definición del calendario de trabajos.

El anterior proceso no es un proceso lineal, donde cada nuevo paso supone la terminación del anterior, sino que constantemente requiere de una “vuelta atrás” feed-back que nos obliga a volver a secuenciar las tareas, redeterminar sus duraciones por requerir un nivel de recursos excesivo o poco exigente, añadir o eliminar tareas, que bien se nos han olvidado o estaban incorrectamente secuenciadas y porque no, decidir no acometerlo porque las nuevas estimaciones aconsejan descartar la inversión que vamos a realizar por no ser financieramente rentable o disponer de una oportunidad diferente que nos reportará mayores beneficios y no disponemos de los medios para acometer los dos proyectos.

Determinar las tareas de nuestro proyecto.

Aunque pueda parecer obvio, no creo que esté de más recordaros que lo primero que necesitaremos para poder organizar temporalmente de un forma correcta nuestro proyecto será conocer perfectamente cuales son las actividades que van a intervenir en él.

Esto que en un principio puede resultar sencillo es el comienzo de nuestro éxito o de nuestro fracaso en el análisis que realicemos. Tenemos que lograr alcanzar un equilibrio entre un mayor nivel de detalle y consecuente mayor capacidad de control y un mayor coste/esfuerzo de diseño y control asociado o un menor nivel de detalle con menor capacidad de control sobre el proyecto.

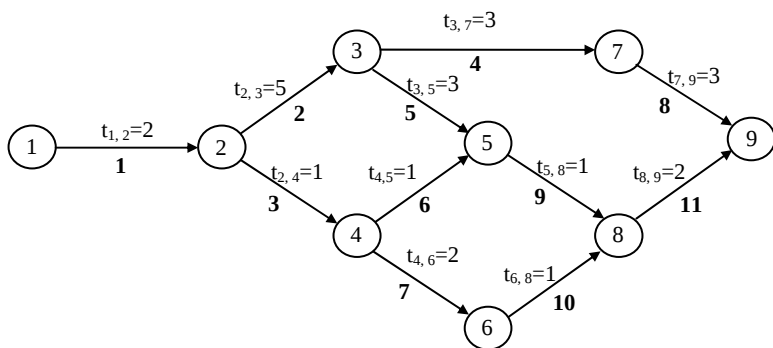
Siguiendo la **Estructura de Descomposición de los Trabajos** (EDT o WBS del ingles Work Breakdown Structure), el proyecto es descrito en base a sus componentes, definiendo una estructura de seis niveles jerarquizados y que son:

Nivel de Gestión	I	Programa empresarial
	II	Proyecto
	III	Tarea
Nivel Técnico	IV	Subtarea
	V	Paquete de trabajo
	VI	Nivel de esfuerzo

Nosotros a efectos prácticos nos limitaremos exclusivamente a los niveles III y IV de tareas y subtareas, salvo cuando realicemos el análisis financiero y/o estocástico en cuyo caso trabajaremos también en los niveles I y II de programa empresarial y de proyecto, o bien realicemos un estudio de métodos de trabajo, para lo cual trabajaremos entre los niveles V y VI de paquete de trabajo y nivel de esfuerzo.

Secuenciación de las tareas (construcción del grafo).

Volvamos a echarle un vistazo a nuestro grafo, sobre el cual ya habíamos realizado nuestra matriz de adyacencia y nuestra matriz de peso:



Ahora supongamos que aun no disponemos del grafo. Para poder empezar a construir nuestra Red de actividades, primero que nada y a partir de las tareas de la EDT, que intervienen en nuestro proyecto, las organizaremos relacionándolas con las actividades de las que dependen (sus precedentes) para ser ejecutadas suponiendo que para que

comience una tarea previamente ha de estar completamente terminada la tarea o tareas de las que depende, evitando por ahora el problema de la simultaneidad que podamos establecer entre ellas, y que ya veremos próximamente, en una tabla llamada **Cuadro de prelación** como la siguiente:

Orden	Peso	Precedencia
1	2	-
2	5	1
3	1	1
4	3	2
5	3	2
6	1	3
7	2	3
8	3	4
9	1	5, 6
10	1	7
11	2	9, 10

A partir de la tabla anterior crearemos la **Matriz de Encadenamientos** (E), disponiendo tantas filas y columnas como actividades tengamos en nuestra planificación, de la siguiente forma:

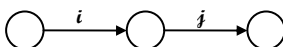
		Actividades Precedentes										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Actividades Siguientes	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Posteriormente procederemos a analizar la matriz de encadenamientos, y veremos que se pueden dar varias situaciones diferentes en relación al número de ceros y unos que aparecen en cada una de las filas y columnas de la matriz. Estos casos son los siguientes:

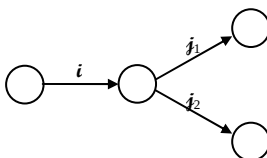
Actividad Inicial: Fila sin unos

Actividad Final: Columna sin unos

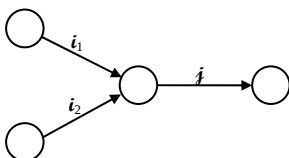
Prelación Lineal: Un solo uno por columna (i)
Un solo uno por Fila (j)



Prelación Divergente: Dos o más unos por Columna (i)
Un solo uno por cada Fila (j)



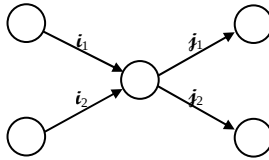
Prelación Convergente: Un solo uno por cada Columna (i)
Dos o más unos por Fila (j)



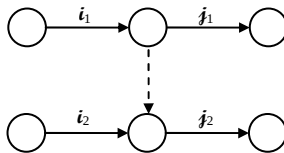
Prelación Convergente-Divergente:

Dos o más unos por cada Columna (i)

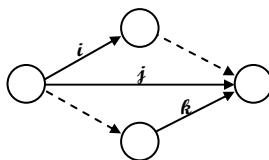
Dos o más unos por cada Fila (j)



Además se puede dar un caso especial de **prelación Convergente o Divergente y lineal simultáneamente**, necesitando recurrir al uso actividades ficticias

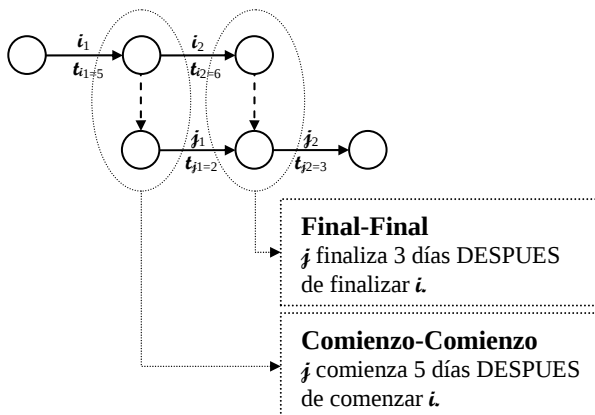


Además usaremos las actividades ficticias para representar actividades en paralelo, cuando entre dos sucesos se realicen varias actividades



Se puede dar un caso especial en el que dos actividades no solo se ejecuten en paralelo, sino que además estén condicionadas entre si bien por el comienzo de una de ellas o por el final de otra, es decir que una de ellas no puede empezar mientras no se haya realizado cierta cantidad de trabajo de su precedente (**Relación Comienzo-Comienzo**), o bien, que una vez terminada su predecesora requiera a su vez de una determinada cantidad de trabajo para terminar. (**Relación Final-Final**)

En este caso especial, también tendremos que recurrir además de a las actividades ficticias a un artificio que consiste en fragmentar las actividades en otras dos subactividades, correspondiendo la subactividad i_1 al desfase de comienzo y la subactividad j_2 al desfase de final de su actividad respectiva, de la siguiente forma:



Este artificio funciona perfectamente cuando solo existe una relación de Comienzo-Comienzo saliendo desde la actividad o llegando a la misma actividad; también podría utilizarse en el caso que esos desfases tuvieran la misma duración, pero por regla general, la complejidad de construcción de la red no compensa los resultados obtenidos y es preferible utilizar métodos menos ortodoxos sin fragmentar las tareas.

En resumen, y considerando exclusivamente las relaciones que podemos realizar de una forma ortodoxa entre una actividad precedente i y una siguiente j , serían:

Final-Comienzo sin desfase:

La actividad j comienza cuando ha finalizado la actividad i .

Final-Comienzo con desfase positivo (n):

La actividad j comienza (n) días después de haber finalizado la actividad i

Final-Comienzo con desfase negativo (-n):

La actividad j comienza (n) días antes de haber finalizado la actividad i

Comienzo-Comienzo con desfase (n):

La actividad j comienza (n) días después de haber comenzado la actividad i

Final-Final con desfase positivo (n):

La actividad j finaliza (n) días después de haber finalizado la actividad i

Ya podemos representar las actividades de nuestra planificación en un grafo, pero hacerlo de una manera correcta puede ser una labor realmente complicada y más si contamos con un elevado número de actividades. Para resolver este problema vamos a aplicar el **Algoritmo de Demoucron**, que nos permitirá organizar los vértices y aristas de nuestro grafo en una retícula estructurada por niveles.

Comenzaremos a partir de nuestra matriz de encadenamientos, a la cual le añadiremos en un principio un vector columna (Nivel 1) que representará el primer nivel del grafo, y cuyos valores serán la suma de los elementos de la fila de matriz asociada. Aquellas filas de este nuevo vector columna cuyo valor sea cero pertenecen a este nivel, posteriormente reseñamos en la parte inferior del nivel aquellas actividades que le pertenecen.

		Precedentes											NIVELES				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4	
Sigüientes	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
	4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
	6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
	7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
	8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1				
	9	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2				
	10	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1				
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2				
													1				

La única fila que nos ha dado un resultado de cero es la correspondiente a la actividad 1, procediendo entonces a asignar el valor de cero a todos los elementos de la matriz de encadenamientos correspondientes a la columna de la Actividad 1, pasando entonces al próximo nivel y operando nuevamente.

		Precedentes											NIVELES			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4
Sigüientes	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0		
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0		
	4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1		
	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1		
	6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1		
	7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1		
	8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1		
	9	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2	2		
	10	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1		
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	2		
													1	2		
														3		

En esta segunda iteración han aparecido dos nuevas filas con el valor cero (la fila 2 y 3) correspondientes a las actividades 2 y 3, las cuales reseñamos en la parte inferior del nivel 2, procediendo nuevamente a asignar el valor de cero a todos los elementos

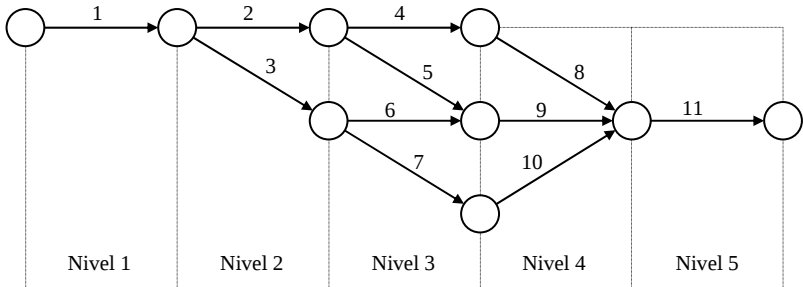
correspondientes a la columna de la Actividad 2 y 3, pasando entonces al próximo nivel y operando nuevamente

		Precedentes											NIVELES			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4
Sigüientes	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	
	8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	
	9	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	2	2	2	
	10	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	2	2	
		1	2	4												
			3	5												
				6												
				7												

En la cuarta iteración:

		Precedentes											NIVELES			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4
Sigüientes	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	0
	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2	2	2	2
		1	2	4	8											
			3	5	9											
				6	10											
				7												

Tras una cuarta iteración, nos aparecerán las actividades 8, 9 y 10 correspondientes al cuarto nivel y finalizaremos con la actividad 11 correspondiente al quinto y último nivel, dándonos como resultado el siguiente y definitivo grafo:



Estimar las duraciones de las tareas

Estimar, no adivinar.

Es una lastima no poder disponer de una bola de cristal ni de una musa que nos ilumine en el momentos en que hemos de determinar la duración de las actividades que intervienen en nuestro proyecto, por lo que nos hemos de servir de la estimación, valorar los diferentes aspectos que nos pueden afectar y estimar la duración de nuestra actividades. ¿Pero que es la estimación?

Estimación:

Conjunto de técnicas que permiten dar un valor aproximado de un parámetro (duración) a partir de los datos proporcionados por una muestra, que en nuestro caso llamaremos estimaciones periciales o

estimación del experto. En función del tamaño de la muestra nos encontramos con dos tipos de estimaciones:

Estimación puntual; Estimación del valor de la duración mediante un sólo valor

Estimación por intervalos; Obtención de un intervalo dentro del cual estará el valor de nuestra duración estimada con una cierta probabilidad. Es una expresión del tipo $a \leq x \leq b$, donde x es el valor del parámetro a estimar y (a, b) es el intervalo en el cual se encuentra el valor mas probable

Como hemos visto hay dos tipos de estimación, la estimación puntual y la estimación por intervalos, en función de que el problema que planteemos sea determinista o estocástico (probabilístico). Pero siempre, sea el que sea el problema planteado, determinista o estocástico, deberemos de tener en cuenta unos aspectos fundamentales, y que son:

1. La estimación debe ser realizada por personal experto en las tareas específicas y que pertenezcan o no a nuestra estructura organizativa. No hay que subestimar la complejidad de las actividades por falta de información, ni dejar de contemplar la influencia del entorno para la misma actividad en diferentes proyectos. Es importante en el caso de que sea posible, trabajar siempre en equipo y realizar una puesta en común o “brain-storming”, formado por personas con sólidos criterios en el ámbito del proyecto en el que estamos trabajando y principalmente y quizás lo mas importante, que pertenezcan a diferentes especialidades laborables y académicas, para que puedan aportar a nuestro proyecto no solo diferentes puntos de vista, sino opiniones encontradas, que sin duda enriquecerán la fiabilidad de las estimaciones que realicemos.
2. Se ha de realizar en función de la disponibilidad de recursos de que disponemos o que bien podemos llegar disponer con criterios reales y no solamente deseables. Además, hay que disponer de un calendario de disponibilidad de los recursos, y que suele ser diferente para cada uno de ellos.
3. Es conveniente disponer de un tiempo adicional para cada tarea o grupo de tareas llamado **buffer de alimentación**

(Eliyahu M. Goldratt "Critical Chain" Ediciones Castillo, 1997). También están los Buffers de proyecto y de recursos y que estudiaremos más adelante su relevancia y la manera de calcularlos. Pero para empezar diremos que los Buffers no son más que amortiguadores de tiempo que se contraen cuando son "empujados" por las tareas que han requerido más tiempo del estimado.

4. Y lo más Importante, no caer en el autoengaño, y dejarnos llevar por falsas expectativas o ilusiones.

Como hemos comentado antes, en función de que estemos ante la resolución de un problema determinista o estocástico, tendremos que estimar diferentes duraciones y estas son:

Problemas deterministas:

Duración acelerada (t_a): Es la duración que estimaremos en el caso de una utilización máxima de recursos, que consecuentemente nos ocasionará unos mayores costes y que llamaremos **Coste Acelerado**.

Duración Normal (t_n): Es la duración que estimaremos en el caso de una utilización mínima de recursos, que consecuente nos ocasionará unos menores costes y que llamaremos **Coste Normal**.

Problemas estocásticos:

Para la solución de este tipo de problemas, se hace uso tres valores para determinar la duración de la actividad llamadas estimaciones periciales o estimaciones del experto, y que son:

Duración optimista (a): Duración de la actividad bajo las condiciones más favorables; sería el tiempo mínimo en que se podría realizar la actividad si las condiciones de ejecución de la misma fueran excepcionalmente buenas, no produciéndose ningún tipo de contratiempo durante la realización de la tarea.

Duración prevista, probable o moda (m): Es el tiempo de mayor frecuencia estadística, es decir, el tiempo que vamos a tardar en ejecutar la actividad un mayor número de veces o el tiempo que se emplearía en la mayoría de los casos si se ejecutara la actividad un elevado número de

veces. Representa el tiempo que se tardaría en realizar la actividad en condiciones normales.

Duración Pesimista (b): Es el tiempo que tardamos en realizar la actividad considerando tanto los problemas previstos como imprevistos, excluyendo las circunstancias excepcionalmente anormales. También, de forma ligeramente contradictoria, se define como el tiempo máximo que se emplearía en ejecutar la actividad en condiciones excepcionalmente desfavorables, produciéndose todo tipo de contratiempos

Tradicionalmente para determinar la duración estimada (t_e), se ha hecho uso de las formulas propuestas por los creadores del PERT para los valores de la media o duración estimada y de la varianza, basándose en el uso de la **distribución beta**, y que son a partir de su función de densidad:

$$f(x) = \frac{(x - a)^{\alpha-1} (b - x)^{\beta-1}}{\beta(\alpha, \beta) (b - a)^{\alpha+\beta-1}} \quad \begin{array}{l} ; \alpha > 1; \\ ; \beta > 1 \\ ; a \leq m \leq b \end{array} \quad (1)$$

$$t_e = \mu = \frac{a + 4m + b}{6} \quad (2)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{36} \quad (3)$$

Donde los valores de a, m y b serán:

- d. Duración Optimista.
- m- Duración Probable o moda.
- b- Duración pesimista.

Evidentemente no se pueden obtener los valores de la media (2) y de la varianza (3) de una distribución beta (1) partiendo exclusivamente de los tres valores de la pericia de los expertos, pues tal y como se ha visto, la distribución beta es una distribución

tetraparamétrica $\beta(a, b, \alpha, \beta)$, siendo el valor de la media (4) y de la varianza (5) respectivamente:

$$\mu = \frac{b\alpha + a\beta}{\alpha + \beta} \quad (4)$$

$$\sigma^2 = \frac{\alpha\beta(b-a)^2}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)} \quad (5)$$

Parece ser que los creadores del PERT, basándose exclusivamente en cuestiones eminentemente prácticas, fundamentadas en la sencillez del cálculo y, porque no, en cierta dosis de intuición, obviaron el resto de parámetros y lo simplificaron, utilizando los siguientes valores para α y β :

$$\alpha = 4 \quad ; \beta = 4, \quad y$$

$$\alpha = 3 \pm \sqrt{2} \quad ; \beta = 3 \pm \sqrt{2},$$

Obteniendo así las formulas representadas en (2) y (3) y que corresponden a la duración estimada o media y a la varianza de la actividad, y dependiendo de a que lado del intervalo esté el valor moda (duración probable), y haciendo $\alpha = 3 + \sqrt{2}$ y $\beta = 3 - \sqrt{2}$, usaremos $\beta(\alpha, \beta)$ o $\beta(\beta, \alpha)$ en función del valor moda tal y como hemos indicado anteriormente, quedando los parámetros predeterminados para todos los problemas en que se usa esta metodología.

Posteriormente se han hecho muchas y muy diferentes aportaciones (tanto para justificar la bondad del método como para denostarlo) surgidas a partir de las limitaciones impuestas por los creadores del método PERT y causadas tanto por sus suposiciones simplificadoras a la hora de considerar la totalidad del proyecto, como por del uso de una función de distribución beta sesgada como única función de distribución utilizable, y que además no contempla la duración más probable para el calculo de la varianza (3) siendo este el valor mas importante de la estimación, pero ya veremos las posibles

alternativas que se pueden plantear a la solución de este problema más adelante.

Ya solo nos restaría para finalizar este tema introductorio, el determinar el buffer de alimentación de las actividades y del proyecto, pero este tema, al estar muy relacionado con la teoría central del límite lo dejaremos para el tercer capítulo correspondiente a La simulación de Monte Carlo, donde empezaremos con una breve reseña sobre estadística, las funciones de densidad y de distribución, los diferentes tipos de distribuciones de variables aleatorias y como no la teoría central del límite.

Estimar los recursos necesarios para cada tarea.

El problema de determinar los recursos necesarios y su organización corresponde al **“estudio de métodos de trabajo”**, por lo que no vamos a entrar a analizar sus técnicas para la mejora de la productividad y consecuentemente su reducción de coste, pero si que es necesario que conozcamos los diferentes factores que nos influyen en el momento de determinar el rendimiento del recurso o cantidad de trabajo invertido por unidad de medición y expresado en horas/hombre u horas/máquina.

Para poder continuar sin entrar en más detalle, aunque posteriormente analicemos más en profundidad este tema, diremos que el rendimiento que usaremos será el considerado como **“Contenido básico de trabajo de la operación”**, que como hemos dicho anteriormente es la cantidad de trabajo invertido, medido en horas/hombre u horas/maquina, suponiendo que el proceso de producción es correcto, sin más pérdida de tiempo que el descanso autorizado siendo el rendimiento el contenido básico de trabajo de la operación por unidad de medición, sin considerar ningún tipo de tiempo suplementario, salvo el condicionado por el entorno en el que se desarrolla el trabajo.

Una vez determinado el rendimiento, el cual podremos obtener bien mediante la observación, cronometraje y medida del trabajo en otros proyectos similares (lo cual no es fácil), bien a partir de la

experiencia y pericia de estimador o de una manera más directa y sencilla acudiendo a la consulta de los **“Cuadros de precios y rendimientos de mano de obra y maquinaria”** de la especialidad de construcción que nos afecte.

Obtener la cantidad de recursos por día de trabajo es muy sencillo conociendo la cantidad de unidades a producir (Medición), la cantidad de horas necesarias por unidad de medición (rendimiento) y la cantidad de horas de trabajo efectivo diario (jornada) aplicando la siguiente formula:

$$\text{Días / Recurso} = \frac{\text{Medición} \times \text{Rendimiento}}{\text{Jornada de trabajo}} \quad (6)$$

Así por ejemplo una excavación de 7.000 m³ realizada con una retroexcavadora con pala cargadora que nos proporciona un rendimiento de 0,06 h/m³, trabajando una jornada de 7 horas diarias nos dará:

$$\text{Días / Recurso} = \frac{7.000 \text{ m}^3 \times 0,06 \text{ h/m}^3}{7 \text{ h/día}} = 60$$

Quedándonos tan solo asignar la cantidad de recursos que vamos a disponer para la ejecución tarea, de tal manera que:

Recursos	Días
1 maquina	60 días
2 maquinas	30 días
3 maquinas	20 días

Evidentemente también se podrá hacer el camino inverso y determinar a partir de la duración de la actividad los recursos necesarios para cumplir con nuestra estimación, y posteriormente evaluar si estos son o no factibles, llevándonos a un nuevo análisis de estimación de la duración de la actividad.

Estimar los costes de las tareas

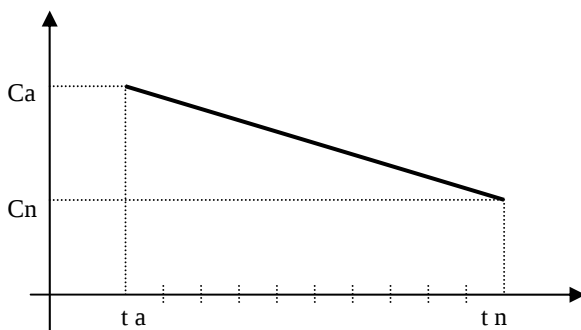
Recordaremos que cuando hablamos de la estimación de la duración de las actividades en la resolución de problemas de tipo determinista, concretamente de optimización de los costes de un proyecto, teníamos dos tipos de duraciones y para cada una de esas duraciones dos tipos de costes asociados:

Duración acelerada (t_a): Es la duración para una utilización máxima de recursos, que consecuentemente nos ocasionará unos mayores costes y que llamaremos **Coste Acelerado**.

Duración Normal (t_n): Es la duración para una utilización mínima de recursos, que consecuente nos ocasionará unos menores costes y que llamaremos **Coste Normal**.

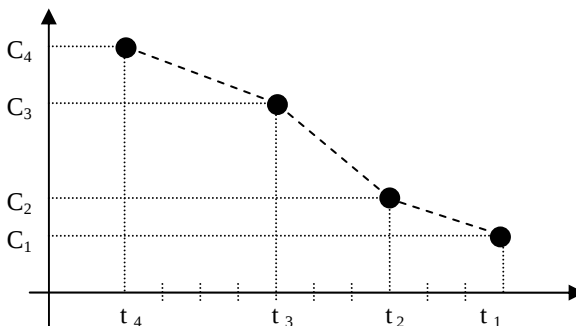
Estos valores de duraciones y costes los podemos representar gráficamente a partir de la función de costes de la actividad, que sería:

$$C(t) = C_a + \frac{C_n - C_a}{t_n - t_a} t \quad (t_a \leq t \leq t_n) \quad (7)$$



La función anterior no es más que una simplificación de la realidad, pues estamos considerando que los costes siguen una función lineal y que además son inversamente proporcionales al tiempo empleado para su ejecución y consecuentemente directamente proporcionales a la cantidad de recursos que se requieren para cada una de las duraciones posibles, sin contemplar factores como la posible

saturación del recurso espacio, la influencia de factores tecnológicos que produzcan importantes cambios en la pendiente de costes o en la secuenciación de las actividades, o que la actividad pueda adoptar cualquier duración dentro del rango existente entre su duración acelerada y normal. Por lo tanto, es más posible que la función de costes sea una función discreta no lineal, que solamente adopta valores de coste para unas determinadas duraciones:



Donde las duraciones de la actividad tan solo pueden adoptar determinados valores (t_1 , t_2 , t_3 y t_4) y consecuentemente unos determinados costes (C_1 , C_2 , C_3 y C_4), sin seguir ninguna función continua ni lineal

Valorar financieramente el proyecto

Quizás sea el más olvidado y porque no, uno de los más importantes de entre todos los problemas que se pueden plantear sobre una red de actividades en flecha y en la planificación de proyectos en general. Estamos acostumbrados a oír que “el tiempo es dinero”, y a ninguno nos sorprende, ni nos preguntamos cual es la verdadera trascendencia de esa afirmación. Pues si, el tiempo es dinero, y tiene una trascendencia fundamental en el momento de decidir si un proyecto debe ser acometido o no, en función de que sea financieramente rentable o que su rentabilidad sea más atractiva que la de otro proyecto.

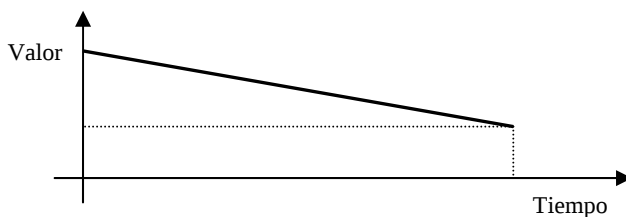
Desde el punto de vista del análisis de inversiones tres son los elementos que hemos de considerar:

Desembolso inicial: Desembolso de capital que se produce antes de iniciar el proyecto y que es imprescindible para acometerlo.

Flujo de caja en cada periodo: Balance entre todas las entradas de dinero y todas las salidas de dinero, es decir balance entre pagos y cobros en un mismo periodo. Es importante no confundir flujo de caja con beneficio que es la diferencia entre ingresos y gastos.

Numero de periodos que dura la inversión: Duración total del proyecto considerando en esta duración todas aquellas actividades que generan pagos y/o cobros, aunque el proyecto desde el punto de vista ejecutivo este concluso.

Existen dos formas de analizar un proyecto de inversión, mediante **análisis estáticos de inversión** en el que exclusivamente se tienen en consideración los flujos de caja y no la influencia del tiempo en el valor neto de esos flujos de caja, y los **análisis dinámicos de inversión** donde los flujos de caja están afectados por el factor tiempo, de tal manera que estos tienen diferente valor en función del periodo en el que se generan.



Nosotros no vamos a analizar la rentabilidad de un proyecto desde un punto de vista estático, pues algunos proyectos sobre todo los de infraestructuras y promociones inmobiliarias duran varios años, incluso decenios, por lo que analizaremos la rentabilidad del proyecto desde un punto de vista dinámico, siendo dos los principales factores que influyen en el valor del flujo de caja en un determinado momento y que son:

Tasa de interés: "el precio del dinero en el mercado financiero"

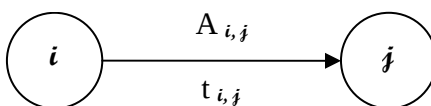
Tasa de inflación: pérdida del poder adquisitivo de una moneda en una economía específica.

Definir el calendario de los trabajos

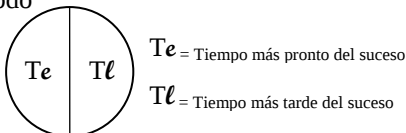
Ya hemos aprendido a diseñar nuestra red de actividades, a estimar la duración de las actividades así como a asignar recursos a esas actividades en función de la medición o cantidad de unidades de producción, determinar sus diferentes costes e incluso una pequeña introducción al análisis de inversiones y como influye el tiempo en la rentabilidad de nuestro proyecto, pero aún nos falta determinar cual será la duración de nuestro proyecto en función de la secuenciación de actividades que hemos hecho y de las duraciones de las distintas actividades que intervienen en el, además de los tiempos mas pronto y mas tarde para empezar y terminar cada una de ellas.

Para empezar veamos en detalle como esta formada una actividad ($A_{i,j}$) de nuestro proyecto:

La Actividad



El Nodo



La actividad ($A_{i,j}$), definida entre los nodos (i) y (j), tiene asignada una duración ($t_{i,j}$), que previamente habremos determinado.

Así mismo, cada nodo tiene indexados dos valores que son el tiempo más pronto del suceso (Te) y el tiempo más tarde del suceso (Tl)

del ingles tiempo “early time” y tiempo “last time” respectivamente. Es importante empezar clarificando para evitar posteriores confusiones que no son lo mismo los tiempos más pronto y más tarde del suceso y los tiempos más pronto y más tarde de la actividad.

Una vez conocidos estos elementos y ordenados adecuadamente de forma secuencial los sucesos tal y como vimos anteriormente, procederemos mediante la aplicación de un algoritmo iterativo a calcular los tiempos más pronto (Te) y más tarde (Tl) de cada suceso de la siguiente forma:

Tiempos más pronto del nodo:

Es el tiempo mínimo necesario para llegar a ese nodo.

$$Te_j = \max (Te_i + t_{i,j}), \quad \forall i \quad (8)$$

Se calcula sumando a todos los tiempos más pronto (Te_i) de los nodos en los que se inician las actividades que terminan en el suceso (j), la duración ($t_{i,j}$) de dichas actividades, y eligiendo de todas las sumas la mayor.

Tiempos más tarde del nodo:

Es el tiempo más tarde con el que podemos llegar a un nodo sin que se retrase el resto de las actividades del proyecto.

$$Tl_j = \min (Tl_i - t_{i,j}), \quad \forall j \quad (9)$$

Se calcula restando a todos los tiempos más tarde (Tl_i) de los nodos en los que finalizan las actividades que empiezan en el nodo (i), la duración ($t_{i,j}$) de dichas actividades, y eligiendo de todas las diferencias la menor.

Antes de empezar la iteración para el cálculo de los tiempos más pronto, asignaremos el siguiente valor al nodo 1:

$$Te_{Inicio} = Te_1 = 0 \quad (10)$$

Una vez terminada la iteración para el cálculo de los tiempos más pronto y antes de proceder con el calculo de los tiempos más tarde, asignaremos el tiempo más pronto del ultimo nodo al tiempo más tarde del ultimo nodo de la siguiente forma:

$$T\ell_{fin} = Te_{fin} \quad (11)$$

Como hemos visto, para que el algoritmo funcione correctamente, los nodos deben de estar perfectamente ordenados de forma secuencial, para ir recorriendo primero todos los nodos (j) de forma ascendente y posteriormente los nodos (i) de forma descendiente.

Una vez calculados los tiempos de los nodos podremos proceder a calcular los tiempos más pronto y más tarde de las actividades de la siguiente forma:

Tiempo más pronto de empezar (TMPE):

$$Tmpe_{i,j} = Te_i \quad (12)$$

Será el tiempo más pronto de empezar del nodo inicial de la actividad. Avanzo ya que este tiempo más pronto de empezar puede estar afectado además de por los condicionantes impuestos por las relaciones y duraciones de las actividades de nuestra red, por los condicionantes impuestos por la nivelación de recursos, pero ese tema ya lo veremos más adelante.

Tiempo más tarde de terminar (TMTT):

$$Tmtt_{i,j} = T\ell_j \quad (13)$$

Será el tiempo más tarde de terminar del nodo final de la actividad.

Tiempo más tarde de empezar (TMTE):

$$Tmte_{i,j} = T\ell_j - t_{i,j} \quad (14)$$

Será el tiempo más tarde de terminar del nodo final de la actividad restándole la duración ($t_{i,j}$) de la actividad.

Tiempo más pronto de terminar (TMPT):

$$Tmpt_{i,j} = Te_i + t_{i,j} \quad (15)$$

Será el tiempo más pronto de empezar del nodo inicial de la actividad sumándole la duración ($t_{i,j}$) de la actividad.

Como habréis podido observar en un primer paso hemos obtenido los tiempo más pronto y más tarde de los nodos, para posteriormente y en función de los valores de estos y de la duración de las actividades calcular los tiempos más pronto y más tarde de empezar y terminar de las actividades, no debiendo nunca confundir los tiempos calculados para los nodos con los que calcularemos para las actividades. Es decir: “El tiempo más tarde del nodo (i) **NO tiene porque ser** el tiempo mas tarde de empezar de la actividad ($A_{i,j}$), y el tiempo más pronto del nodo (j) **NO tiene porque ser** el tiempo mas pronto de terminar de la actividad ($A_{i,j}$)”.

Una vez calculados los tiempos de las actividades podemos observar como algunas tienen un cierto margen para empezar y terminar, y otras que no disponen de ningún margen. Al margen de que disponen las actividades le llamaremos holgura total (Ht), y se calculará mediante la diferencia entre el tiempo mas tarde de terminar (Tmtt) y el tiempo más pronto de empezar (Tmpe) menos su duración ($t_{i,j}$)

$$Holgura\ total\ (Ht_{i,j}) = Tmtt_{i,j} - Tmpe_{i,j} - t_{i,j} \quad (16)$$

O lo que es lo mismo, sustituyendo por (10) y (11):

$$Holgura\ total\ (Ht_{i,j}) = Tl_j - Te_i - t_{i,j} \quad (17)$$

De esta forma tendremos dos tipos de actividades en función de que su holgura sea cero o distinta de cero:

Actividad Crítica:

Aquella actividad cuya holgura total es cero. Significa que cualquier modificación en los tiempos de empezar o de terminar de la actividad crítica se reflejará en una modificación de la duración total del proyecto, bien sea en concepto de adelanto o de atraso. La secuencia de actividades críticas forma la llamada “ruta crítica” o “rutas críticas”, condicionan todo el proyecto, y la holgura de todas ellas es igual a cero, al igual que la holgura de la ruta, empezando en el nodo inicial y terminando en el nodo final.

Actividad No Crítica:

Aquella actividad cuya holgura total diferente de cero. Significa que cualquier modificación en los tiempos de empezar o de terminar de la actividad crítica no se reflejará (mientras no se consuma su holgura) en una modificación de la duración total del proyecto, bien sea en concepto de adelanto o de atraso.

Hay que hacer hincapié en la advertencia de la página anterior, y recordar que existen dos tipos principales de holgura:

Holgura de Nodo: Es la diferencia entre el tiempo mas tarde del nodo (Te_j) (9) y el tiempo más pronto del nodo (Te_i) (8), también llamada por algunos autores como **holgura de ruta**.

Holgura de Actividad: (Holgura Total) Que es el margen que disponemos en la actividad para no retrasar las actividades consecuentes. Además de la holgura total existen otros tipos de holgura:

Holgura Libre: que es la parte de la holgura total que puede consumir una actividad sin afectar a la fecha de inicio de las actividades consecuentes, y se calcula:

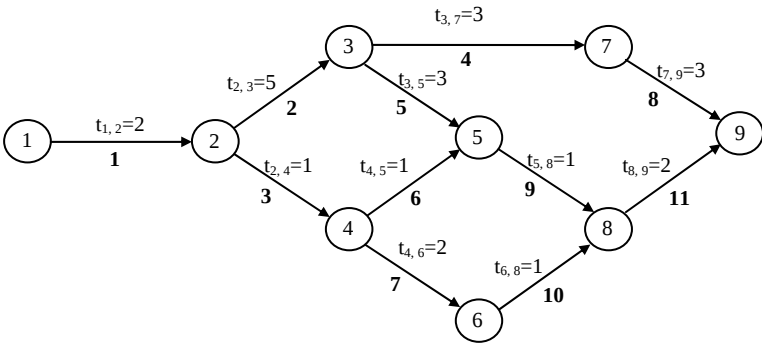
$$\text{Holgura libre (Hl}_{i,j}) = Te_j - Te_i - t_{i,j} \quad (18)$$

Holgura Independiente: que es la parte de la holgura total que queda después de haber realizado la actividad si todas las actividades

precedentes han comenzado según su tiempo más tarde, y se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Holgura Independiente } (Hi_{i,j}) = Te_j - T\ell_i - t_{i,j} \qquad (19)$$

Ahora veamos todo el proceso anterior paso por paso aplicándolo sobre nuestra nuestra red de actividades, que ya teníamos preparada con todos los nodos perfectamente ordenados.



Para calcular los tiempos más pronto (**Te**) de cada nodo, analizaremos cada nodo empezando con el nodo 1 y continuando con los siguientes de forma ascendente. Veamos el nodo 1 aplicando (10):

$$Te_{Inicio} = Te_1 = 0$$

$$Te_1 = 0$$

Nodo	Te	Tℓ	
1	0	-	Aplicando 10

Y procederemos con el resto de nodos de forma ascendente según la ordenación que habíamos realizado; calculemos los nodos 2, 3 y 4 para lo cual aplicaremos (8):

$$Te_j = \max (Te_i + t_{i,j}), \quad \forall i$$

$$Te_2 = \max (Te_1 + t_{1,2}); \quad \forall i = 1; \quad Te_2 = 0 + 2 = 2$$

$$Te_3 = \max (Te_2 + t_{2,3}); \quad \forall i = 2; \quad Te_3 = 2 + 5 = 7$$

$$Te_4 = \max (Te_2 + t_{i,4}); \quad \forall i = 3; \quad Te_4 = 2 + 1 = 3$$

Nodo	Te	Tl	
1	0	-	Aplicando 10
2	2	-	Aplicando 8
3	7	-	Aplicando 8
4	3	-	Aplicando 8

Volveremos a aplicar (8) con el nodo 5:

$$Te_j = \max (Te_i + t_{i,j}), \quad \forall i$$

$$Te_2 = \max (Te_1 + t_{1,2}); \quad \forall i = 3, 4; \quad Te_2 = 7 + 3 = 10 \leftarrow$$

$$Te_2 = 3 + 1 = 4$$

Nodo	Te	Tl	
1	0	-	Aplicando 10
2	2	-	Aplicando 8
3	7	-	Aplicando 8
4	3	-	Aplicando 8
5	10	-	Aplicando 8; max(10, 4)=10

Siguiendo con el resto de nodos, obtendremos los siguientes T_e que transcribiremos a la tabla, quedándonos de la siguiente forma:

Nodo	T_e	T_l	
1	0	-	Aplicando 10
2	2	-	Aplicando 8
3	7	-	Aplicando 8
4	3	-	Aplicando 8
5	10	-	Aplicando 8; $\max(10, 4)=10$
6	5	-	Aplicando 8
7	10	-	Aplicando 8
8	11	-	Aplicando 8; $\max(11, 6) = 11$
9	13	-	Aplicando 8; $\max(13, 13) = 13$

Una vez obtenidos los tiempos más pronto (T_e) de cada nodo, procederemos a calcular los tiempos más tarde de cada nodo (T_l), para lo cual empezaremos aplicando (11)

$$T_{l_{fin}} = T_{e_{fin}}$$

$$T_{l_9} = T_{e_9}; \quad T_{l_9} = T_{e_9} = 13$$

Nodo	T_e	T_l	
1	0	-	
2	2	-	
3	7	-	
4	3	-	
5	10	-	
6	5	-	
7	10	-	
8	11	-	
9	13	13	Aplicando 11

Continuando con el resto de nodos de forma descendente y aplicando (9):

$$Tl_j = \min (Tl_j - t_{i,j}), \quad \forall j$$

$$Tl_8 = \min (Tl_j - t_{8,j}); \quad \forall j = 9; \quad Tl_8 = 13 - 2 = 11$$

$$Tl_7 = \min (Tl_j - t_{7,j}); \quad \forall j = 9; \quad Tl_7 = 13 - 3 = 10$$

$$Tl_6 = \min (Tl_j + t_{6,j}); \quad \forall j = 8; \quad Tl_6 = 11 - 1 = 10$$

$$Tl_5 = \min (Tl_j + t_{5,j}); \quad \forall j = 8; \quad Tl_5 = 11 - 1 = 10$$

$$Tl_4 = \min (Tl_j + t_{4,j}); \quad \forall j = 5, 6; \quad \begin{array}{l} Tl_4 = 10 - 1 = 9 \\ Tl_4 = 10 - 2 = 8 \end{array} \leftarrow$$

$$Tl_3 = \min (Tl_j + t_{3,j}); \quad \forall j = 5, 7; \quad \begin{array}{l} Tl_3 = 10 - 3 = 7 \\ Tl_3 = 10 - 3 = 7 \end{array} \leftarrow$$

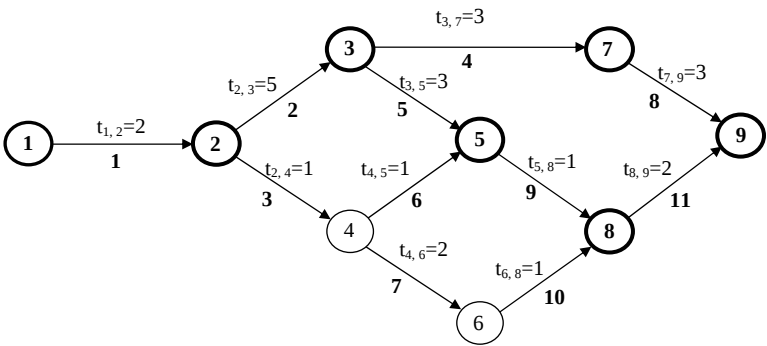
$$Tl_2 = \min (Tl_j + t_{2,j}); \quad \forall j = 3, 4; \quad \begin{array}{l} Tl_2 = 7 - 5 = 2 \\ Tl_3 = 8 - 1 = 7 \end{array} \leftarrow$$

$$Tl_1 = \min (Tl_j + t_{1,j}); \quad \forall j = 2; \quad Tl_1 = 2 - 2 = 0$$

Trasladaremos los anteriores valores a nuestra tabla de tiempos de los nodos, sombreando aquellos cuyos tiempo más pronto (**Te**) sea igual a su tiempo más tarde (**Tl**), es decir que sean críticos, quedando de la siguiente forma:

Nodo	T_e	T_l	
1	0	0	Aplicando 9
2	1	2	Aplicando 9; $\min(3, 4) = 2$
3	7	7	Aplicando 9; $\min(7, 7) = 7$
4	3	8	Aplicando 9; $\min(9, 8) = 8$
5	10	10	Aplicando 9
6	5	10	Aplicando 9
7	10	10	Aplicando 9
8	11	11	Aplicando 9
9	13	13	Aplicando 11

Y de igual manera en nuestro grafo:



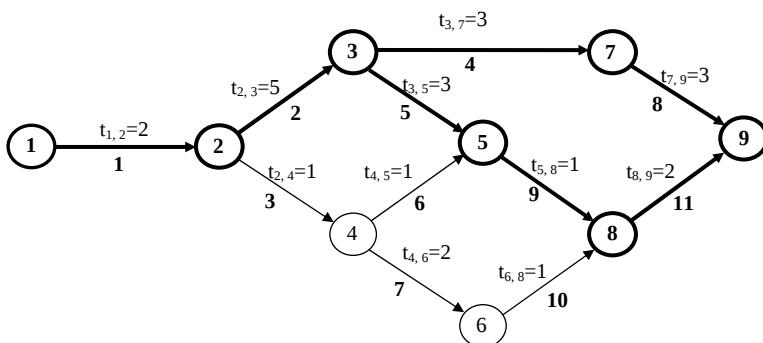
Una vez hemos calculado los tiempos más pronto y más tarde de los nodos tendremos que calcular los tiempos de las actividades aplicando (12), (13), (14), (15) y (16), y representarlos en forma de tabla:

Actividad	Tmpe	Tmte	Tmpt	Tmtt	Hol	Crit
1	0	0	2	2	0	Si
2	2	2	7	7	0	Si
3	2	7	3	8	5	No
4	7	7	10	10	0	Si
5	7	7	10	10	0	Si
6	3	9	4	10	6	No
7	3	8	5	10	5	No
8	10	10	13	13	0	Si
9	10	10	11	11	0	Si
10	5	10	6	11	5	No
11	11	11	13	13	0	Si

Y aplicando (17), (18) y (19), obtendremos las holguras totales, libres e independientes de las actividades:

Actividad	Holguras		
	Total	Libre	Independiente
1	0	0	0
2	0	0	0
3	5	0	-5
4	0	0	0
5	0	0	0
6	6	0	-6
7	5	0	-5
8	0	0	0
9	0	0	0
10	5	0	-5
11	0	0	0

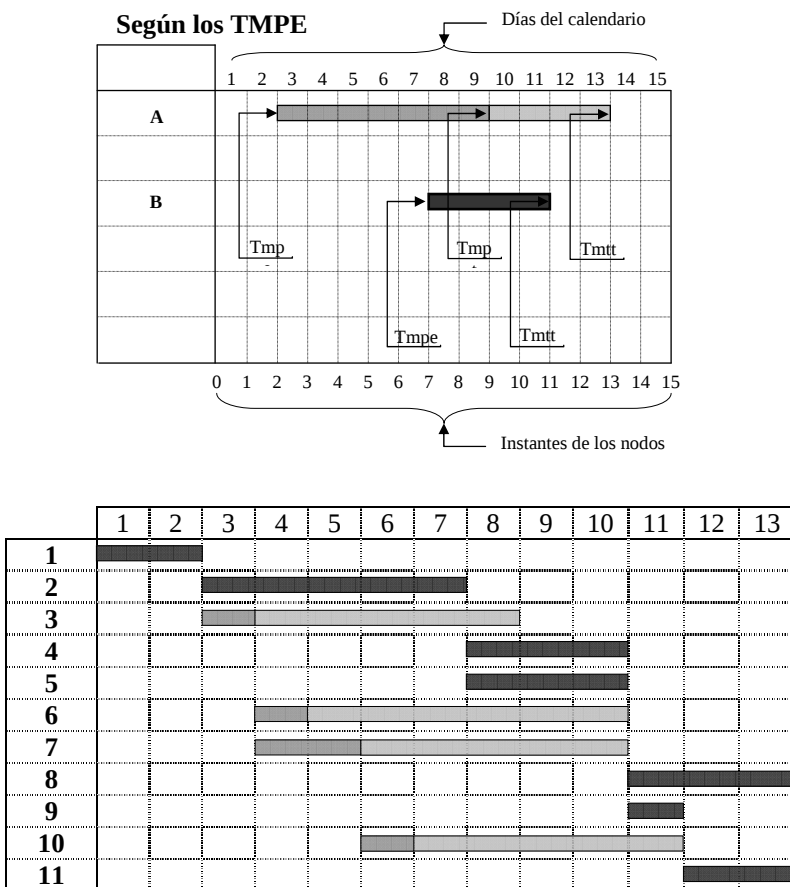
Quedando nuestro grafo de la siguiente forma:



Una vez determinados los tiempos más pronto y más tarde de empezar y terminar de las actividades, trasladaremos los valores a un grafico temporal o diagrama de Gantt, de tal manera que las actividades serán representadas por barras de longitud proporcional a su duración.

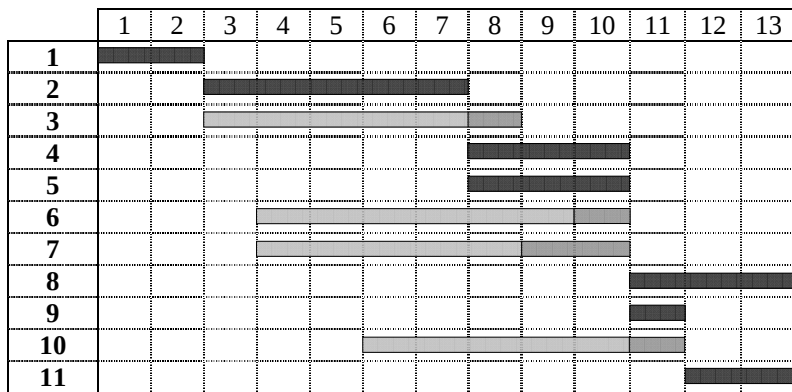
En la primera década del siglo XX, Henry L. Gantt (1861-1919), utilizo por primera vez esta técnica de representación de proyectos en la empresa Frankford Arsenal para la construcción de barcos de guerra en la I Guerra Mundial, dividiendo los proyectos en unidades más pequeñas, denominadas tareas, y estableciendo las primeras estimaciones de duración de éstas

Los datos de la tabla, los trasladaremos a nuestro diagrama temporal tomando como referencia los tiempos más pronto de empezar de cada actividad, de la siguiente forma:



Según los TMTE

El diagrama muestra la programación de dos actividades, A y B, en un calendario de 15 días. La actividad A comienza en el día 2 y termina en el día 13, con una duración total de 12 días. La actividad B comienza en el día 7 y termina en el día 11, con una duración total de 5 días. El tiempo de espera (Tmpe) entre A y B es de 5 días (días 3-6). El tiempo de procesamiento (Tmte) de B es de 5 días (días 7-11). El tiempo de transporte (Tmtt) entre B y A es de 2 días (días 12-13). Los ejes de tiempo están etiquetados como 'Días del calendario' y 'Instantes de los nodos'.

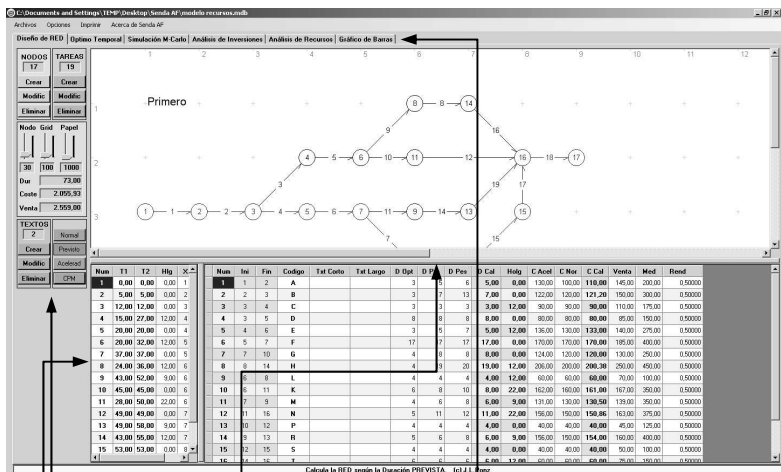


2. Diseñar una red con Senda AF

Una vez que hemos repasado los conocimientos básicos de las técnicas de planificación y programación mediante redes de actividades en flechas, ya es el momento de empezar a utilizar Senda AF.

La pantalla principal esta formada por una serie de pestañas que facilita al usuario el migrar de un tipo de resolución de problema a otro, viendo en todo momento como afectan a nuestra planificación las modificaciones que hemos introducido en los valores o las diferentes soluciones a los problemas planteados.

La pantalla de la pestaña de diseño tiene tres zonas perfectamente diferenciadas, y que son el área de botones, el área de diseño y el área de introducción de datos, en formato de tabla de hoja de cálculo.



- Área de Diseño
- Área de Datos
- Área de Botones
- Área de Pestañas

a. Área de botones

En el área de botones tendremos acceso rápido a las diferentes acciones que necesitamos para diseñar nuestro grafo añadiendo, eliminando o modificando nodos y tareas e incluso añadir textos explicativos y modificar su apariencia general, alterando el tamaño de los nodos y la separación entre ellos.

Además nos proporcionará información “rápida” sobre la duración del proyecto, su coste y el importe de sus ingresos. La estructura general es:

NODOS

17

Crear

Modific

Eliminar

TAREAS

19

Crear

Modific

Eliminar

Nodo

Grid

Papel

30

100

1000

Dur

73,00

Coste

2.055,93

Venta

2.559,00

TEXTOS

2

Normal

Crear

Previsto

Modific

Acelerad

Eliminar

CPM

NODOS

17

Crear

Modific

Eliminar

TAREAS

19

Crear

Modific

Eliminar

Nodo

Grid

Papel

30

100

1000

Dur

72,26

Coste

2.055,93

Venta

2.559,00

TEXTOS

2

Pesimista

Crear

Previsto

Modific

Optimista

Eliminar

PERT s

PANEL NODOS

PANEL TAREAS

PANEL GENERALES:

Tamaño de Nodo

Tamaño de Grid

Tamaño de Papel

Duración del Programa

Coste del Programa

Importe de Ingresos

PANEL TEXTOS

PANEL DE CÁLCULO

PANEL NODOS

NODOS 17	NODOS 17	NODOS 17	NODOS 17
Crear	Crear	Crear	Crear
Modific	Modific	Modific	Modific
Eliminar	Eliminar	Eliminar	Elimina

Crear: Pulsando este botón podremos crear los nodos en nuestra área de diseño haciendo clic con el botón izquierdo del ratón. Dispones de hasta 1.000 nodos para incluir en tu planificación y no te preocupes por la ubicación del nodo en tu área de dibujo, posteriormente podrás modificarlo de posición o incluso eliminarlo si no te hiciera falta. Senda AF ubicará de forma automáticamente el nodo en el punto de la retícula más cercano a donde has hecho clic con el ratón.

Modificar: ¿Has ubicado mal el nodo en tu área de diseño?, no te preocupes, pulsando este botón podrás clicar en el nodo (cambiara de color a gris) y reubicarlo donde sea bien más correcto o porque no, más estético.

Eliminar: ¿Te sobra un nodo? Sin problemas, ¡Eliminado! Y tranquilo, que no te dejará borrar un nodo que esté siendo utilizado por alguna tarea de tu planificación. Por supuesto que si borras un nodo intermedio, todos los nodos se renumerarán de forma correcta y mantendrás así la integridad referencial de la red de actividades.

PANEL TAREAS

TAREAS	TAREAS	TAREAS	TAREAS
19	19	19	19
Crear	Crear	Crear	Crear
Modific	Modific	Modific	Modific
Eliminar	Eliminar	Eliminar	Elimina

Crear: Funciona de manera similar al de crear botones, solo tendrás que pulsar este botón y seleccionar (clickear) el nodo inicial y el nodo final que definen las relaciones de la actividad. Senda se encargará de numerar la tarea y crear una nueva fila en el panel de actividades del área de datos, donde solo te restará introducir las duraciones, costes y demás valores que intervendrán posteriormente en el análisis sobre la red, Y dispones de hasta 1.000 tareas para trabajar.

Modificar: Pues como en los nodos en las tareas igual, ¿que te has equivocado o has cambiado de opinión sobre la relación que habías introducido? Selecciona la tarea clickeando en la zona central de la flecha donde aparecen el número o código de la actividad y vuelve a indicar los nodos inicial y final de la tarea.

Eliminar: Pues si te sobra, ¡a borrarla! Selecciona la tarea igual que antes, clickeando en la zona central de la flecha y dicho y hecho, ¡ya no está!

No hace falta que te diga que todas las modificaciones que hagas en la red con Senda AF serán automáticamente recalculadas y reflejadas en el panel de diseño, apreciando inmediatamente la influencia que ha tenido la modificación que has realizado en una tarea sobre la totalidad del proyecto

PANEL TEXTOS

TEXTOS	TEXTOS	TEXTOS	TEXTOS
2	2	2	2
Crear	Crear	Crear	Crear
Modific	Modific	Modific	Modific
Eliminar	Eliminar	Eliminar	Elimina

En planificaciones muy extensas es conveniente ubicar textos explicativos en la red de la especialidad de los trabajos, la zona de que se planifica o cualquier texto que nos ayude y sitúe dentro de la red.. Con ese fin se han dispuesto estos botones, podrás crear, modificar y eliminar los textos a tu voluntad.

PANEL TAMAÑOS Y GENERALES

Nodo	Grid	Papel
30	100	1000
Dur	72,66	
Coste	2.055,93	
Venta	2.559,00	

Duración del proyecto para el botón de cálculo activo

Coste del proyecto para el botón de cálculo activo

Nodo: mediante este botón deslizante cambiarás el tamaño del nodo a la medida que mejor se adapte a cada momento. El valor por defecto es de 30 píxeles, pero puedes trasladar el botón desde 20 píxeles hasta 100.

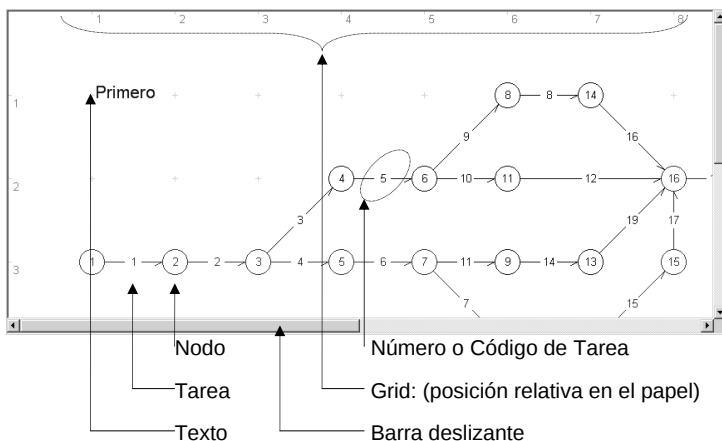
Grid: El Grid es la cuadrícula que aparece en nuestra área de diseño y que ubica los nodos automáticamente para que queden perfectamente alineados en nuestro papel virtual. Mediante este botón podrás deslizar su selector, que tiene un valor por defecto de 100 píxeles, desde 50 hasta 500 píxeles.

Papel: No tendrás problemas con el tamaño del papel, podrás hacerlo todo lo grande que necesites, desde los 1.000 píxeles para esas redes pequeñas o hasta 10.000 píxeles para los grandes proyectos que tienes en la cabeza (1.000 píxeles será el valor por defecto)

Supongo que ya te habrás preguntado ¿que pasa si no ordeno correctamente los nodos? y ¿si al introducir o modificar una tarea resulta que el nodo inicial es de orden superior al nodo final? Pues tampoco te preocupes, que Senda AF lo hace por ti. Senda AF aplicará automáticamente el algoritmo de ordenación de vértices de la red (ver capítulo siguiente) y te solucionará el problema inmediatamente sin tú enterarte.

¿Y los bucles y circuitos? ¡Menuda pregunta! Pues por supuesto que Senda AF tampoco te deja equivocarte y detectará automáticamente si has introducido un bucle o un circuito en tu red y te avisará inmediatamente haciéndote rectificar en tu decisión.

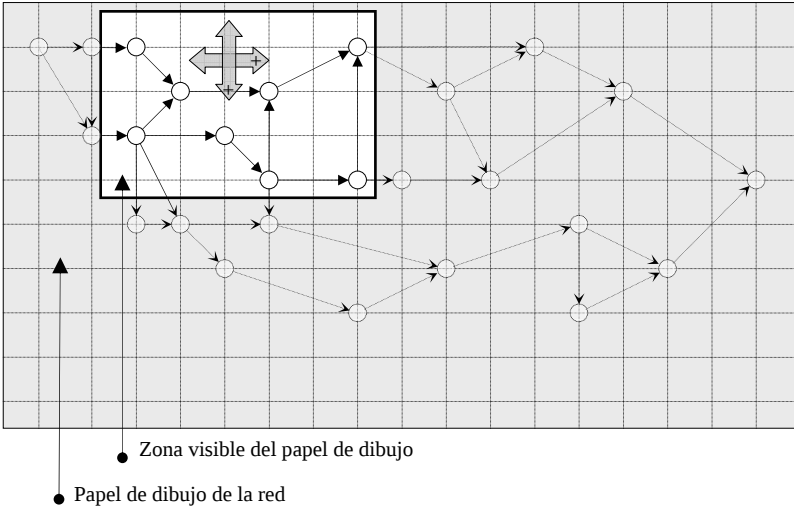
b. Área de Diseño



Número:	8	
Código:	H	
Texto:		
Duración:	19,00	
T.m.p.e.:	24,00	T.m.p.t.: 43,00
T.m.t.e.:	36,00	T.m.t.t.: 55,00
Holg. Total:	12,00	Holg. Libre: 0,00
		Aceptar

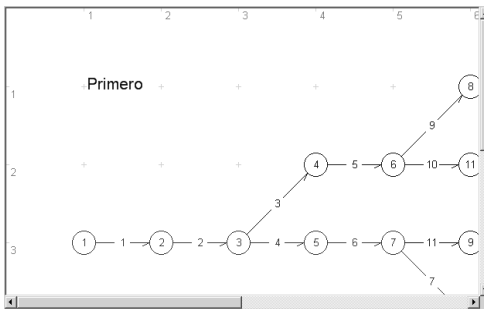
Pulsando con botón derecho sobre el número o código de la actividad, nos aparecerá una ventana con toda la información relativa a sus descripciones, la duración de cálculo usada actualmente, los tiempos más pronto y más tarde de empezar y terminar así como de las holguras total y libre.

El área de diseño esta formada por un papel cuadriculado virtual con una retícula (Grid) que como hemos comentado antes podremos modificar a nuestro gusto, sobre el cual desplazamos nuestra pantalla mediante las barras deslizantes. La posición relativa de la pantalla sobre el papel la podemos deducir mediante la numeración del orden de la retícula y que se encuentra en la parte superior e izquierda de nuestra pantalla

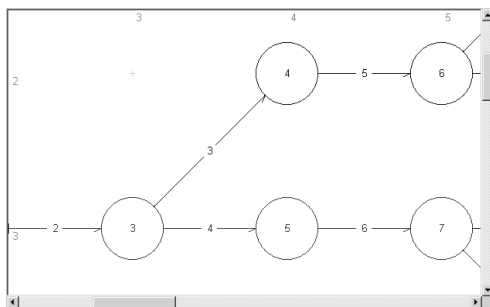


La modificación del tamaño del Grid también lo podremos usar para producir un efecto de zoom, veamos dos ejemplos:

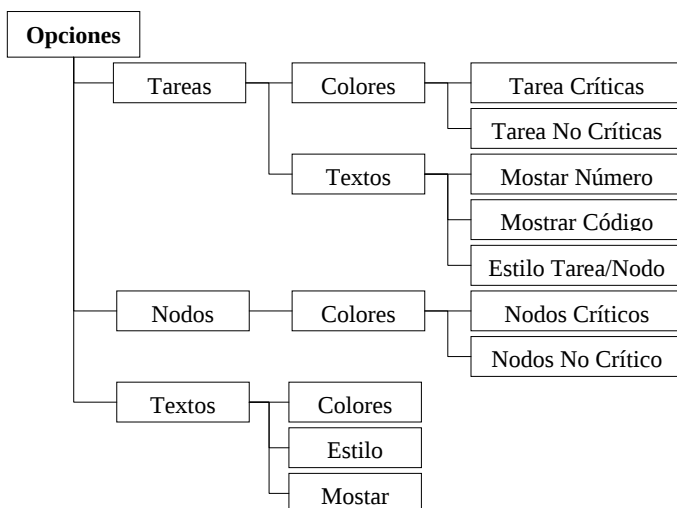
Grid 100 y Nodo 30 (valores por defecto):



Grid 200 y Nodo 80:



Existen además varias alternativas accesibles desde la barra superior de menús. Para eso pulsaremos en el elemento “Opciones” y se desplegará el siguiente árbol de características personalizables:



Tareas – Colores - Tareas Críticas: Modifica el color con el que se visualizarán las actividades críticas, tanto en el área de diseño con en el Gantt. El color por defecto es el rojo.

Tareas – Colores - Tareas No Críticas: Modifica el color con el que se visualizarán las actividades no críticas, y como anteriormente, tanto en el área de diseño con en el Gantt. El color por defecto es el azul.

Tareas - Textos – Mostrar Número: hace que se visualice en el punto medio de la flecha de la actividad el número de orden de la actividad. El valor por defecto es visualizar número.

Tareas - Textos – Mostrar Código: igual que el anterior pero hace que se visualice el Código de la actividad.

Tareas - Textos – Estilo: Modifica el estilo del texto del las actividades tanto críticas como no críticas.

Nodos – Colores - Nodos Críticos: Modifica el color con el que se visualizarán los nodos críticos. El color por defecto es el rojo.

Nodos – Colores - Nodos No Críticos: Como en los nodos críticos pero modifica el color con el que se visualizarán los nodos no críticos. El color por defecto es el azul.

Textos – Colores: Modifica el color con el que se visualizan las textos explicativos que hemos ubicado en la Red de actividades. El color por defecto es el negro.

Textos – Estilo: Cambia el estilo de los textos explicativos.

Textos – Mostar SI / NO: Te permite decidir si quieres ver los textos explicativos o no. La opción por defecto es SI.

c. Área de Datos

Ahora que empiezas a familiarizarte con el entorno de trabajo de Senda AF, (me imagino que además de estar leyendo estas páginas ya habrás hecho tus pinitos con alguna pequeña red), es el momento de comentar como introducir o incluso modificar los valores de las actividades con los que luego tendremos que trabajar para lograr el objetivo de conseguir un proyecto óptimo (o por lo menos ideal) tanto en el tiempo como en los costes y recursos, conociendo incluso el riesgo que tenemos de incumplir los plazos y poner los medios para evitar los incumplimientos.

Te habrás dado cuenta que al introducir tu primera actividad esta aparece como un flecha de trazo punteado, no te preocupes, no es un error. ¿Recuerdas cuando hablamos de las actividades ficticias? Pues eso es lo que sucede, que toda actividad sin duración (es decir, de duración cero días) Senda AF la interpreta como una actividad ficticia. Creo que es importante indicarte que si utilizas en la red una ficticia de duración distinta de cero (como puede ser un periodo de fraguado del hormigón), ya no será interpretada como ficticia, sino como actividad ficticia de espera o de desfase. Normalmente las actividades ficticias de desfase no consumen recursos ni generan coste, salvo que realicemos un análisis de inversiones, en cuyo caso como es evidente generara costes en función de las tasas y la duración de esta.

El área de datos esta formada por dos tablas, una de ellas dedicada a los recursos y que no es editable, y la otra dedicada a las actividades y que es parcialmente editable como veremos posteriormente. Para facilitarte el análisis de los datos que más te pueden interesar en cada momento, las dos tablas están separadas por un botón deslizante que te permitirá hacer más grande o mas pequeña la tabla que te interese (por supuesto si haces un grande la otra será más pequeña), además dispones de un sombreado de “pijama” para que tengas una fácil lectura horizontal de los valores de las tablas.

Como hemos comentado antes, la tabla de nodos no es editable, lo que no ocurre con la tabla de tareas, que es parcialmente editable. En la tabla de tareas solo puedes editar los valores de textos, duraciones, costes, etc., pero no la geometría de la red. Eso se ha hecho así para evitar en lo posible la confusión que se puede dar al diseñar en dos

entonos diferentes uno de tabla y otro grafico, pero, si aún así te gusta trabajar el diseño de la red en forma de tablas, al final del capitulo te daremos una alegría y te explicaremos como hacerlo de una forma muy sencilla que seguro que te gusta y basada en las tablas de la base de datos de Access de Microsoft Office.

TABLA DE NODOS

Num	T1	T2	Hlg	X	Y	
1	0,00	0,00	0,00	1	3	Numero de orden del Nodo
2	5,00	5,00	0,00	2	3	Tiempo más pronto del Nodo (Te)
3	12,00	12,00	0,00	3	3	Tiempo más tarde del Nodo (Tl)
4	15,00	27,00	12,00	4	2	Holgura del Nodo
5	20,00	20,00	0,00	4	3	
6	20,00	32,00	12,00	5	2	
7	37,00	37,00	0,00	5	3	
8	24,00	36,00	12,00	6	1	Coordenada “x” del Nodo
9	43,00	52,00	9,00	6	3	
10	45,00	45,00	0,00	6	4	Coordenada “y” del Nodo
11	28,00	50,00	22,00	6	2	
12	49,00	49,00	0,00	7	4	

En esta tabla podrás visualizar tantos los tiempos más pronto y más tarde así como la holgura del nodo (o de ruta) y las coordenadas “x” e “y” del nodo dentro de nuestro gran papel de dibujo.

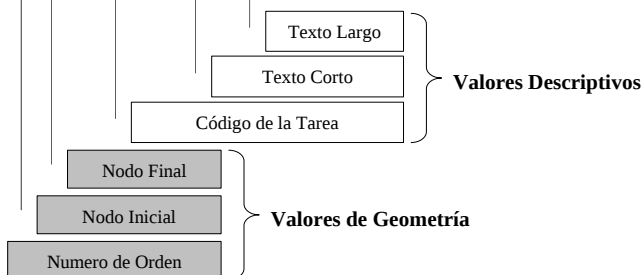
En referencia a las coordenadas “x” e “y” de los nodos, te comentaré que estos siempre son valores positivos y que el sistema de coordenadas de Senda AF comienza en la esquina superior izquierda de nuestro papel de trabajo, donde el eje “x” discurre horizontalmente aumentando a medida que nos desplazamos hacia la derecha y evidentemente el otro eje, el “y” discurrirá verticalmente aumentando a medida que se descienda hacia la zona inferior del papel.

TABLA DE TAREAS

Tal y como hemos hecho con la tabla de nodos, vamos a ver que representan cada uno de los valores que aparecen en la tabla de tareas, para posteriormente analizar de forma detallada cada uno de ellos, y según como sea nuestro posterior análisis determinista o estocástico la manera en que deberemos de interpretarlos.

Empezaremos por la zona de la izquierda que define la geometría y las características descriptivas de las tareas

Num	Ini	Fin	Codigo	Tst Corto	Tst Largo	D Opt	D Pre	D Pes	D Cal	Holg	C Opt	C Pes	C Cal	Venta	Med	Rend	
1	1	1	A				3	5	6	5,00	0,00	130,00	100,00	110,00	145,00	200,00	0,50000
2	2	3	B				3	7	13	7,00	0,00	122,00	120,00	121,20	150,00	300,00	0,50000
3	3	4	C				3	3	3	3,00	12,00	90,00	90,00	90,00	110,00	175,00	0,50000
4	3	5	D				8	8	8	8,00	0,00	80,00	80,00	80,00	85,00	150,00	0,50000
5	4	6	E				3	5	7	5,00	12,00	136,00	130,00	133,00	140,00	275,00	0,50000
6	5	7	F				17	17	17	17,00	0,00	170,00	170,00	170,00	185,00	400,00	0,50000
7	7	10	G				4	8	8	8,00	0,00	124,00	120,00	120,00	130,00	250,00	0,50000
8	8	14	H				4	19	20	19,00	12,00	206,00	200,00	200,38	250,00	450,00	0,50000
9	6	8	I				4	4	4	4,00	12,00	60,00	60,00	60,00	70,00	100,00	0,50000
10	6	11	J				6	8	10	8,00	22,00	162,00	160,00	161,00	167,00	350,00	0,50000
11	7	9	K				4	6	8	6,00	9,00	131,00	130,00	130,50	139,00	350,00	0,50000
12	11	15	L				5	11	12	11,00	22,00	156,00	150,00	150,86	163,00	375,00	0,50000
13	10	12	M				4	4	4	4,00	0,00	40,00	40,00	40,00	45,00	125,00	0,50000
14	9	13	N				5	6	8	6,00	9,00	156,00	150,00	154,00	160,00	400,00	0,50000
15	12	15	S				4	4	4	4,00	0,00	40,00	40,00	40,00	50,00	100,00	0,50000



Valores de Geometría:

Numero de orden: es el número de orden asignado automáticamente por Senda AF, y que constantemente es actualizado para mantener la integridad referencial, no siendo editable por el usuario.

Nodo Inicial: Corresponde al nodo inicial de la tarea, no siendo editable por el usuario y también actualizado automáticamente por Senda AF.

Nodo Final: Al igual que el resto de valores que definen la geometría, no se puede modificar desde la tabla de datos, y solo se puede editar desde el área de diseño.

Valores descriptivos:

Código de la tarea: Corresponde al primer texto descriptivo de la tarea. Deberá de ser un texto corto con el que fácilmente puedas identificar la flecha de la red con la tarea a la que corresponde. No es conveniente utilizar Códigos de más de 2 o tres caracteres, aunque puedes utilizar hasta 10.

Texto Corto: Corresponde al segundo texto descriptivo de la tarea, y que será el que nos sirva para definir la tarea de una forma corta y concisa. No es conveniente realizar una descripción muy detallada en este campo, pudiéndose utilizar para entrar en más detalle el campo de texto largo.

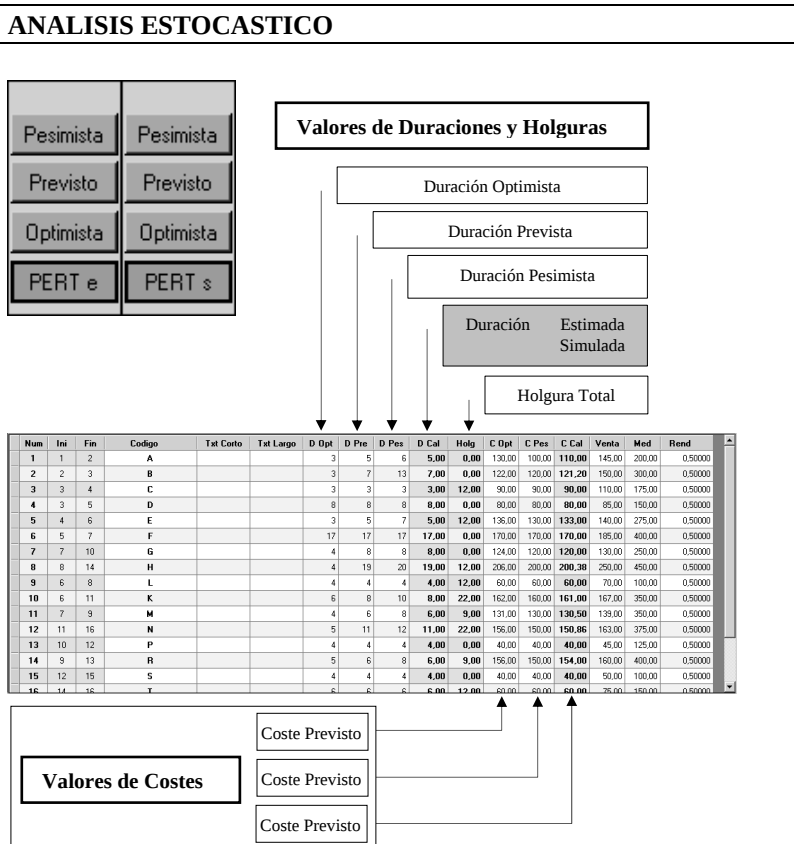
Texto Largo: Este es el tercer elemento descriptivo de la tarea. Normalmente con los dos primeros valores de texto descriptivo deberías de tener suficiente, cumplimentando el resto de información en la correspondiente memoria de tu red, pero no obstante aquí tienes este campo para que te puedas extender e incluir todos los elementos que consideres oportunos.

Una vez estudiados los valores que determinan nuestra geometría y los que definen los elementos descriptivos de las tareas de nuestra red, vamos a pasar a la zona derecha de la tabla, donde están reseñados los valores en base a los cuales realizaremos los posteriores análisis y simulaciones, para lo cual deberemos tener siempre muy presente que tipo de análisis estamos realizando, estocástico o determinista y así reconocer la información que se nos esta ofreciendo en cada momento. Senda AF te indicará en cada momento en base a que tipo de análisis te esta mostrando la información, pero has de seguir

ciertas precauciones que ya te iré indicando a medida que avancemos en la resolución de problemas sobre nuestra red.

d. Los botones de cálculo.

Los botones de calculo están estrechamente relacionados con la tabla de datos, de tal forma que en función del tipo de análisis que estemos realizando, estocástico o determinista nos aparecen diferentes botones y los valores de la tabla de datos deberán interpretados de forma diferente, pero veámoslo en detalle.



Valores de Duraciones y Holguras.

Duración Optimista: *“Duración de la actividad bajo las condiciones más favorables; sería el tiempo mínimo en que se podría realizar la actividad si las condiciones de ejecución de la misma fueran excepcionalmente buenas, no produciéndose ningún tipo de contratiempo durante la realización de la tarea”.*

Duración Prevista: *“Es el tiempo de mayor frecuencia estadística, es decir, el tiempo que vamos a tardar en ejecutar la actividad un mayor número de veces o el tiempo que se emplearía en la mayoría de los casos si se ejecutara la actividad un elevado número de veces. Representa el tiempo que se tardaría en realizar la actividad en condiciones normales.”*

Duración Pesimista: *“Es el tiempo que tardamos en realizar la actividad considerando tanto los problemas previstos como imprevistos, excluyendo las circunstancias excepcionalmente anormales. También, de forma ligeramente contradictoria, se define como el tiempo máximo que se emplearía en ejecutar la actividad en condiciones excepcionalmente desfavorables, produciéndose todo tipo de contratiempos”*

Duración Estimada o Simulada: Es el valor de la duración según los valores estimados o simulados, o el botón de calculo activo en ese momento.

Valores de Costes de Producción:

Coste Acelerado: Es el coste para una utilización máxima de recursos.

Coste Normal: Es el coste para una utilización mínima de recursos.

Coste Previsto: Recordarás que estamos en un análisis estocástico, y que lo que hacemos es estimar una UNICA DURACION de la actividad en base a una muestra de tres valores (duración optimista, prevista y pesimista), por lo que solo se puede tener un único valor de coste.

Consecuentemente, los valores de coste acelerado y normal deberán de ser los mismos y en el caso de que dispongas valores diferentes en la tabla, Senda AF utilizará para el cálculo del Coste Previsto la media matemática de los dos valores.

Fíjate como el último botón puede adoptar dos posiciones, **PERT e** y **PERT s**. La diferencia entre ellos es sutil pero importante, el primer valor es el valor de la media estadística calculado a partir de las tres estimaciones del experto, es decir, la duración estimada y por eso se llama **PERT e** o PERT Estimado.

El valor de **PERT s** corresponde al de la duración simulada en nuestro proceso de Monte Carlo en función de las diferentes funciones de densidad de las actividades. Suele ser muy similar al de la duración estimada, sobre todo a medida que aumenta la sensibilidad de nuestra simulación, acercándonos asintóticamente a la duración estimada por la función teórica, de forma exponencialmente proporcional a la sensibilidad exigida.

En función del botón de cálculo que pulsemos se producirán los siguientes efectos:

Pesimista, Senda AF nos calculara la duración del proyecto suponiendo que todas las actividades se realizan según su duración pesimista.

Optimista, Senda AF nos calculara la duración del proyecto realizando todas las actividades según su duración optimista

Previsto, Senda AF nos calculara la duración del proyecto realizando todas las actividades según su duración prevista.

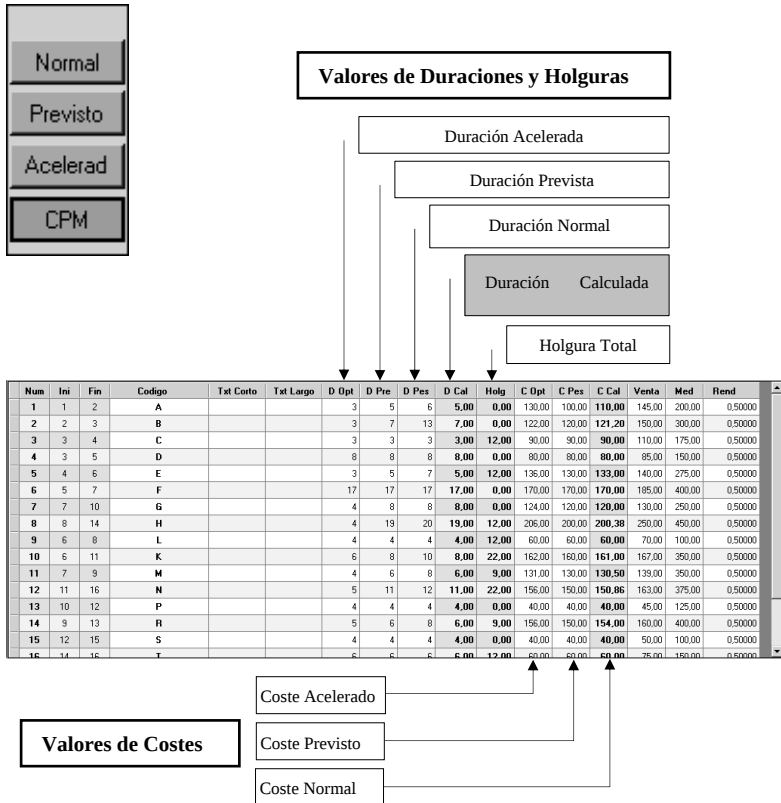
PERT e / **PERT s**, utilizará para el calculo la duración estimada o simulada según sea el caso.

En ningún caso cambiará el coste de las actividades y por supuesto tampoco el coste del proyecto, por las razones expuestas anteriormente.

Es importante hacer unas puntuaciones relativas al redondeo de los valores de la duración de la actividad en los procesos estocásticos.

1. Con el fin de evitar los errores que se producen al calcular los tiempos de los nodos trabajando con números reales y no con números enteros en los problemas estocásticos, Senda AF redondea los valores de la duración de las actividades en estos casos a la centésima más cercana, exclusivamente para el calculo de los nodos, no para la simulación de los valores de la duración.
2. Si tras una simulación (recordarás que con duraciones redondeadas a la centésima), entras en un proceso de nivelación de recursos o análisis de inversiones, automáticamente el valor estimado o simulado será redondeado al entero más cercano y perderás los valores reales de la simulación.

ANALISIS DETERMINISTA



Valores de Duraciones y Holuras.

Duración Acelerada: “Es la duración para una utilización máxima de recursos, que consecuentemente nos ocasionará unos mayores costes y que llamares **Coste Acelerado**.”

Duración Prevista: “Es el tiempo que estimamos para la duración de la en las condiciones previstas de recursos.”

Duración Normal: “Es la duración para una utilización mínima de recursos, que consecuente nos ocasionará unos menores costes y que llamaremos **Coste Normal**”

Duración Calculada: Es la duración optima de la actividad en el caso de que hayamos optimizado el proyecto o el del valor según el botón de calculo activo.

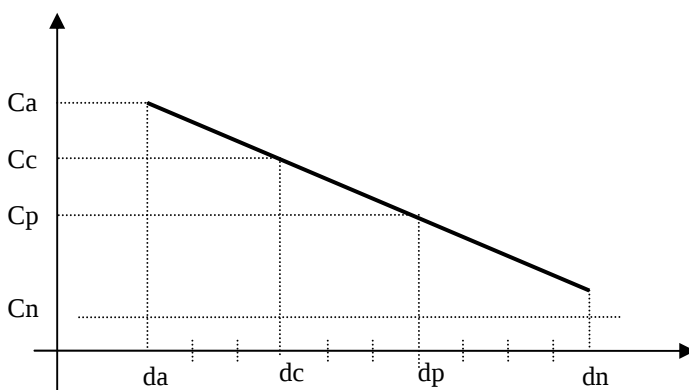
Valores de Costes de Producción:

Coste Acelerado: Es el coste para una utilización máxima de recursos, con la consecuente menor duración y que llamaremos duración acelerada.

Coste Normal: Es el coste para una utilización mínima de recursos, que estará relacionada con una mayor duración y que en este caso llamaremos duración normal.

Coste Calculado: Es el valor del coste para el botón de calculo activo (optimo, acelerado, previsto o normal).

Veamos de forma de forma grafica los anteriores valores:



Normal: Si pulsamos este botón, Senda AF calculará el proyecto suponiendo que todas las actividades se realizan según su duración normal y como estamos en un análisis determinista, los valores de coste del proyecto de ajustarán en función de estas duraciones.

Previsto: Se calculará el proyecto con todas las actividades realizándose según su duración prevista y como anteriormente, los valores de coste del proyecto de ajustarán en función de la duración prevista.

Acelerado: Se calculará el proyecto más corto de todos los posible, con todas las actividades realizándose según su duración Acelerada y los valores de coste del proyecto de ajustarán en función de la duración prevista, que tendrían que ser los máximos si has introducido los valores correctamente.

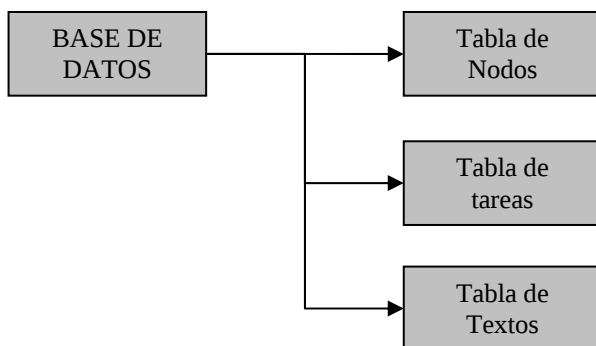
CPM: Senda AF calculará los valores según las duraciones óptimas obtenidas del proceso de optimización de costes a una duración de proyecto determinada (mínima, óptima o a plazo determinado); En caso de que no se haya realizado este proceso, se considerarán como duraciones **CPM** a las normales que serán las de mayor duración y menor coste.

e. Estructura de la base de datos en Access.

Recordarás que anteriormente comentamos que además de poder definir tu red mediante el panel de diseño y la introducción de valores en la tabla de datos, podrías realizar el diseño de tu red y todos sus valores, directamente mediante las tablas de bases de datos de Access.

Senda AF trabaja con dos bases de datos que recomiendo cambiar, y que son Inicio.mdb y Pert-cpm.mdb, la primera es la base de datos que se genera automáticamente al borrar la red que tienes cargada actualmente y la segunda sirve como base de datos auxiliar y será la red que cargue cuando inicies Senda AF.

Una base de datos Access esta formada por tablas indexadas relacionadas entre si, pero en este caso no están ni indexadas ni relacionadas, Senda AF ya se encarga de mantener la integridad referencial de los valores, pero has de tener cuidado al introducir esos valores en Access y ser meticoloso, pues Senda AF no verificará la integridad de esos datos.



Los elementos que definen cada uno de los valores de las tablas son:

Tabla de Nodos:

Nombre	Tipo de datos	Decimales	Requerido	Indexado
Num	Entero	0	No	No
X	Entero	0	No	No
X	Entero	0	No	No
T1	Simple	2	No	No
T2	Simple	2	No	No
Holgura	Simple	2	No	No

Tabla de Tareas:

Nombre	Tipo de datos	Dec / Tam	Requerido	Indexado
Num	Entero	0	No	No
Inicio	Entero	0	No	No
Fin	Entero	0	No	No
Codigo	Texto	10	No	No
Texto Corto	Texto	50	No	No
Texto Largo	Texto	50	No	No
Dur Opt	Entero Largo	2	No	No
Dur Pre	Entero Largo	2	No	No
Dur Pes	Entero Largo	2	No	No
Dur Est	Simple	2	No	No
Holgura	Simple	2	No	No
Desv	Simple	2	No	No
Coste_Opt	Simple	2	No	No
Coste_Pre	Simple	2	No	No
Coste_Est	Simple	2	No	No
Venta	Simple	2	No	No
Medicion	Simple	5	No	No
Rendimiento	Simple	2	No	No
Distribucion	Entero	0	No	No

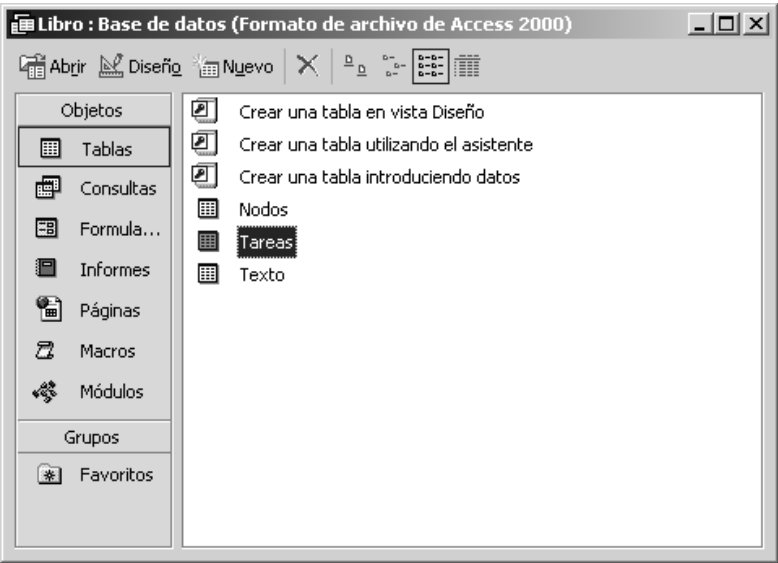
Los valores de la distribución serán:

- 0 Determinista
- 1 Uniforme
- 2 Triangular
- 3 Beta

Tabla de Textos:

Nombre	Tipo de datos	Dec / Tam	Requerido	Indexado
Texto	Texto	50	No	No
texto_x	Entero	0	No	No
texto_y	Entero	0	No	No

Vista de la base de datos Libro



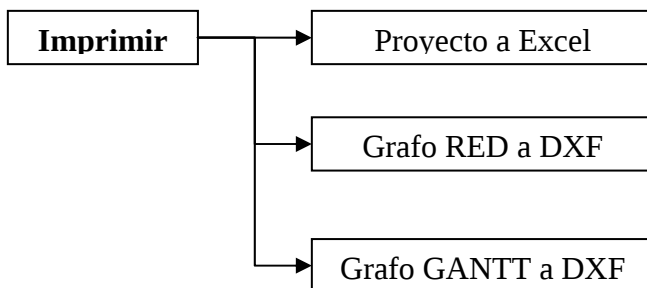
Vista de la tabla Tareas

Microsoft Access - [Libro: Tabla]														
Archivo Edición Ver Herramientas Formato Herramientas Visualización Z														
Escriba una pregunta														
Num	Inicio	Fin	Código	Texto Corto	Texto Largo	Dur Opt	Dur Pre	Dur Pes	Dur Est	Holgura	Desv	Coste_Opt	Coste_Pes	Coste_Est
1	1	2	A			0	2	0	2	0	0	0	0	0
2	2	3	B			6	6	6	6	0	0	0	0	0
3	2	4	C			1	1	1	1	6	0	0	0	0
4	3	7	D			3	3	3	3	0	0	0	0	0
5	3	6	E			3	3	3	3	0	0	0	0	0
6	4	5	F			1	1	1	1	6	0	0	0	0
7	4	6	G			2	2	2	2	6	0	0	0	0
8	7	9	H			3	3	3	3	0	0	0	0	0
9	6	6	I			1	1	1	1	0	0	0	0	0
10	6	6	J			1	1	1	1	6	0	0	0	0
11	8	9	K			2	2	2	2	0	0	0	0	0
12	0	0				0	0	0	0	0	0	0	0	0

Vista de la tabla Nodos

Num	X	Y	T1	T2	H	Hojara
1	1	2	0	0	0	0
2	2	2	2	2	0	0
3	3	1	7	7	0	0
4	3	3	3	3	5	5
5	4	2	10	10	0	0
6	4	4	5	10	5	5
7	5	1	10	10	0	0
8	5	3	11	11	0	0
9	6	2	13	13	0	0
10	0	0	0	0	0	0

f. Resultados en Excel.



Senda AF generará un archivo de texto con formato XML (eXtensible Markup Language) que es un lenguaje estándar para el intercambio de información estructurada entre diferentes plataformas, y que Excel interpretará automáticamente.

Pestaña Proyecto:

Microsoft Excel - Libro1 EXCEL1

Archivo Edición Formato Herramientas Datos Ventana Ayuda

Forma una pregunta

100% 498

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177 178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296 297 298 299 300 301 302 303 304 305 306 307 308 309 310 311 312 313 314 315 316 317 318 319 320 321 322 323 324 325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386 387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 411 412 413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507 508 509 510 511 512 513 514 515 516 517 518 519 520 521 522 523 524 525 526 527 528 529 530 531 532 533 534 535 536 537 538 539 540 541 542 543 544 545 546 547 548 549 550 551 552 553 554 555 556 557 558 559 560 561 562 563 564 565 566 567 568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594 595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627 628 629 630 631 632 633 634 635 636 637 638 639 640 641 642 643 644 645 646 647 648 649 650 651 652 653 654 655 656 657 658 659 660 661 662 663 664 665 666 667 668 669 670 671 672 673 674 675 676 677 678 679 680 681 682 683 684 685 686 687 688 689 690 691 692 693 694 695 696 697 698 699 700 701 702 703 704 705 706 707 708 709 710 711 712 713 714 715 716 717 718 719 720 721 722 723 724 725 726 727 728 729 730 731 732 733 734 735 736 737 738 739 740 741 742 743 744 745 746 747 748 749 750 751 752 753 754 755 756 757 758 759 760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770 771 772 773 774 775 776 777 778 779 780 781 782 783 784 785 786 787 788 789 790 791 792 793 794 795 796 797 798 799 800 801 802 803 804 805 806 807 808 809 810 811 812 813 814 815 816 817 818 819 820 821 822 823 824 825 826 827 828 829 830 831 832 833 834 835 836 837 838 839 840 841 842 843 844 845 846 847 848 849 850 851 852 853 854 855 856 857 858 859 860 861 862 863 864 865 866 867 868 869 870 871 872 873 874 875 876 877 878 879 880 881 882 883 884 885 886 887 888 889 890 891 892 893 894 895 896 897 898 899 900 901 902 903 904 905 906 907 908 909 910 911 912 913 914 915 916 917 918 919 920 921 922 923 924 925 926 927 928 929 930 931 932 933 934 935 936 937 938 939 940 941 942 943 944 945 946 947 948 949 950 951 952 953 954 955 956 957 958 959 960 961 962 963 964 965 966 967 968 969 970 971 972 973 974 975 976 977 978 979 980 981 982 983 984 985 986 987 988 989 990 991 992 993 994 995 996 997 998 999 1000

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Pestaña Tiempos:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Num	Código	Txt Corto	Txt Largo	Dur. Acel	Dur. Pre	Dur. Nor	Coste Acel	Coste Norm	Med	Re	Precio
2	1	A			0,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00000	0,00
3	2	B			0,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00000	150,00
4	3	C			1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00000	110,00
5	4	D			3,00	3,00	3,00	0,00	0,00	0,00	0,00000	85,00
6	5	E			3,00	3,00	3,00	0,00	0,00	0,00	0,00000	140,00
7	6	F			1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00000	185,00
8	7	G			2,00	2,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00000	130,00
9	8	H			3,00	3,00	3,00	0,00	0,00	0,00	0,00000	250,00
10	9	I			1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00000	70,00
11	10	J			1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00000	167,00
12	11	K			2,00	2,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00000	139,00

Pestaña Costes:

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2	<u>Num</u>	Código	Txt Corto	Txt Largo	Dur. Calculo	T.m.p.e.	T.m.to	T.m.p.t	T.m.t	Holgura	TE Nivelado
3	1	A			2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	0,00	0,00
4	2	B			3,00	0,00	0,00	7,00	7,00	0,00	0,00
5	3	C			1,00	2,00	7,00	3,00	8,00	5,00	2,00
6	4	D			3,00	7,00	7,00	10,00	10,00	0,00	7,00
7	5	E			3,00	7,00	7,00	10,00	10,00	0,00	7,00
8	6	F			1,00	3,00	9,00	4,00	10,00	6,00	3,00
9	7	G			2,00	3,00	8,00	5,00	10,00	5,00	3,00
10	8	H			3,00	10,00	10,00	13,00	13,00	0,00	10,00
11	9	I			1,00	1,00	10,00	11,00	11,00	0,00	10,00
12	10	J			1,00	5,00	10,00	6,00	11,00	5,00	5,00
13	11	K			2,00	11,00	11,00	13,00	13,00	0,00	11,00

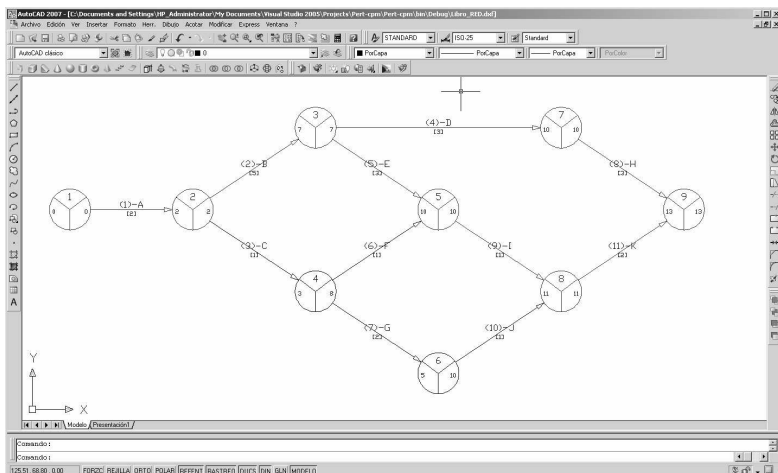
A partir de los informes en Excel, ya puedes realizar esos informes tan vistosos y personalizados con tu propia imagen exclusiva, y complementados con las posibilidades de generación de gráficos que te ofrece Excel.

g. Resultados con Autocad:

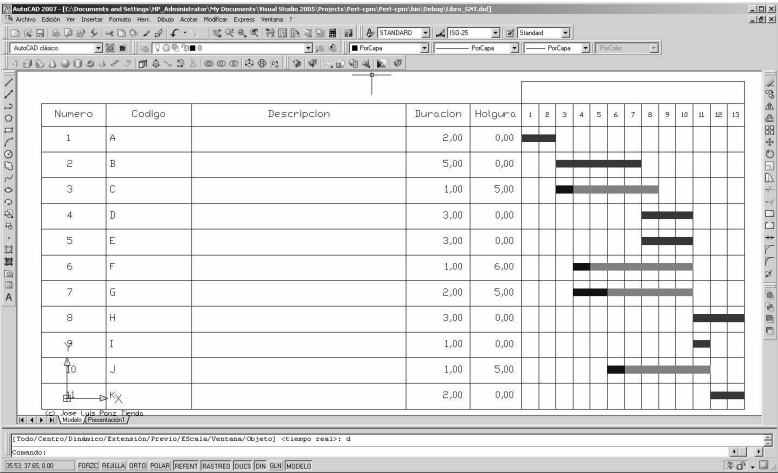
Senda creará un archivo tipo DXF (Drawing eXchange File), que es el formato de intercambio de AutoCad y convertido en estándar de gráficos vectoriales tanto en dos dimensiones como en tres dimensiones.

Para capturar uno de estos archivos desde Autocad tan solo tendrás que teclear CARGADXF e **INTRO**. También puedes seleccionar el archivo, y mediante el botón derecho del ratón elegir AutoCad en el menú contextual **Abrir con...** que te aparecerá.

Red en AutoCad:



Gantt en AutoCad:

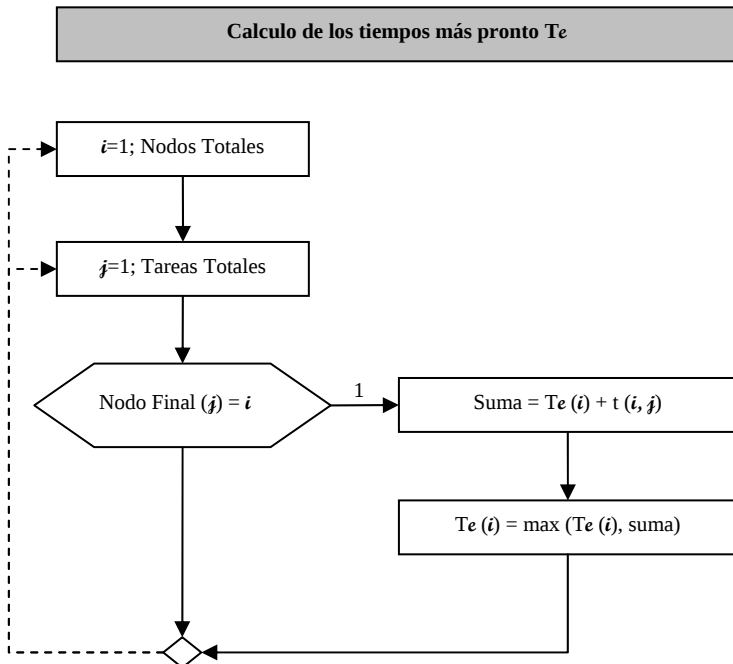


3. Algoritmos para calcular el tiempos de los nodos y de las tareas

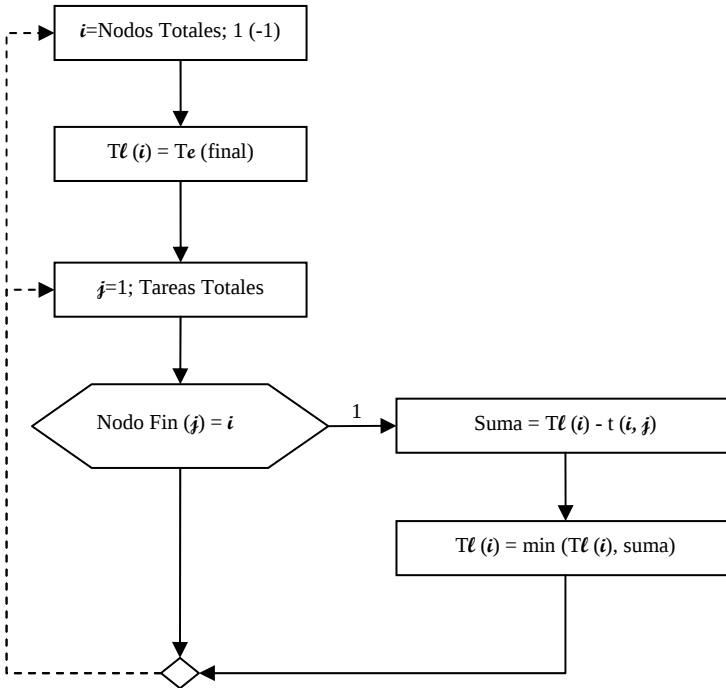
a. El Algoritmo iterativo.

Es el algoritmo de cálculo explicado de forma detallada anteriormente y también el de uso más común. Es el algoritmo usado por Senda AF por ser el más pedagógico y de muy fácil programación:

Veamos su diagrama de flujo:



Calculo de los tiempos más tarde Tl



Código Fuente

```
Sub Calcular()  
    Dim i As Integer  
    Dim j As Integer  
    Dim Suma As Single = 0  
    Dim Maximo As Single = 0  
    For i = 1 To Nodo_Totales  
        Nodo_T1(i) = 0  
        For j = 1 To Tarea_Totales  
            If Tarea_Fin(j) = i Then  
                Suma = Round(Nodo_T1(Tarea_Inicio(j)) + Tarea_Dur_Es(j), 2)  
                If Tarea_Dur_Es(j) >= 0 Then  
                    Nodo_T1(i) = Max(Nodo_T1(i), Suma)  
                Else  
                    Nodo_T1(i) = Min(Nodo_T1(i), Suma)  
                End If  
            End If  
        Next  
        If Maximo < Nodo_T1(i) Then Maximo = Nodo_T1(i)  
    Next  
    For i = Nodo_Totales To 1 Step -1  
        Nodo_T2(i) = Maximo  
        For j = 1 To Tarea_Totales  
            If Tarea_Inicio(j) = i Then  
                Suma = Round(Nodo_T2(Tarea_Fin(j)) - Tarea_Dur_Es(j), 2)  
                If Nodo_T2(i) > Suma Then  
                    Nodo_T2(i) = Suma  
                End If  
            End If  
        Next  
        Tarea_Hlg(i) = Round(Nodo_T2(Tarea_Fin(i)) -  
                            Nodo_T1(Tarea_Inicio(i)) - Tarea_Dur_Es(i), 2)  
    Next  
    Duracion_Total = Nodo_T2(Nodo_Totales)  
End Sub
```

b. El Algoritmo de Zaderenko aplicado a los nodos.

Para la aplicación del algoritmo de Zaderenko para el calculo del tiempo de los nodos, debemos partir de nuestra matriz de pesos (W), que como recordarás la obteníamos a partir de la matriz de adyacencia, y que era la siguiente

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	2	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	5	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	3	0	3	0	0
4	0	0	0	0	1	2	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	0	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	3
8	0	0	0	0	0	0	0	0	2
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0

A la matriz anterior le añadiremos una columna y una fila adicionales, para recoger los valores más pronto y más tarde de nuestras actividades. Recordarás que en la casilla $W(i, j)$ de la matriz se indicaba el peso de la arista, que en nuestro caso es la duración de la actividad $t(i, j)$, en caso de que exista. Sólo aparecerán números en las casillas situadas por encima de la diagonal principal de la matriz, pues no es posible que existan actividades (i, j) cuando $j > i$.

Nuestra matriz de Zaderenko será de la siguiente forma:

	T_e	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
2		0	0	5	1	0	0	0	0	0
3		0	0	0	0	3	0	3	0	0
4		0	0	0	0	1	2	0	0	0
5		0	0	0	0	0	0	0	1	0
6		0	0	0	0	0	0	0	1	0
7		0	0	0	0	0	0	0	0	3
8		0	0	0	0	0	0	0	0	2
9		0	0	0	0	0	0	0	0	0
T_l										

Los valores de los tiempos más pronto (Te) se representan en la primera columna de la matriz, y los valores de los tiempos más tarde (Tl) se representan en la última fila de matriz.

Para calcular los tiempos más pronto se opera de la siguiente forma:

$$Te_1 = 0$$

Para el cálculo del resto de los tiempos más pronto de los demás nodos, se opera de la siguiente forma: se toma la columna correspondiente al tiempo más pronto que estamos calculando; a los valores que aparecen en dicha columna (duraciones de las actividades) se les suma el valor calculado en la columna adicional para las filas correspondientes (tiempos más pronto donde comienzan esas actividades); el tiempo más pronto que estamos calculando será la mayor de esas sumas.

$$W(i, j) = \max (W(i, j) + W(j, j)); \quad \forall j \in W(i, j) \quad (20)$$

Para clarificar lo anterior veamos las columnas 2, 3 y 4:

Como solo tenemos un valor en la columna dos, el valor de la fila será:

$$W(0, 2) = W(2, 1) + W(0, 1) = 2 + 0 = 2$$

Y para 3 y 4:

$$W(0, 3) = W(3, 2) + W(0, 2) = 5 + 2 = 7$$

$$W(0, 4) = W(4, 2) + W(0, 2) = 1 + 2 = 3$$

	T_e	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
2	2	0	0	5	1	0	0	0	0	0
3	7	0	0	0	0	3	0	3	0	0
4	3	0	0	0	0	1	2	0	0	0
5		0	0	0	0	0	0	0	1	0
6		0	0	0	0	0	0	0	1	0
7		0	0	0	0	0	0	0	0	3
8		0	0	0	0	0	0	0	0	2
9		0	0	0	0	0	0	0	0	0
T_l										

Procedamos con el resto de los valores más pronto. Veamos la fila 5, para la cual tenemos dos valores en la columna 5, debiendo aplicar (20) y adoptar el valor máximo resultante de los siguientes:

$$W(0, 5) = W(5, 3) + W(0, 3) = 3 + 7 = 10 \quad \leftarrow$$

$$W(0, 5) = W(5, 4) + W(0, 4) = 1 + 3 = 4$$

Y los siguientes:

$$W(0, 6) = W(6, 4) + W(0, 4) = 2 + 3 = 5$$

$$W(0, 7) = W(7, 3) + W(0, 3) = 3 + 7 = 10$$

$$W(0, 8) = W(8, 5) + W(0, 5) = 1 + 10 = 11 \quad \leftarrow$$

$$W(0, 8) = W(8, 6) + W(0, 6) = 1 + 5 = 6$$

$$W(0, 9) = W(9, 7) + W(0, 7) = 3 + 10 = 13 \quad \leftarrow$$

$$W(0, 9) = W(9, 8) + W(0, 8) = 2 + 11 = 13$$

	T_e	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
2	2	0	0	5	1	0	0	0	0	0
3	7	0	0	0	0	3	0	3	0	0
4	3	0	0	0	0	1	2	0	0	0
5	10	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	5	0	0	0	0	0	0	0	1	0
7	10	0	0	0	0	0	0	0	0	3
8	11	0	0	0	0	0	0	0	0	2
9	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T_l										

Una vez calculados los tiempos más pronto (T_e) de cada nodo procederemos a calcular los tiempos más tarde (T_l), empezando por el último nodo y continuando de forma descendiente hasta el primero.

Los valores de los tiempos más tarde (T_l) los ubicaremos en la última fila de la matriz. El tiempo más tarde del último nodo será el tiempo más pronto de ese mismo nodo.

$$T_{l9} = T_{e9} = 13$$

	T_e	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
2	2	0	0	5	1	0	0	0	0	0
3	7	0	0	0	0	3	0	3	0	0
4	3	0	0	0	0	1	2	0	0	0
5	10	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	5	0	0	0	0	0	0	0	1	0
7	10	0	0	0	0	0	0	0	0	3
8	11	0	0	0	0	0	0	0	0	2
9	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T_l										13

El cálculo del resto de los tiempos más tarde ($T\ell$) lo realizaremos de la siguiente forma: tomaremos la fila correspondiente al nodo cuyo tiempo más tarde estamos calculando y se restan los valores que aparecen en esa fila de los valores que aparecen en la fila adicional para las columnas correspondientes (tiempos más tarde de los nodos en los que finalizan esas actividades). El tiempo más tarde del nodo será el menor de esas diferencias.

$$W(j, \ell) = \min (W(i, \ell) - W(i, j)); \quad \forall i \in W(i, j) \quad (21)$$

Aplicando (21) a cada nodo obtendremos:

$$W(8, \ell) = W(9, \ell) - W(9, 8) = 13 - 2 = 11$$

$$W(7, \ell) = W(9, \ell) - W(9, 7) = 13 - 3 = 10$$

$$W(6, \ell) = W(8, \ell) - W(8, 6) = 11 - 1 = 10$$

$$W(5, \ell) = W(8, \ell) - W(8, 5) = 11 - 1 = 10$$

$$W(4, \ell) = W(5, \ell) - W(5, 4) = 10 - 1 = 9$$

$$W(4, \ell) = W(6, \ell) - W(6, 4) = 10 - 2 = 8 \quad \leftarrow$$

$$W(3, \ell) = W(5, \ell) - W(5, 3) = 10 - 3 = 7 \quad \leftarrow$$

$$W(3, \ell) = W(7, \ell) - W(7, 3) = 10 - 3 = 7$$

$$W(2, \ell) = W(3, \ell) - W(3, 2) = 7 - 5 = 2 \quad \leftarrow$$

$$W(2, \ell) = W(4, \ell) - W(4, 2) = 8 - 1 = 7$$

$$W(1, \ell) = W(2, \ell) - W(2, 2) = 2 - 2 = 0$$

Quedando la matriz de Zaderenko con los tiempos más pronto (T_e) y más tarde (T_l) de cada nodo de la siguiente forma:

	T_e	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
2	2	0	0	5	1	0	0	0	0	0
3	7	0	0	0	0	3	0	3	0	0
4	3	0	0	0	0	1	2	0	0	0
5	10	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	5	0	0	0	0	0	0	0	1	0
7	10	0	0	0	0	0	0	0	0	3
8	11	0	0	0	0	0	0	0	0	2
9	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0
T_l		0	2	7	8	10	10	10	11	13

Que comparándola con los valores de los tiempos de los nodos calculados anteriormente veremos que son idénticos:

Nodo	T_e	T_l
1	0	0
2	1	2
3	7	7
4	3	8
5	10	10
6	5	10
7	10	10
8	11	11
9	13	13

c. El Algoritmo de Zaderenko aplicado a las tareas.

Mediante el algoritmo de Zaderenko también podemos calcular los tiempos de las actividades de una forma similar a como hemos calculado los tiempos de los nodos. Para aplicarlo partiremos de la matriz de encadenamientos (E), que como recordaremos tenía la siguiente estructura:

		Actividades Precedentes										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Actividades Sigüientes	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	9	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
	10	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	11	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

A la matriz de encadenamientos, le añadiremos tres columnas y tres filas adicionales, insertaremos una primera columna adicional que corresponderá a una actividad auxiliar que llamaremos “Inicio”, añadiremos una columna al final que corresponderá a una actividad auxiliar a la que llamaremos “Final” y una columna más que corresponderá a los tiempos más pronto de empezar de la actividad (T1).

De igual manera, añadiremos tres filas con el mismo criterio que hemos seguido para las columnas con una fila inicio, una fila final y una fila correspondiente a los tiempos más tarde de empezar (T2).

En la matriz anterior sustituiremos los valores de 1 por su peso y eliminaremos aquellos elementos que no correspondan a una relación, quedándonos la matriz de la siguiente manera:

		Actividades Precedentes														T1
		Ini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Fin		
Actividades Siguientes	Ini														0	
	1	0														
	2		2													
	3		2													
	4			5												
	5			5												
	6				1											
	7				1											
	8					3										
	9						3	1								
	10								2							
	11									1	1					
	Fin									3			2			
	T2															

Ahora procederemos a calcular los tiempos mas pronto (T1) de cada actividad, operando de igual forma que como hemos hecho anteriormente para los nodos, es decir:

Para el cálculo del resto de los tiempos más pronto de las actividades tomaremos la columna correspondiente del tiempo más pronto que estamos calculando; a los valores que aparecen en dicha columna (duraciones de las actividades) se les suma el valor calculado en la columna adicional para las filas correspondientes (tiempos más pronto donde comienzan esas actividades); el tiempo más pronto que estamos calculando será la mayor de esas sumas.

Veamos como nos queda la matriz una vez operados los valores más pronto:

		Actividades Precedentes														
		Ini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Fin	T1	
Actividades Siguientes	Ini														0	
	1	0													0	
	2		2												2	
	3		2												2	
	4			5											7	
	5			5											7	
	6				1										3	
	7				1										3	
	8					3									10	
	9						3	1							10	
	10								2						5	
	11										1	1			11	
	Fin									3			2		13	
T2																

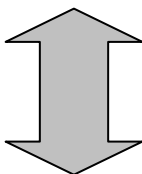
Los resultados obtenidos coinciden fielmente con los valores obtenidos por medio del algoritmo iterativo, pero continuemos con los tiempos más tarde de cada actividad, recordando previamente como se calculan los tiempos más tarde para los nodos:

Para el cálculo de los tiempos más tarde (T2) tomaremos la fila correspondiente a la actividad cuyo tiempo más tarde estamos calculando y se restan los valores que aparecen en esa fila de los valores que aparecen en la fila adicional para las columnas correspondientes. El tiempo más tarde del nodo será el menor de esas diferencias.

Calculemos ahora los tiempos más tarde, veamos como queda definitivamente nuestra matriz de cálculo según el algoritmo de

Zaderenko, y comparemos los resultados por los obtenidos con el algoritmo iterativo:

		Actividades Precedentes														
		Ini	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Fin	T1	
Actividades Siguientes	Ini														0	
	1	0													0	
	2		2												2	
	3		2												2	
	4			5											7	
	5			5											7	
	6				1										3	
	7				1										3	
	8					3									10	
	9						3	1							10	
	10								2						5	
	11										1	1			11	
	Fin									3				2		13
		T2	0	0	2	7	7	7	9	8	10	10	10	11	13	



Actividad	Tmpe	Tmte	Tmpt	Tmtt	Hol	Crit
1	0	0	2	2	0	Si
2	2	2	7	7	0	Si
3	2	7	3	8	5	No
4	7	7	10	10	0	Si
5	7	7	10	10	0	Si
6	3	9	4	10	6	No
7	3	8	5	10	5	No
8	10	10	13	13	0	Si
9	10	10	11	11	0	Si
10	5	10	6	11	5	No
11	11	11	13	13	0	Si

Como habrás podido verificar, los resultados obtenidos con el algoritmo iterativo y por medio de la matriz de Zaderenko son exactamente iguales, pero avancemos un paso más y vamos a hacer unas reflexiones:

1. Una vez definidas las relaciones entre las tareas y construida la matriz de encadenamientos, **no nos hace falta definir el grafo para calcular los tiempos de las actividades**.
2. **No nos han hecho falta en ningún momento actividades ficticias** para definir perfectamente las relaciones entre las tareas ni para poder calcular los tiempos más pronto y más tarde de empezar de cada una de las tareas de nuestro proyecto.
3. Esta matriz de encadenamiento y al algoritmo de Zaderenko fue el origen del sistema ROY, que como recordarás utiliza una actividad inicial y una actividad final para definir el grafo de la planificación de las actividades.
4. Para calcular los tiempos más pronto y más tarde de terminar de cada actividad, tan solo necesitaremos sumar a cada uno de los tiempos de empezar la duración de la actividad.

d. Resolución mediante la programación Lineal.

Para calcular los tiempos de las actividades y determinar la ruta crítica de nuestro grafo mediante programación lineal definiremos las siguientes variables:

Te_j = tiempo más pronto acumulado hasta al nodo j

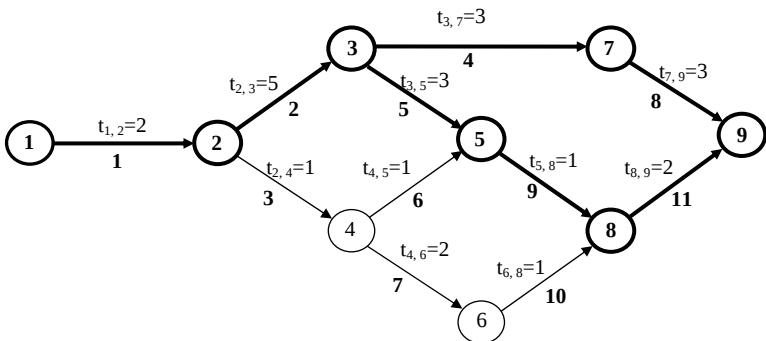
De acuerdo a ello, las restricciones a satisfacer son:

$$Te_j \geq Te_i + t_{ij} \quad (22)$$

Es decir, para cada arista (i, j) que conecta al nodo j se debe cumplir que el tiempo acumulado desde el nodo i más la duración de la actividad (t_{ij}) que conecta el nodo i con el j deber ser mayor al tiempo acumulado al nodo j . Como el objetivo es completar el proyecto, interesa minimizar la diferencia entre el tiempo acumulado al nodo inicial ($Te_{inicial}$) frente al nodo final (Te_{final}):

$$\text{Minimizar} \quad z = Te_{final} - Te_{inicial} \quad (23)$$

Aplicuémoslo a nuestro grafo:



Función objetivo:

$$\text{Minimizar:} \quad z = T_{e9} - T_{e1}$$

Restricciones:

$$T_{e2} \geq T_{e1} + 2$$

$$T_{e3} \geq T_{e2} + 5$$

$$T_{e4} \geq T_{e2} + 1$$

$$T_{e5} \geq T_{e3} + 3$$

$$T_{e5} \geq T_{e4} + 6$$

$$T_{e6} \geq T_{e4} + 2$$

$$T_{e7} \geq T_{e3} + 3$$

$$T_{e8} \geq T_{e5} + 1$$

$$T_{e8} \geq T_{e6} + 1$$

$$T_{e9} \geq T_{e7} + 3$$

$$T_{e9} \geq T_{e8} + 2$$

$$T_{e2}, T_{e3}, T_{e4}, T_{e5}, T_{e6}, T_{e7}, T_{e8}, T_{e9} \geq 0$$

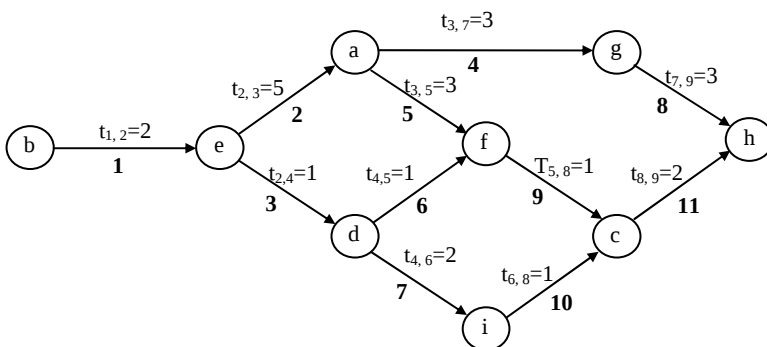
El anterior sistema de inecuaciones se puede resolver mediante el algoritmo Simplex o aún más fácil mediante la función solver de Excel, pero eso ya lo veremos en los anexos.

e. La Numeración de los Nodos.

El algoritmo iterativo de cálculo de los tiempos de los nodos, exige que estos estén perfectamente numerados y ordenados siguiendo el orden cronológico de los procesos de nuestra planificación, requiriendo que el nodo inicial de la actividad sea de orden inferior su nodo final. Cuando estamos diseñando la red, modificando, creando o eliminando nodos y tareas, no podemos estar pendientes de este detalle, debiendo estar exclusivamente centrados en la correcta estructuración de los trabajos. Para resolver eficientemente este problema de forma automática y sencilla, vamos a exponer el siguiente algoritmo.

A partir nuestra matriz de adyacencia, que como recordaremos es una matriz A (a_{ij}), donde las entradas a_{ij} son 1 ó 0, uno si existe conexión entre los vértices i y j y cero en el caso contrario; y como en nuestro caso trabajamos con grafos dirigidos sin bucles ni circuitos, todas las entradas a_{ii} serán cero, al igual que por cada entrada $a_{ij} = 1$ encontraremos una entrada $a_{ji} = 0$.

En nuestro grafo de la planificación los nodos estaban perfectamente ordenados, de tal forma que para cada arista a_{ij} , el vértice inicial (i) siempre es menor que el vértice final (j) de la arista y además mayor que la unidad, así que vamos a proceder a nombrar los vértices con letras, para ordenarlos posteriormente.



Nuestra matriz de adyacencia sin ordenar será:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	0	0	0	0	1	1	0	0
b	0	0	0	0	1	0	0	0	0
c	0	0	0	0	0	0	0	1	0
d	0	0	0	0	0	1	0	0	1
e	1	0	0	1	0	0	0	0	0
f	0	0	1	0	0	0	0	0	0
g	0	0	0	0	0	0	0	1	0
h	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i	0	0	1	0	0	0	0	0	0

El algoritmo propuesto es de tipo iterativo, y se seguirá el siguiente proceso:

1. Buscar la columna con todos los valores igual a cero (j)
2. asignaremos el valor 1 a todos los valores de la columna j , y el valor 0 a todos los valores de la Fila i igual a j , incluso al elemento (i, j)
3. El suceso que ocupe la posición (j) tomará el valor la iteración que estemos realizando.
4. Volveremos al paso 2 con la siguiente iteración.

Veámoslo de forma grafica:

1ª Iteración

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	0	0	0	0	1	1	0	0
b	0	0	0	0	1	0	0	0	0
c	0	0	0	0	0	0	0	1	0
d	0	0	0	0	0	1	0	0	1
e	1	0	0	1	0	0	0	0	0
f	0	0	1	0	0	0	0	0	0
g	0	0	0	0	0	0	0	1	0
h	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i	0	0	1	0	0	0	0	0	0
		1							

2ª Iteración

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	1	0	0	0	1	1	0	0
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c	0	1	0	0	0	0	0	1	0
d	0	1	0	0	0	1	0	0	1
e	1	1	0	1	0	0	0	0	0
f	0	1	1	0	0	0	0	0	0
g	0	1	0	0	0	0	0	1	0
h	0	1	0	0	0	0	0	0	0
i	0	1	1	0	0	0	0	0	0
		1			2				

3ª Iteración

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	1	0	0	1	1	1	0	0
b	0	0	0	0	1	0	0	0	0
c	0	1	0	0	1	0	0	1	0
d	0	1	0	0	1	1	0	0	1
e	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f	0	1	1	0	1	0	0	0	0
g	0	1	0	0	1	0	0	1	0
h	0	1	0	0	1	0	0	0	0
i	0	1	1	0	1	0	0	0	0
	3	1			2				

4ª Iteración

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b	1	0	0	0	1	0	0	0	0
c	1	1	0	0	1	0	0	1	0
d	1	1	0	0	1	1	0	0	1
e	1	0	0	0	0	0	0	0	0
f	1	1	1	0	1	0	0	0	0
g	1	1	0	0	1	0	0	1	0
h	1	1	0	0	1	0	0	0	0
i	1	1	1	0	1	0	0	0	0
	3	1		4	2				

5ª Iteración

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	0	0	1	0	0	0	0	0
b	1	0	0	1	1	0	0	0	0
c	1	1	0	1	1	0	0	1	0
d	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e	1	0	0	1	0	0	0	0	0
f	1	1	1	1	1	0	0	0	0
g	1	1	0	1	1	0	0	1	0
h	1	1	0	1	1	0	0	0	0
i	1	1	1	1	1	0	0	0	0
	3	1		4	2	5			

6ª Iteración

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	0	0	1	0	1	0	0	0
b	1	0	0	1	1	1	0	0	0
c	1	1	0	1	1	1	0	1	0
d	0	0	0	0	0	1	0	0	0
e	1	0	0	1	0	1	0	0	0
f	0	0	0	0	0	0	0	0	0
g	1	1	0	1	1	1	0	1	0
h	1	1	0	1	1	1	0	0	0
i	1	1	1	1	1	1	0	0	0
	3	1		4	2	5			6

7ª Iteración

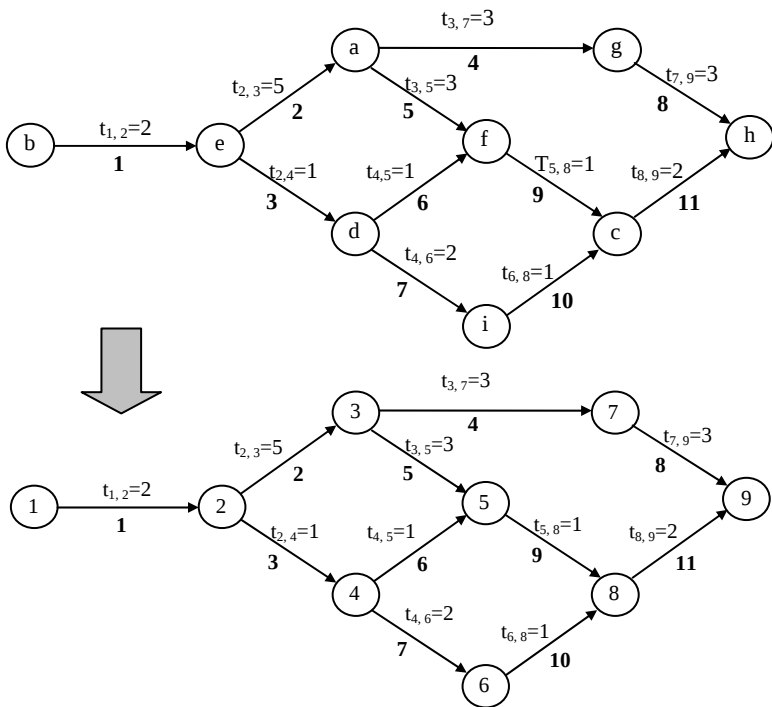
	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	0	0	1	0	1	0	0	1
b	1	0	0	1	1	1	0	0	1
c	1	1	0	1	1	1	0	1	1
d	0	0	0	0	0	1	0	0	1
e	1	0	0	1	0	1	0	0	1
f	0	0	0	0	0	0	0	0	1
g	1	1	0	1	1	1	0	1	1
h	1	1	0	1	1	1	0	0	1
i	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	1		4	2	5	7		6

8ª Iteración

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	0	0	1	0	1	1	0	1
b	1	0	0	1	1	1	1	0	1
c	1	1	0	1	1	1	1	1	1
d	0	0	0	0	0	1	1	0	1
e	1	0	0	1	0	1	1	0	1
f	0	0	0	0	0	0	1	0	1
g	0	0	0	0	0	0	0	0	0
h	1	1	0	1	1	1	1	0	1
i	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	3	1	8	4	2	5	7		6

9ª Iteración

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a	0	0	1	1	0	1	1	0	1
b	1	0	1	1	1	1	1	0	1
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0
d	0	0	1	0	0	1	1	0	1
e	1	0	1	1	0	1	1	0	1
f	0	0	1	0	0	0	1	0	1
g	0	0	1	0	0	0	0	0	0
h	1	1	1	1	1	1	1	0	1
i	0	0	1	0	0	0	1	0	0
	3	1	8	4	2	5	7	9	6
	a	b	c	d	e	f	g	h	i



```

Dim i As Integer
Dim j As Integer
Dim ns As Integer = 1
Dim ns_ant As Integer = 0
Dim Nodo_Ant As Integer
Dim x_Ant As Integer
Dim y_Ant As Integer
Dim matriz_nodos(Nodo_Totales, Nodo_Totales) As Integer
Dim Ant_Nodos(Nodo_Totales) As Integer

'Copia el estado original de los nodos
For i = 1 To Nodo_Totales
    Ant_Nodos(i) = Nodo_Numero(i)
Next
'Inicializa la matriz de renumeración de nodos
For i = 1 To Nodo_Totales
    For j = 1 To Tarea_Totales
        If Tarea_Inicio(j) = i Then matriz_nodos(Tarea_Fin(j), i) = 1
    Next
Next
'Reorganiza los nodos
Do
    ns_ant = ns_ant + 1
    For i = 1 To Nodo_Totales
        For j = 1 To Nodo_Totales
            If matriz_nodos(i, j) = 1 Then GoTo fin
        Next
        Nodo_Numero(i) = ns
        For j = 1 To Nodo_Totales : matriz_nodos(i, j) = 1 : Next
        For j = 1 To Nodo_Totales : matriz_nodos(j, i) = 0 : Next
        ns = ns + 1
    Exit For
fin:
Next
' Verifica si hay bucle
If ns_ant > Nodo_Totales Then
    Bucle = 1
    'Restituye los nodos a su estado original
    For i = 1 To Nodo_Totales
        Nodo_Numero(i) = Ant_Nodos(i)
    Next
    TabPage1.Cursor = Cursors.Default
    Exit Sub
End If
Loop Until ns > Nodo_Totales

```

' Poner las tareas en su sitio

For j = 1 To Tarea_Totales

If Nodo_Numero(Tarea_Inicio(j)) <> Ant_Nodos(Tarea_Inicio(j)) **Then**
Tarea_Inicio(j) = Nodo_Numero(Tarea_Inicio(j))

End If

If Nodo_Numero(Tarea_Fin(j)) <> Ant_Nodos(Tarea_Fin(j)) **Then**
Tarea_Fin(j) = Nodo_Numero(Tarea_Fin(j))

End If

Next

For i = 1 To Tarea_Totales

Me._pert_cpmDataSet.Tareas.Item(i - 1).Inicio = Tarea_Inicio(i)

Me._pert_cpmDataSet.Tareas.Item(i - 1).Fin = Tarea_Fin(i)

Next

' Poner los nodos en su sitio

For i = 1 To Nodo_Totales

If Nodo_Numero(i) <> i **Then**

Nodo_Ant = Nodo_Numero(i)

x_Ant = Nodo_X(i)

y_Ant = Nodo_Y(i)

For j = 1 To Nodo_Totales

If Nodo_Numero(j) = i **Then Exit For**

Next

Nodo_Numero(i) = i

Me._pert_cpmDataSet.Nodos(i - 1).Num = Nodo_Numero(i)

Nodo_X(i) = Nodo_X(j)

Me._pert_cpmDataSet.Nodos(i - 1).X = Nodo_X(i)

Nodo_Y(i) = Nodo_Y(j)

Me._pert_cpmDataSet.Nodos(i - 1).Y = Nodo_Y(i)

Nodo_Numero(j) = Nodo_Ant

Me._pert_cpmDataSet.Nodos(j - 1).Num = Nodo_Numero(j)

Nodo_X(j) = x_Ant

Me._pert_cpmDataSet.Nodos(j - 1).X = Nodo_X(j)

Nodo_Y(j) = y_Ant

Me._pert_cpmDataSet.Nodos(j - 1).Y = Nodo_Y(j)

End If

Next

End Sub

CAPITULO 2

El Plazo Óptimo de una Red

- 1. Los Proyectos y el Coste.**
- 2. La optimización con Senda AF.**
- 3. Algoritmos de optimización.**

CAPITULO 2

El Plazo Óptimo de una Red

1. Los Proyectos y el Coste.

a. Definición de Coste

Se entiende por Coste como el sacrificio, esfuerzo económico o consumo de bienes y servicios necesarios para la obtención de nuevos bienes o servicios, expresado en unidades monetarias.

Es importante para el estudio de costes, que estos han de ser por su propia definición “necesarios” para la obtención de los nuevos bienes y servicios, limitando cualquier tipo de consumo por despilfarros o procedente de una mala gestión o un mal diseño del sistema productivo, debiendo considerarse como pérdidas o disminuciones de resultados, y no como costes.

El coste es un concepto económico que influye en el resultado de la empresa, haciendo referencia exclusivamente al ámbito interno de esta, y no hay que confundirlo con el gasto y el pago que hacen referencia a la relación de la empresa con su entorno. Los gastos son obligaciones externas de carácter jurídico y los pagos son entregas de unidades monetarias por las anteriores obligaciones.

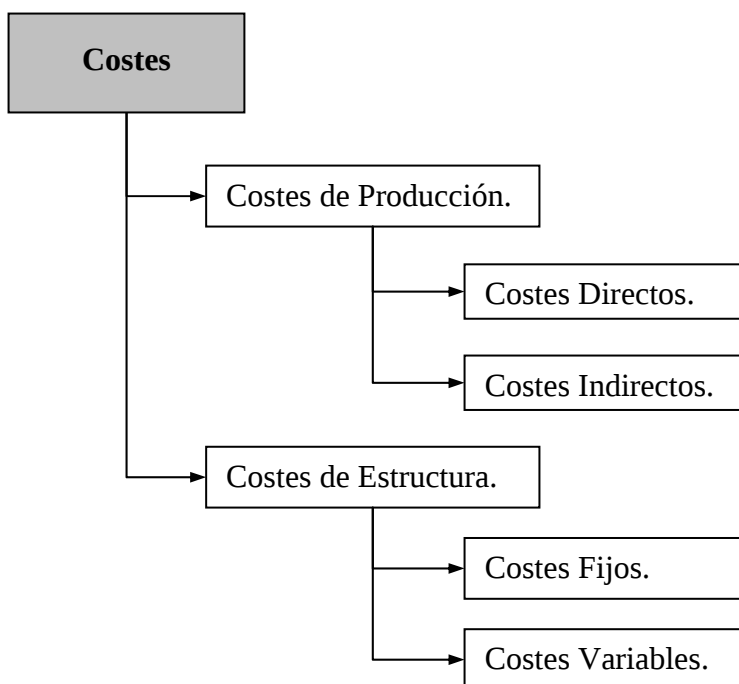
Los costes los clasificaremos en función de sus características y de la información que requerimos de ellos para la toma de decisiones.

b. La estructura de Costes.

Para el estudio de los costes nos basaremos en la información facilitada por la contabilidad interna (también llamada contabilidad de

costes) de nuestra empresa, pues es el medio más fiable de estimar y posteriormente analizar correctamente los costes de producción y de estructura de nuestro sistema productivo para una adecuada toma de decisiones. No hemos de confundir la contabilidad de costes con la contabilidad fiscal, que será la ajustada a la normativa contable, pues nuestro objetivo son los costes y su correcta imputación a centros de costes, no las trascendencias fiscales de estos ni su relación con el entorno. No toda la información facilitada por la contabilidad de costes podrá ser utilizada directamente, previamente deberemos hacer ciertas correcciones, sobre todo en el ámbito de las amortizaciones para así ajustarlos a los objetivos que perseguimos, que no es más que la reducción de los costes totales de nuestro sistema productivo.

Los costes de un proyecto, con el objeto de aplicar los algoritmos de optimización, los organizamos según su tipo de asignación y su grado de variabilidad en función del tiempo, obteniendo la siguiente estructura de costes:



c. Los Costes de Producción; Directos e Indirectos.

Los costes de Producción son aquellos costes que se asignan directamente o indirectamente a una unidad de producción. Son **Costes Directos** los que guardan una relación directa con el producto que los ha ocasionado y pueden ser afectados directamente al producto y **Costes Indirectos** aquellos que no se pueden asignar directamente a un producto o servicio, sino que se atribuyen entre las unidades productivas mediante un criterio de reparto, más o menos subjetivo pero que nunca será arbitrario

Podemos incluir los siguientes grupos dentro de los costes de producción:

Costes de materiales y productos:

Costes de materiales y materias primas: deberán imputarse según su precio de adquisición, sin considerar los posible descuentos ocasionados por un pago al contado, que se imputarán como un menos coste repercutible de forma proporcional al resto del sistema productivo, pues serán producidos por un factor de liquidez y consecuentemente no integrante de la unidad de producción concreta, salvo que ese descuento sea fruto del volumen de compra, en concepto de bonificación o rappel, que si que estaría relacionado directamente con la unidad productiva.

Costes de aprovisionamientos: Es raro que se puedan imputar los costes de aprovisionamiento como costes directos, pues normalmente están formados por costes (administrativos, maquinarias, almacenajes, etc....) que afectan a varias unidades productivas.

Mermas: Será imputado como porcentaje estimado a partir de datos históricos.

Subcontratistas: *“la persona física o jurídica que asume contractualmente ante el contratista o empresario principal, el compromiso de realizar determinadas partes o instalaciones de la obra, con sujeción al proyecto por el que se rige su ejecución...”*. Según la Ley 32/2006 reguladora de la subcontratación en el Sector de la Construcción (BOE núm. 250 de 19 de octubre. Evidentemente serán imputados como coste directo o indirecto en función de los términos del contrato suscrito con estos.

Los subcontratistas serán clasificados a su vez en:

- De mano de obra.
- De maquinaria.
- Mixtos.

Amortizaciones: Es el coste asimilado a la pérdida de valor de los activos, por razones físicas, funcionales tecnológicas o jurídicas. Es importante diferenciar entre los índices de amortización de carácter fiscal y el coste de amortización desde el punto interno de la empresa; el coste no varía según el fisco, los accionistas o terceros ajenos a la empresa, este debe intentar reflejar la pérdida real efectiva del valor de cada bien (Contabilidad de Costes- M^a Teresa Iruretagoyena, Pirámide-1985). Será considerada un coste Indirecto.

Costes de mano de obra: El coste de la mano de obra no tiene porque coincidir con el gasto de personal, al contrario de lo indicado por la contabilidad financiera, debido a la existencia de periodos de vacaciones y pagas extraordinarias, teniendo que ajustarse con una periodificación del gasto, quedando así mejor reflejado el valor del consumo de mano de obra. Deberán tenerse en cuenta los siguientes factores:

- Sueldos, pluses, primas, complementos, gratificaciones, etc.
- Cargas sociales.
- Costes de Improductividad.

El coste del tiempo muerto y el tiempo improductivo, si son el resultado de un incorrecto sistema de producción, serán imputados entre los distintos productos de un periodo, es decir, deberán de ser considerados como costes indirectos, y no como costes directos a su unidad de producción.

Transportes y Fletes: Serán considerados como costes directos aquellos que puedan ser directamente imputables a una unidad de producción y en caso contrario como indirectos.

Alquileres: deberán ser considerados como costes directos aquellos que por una utilización puntual y ocasional sean directamente imputables a una unidad de producción; por ejemplo, consideraríamos como coste directo el alquiler de una maquinaria específica para un uso puntual e indirecto cuando da servicio a varias unidades productivas.

Costes de Calidad: *Coste incurrido en ayudar al empleado a que haga bien el trabajo todas las veces y los costes para determinar si la producción es aceptable, más cualquier otro costo en que incurra la empresa y el cliente porque la producción no cumplió las especificaciones o las expectativas del cliente* (Harrington, 1990)

Costes directos de la calidad: Costes de prevención, costes de evaluación y costes de no calidad.

Costes Indirectos de calidad: Costes de insatisfacción del cliente y pérdida de reputación.

Gastos generales de empresa: Normalmente será un porcentaje sobre la producción, y serán considerados como costes indirectos y repercutidos proporcionalmente a todas las unidades de coste del sistema productivo.

Ahora necesitamos recordar lo expuesto en el capítulo anterior y recordar que teníamos dos tipos de costes de Producción en función de la cantidad de recursos que asignábamos a cada tarea y la consecuente duración de la actividad:

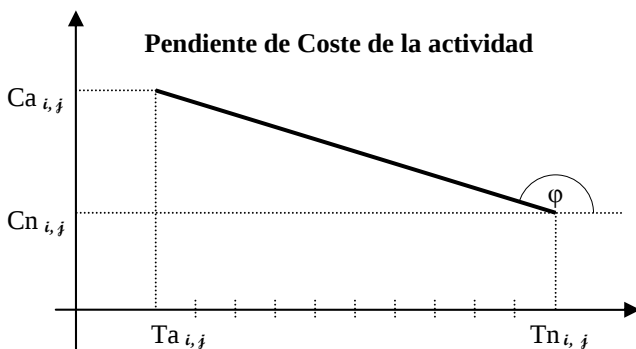
Coste Acelerado (Ca): Es el coste para una utilización máxima de recursos, que consecuentemente irá emparejada con una menor duración que llamamos **Duración Acelerada (ta)**.

Coste Normal (Cn): Es el coste para una utilización mínima de recursos, que será ocasionado por una mayor duración y que llamaremos **Duración Normal**.

Estos valores de duraciones y costes se representaban a partir de la función de costes de la actividad, que sería:

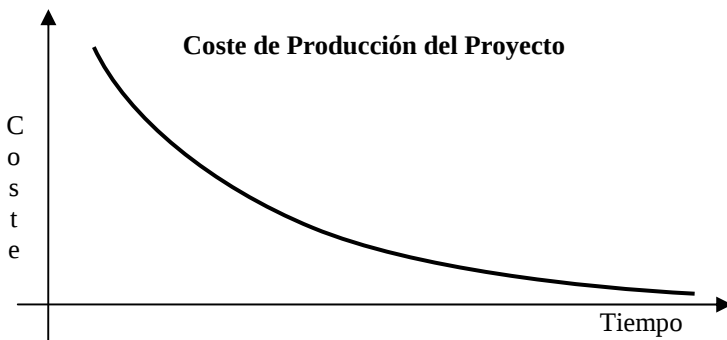
$$C(t) = C_a + \frac{C_n - C_a}{t_n - t_a} t \quad (t_a \leq t \leq t_n) \quad (7)$$

$$\frac{C_n - C_a}{t_n - t_a} = \text{tangente } \phi \quad (24)$$



Es decir, que la duración de la actividad puede adoptar cualquier valor entre la duración normal (t_n) y la duración acelerada (t_a), variando consecuentemente el Coste de Producción de la actividad, aumentando este de forma inversamente proporcional a medida que reducimos su duración según (7), siendo la variación del coste por unidad de tiempo igual a la **tangente del ángulo (ϕ) o Pendiente de Costes** de la Actividad.

De igual forma, a medida que reducimos la duración de determinadas actividades, se reduce en igual medida la duración total del proyecto que estamos estudiando, aumentando de igual forma los Costes de Producción del proyecto siguiendo una curva que en este caso se aproxima de forma asintótica a una función hiperbólica como la siguiente:



d. Los Costes de Estructura.

Son aquellos que dependen de la estructura de los sistemas de producción, pero no de la cantidad de unidades producidas.

La anterior definición es muy difícil de llevar a la práctica, pues evidentemente a medida que aumenta el sistema productivo se requerirán mayores medios de estructura y consecuentemente se generarán mayores costes, pero para su aplicación en la gestión de proyectos y concretamente de obras, en donde el volumen de la producción está previamente determinado no tiene trascendencia, pues estos gastos de estructura son fijados con anterioridad al inicio de los trabajos.

A su vez los costes de estructura los clasificaremos en:

Costes Fijos: aquellos que se producen con independencia del tiempo que dura el proceso productivo.

Costes Variables: aquellos que son función exclusivamente del tiempo que dura el proceso productivo.

Podemos incluir los siguientes grupos dentro de los costes de estructura:

Costes de materiales y productos:

Costes de materiales y materias primas: Se considerarán como fijos aquellos que han sido necesarios para la implantación del sistema productivo.

Costes de aprovisionamientos: Se considerarán como fijos con idéntico criterio al anterior.

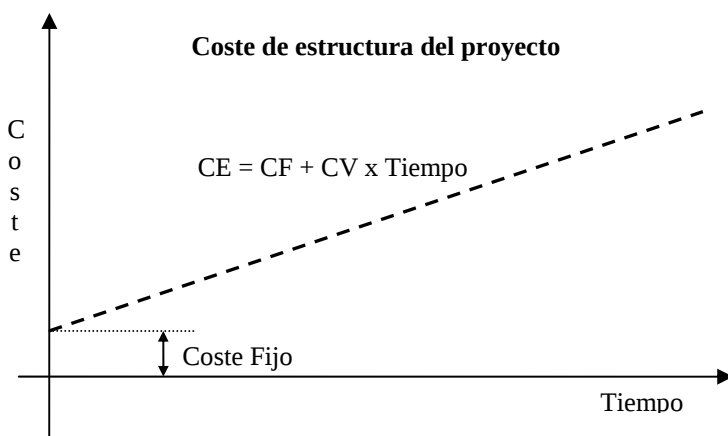
Subcontratistas: Se considerarán como fijos aquellos que han sido necesarios para la implantación del sistema productivo, y variables aquellos que son fruto de trabajos de mantenimiento o trabajos similares y producidos con regularidad en el tiempo.

Amortizaciones: Seguiremos el mismo criterio que hemos seguido anteriormente, no amortizando los costes de instalación de maquinaria o instalaciones fijas, considerándolo como coste fijo.

Costes de mano de obra: Será considerado un coste variable, debiendo periodificar por prorratio al igual que hicimos anteriormente su coste, con el fin de evitar la variabilidad de los importes causada por las gratificaciones, pagas extraordinarias, etc, salvo aquella mano de obra que ha sido necesaria para la instalación del proceso productivo.

Transportes y Fletes: Serán considerados como costes fijos salvo casos excepcionales

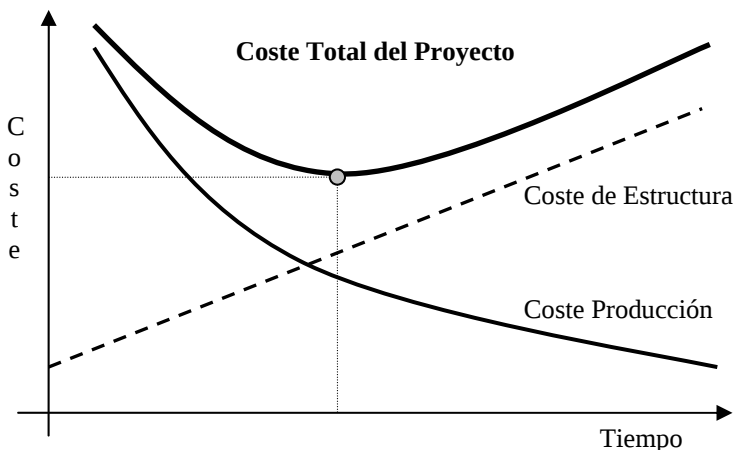
Alquileres: deberán ser considerados como costes variables, salvo que por condicionantes especiales sea pactado por las partes un importe cerrado, con independencia del tiempo, en cuyo caso será imputado como un coste fijo.



A partir de la función de las funciones de costes de producción y costes de estructura, obtendríamos una nueva función que llamaremos función de costes totales, y que seguirá una curva que se aproximará de forma asintótica a una función semiparabólica de la siguiente forma:

$$CT(t) = CP(t) + CF + CV \times t \quad (25)$$

C_t = Coste Total
 $CP(t)$ = Coste de Producción para una duración (t)
 CF = Coste Fijo
 $CV(t)$ = Coste Variable por unidad de tiempo
 (t) = Plazo de ejecución del Proyecto



Como se puede apreciar en la función de los costes totales, existe un punto de inflexión en la curva que da lugar a unos costes mínimos para un determinado plazo que se llamará plazo óptimo de ejecución del proyecto.

e. Las Penalizaciones y Bonificaciones por plazo.

Existen otros factores que influyen en el coste total de nuestro proyecto, y que surgen a partir de los acuerdos contractuales entre el que encarga la realización del proyecto y el que se compromete a realizarlo en determinadas condiciones de precio, plazo y calidad.

Estos factores son la más que segura penalización que impondrá el contratante en el caso de no cumplir con la fecha comprometida de entrega del bien terminado, y el otro factor será la posible bonificación en el caso de que entreguemos el bien con antelación a la fecha comprometida.

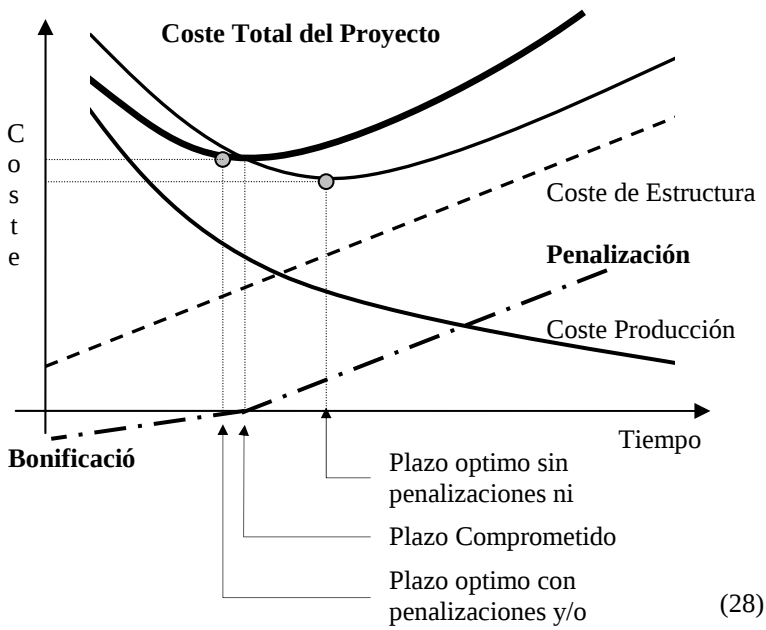
Estos dos factores supondrán una importante rectificación de la curva de los costes totales, modificando su punto de inflexión en el cual se produce el coste mínimo del proyecto a un plazo optimo de ejecución, dando lugar a unas nuevas funciones, que en el caso de un plazo de ejecución superior al plazo de compromiso será:

$$CT(t) = CP(t) + CF + CV \times t + Pe \times (t - t_c) \quad (26)$$

Y en el caso de un plazo de ejecución inferior al plazo de compromiso:

$$CT(t) = CP(t) + CF + CV \times t - Bo \times (t_c - t) \quad (27)$$

Ct	=	Coste Total
CP (t)	=	Coste de Producción para una duración (t)
CF	=	Coste Fijo
CV (t)	=	Coste Variable por unidad de tiempo
t _c	=	Plazo Comprometido.
Pe	=	Penalización.
Bo	=	Bonificación.



(28)

f. El plazo optimo: el “crashing”.

El problema de determinar el plazo para el cual el coste total del proyecto es mínimo se llama M.C.X. (**M**inimum **C**ost **eX**pediting), o programación a coste mínimo, y los métodos por medio de los cuales se determinan las actividades en las que se debe de actuar modificando su duración, con el fin de realizar el proyecto en un plazo determinado se denomina “crashing” o quiebra.

El método del “crashing”, quiebra o compresión de la red, consiste en determinar las actividades que hay que acelerar o ralentizar, de entre todas las posibles de tal manera que para un plazo concreto el coste del proyecto sea el mínimo de todos los posibles. Este problema no es nada sencillo de resolver, y requiere de la aplicación de la programación lineal paramétrica, aunque en la práctica y para pequeñas redes, se hace uso de algoritmos heurísticos que posibilitan su compresión sin excesiva complejidad.

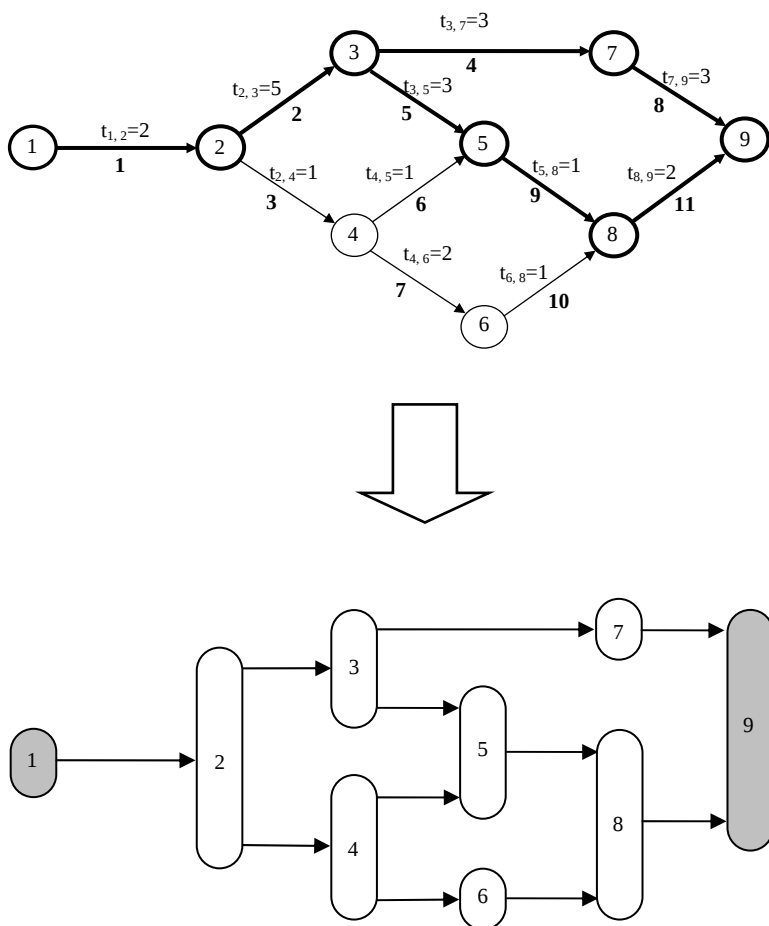
g. La analogía elástica.

Para comprender mejor este proceso lo mejor es acudir a un símil en el mundo de la edificación y la construcción, que consiste en asemejar nuestra red a una estructura metálica elástica, en la cual las aristas estarán representadas por soportes (pilares) paralelos, y los nudos por placas infinitamente rígidas perpendiculares a dichas barras.

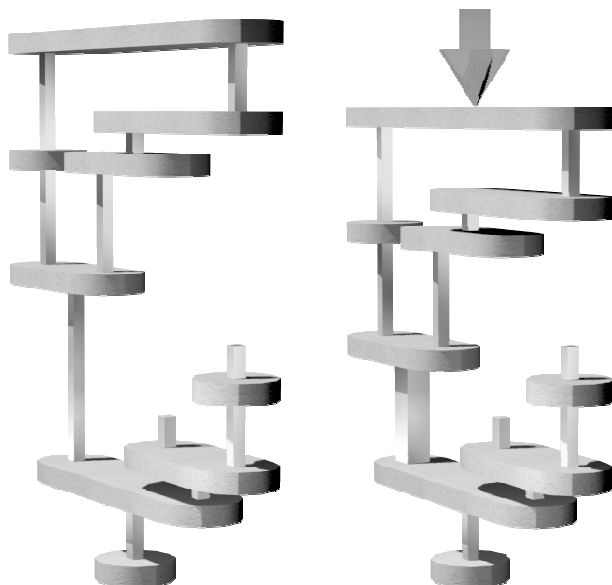
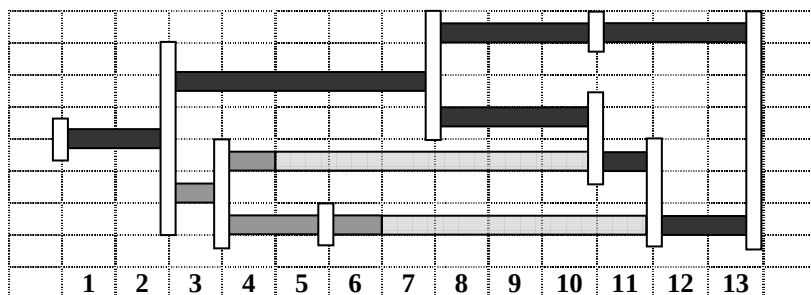
Supondremos que el fenómeno es perfectamente elástico, es decir, que la barra siempre es capaz de devolvernos la energía absorbida al cesar la sollicitación exterior que la deformó (no obedecen a la Ley de Hooke).

La longitud real de la barra será análoga a la duración de la actividad, la energía acumulada al incremento de coste debido al acortamiento de la duración normal y la fuerza de compresión al coste unitario de acortamiento.

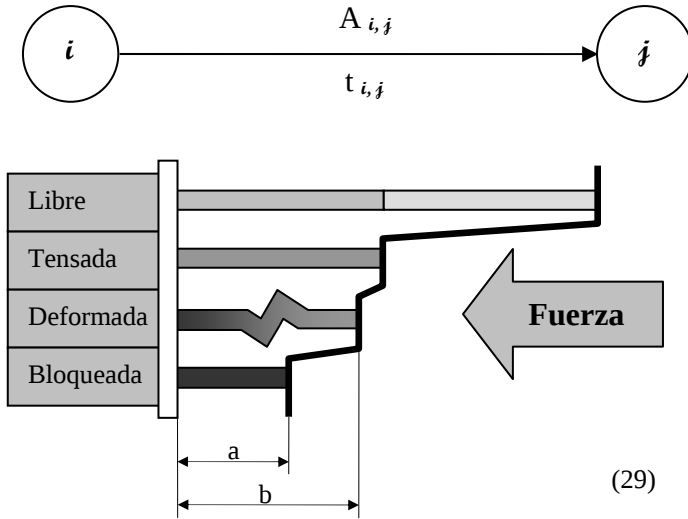
Regresemos a nuestro grafo; el primer paso sería transformar los nodos en placas de la siguiente forma:



Para posteriormente proceder a asimilar la duración de cada actividad a la longitud de los soportes, quedándonos la siguiente estructura:



Una vez que hemos construido nuestra estructura, vemos que se pueden dar diferentes situaciones en los soportes, en función de la fuerza (f) que aplicamos sobre ellos:



Si:	$T\ell_j - Te_i > b$	y	$f = 0$	Barra Libre
	$T\ell_j - Te_i = b$	y	$0 < f < c_{i,j}$	Barra Tensada
	$b \geq T\ell_j - Te_i \geq a$	y	$f = c_{i,j}$	Barra Deformada
	$T\ell_j - Te_i = a$	y	$f > c_{i,j}$	Barra Bloqueada

Siendo $c_{i,j}$ la fuerza mínima necesaria para deformar la estructura

La frontera entre la barra deformada y las tensadas y bloqueadas no esta definida solo por el valor de $(T\ell_j - Te_i)$, sino que interviene además la fuerza de compresión sobre la misma.

Comenzando en la posición de equilibrio (todas las duraciones normales), se determina la fuerza mínima necesaria para deformar la estructura, y luego la deformación máxima compatible con esta fuerza, con lo que se pasa a una posición correspondiente a un punto anguloso.

En la nueva posición se incrementa la fuerza hasta que la estructura vuelve a deformarse a la posición del siguiente punto anguloso. Se prosigue de esta forma hasta que la estructura se bloquea y no admite más deformaciones.

h. El concepto de Optimización.

Como hemos visto, la solución del problema es muy compleja, existiendo muchas soluciones posibles, en función de las diferentes combinaciones de duraciones que se pueden dar para cada una de las actividades y de los diferentes plazos del proyecto.

Hay muchas soluciones factibles, pero solo algunas serán las mejores de todas las posibles, es decir, ofrecerán una solución óptima al problema para una duración determinada.

Óptimo: del latín *optimas*; bueno, **lo que no puede ser mejor**; Maximizar o minimizar una función (pe. de coste) cumpliendo ciertos criterios, restricciones o condiciones (pe. plazos y duraciones).

Para que nos hagamos una idea de la cantidad de soluciones factibles que se pueden dar, supongamos una red formada por 30 actividades. El número de combinaciones posibles sería:

Para 30 actividades la cantidad máxima de rutas posibles será de $(n/2 + 1)$, es decir de 16; y el número de combinaciones sin repetición de 30 elementos tomados de 16 en 16 hasta 1 en 1 será:

$$C_m^n + \dots + C_m^1 = \frac{m!}{n! (m-n)!} + \dots + \frac{m!}{1! (m-1)!} \quad (30)$$

Aplicando (30), para $m = 30$ y $n = 16, 15, 14, 13, \dots, 1$ obtendremos 759.852.346 combinaciones sin repetición posibles, un número de combinaciones realmente elevado si hemos de comprobarlas de forma manual una por una hasta lograr la solución mas económica, y eso para reducir una sola unidad de tiempo nuestro proyecto, debiendo

volver a repetirlo de forma iterativa otra vez hasta no poder comprimirlo más.

Nos encontramos ante la resolución de un problema combinatorio: *“modelo matemático consistente en un sistema de ecuaciones y expresiones matemáticas relacionadas que describen la esencia del problema”*. Hillier y Lieberman.

La solución del problema pasa por el planteamiento de un sistema de ecuaciones e inecuaciones y resolverlo mediante la programación lineal paramétrica, pero volvemos a tener el problema de plantear un enorme sistema de inecuaciones (muy complejo de generar mediante algoritmos) y posteriormente resolverlo, aunque existen herramientas muy efectivas que nos ayudarán, como por ejemplo la función solver de Excel.

También disponemos de unos algoritmos llamados heurísticos, que aunque no tenemos la seguridad de que nos ofrezcan una solución óptima, sí que será una buena solución que verifique y cumpla con todas las restricciones y que maximice o minimice la función objetivo.

Disponemos como alternativa la capacidad de cálculo del ordenador, que mediante un generador de combinaciones sin repetición, y una eliminación mediante la poda previa de soluciones no factibles pueda probar diferentes opciones, validarlas y así optimizar la red de nuestro proyecto, ofreciéndonos una solución óptima de las duraciones de las actividades para un plazo determinado del proyecto.

Este es el algoritmo utilizado por Senda AF, algoritmo que ya desarrolle cuando realice mi Proyecto final de carrera en el año 1987, y que actualizado, depurado y reprogramado le he puesto nombre: **“Optimización por poda combinatoria”**.

2. La Optimización con Senda AF.

a. Introducción a la Optimización con Senda AF.

Hemos visto la complejidad que supone calcular una red óptima coste/Tiempo por la cantidad de combinaciones posibles que se pueden presentar, pero ahora vamos a aprender con Senda AF a obtener de una manera rapidísima y mediante la aplicación del Algoritmo de **“Optimización por poda combinatoria”** la red óptima de nuestro proyecto. Recordaremos que para obtener el punto de inflexión de nuestra función de costes Totales necesitábamos:

- Los Costes de Producción: Para cada una de las actividades que intervienen y con el fin de obtener las pendientes de costes de cada actividad:
 1. La duración normal
 2. La duración acelerada
 3. El coste Normal
 4. y el coste acelerado,
- Los Costes de Estructura:
 1. El coste fijo
 2. y el coste variable de nuestro sistema productivo.
- El Coste de Penalización y Bonificación.

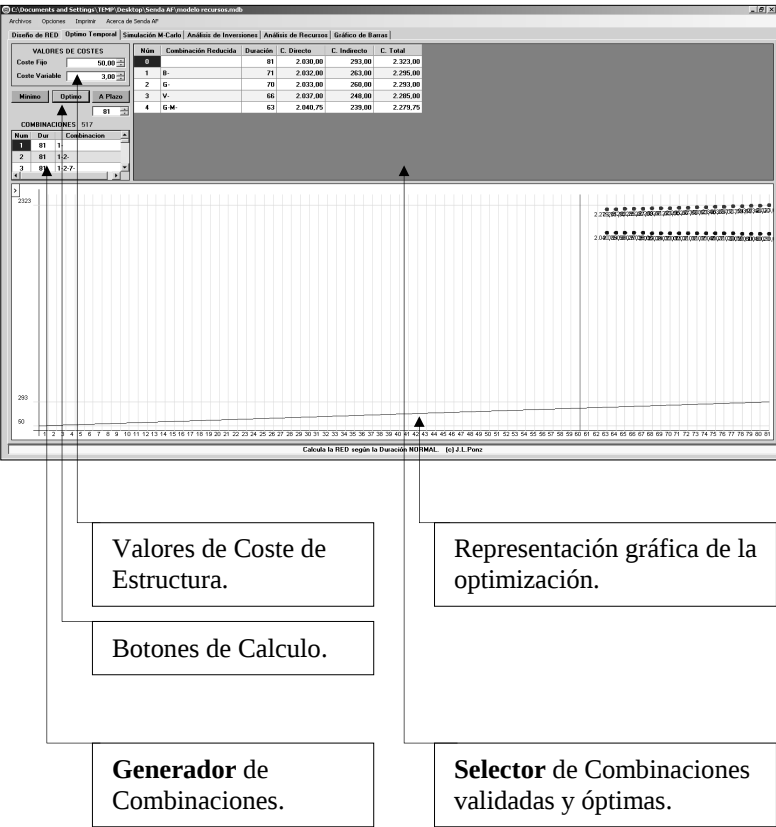
En este tratado no tendremos en cuenta las posibles penalizaciones y bonificaciones sobre el cumplimiento del plazo comprometido, que lo dejaremos para su análisis en el ámbito de las actividades en nodo.

Teniendo diseñada nuestra red, y una vez introducidos los valores de coste y duraciones (tanto normales como aceleradas) de las actividades, en el área de datos de la pestaña “Diseño”, tan solo nos quedará, para poder estudiar el resultado en diferentes escenarios introducir los valores del Coste Fijo y del Coste Variable.

Existen dos formas de introducirlos, bien desde la pestaña de optimización mediante el uso de los botones deslizantes, o transcribiendo directamente sus valores en el campo correspondiente, de la pestaña

“Optimización”. También sería posible desde cualquier pestaña de Senda AF, entrando en el **Menú→ Opciones→ Valores de Coste**.

Antes de proseguir con el funcionamiento e interpretación de los datos que nos ofrecerá la optimización de nuestra red, veamos cada una de las zonas que aparecen en nuestra pantalla.



Valores de costes de estructura:

VALORES DE COSTES	
Coste Fijo	50,00
Coste Variable	3,00

Poco se puede ya decir sobre los costes que nos pueda interesar y que no hayamos comentado, salvo una pequeña indicación de la trascendencia así como de ciertas precauciones a tener en cuenta acerca de los botones deslizantes de los costes y su influencia en la optimización, y que analizaremos en la “representación gráfica de la optimización”. Recordando:

Coste Fijo: *“aquellos que se producen con independencia del tiempo que dura el proceso productivo”*.

Coste variable: *“aquellos que son función exclusivamente del tiempo que dura el proceso productivo”*.

Botones de cálculo:

Mínimo	Óptimo	A Plazo
---------------------------------------	---------------------------------------	--

Como podrás ver, existen tres botones diferentes y los tres de color rojo: Mínimo, Óptimo y A Plazo. Los colores nos indican en que situación se encuentra la solución del problema, y concretamente el color rojo esta indicando que aún no hemos optimizado nuestra red. Pero...

¿Como pueden existir tres botones para optimizar nuestra red?

¿No hay un solo óptimo?

Recordarás que cuando definimos optimización hablamos de “*Maximizar o minimizar una función (pe. de coste) cumpliendo ciertos criterios, restricciones o condiciones (pe. plazos y duraciones)*”. Es decir que en función de los condicionantes que impongamos tendremos diferentes óptimos, aunque no cambiemos la función objetivo. Así pues siempre tendremos:

- Una función objetivo a optimizar que siempre será la de **Minimizar el coste de nuestra red.**
- Ciertas restricciones y condicionantes que serán diferentes para cada uno de los botones de calculo de la optimización: **Mínimo**, **Optimo** y **A Plazo** , y que pasamos analizar en detalle:

b. Programa de Plazo Mínimo a Coste Optimo.

Mínimo

Optimo

A Plazo

El Programa a plazo mínimo y coste óptimo no significa que todas las actividades se ejecutan según su duración acelerada, pues estaríamos acelerando hasta su punto de “Bloqueo” (ver 29) algunas actividades que no sería estrictamente necesario tener bloqueadas, siendo suficiente con llevarlas a una situación de “Tensada” o “Deformada” o incluso “Libre” según las condiciones de criticidad de las actividades tras la compresión o “crashing” de la Red y así no aumentar el Coste de Producción del Proyecto.

Como podrás apreciar, el botón **Mínimo** ha dejado de ser rojo y a pasado a ser azul, lo mismo ha pasado con los otros dos botones, que ha pasado a ser de color naranja. Esto nos indicará que nos encontramos ante una Red optimizada a plazo mínimo y a coste óptimo

Existen dos formas de calcular el programa de duración mínima a un coste optimo, una de ellas que quizá sea la más evidente y es la de llevar todas las actividades a su duración acelerada y posteriormente desacelerar o descomprimir aquellas que aún no son críticas,

ordenándolas previamente según su pendiente de costes (su coste de compresión) de mayor a menor, de tal manera que procederemos descomprimiendo las más caras (reduciendo el coste de producción del proyecto) hasta consumir su holgura y continuar de forma secuencial hasta que todas las actividades sean críticas o no acepten más descompresión.

El otro método consiste en ir comprimiendo la Red a óptimos parciales hasta que ya no exista ninguna combinación de actividades que satisfaga la restricción de reducir la duración del proyecto. Este es el método adoptado en Senda AF, para así poder apreciar visualmente la evolución de las diferentes compresiones en el selector de combinaciones hasta su límite máximo, que nos proporcionará el Plazo Mínimo a Coste Optimo.

Aunque sea repetitivos, es importante no confundir los resultados obtenidos mediante el botón **Mínimo** de la pestaña Optimización y el botón **Acelerado** de la pestaña de Diseño. Con el botón Acelerado, llevamos todas las actividades a su duración acelerada, mientras que con el botón mínimo solo aceleramos las actividades estrictamente.

c. Programa de Plazo Optimo a Coste Mínimo.



Otro posible problema que podemos pedirle a Senda AF que nos solucione en nuestra Red, es conocer cual es el plazo, de entre todos los posibles existentes, que hace que el coste de nuestro proyecto sea el mínimo de todos los posibles, para lo cual minimizará la función de costes totales considerando como única restricción las limitaciones impuestas para las actividades, no restringiendo la duración total del proyecto.

Una forma sencilla y directa de obtener el óptimo tomando como función objetivo la minimización de los costes totales sería tan fácil como calcular su derivada, pues solo se trataría de buscar los

valores extremos de esa función, pero claro está que no podemos obtener la derivada de una función que no conocemos, así que solo nos queda la posibilidad de servirnos de algoritmos (“*lista bien definida, ordenada y finita de operaciones que permite hallar la solución a un problema*”) que nos faciliten el trabajo y/o que sea posible “mecanizarlos” para que el ordenador con su velocidad de cálculo haga el trabajo por nosotros..

La forma que tiene de trabajar Senda AF para obtener el plazo óptimo de una red a un coste mínimo es similar al método utilizado para calcular la Red de Plazo Mínimo, pero con la salvedad de que el algoritmo se interrumpe cuando, en la siguiente iteración realizada, la pendiente de costes totales cambia de signo, es decir, que las reducciones de plazo ya no producirán reducciones en el coste total del proyecto.

d. Programa a Plazo Fijo y Coste Optimo.

Minimo	Optimo	A Plazo
		73 

Otro posible caso planteado para su resolución mediante Senda AF es la de obtener la combinación correcta de duraciones de actividades, que satisfaga la realización del proyecto en un plazo concreto y a un coste mínimo.

El algoritmo utilizado es el mismo que en los casos anteriores, con la diferencia de que la iteración se paraliza cuando se alcanza el plazo exigido en la optimización.

Generador de Combinaciones.

COMBINACIONES 120		
Num	Dur	Combinacion
1	81	1-
2	81	1-2-
3	81	1-2-7-

El generador de combinaciones es el motor que pone en marcha nuestro algoritmo de optimización proporcionando soluciones que posteriormente serán validadas y almacenadas en caso de ser correctas, para luego seleccionar entre todas las viables la más económica. Veamos como funciona este motor de una forma sencilla.

Nuestro algoritmo se llama de **“optimización por poda combinatoria”**, precisamente porque genera de forma aleatoria combinaciones de actividades de nuestra red, pero para economizar tiempo de proceso, realiza una poda previa de aquellas que no son viables de optimizar, restringiendo además su profundidad de análisis a un determinado valor.

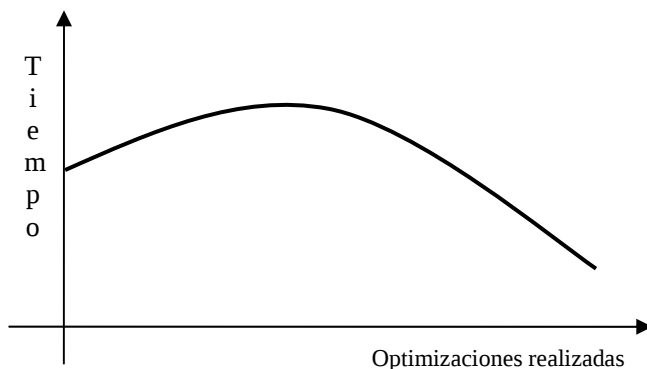
Como primera poda, el generador de combinaciones eliminará y determinará como “no viables” de ser optimizadas aquellas actividades que no son críticas, pues la reducción de la duración de una actividad no critica nunca nos proporcionará un proyecto de menor duración, pero si que nos producirá mayores costes de producción en el proyecto.

La segunda poda que realizará nuestro generador de combinaciones será la de aquellas actividades que se encuentran en situación de “Bloqueo” (ver 29), pues ya no pueden ser “comprimidas”.

La ultima poda será la de reducir su profundidad de análisis, pero veamos como: Antes hemos visto, que para 30 actividades la cantidad máxima de rutas posibles será de $(n/2 + 1)$, es decir de 16, y que el número de combinaciones sin repetición de 30 elementos tomados de 16 en 16 hasta 1 en 1 sería de 759.852.346 combinaciones posibles, pero ahora, supongamos que tras nuestra primera poda nos

quedan 15 actividades, y que solo 10 de estas actividades no se encuentran en situación de “Bloqueo”, volviendo a aplicar $(n/2+1)$ obtendremos que el numero máximo de caminos críticos será $(10/2 + 1 = 6)$, con lo cual aplicando (30), para $m = 10$ y $n = 6, 5, 4, 3, 2, 1$ obtendremos 768.212 combinaciones posibles, lo que nos proporciona un reducción en el número de iteraciones del 99,9%, una cantidad realmente muy importante en cuanto a tiempo de proceso se refiere.

Evidentemente el numero de actividades viables de ser optimizadas no siempre será el mismo e irá cambiando a medida que avancemos en nuestra optimización; al principio de nuestra optimización tendremos pocas actividades criticas, las cuales aumentarán a medida que avancemos en la compresión de la red, aumentando considerablemente el tiempo de calculo, pero también aumentarán paulatinamente las actividades “Bloqueadas”, con lo cual se reducirá el tiempo de proceso.



Selector de combinaciones validadas y óptimas.

Núm	Combinación Reducida	Duración	Producción	Estructura	Ct. Total
0		81	2.030,00	293,00	2.323,00
1	B-	71	2.032,00	263,00	2.295,00
2	G-	70	2.033,00	260,00	2.293,00
3	V-	66	2.037,00	248,00	2.285,00
4	G-M-	63	2.040,75	239,00	2.279,75

Este es el elemento más importante de nuestro proceso de optimización, **la interpretación y el análisis de los resultados obtenidos**, tras generar, validar y seleccionar las combinaciones óptimas para las restricciones que hemos impuesto.

Esta tabla esta formada por seis columnas:

Num: Número de orden de la selección de actividades óptimas para un plazo determinado. El número de orden cero significa que es la situación de inicio de nuestro proyecto, suponiendo que todas las actividades están realizándose según su duración normal, es decir, la más económica.

Combinación reducida: Es el Código de las actividades que han sido seleccionadas como óptimos parciales en cada proceso de optimización.

Duración del Proyecto: Es la duración del proyecto después de que bien se ha llegado a la situación de “Bloqueo” de las actividades anteriores o bien nos han aparecido nuevas actividades críticas y hemos de reiniciar el generador de combinaciones.

Producción: Coste de producción después de haber comprimido las actividades anteriores.

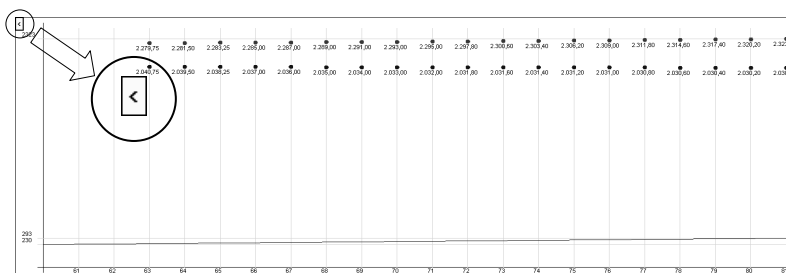
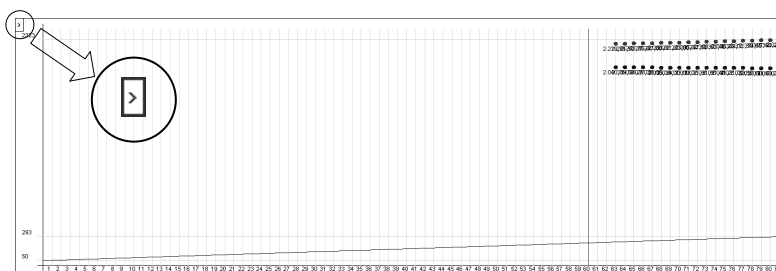
Estructura: Coste de estructura para la duración actual del proyecto.

Ct Total: Coste Total del Proyecto para las actividades aceleradas y la duración actual del proyecto.

Representación grafica de la optimización.

En la ventana gráfica veremos la evolución de nuestra optimización a medida que esta avance, representando con una línea azul los costes de estructura, con un punto azul los costes de producción día a día a medida que Senda AF determina la combinación optima, y con un punto rojo los costes totales de nuestro proyecto día a día.

Además disponemos de un pequeño botón en la esquina superior izquierda de nuestra ventana grafica, que nos permitirá hacer “zoom” sobre la zona delimitada por la línea roja, que nos indica el plazo mínimo al que se puede reducir la duración de nuestro proyecto.



Si modificamos los valores de las función de costes de estructura, podremos ver como cambian nuestras graficas, pero también observamos que los botones de optimización se han vuelto de color rojo, ¡necesitaremos optimizar nuevamente nuestro proyecto!, pero sin prisa, termina de analizar la influencia que los cambios producen y entonces

procede a optimizar ya de forma definitiva. A esto se le llama **análisis post óptimo o análisis de sensibilidad de la optimización**, y te será de gran ayuda para conocer como de sensible es tu modelo ante los posibles cambios que se produzcan en los costes de estructura de tu sistema productivo.

e. Reflexiones.

Habrás observado que los costes fijos no influyen en el cálculo del valor óptimo de la función de costes totales, lo cual habrás intuido como algo evidente al ser una constante, y consecuentemente cero su derivada, pero no ocurre lo mismo con los costes variables, que si que influirán de forma decisiva en la determinación del valor óptimo.

Esto nos lleva a plantearnos, como de trascendente es el tiempo para la rentabilidad de nuestro proyecto, si además añadimos a nuestra función de costes de estructura, dos valores de coste que no habíamos comentado hasta ahora:

Costes Financieros: Precio del dinero en el mercado financiero, el cual se debe pagar/cobrar por tomarlo prestado o cederlo en préstamo en una situación determinada.

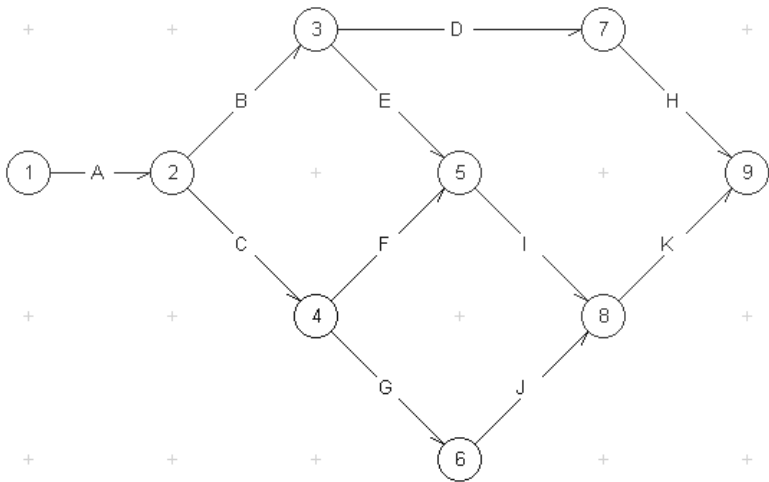
Coste de oportunidad: también llamado **coste alternativo**, designa el coste de la inversión de los recursos disponibles, en una oportunidad económica, a costa de las inversiones alternativas disponibles, o también el *valor de la mejor opción no realizada*. El término fue acuñado por Friedrich von Wieser en su *Theorie der gesellschaftlichen Wirtschaft (Teoría de la Economía Social -1914-)*

Teniendo en cuenta todas estas variables, deberíamos hacernos una reflexión:

¿Hasta que punto hemos de considerar el plazo de un proyecto como un factor de segunda categoría por detrás del coste de producción, cuando los menores ingresos asociados a los retrasos son tan importantes en el resultado final que se superponen a cualquier otro coste?

3. Algoritmos de Optimización.

Para aplicar los diferentes algoritmos de optimización de redes y así contrastar los valores que nos ofrecen vamos a seguir haciendo uso de nuestro grafo, esta vez en el entorno de Senda AF y con los siguientes valores para las Duraciones y los Costes:



Num	Ini	Fin	Codigo	Txt	Txt	D Opt	D Pre	D Pes	D Cal	Holg	C Acel	C Nor	C Cal	Venta	Med	Rend
1	1	2	A			1	2	3	2,00	0,00	250,00	50,00	150,00	0,00	0,00	0,00000
2	2	3	B			3	5	8	5,00	0,00	50,00	25,00	40,00	0,00	0,00	0,00000
3	2	4	C			1	1	1	1,00	5,00	45,00	30,00	37,50	0,00	0,00	0,00000
4	3	7	D			2	3	7	3,00	0,00	35,00	10,00	30,00	0,00	0,00	0,00000
5	3	5	E			2	3	5	3,00	0,00	300,00	75,00	225,00	0,00	0,00	0,00000
6	4	5	F			1	1	1	1,00	6,00	20,00	20,00	20,00	0,00	0,00	0,00000
7	4	6	G			2	2	2	2,00	5,00	40,00	40,00	40,00	0,00	0,00	0,00000
8	7	9	H			2	3	6	3,00	0,00	250,00	35,00	196,25	0,00	0,00	0,00000
9	5	8	I			1	1	1	1,00	0,00	20,00	20,00	20,00	0,00	0,00	0,00000
10	6	8	J			1	1	1	1,00	5,00	10,00	10,00	10,00	0,00	0,00	0,00000
11	8	9	K			1	2	5	2,00	0,00	125,00	30,00	101,25	0,00	0,00	0,00000

Y con los siguientes costes de estructura:

Coste Fijo:

8 UM

(Unidades Monetarias)

Coste Variable

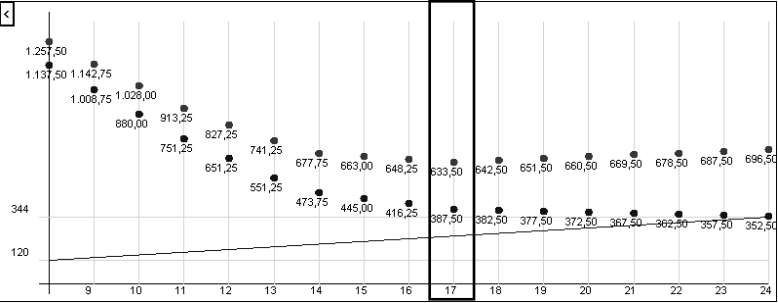
14 UM

(Unidades Monetarias)

Que nos proporcionará los siguientes valores tras la optimización:

Núm	Combinación Reducida	Duración	Producción	Estructura	Ct. Total
0		24	352,50	344,00	696,50
1	B-	19	377,50	274,00	651,50
2	D-	17	387,50	246,00	633,50
3	D-K-	14	473,75	204,00	677,75
4	H-K-	13	551,25	190,00	741,25
5	A-	11	751,25	162,00	913,25
6	E-H-	8	1.137,50	120,00	1.257,50

Y las siguientes funciones de costes:



Es decir, el óptimo lo obtendremos para una duración de 17 días con un coste total de 633,50 UM, y el proyecto de mínima duración será de 8 días con un coste total de 1.257,50 UM.

Si ahora volvemos a la pestaña de diseño una vez optimizado el programa a plazo mínimo, obtendremos una nueva tabla de datos en la que podremos apreciar los valores calculados para las duraciones y los

costes de producción de las actividades en esta situación de plazo mínimo.

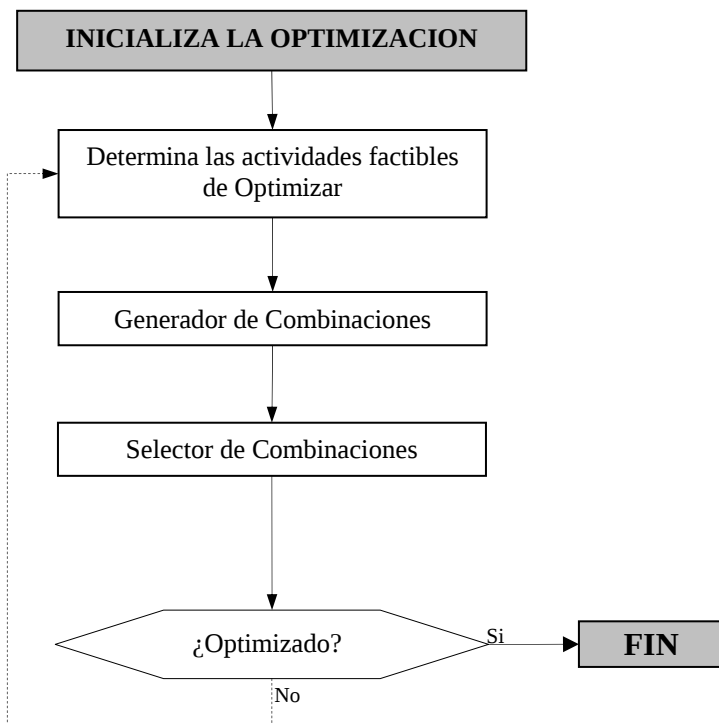
Num	Ini	Fin	Codigo	Txt ₁	Txt ₂	D Opt	D Pre	D Pes	D Cal	Holg	C Acel	C Nor	C Cal	Venta	Med	Rend
1	1	2	A			1	2	3	1,00	0,00	250,00	50,00	250,00	0,00	0,00	0,00000
2	2	3	B				3	5	3,00	0,00	50,00	25,00	50,00	0,00	0,00	0,00000
3	2	4	C			1	1	1	1,00	3,00	45,00	30,00	37,50	0,00	0,00	0,00000
4	3	7	D			2	3	7	2,00	0,00	35,00	10,00	35,00	0,00	0,00	0,00000
5	3	5	E			2	3	5	3,00	0,00	300,00	75,00	225,00	0,00	0,00	0,00000
6	4	5	F			1	1	1	1,00	4,00	20,00	20,00	20,00	0,00	0,00	0,00000
7	4	6	G			2	2	2	2,00	3,00	40,00	40,00	40,00	0,00	0,00	0,00000
8	7	9	H			2	3	6	3,00	0,00	250,00	35,00	196,25	0,00	0,00	0,00000
9	5	8	I			1	1	1	1,00	0,00	20,00	20,00	20,00	0,00	0,00	0,00000
10	6	8	J			1	1	1	1,00	3,00	10,00	10,00	10,00	0,00	0,00	0,00000
11	8	9	K			1	2	5	1,00	0,00	125,00	30,00	125,00	0,00	0,00	0,00000

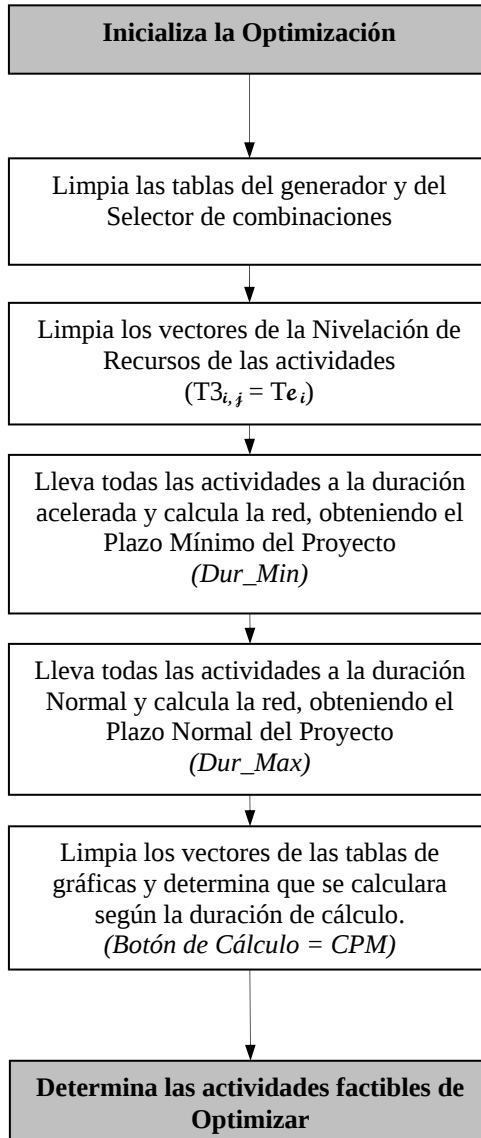
Y de igual forma para un plazo óptimo y coste óptimo:

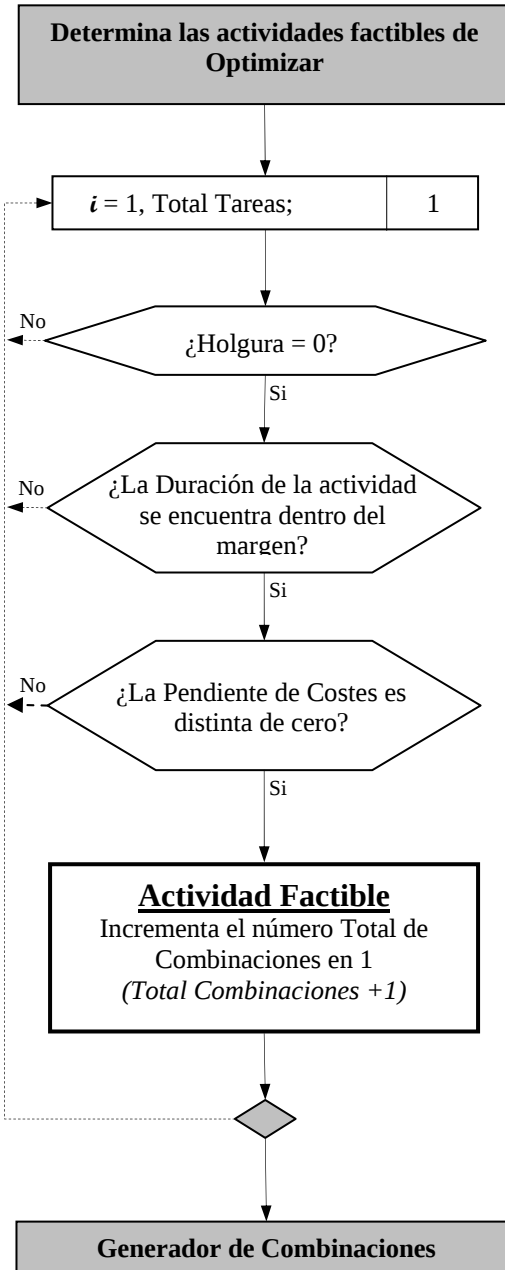
Num	Ini	Fin	Codigo	Txt ₁	Txt ₂	D Opt	D Pre	D Pes	D Cal	Holg	C Acel	C Nor	C Cal	Venta	Med	Rend
1	1	2	A				2	3	3,00	0,00	250,00	50,00	50,00	0,00	0,00	0,00000
2	2	3	B			3	5	8	3,00	0,00	50,00	25,00	50,00	0,00	0,00	0,00000
3	2	4	C			1	1	1	1,00	5,00	45,00	30,00	37,50	0,00	0,00	0,00000
4	3	7	D			2	3	7	5,00	0,00	35,00	10,00	20,00	0,00	0,00	0,00000
5	3	5	E			2	3	5	5,00	0,00	300,00	75,00	75,00	0,00	0,00	0,00000
6	4	5	F			1	1	1	1,00	6,00	20,00	20,00	20,00	0,00	0,00	0,00000
7	4	6	G			2	2	2	2,00	5,00	40,00	40,00	40,00	0,00	0,00	0,00000
8	7	9	H			2	3	6	6,00	0,00	250,00	35,00	35,00	0,00	0,00	0,00000
9	5	8	I			1	1	1	1,00	0,00	20,00	20,00	20,00	0,00	0,00	0,00000
10	6	8	J			1	1	1	1,00	5,00	10,00	10,00	10,00	0,00	0,00	0,00000
11	8	9	K			1	2	5	5,00	0,00	125,00	30,00	30,00	0,00	0,00	0,00000

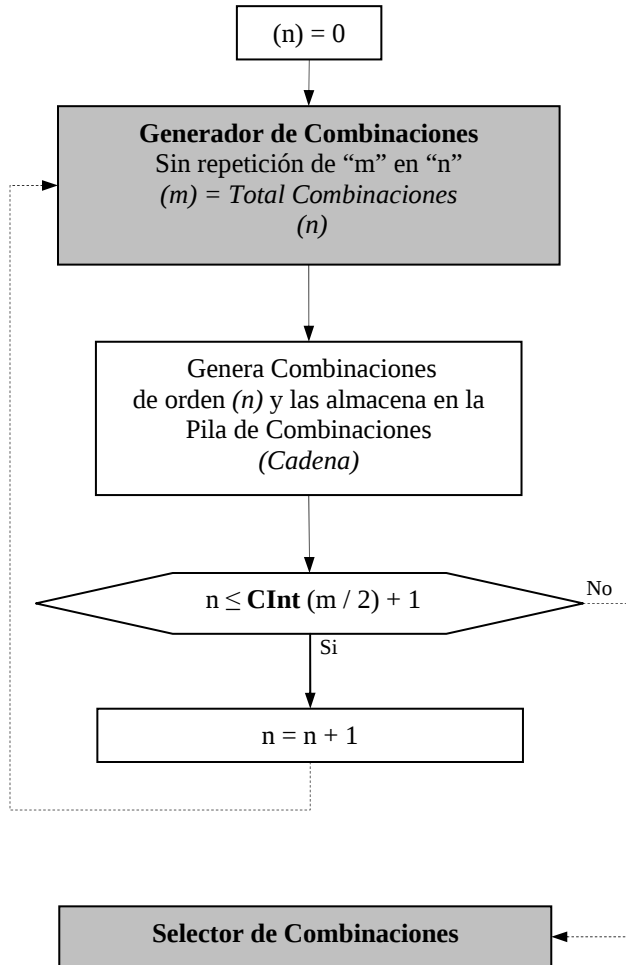
a. Optimización por Poda Combinatoria.

Diagramas de Flujo.

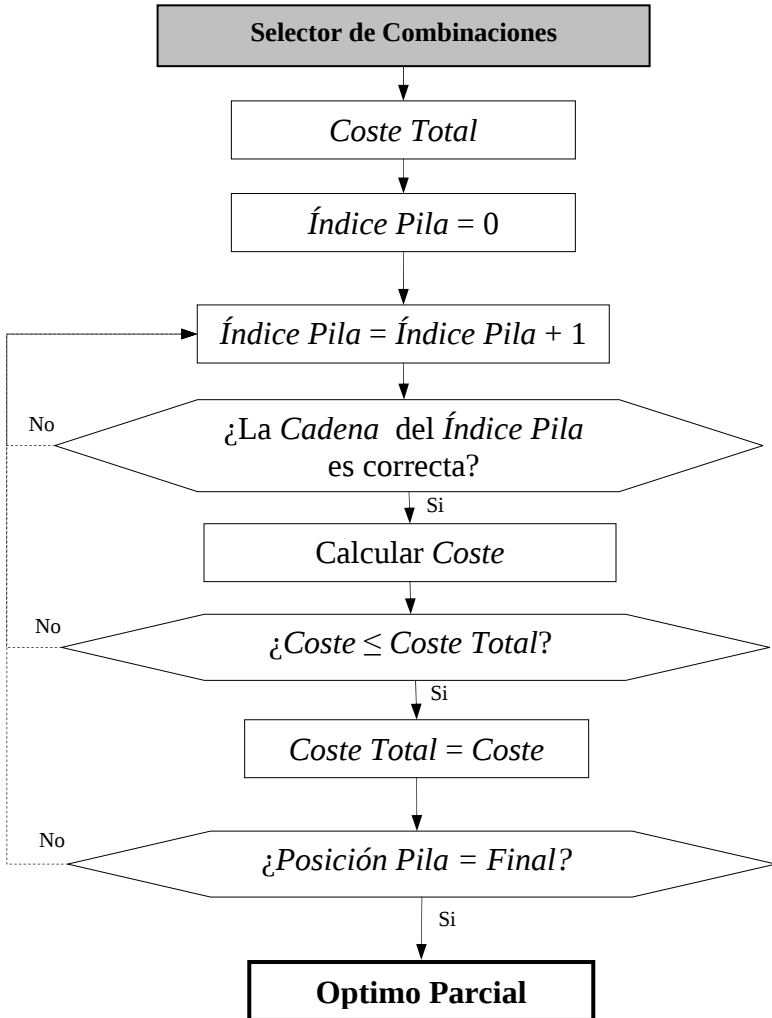








CInt = Valor redondeado a su entero más cercano



Código Fuente.

Determinar Actividades factibles

```
Sub Determinar_Actividades(ByVal Duracion)
    Dim i As Integer
    Dim Total_Combinaciones As Integer = 0
    Cadena_Comb = ""

    ' Determina las actividades factibles de optimizar
    For i = 1 To Tarea_Totales
        If Tarea_Hlg(i) = 0 AndAlso Tarea_Dur_Es(i) > Tarea_Dur_Op(i)
            AndAlso Tarea_Coste_Es(i) <> Tarea_Coste_Op(i) Then
                Total_Combinaciones = Total_Combinaciones + 1 :
                Tarea_Xx(Total_Combinaciones) = i
        Next
        Call Generar_Combinaciones(Duracion, vbNullString,
            Total_Combinaciones, 1, 0)
    End Sub
```

Generador de Combinaciones

```
Sub Generar_Combinaciones(ByVal Duracion As Integer, ByVal Comb1 As
    String, ByVal Total_Combinaciones As Integer, ByVal j As Integer,
    ByVal orden As Integer)
    Dim i As Byte
    Dim s As String = vbNullString
    Dim fila As Integer
    For i = j To Total_Combinaciones
        s = Comb1 + Trim(Str(Tarea_Xx(i))) + "- "
        orden = orden + 1
        Cadena_Comb = Cadena_Comb + Trim(s) + ";"
        fila = DataGridView6.Rows.Count
        TextBox9.Text = fila + 1 : TextBox9.Refresh()
        DataGridView6.Rows.Add(fila + 1, Duracion_Total, s)
        DataGridView6.Refresh()
        If orden <= (CInt(Total_Combinaciones / 2)) + 1 Then Call
            Generar_Combinaciones(Duracion, s, Total_Combinaciones, i +
            1, orden)
        Next
    End Sub
```

Selector de Combinaciones.

```
Sub Optimizacion(ByVal Tipo_Optimizacion)
    Dim i As Integer
    Dim j As Integer
    Dim Linea As Integer = 0
    Dim Contador_Linea As Integer = 0
    Dim reduccion As Integer = 0
    Dim cadena As String = ""
    Dim s As String = ""
    Dim Duracion_Referencia As Integer
    Dim Duracion_a_plazo As Integer = NumericUpDown1.Value
    Dim Coste_Referencia As Single
    Dim Coste_xx As Single
    Call Inicializa_Optimizacion()

    DataGridView5.Rows.Add(reduccion, cadena, Duracion_Total, ⚡
        Coste_Directo, Coste_Fijo + Coste_Variable * Duracion_Total, ⚡
        Coste_Directo + Coste_Fijo + Coste_Variable * Duracion_Total) ⚡
    DataGridView5.Refresh()
Do
    For j = 1 To Tarea_Totales
        Tarea_Dur_Xx(j) = Tarea_Dur_Es(j)
    Next
    Call Calcular()
    Call Determinar_Actividades(Duracion_Total)
    If Cadena_Comb = "" Then Exit Do

    Duracion_Referencia = Duracion_Total
    Coste_Referencia = 1 * 10 ^ 20000

    Linea = 0
    Contador_Linea = 0
    s = ""
    For i = 1 To Len(Trim(Cadena_Comb))
        Select Case Mid(Cadena_Comb, i, 1)
            Case "0" To "9"
                s = s + Trim(Mid(Cadena_Comb, i, 1))
            Case "-"
                Tarea_Dur_Es(Int(Val(s))) = Tarea_Dur_Es(Int(Val(s))) - 1
                s = ""
            Case ";" ' Es final de línea y calcula la Red
                Contador_Linea = Contador_Linea + 1
                s = ""
                Call Calcular()
                Call Calcular_Coste()
```

```

Coste_xx = Coste_Directo
If Duracion_Total = Duracion_Referencia - 1 AndAlso
    Coste_xx < Coste_Referencia Then
        Linea = Contador_Linea
        Coste_Referencia = Coste_xx
    End If
For j = 1 To Tarea_Totales
    Tarea_Dur_Es(j) = Tarea_Dur_Xx(j)
Next
End Select
Next
Contador_Linea = 1
s = ""
For i = 1 To Len(Trim(Cadena_Comb))
    If Contador_Linea > Linea Then Exit For
    If Contador_Linea = Linea Then
        Select Case Mid((Cadena_Comb), i, 1)
            Case "0" To "9"
                s = s + Trim(Mid(Cadena_Comb, i, 1))
            Case "-"
                Tarea_Dur_Es(Int(Val(s))) = Tarea_Dur_Es(Int(Val(s))) - 1
                cadena = cadena + Tarea_Texto_Codigo(Int(Val(s))) + "-"
                s = ""
            Case ";" ' Es final de linea y calcula la Red
                Call Calcular()
                Call Calcular_Coste()
                Coste_xx = Coste_Directo + Coste_Fijo +
                    Coste_Variable * Duracion_Total
                reduccion = reduccion + 1
                Select Case DataGridView5.Item(1, reduccion -
                    1).Value.ToString
                    Case Is = cadena
                        reduccion = reduccion - 1
                        DataGridView5.Item(2, reduccion).Value =
                            Duracion_Total
                        DataGridView5.Item(3, reduccion).Value =
                            Coste_Directo
                        DataGridView5.Item(4, reduccion).Value =
                            Coste_Fijo + Coste_Variable *
                                Duracion_Total
                        DataGridView5.Item(5, reduccion).Value =
                            Coste_xx
                    Case Else
                        DataGridView5.Rows.Add(reduccion, cadena,

```

```

        Duracion_Total, Coste_Directo,
        Coste_Fijo + Coste_Variable *
        Duracion_Total, Coste_xx)

    End Select
    Coste(Duracion_Total) = Coste_Directo
    Call Dibujar_costes_Directos()
    DataGridView5.Refresh()
    s = ""
    cadena = ""
End For
End Select
End If
If Mid(Cadena_Comb, i, 1) = ";" Then Contador_Linea
    Contador_Linea + 1
Next
Select Case Tipo_Optimizacion
    Case "Minimo"
        If Duracion_Total < Dur_min Then Exit Do
    Case "Optimo"
        If DataGridView5.Item(5, reduccion).Value >
            DataGridView5.Item(5, reduccion - 1).Value Then
            DataGridView5.RowCount = reduccion
            Coste(Duracion_Total) = 0
            Call Dibujar_costes_Directos()
            Exit Do
        End If
    Case "A Plazo"
        If Duracion_Total <= Duracion_a_plazo Then
            ' Asigna la Duración Optima
            For j = 1 To Tarea_Totales
                Tarea_Dur_Optima(j) = Tarea_Dur_Es(j)
            Next
            Exit Do
        End If
    End Select

    ' Asigna la Duración Optima
    For j = 1 To Tarea_Totales
        Tarea_Dur_Optima(j) = Tarea_Dur_Es(j)
    Next
Loop
End Sub

```

b. El modelo elástico

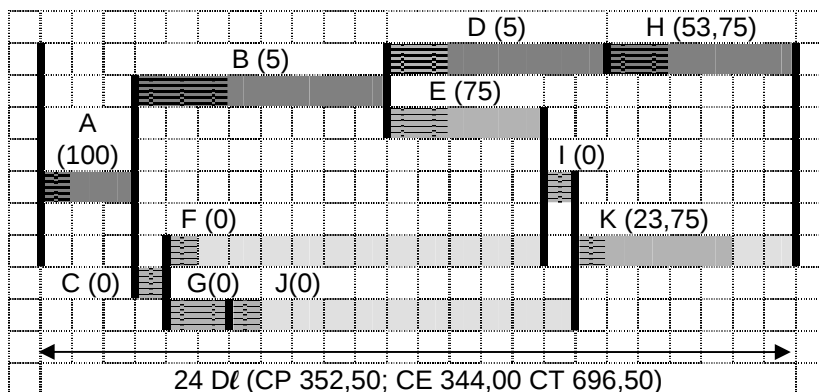
Una vez obtenido el plazo mínimo y óptimo con sus respectivos costes, vamos a proceder a aplicar los diferentes algoritmos tal y como hicimos en el capítulo anterior para los tiempos de los Nodos y de las tareas, e interpretar los resultados que obtenemos.

Empecemos construyendo una tabla en la que representemos las diferentes actividades con sus duraciones acelerada y normal, así como el coste normal y la pendiente unitaria de costes.

Orden	Código	Duración		Coste	
		Acelerada	Normal	Normal	Pendiente
1	A	1	3	50,00	100,00
2	B	3	8	25,00	5,00
3	C	1	1	37,50	0,00
4	D	2	7	10,00	5,00
5	E	2	5	75,00	75,00
6	F	1	1	20,00	0,00
7	G	2	2	40,00	0,00
8	H	2	6	35,00	53,75
9	I	1	1	20,00	0,00
10	J	1	1	10,00	0,00
11	K	1	5	30,00	23,75

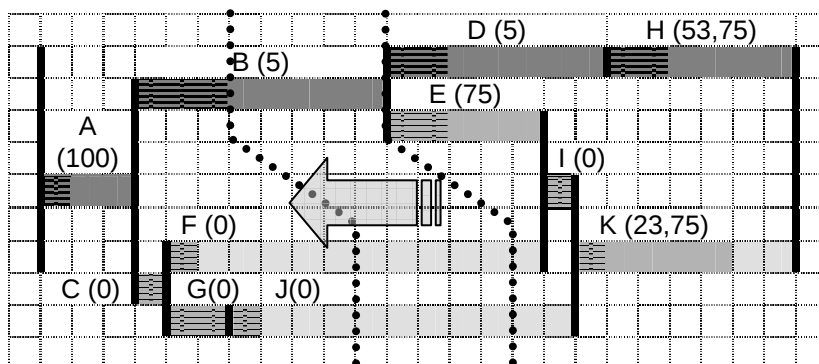
Observa como en la celda resaltada en rojo, el valor del coste normal no coincide con el que teníamos en la tabla de datos de Senda AF, eso es porque *¡por error!*, introdujimos en la tabla de datos de la pestaña de diseño para la actividad “C” valores diferentes de coste acelerado y normal, cuando las duraciones correspondientes eran idénticas. Senda AF interpreta que es un error y utiliza como valor correcto el de la semisuma de los dos valores de coste.

Ahora traslademos los valores de la tabla a nuestro símil de estructura, representando además con tramas los límites de “Bloqueo” de cada barra

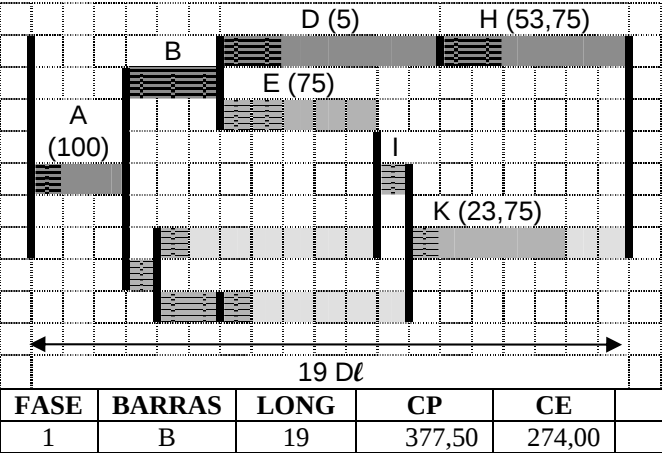


Como podemos observar en la anterior estructura, si deseamos reducir su altura, deberemos aplicar una fuerza equivalente al menor de los costes de aquellas barras “Tensadas” o “Deformadas”, excluyendo las barras “Libres”, que no sufrirán ningún efecto y las “Bloqueadas” que son indeformables.

En este caso las, barras “Tensadas” serían la A, B, D y H, y todas ellas elegiremos la B, pues es la de menor pendiente de costes, y la llevaremos hasta la situación de “Bloqueo”, pues disponemos de suficiente margen, no surgiendo ninguna nueva barra “Tensada”.



Quedándonos la nueva estructura y los costes de la siguiente forma:



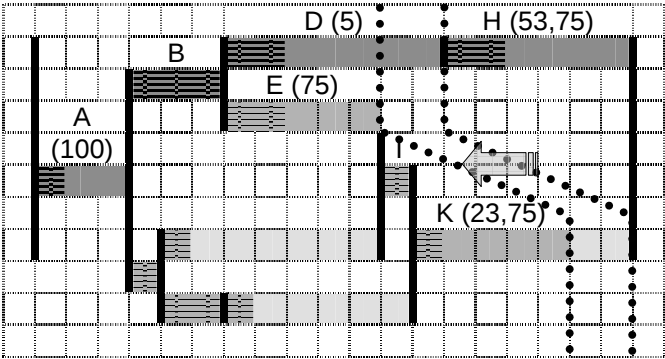
En esta nueva estructura, la barra B ha quedado “Bloqueada”, y cuando apliquemos fuerza sobre la placa superior, de entre todas las barras “Tensadas” y no “Bloqueadas”,se deformarán aquellas que presenten menos resistencia, es decir, las que tengan menor pendiente de costes.

Existen varias posibilidades de deformación:

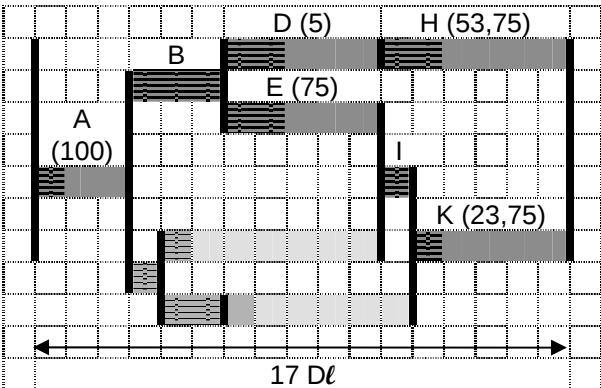
A	requiere	100,00 Uds. de Fuerza
D	requiere	5,00 Uds. de Fuerza
H	requiere	53,75 Uds. de Fuerza

La barra que se deformará será la D, pues es la que menor resistencia nos ofrece (5 Uds. de coste), pero solo podremos deformarla dos unidades de longitud, que es la distancia (holgura) que tenemos en la barra K hasta llegar a su placa inmediatamente superior, es decir, hasta que llegue a su situación de “Tensada” (o también podríamos decir, hasta que consuma toda su holgura total, convirtiéndose entonces en barra crítica).

Veámoslo de forma grafica:



Y así nos quedará la nueva estructura y los costes de la siguiente forma:



FASE	BARRAS	LONG	CP	CE	CT
1	B	19	377,50	274,00	651,50
2	D	17	387,50	246,00	633,50

En esta nueva situación, nos han aparecido unas barras en situación de “Tensada” que anteriormente no estaban: las barras E, I y K, pero además la barra I se encuentra “Bloqueada” pues no dispone de capacidad de deformación. Ahora todas estas barras estarán afectadas por la tensión con la que afectemos a nuestra estructura y deberemos

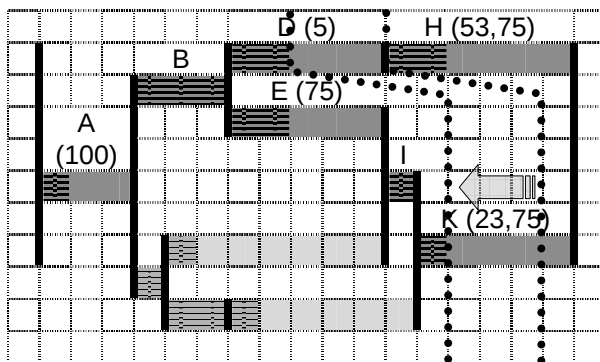
tenerlas en cuenta en el cómputo de la fuerza con la que hemos de solicitarla para reducirla.

Cuando apliquemos tensión a nuestra estructura, esta se deformará nuevamente por su punto más débil, y recordando lo que dijimos anteriormente, que *“las placas son infinitamente rígidas”*, la deformación consecuentemente podría afectar a más de una barra simultáneamente.

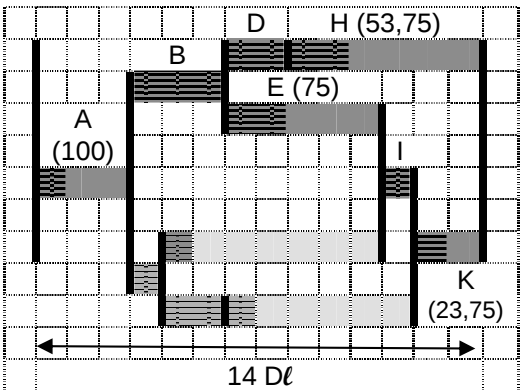
Existen varias posibilidades de deformación:

A	requiere	100,00 Uds. de Fuerza
D + E	requieren	80,00 Uds. de Fuerza
D + K	requieren	28,75 Uds. de Fuerza
H + E	requieren	128,75 Uds. de Fuerza
H + K	requieren	77,50 Uds. de Fuerza

La estructura se deformará por las barras D y K, al ser los puntos más débiles (con menor pendiente de costes), pues cualquier otra combinación ofrecerá una mayor resistencia a la deformación, sufriendo la siguiente transformación :



Quedándonos la nueva estructura y los costes tal y como siguen:



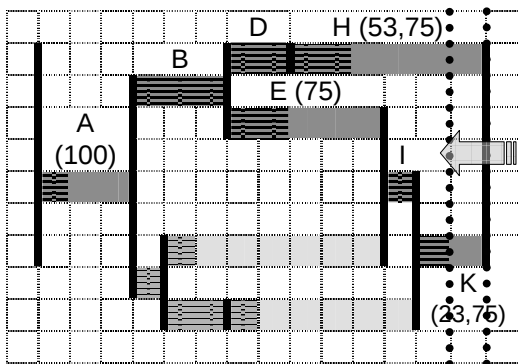
FASE	BARRAS	LONG	CP	CE	CT
1	B	19	377,50	274,00	651,50
2	D	17	387,50	246,00	633,50
3	D + K	14	473,75	204,00	677,75

Tras esta compresión apreciamos dos nuevos elementos importantes:

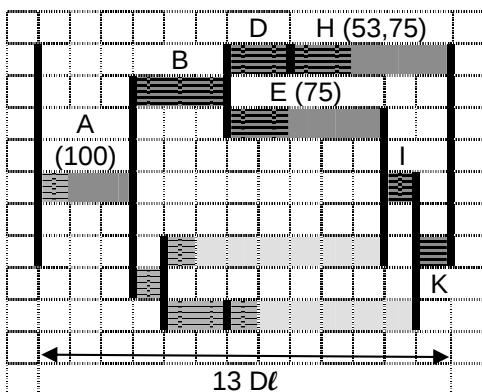
El primero es que los costes totales nos han aumentado, lo que indica que la compresión optima era la compresión anterior, la número dos con una longitud de 14 unidades y con menores costes totales que la actual; El otro elemento, es que nos ha aparecido una nueva barra en posición de “Bloqueo”, la barra D, con lo cual prescindimos de ella, teniendo las siguientes posibilidades de deformación:

A	requiere	100,00 Uds.	de Fuerza
H + E	requieren	128,75 Uds.	de Fuerza
H + K	requieren	77,50 Uds.	de Fuerza

La estructura se deformará por las barras H y K, por ser los puntos más débiles tal y como dijimos anteriormente, de la siguiente forma:



Quedándonos la nueva estructura y los costes tal y como siguen:

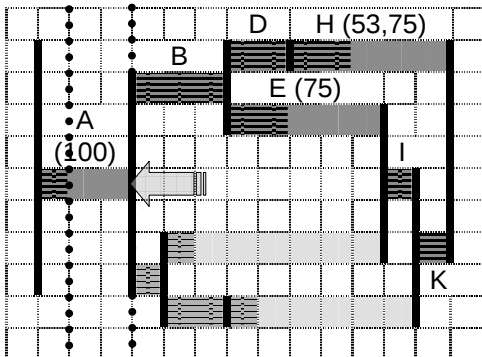


FASE	BARRAS	LONG	CP	CE	CT
1	B	19	377,50	274,00	651,50
2	D	17	387,50	246,00	633,50
3	D + K	14	473,75	204,00	677,75
4	H + K	13	551,25	190,00	741,25

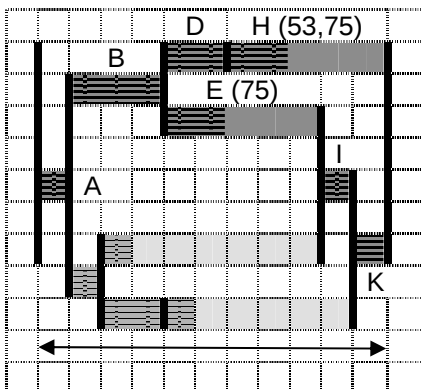
Tal y como nos sucedió anteriormente en la tercera compresión, la barra K a pasado a formar parte del grupo de “Bloqueadas”, con lo que prescindiremos de ella y dispondremos de las siguientes posibilidades de deformación:

A	requiere	100,00 Uds.	de Fuerza
H + E	requieren	128,75 Uds.	de Fuerza

La estructura se deformará por la barra A, por ser el punto más débil, de la siguiente forma:



Quedándonos la nueva estructura y los costes de la siguiente forma:



FASE	BARRAS	LONG	CP	CE	CT
1	B	19	377,50	274,00	651,50
2	D	17	387,50	246,00	633,50
3	D + K	14	473,75	204,00	677,75
4	H + K	13	551,25	190,00	741,25

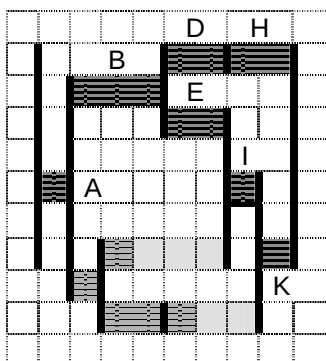
5	A	11	751,25	162,00	913,25
---	---	----	--------	--------	--------

En la actual situación de la estructura, la barra A ha quedado “Bloqueada”, y siguiendo el mismo procedimiento anterior prescindimos de ella, quedándonos ya solo las barras H y E como única posibilidad de deformación:

H + E requieren 128,75 Uds. de Fuerza

La barra H se encuentra en situación de “Deformada”, y la barra E de “Tensada”, y ambas las llevaremos a situación de “Bloqueo”, deformándolas 3 unidades de longitud (tiempo), pues como podrás observar no llegarán a alcanzar a las otras dos barras en situación de “Libres”.

Y de esta forma la estructura totalmente comprimida con sus costes correspondientes costes será la siguiente



FASE	BARRAS	LONG	CP	CE	CT
1	B	19	377,50	274,00	651,50
2	D	17	387,50	246,00	633,50
3	D + K	14	473,75	204,00	677,75
4	H + K	13	551,25	190,00	741,25
5	A	11	551,25	190,00	741,25
6	H + E	8	1.137,50	120,00	1.257,50

Analizando esta última estructura vemos que aún llegando a comprimir la estructura lo máximo posible, aún nos han quedado dos barras “Libres”, que han sufrido ningún tipo de deformación, cualquier acción que realicemos sobre ellas no nos producirá ningún efecto sobre la longitud total de la estructura, es decir: **Hemos alcanzado el proyecto de plazo mínimo a un coste óptimo.**

c. El algoritmo de Ackoff y Sasieni.

“La Investigación de Operaciones es la aplicación, por grupos interdisciplinarios, del método científico a problemas relacionados con el control de las organizaciones o sistemas a fin de que se produzcan soluciones que mejor sirvan a los objetivos de toda organización.”

Ackoff, R. L. y Sasieni M. W. Fundamentals of Operations Research, John Wiley & Sons, 1968; Fundamentos de Investigación de Operaciones, Limusa, 1979

Con esta celebre frase nos iniciaron en el mundo de la investigación operativa, y nos regalaron este precioso algoritmo muy sencillo y útil para pequeños proyectos, y que vamos a explicar aplicándolo a nuestro grafo

Para trabajar con el Algoritmo de Ackoff y Sasieni, empezaremos construyendo una tabla en la que representaremos todos los caminos posibles que van desde el nodo inicial hasta el nodo final de la red de nuestro proyecto. Las siguientes columnas corresponderán a las actividades que integran nuestro proyecto, encabezando cada una de ellas con su duración en cada iteración, la pendiente de coste, y una última columna para la duración de cada una de las rutas. Además dispondremos de una fila adicional en la que indicaremos los días que nos quedan de reducción para cada una de las actividades.

Con el fin de poder seguir de forma ordenada la iteración del algoritmo, hemos dispuesto una tabla nueva para cada iteración (se pueden añadir columnas y filas adicionales), con un código de colores que nos indicará cuales son las actividades seleccionadas y cuales ya no

tenemos disponibles. El criterio consistirá en poner en gris las actividades que no se pueden comprimir y en dorado las actividades seleccionadas para comprimir en cada iteración.

De la misma manera, y con el fin de que las tablas queden lo más limpias posibles, no marcaremos las celdas que no se puedan comprimir y que no pertenezcan a un camino crítico.

Procedamos siguiendo los anteriores criterios y creemos nuestra tabla con la posición de partida de nuestro proyecto (ver archivo Excel Ackoff-Sasieni.xls).

Posición Inicial:

Como solo tenemos una ruta crítica, que es la formada por las actividades A-B-D-H, tan solo reflejaremos los valores de costes de estas actividades, y de ellas elegiremos la combinación de actividades de menor coste, tomando una de cada ruta crítica, en nuestro caso la “B” que dispone de 5 días de reducción.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
	3	8	1	7	5	1	2	6	1	1	5	
	100,00	5,00	37,50	5,00	75,00	0,00	0,00	53,75	0,00	0,00	23,75	
A - B - D - H	100,00	5,00		5,00				53,75				24
A - B - E - I - K												22
A - C - F - I - K												11
A - C - G - J - K												12
Días de reducción	2	5	0	5	3	0	0	4	0	0	4	

1ª Iteración:

Una vez reducidos los cinco días de la actividad “B”, esta la marcaremos en color gris pues ya no se puede reducir más y elegiremos la siguiente actividad con menor pendiente de costes que será la “D” y la marcaremos en dorado. Esta actividad aunque dispone de cinco días de reducción tan solo podrá ser reducida dos, pues nos aparece una nueva ruta crítica que deberemos considerar en la siguiente iteración.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
	3	3	1	7	5	1	2	6	1	1	5	
	100,00	5,00	37,50	5,00	75,00	0,00	0,00	53,75	0,00	0,00	23,75	
A - B - D - H	100,00			5,00				53,75				19
A - B - E - I - K												17
A - C - F - I - K												11
A - C - G - J - K												12
Días de reducción	2	0	0	5	3	0	0	4	0	0	4	

2ª Iteración:

En esta segunda iteración consideramos además las actividades de la nueva ruta crítica, formada por A-B-E-I-K, y seleccionaremos una actividad de cada una de las filas que nos proporcione un menor coste y que serán la “D” y la “K”, reduciéndolas en 3 días que es el margen que nos quedaba en la actividad “D”.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
	3	3	1	5	5	1	2	6	1	1	5	
	100,00	5,00	37,50	5,00	75,00	0,00	0,00	53,75	0,00	0,00	23,75	
A - B - D - H	100,00			5,00				53,75				17
A - B - E - I - K	100,00				75,00						23,75	17
A - C - F - I - K												11
A - C - G - J - K												12
Días de reducción	2	0	0	3	3	0	0	4	0	0	4	

3ª Iteración:

En esta tercera iteración ya no disponemos de la actividad “D”, que esta completamente comprimida, por lo que la nueva combinación factible y más económica, la formaran las actividades “H” y “K”.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
	3	3	1	2	5	1	2	6	1	1	2	
	100,00	5,00	37,50	5,00	75,00	0,00	0,00	53,75	0,00	0,00	23,75	
A - B - D - H	100,00							53,75				14
A - B - E - I - K	100,00				75,00						23,75	14
A - C - F - I - K												8
A - C - G - J - K												9
Días de reducción	2	0	0	0	3	0	0	4	0	0	1	

4ª Iteración:

En estos momentos del algoritmo, comprimiremos la actividad “A” los dos días de que dispone, que será la opción más económica.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
	3	3	1	2	5	1	2	5	1	1	1	
	100,00	5,00	37,50	5,00	75,00	0,00	0,00	53,75	0,00	0,00	23,75	
A - B - D - H								53,75				13
A - B - E - I - K	100,00				75,00							13
A - C - F - I - K												7
A - C - G - J - K												8
Días de reducción	2	0	0	0	3	0	0	3	0	0	0	

5ª Iteración:

En la quinta iteración solo tenemos disponibles las actividades “E” y “H”, ambas con tres días de reducción posibles, actuando directamente sobre ellas pues ya no aparece ningún camino critico nuevo.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
	1	3	1	2	5	1	2	5	1	1	1	
	100,00	5,00	37,50	5,00	75,00	0,00	0,00	53,75	0,00	0,00	23,75	
A - B - D - H								53,75				11
A - B - E - I - K					75,00							11
A - C - F - I - K												5
A - C - G - J - K												6
Días de reducción	0	0	0	0	3	0	0	3	0	0	0	

Posición Final:

Quedando la tabla con las duraciones de las actividades de la siguiente forma:

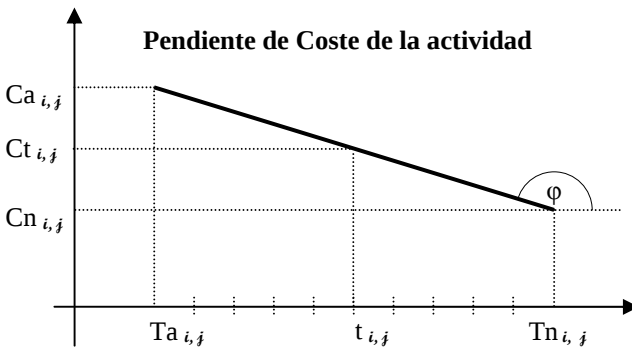
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
	1	3	1	2	2	1	2	2	1	1	1	
	100,00	5,00	37,50	5,00	75,00	0,00	0,00	53,75	0,00	0,00	23,75	
A - B - D - H												8
A - B - E - I - K												8
A - C - F - I - K												5
A - C - G - J - K												6
Días de reducción	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Y como era de esperar, son valores que coinciden totalmente con los obtenidos previamente con la ayuda de Senda AF y el “**algoritmo de poda combinatoria**”, y por supuesto con la aplicación del método elástico.

d. Resolución mediante la programación lineal Paramétrica.

El problema de la optimización del coste de nuestro proyecto para un determinado plazo puede ser considerado como de programación lineal paramétrica si la duración total del proyecto T es considerada un parámetro. En tal caso, la solución del problema serían unas duraciones y costes de actividades asociados a cada una de las diferentes duraciones consideradas para el parámetro T .

Recordemos nuestra función de costes de Producción:



$$C_t = C_a + \frac{C_n - C_a}{t_n - t_a} t \quad (t_a \leq t \leq t_n) \quad (7)$$

$$\frac{C_n - C_a}{t_n - t_a} = \text{tangente } \phi \quad (24)$$

También podríamos decir:

$$C_t = C_n + \frac{C_a - C_n}{t_n - t_a} t \quad (t_a \leq t \leq t_n) \quad (31)$$

$$\frac{C_a - C_n}{t_n - t_a} = - \text{tangente } \varphi = Q_{i,j} \quad (32)$$

De tal forma que nuestro sistema de inecuaciones a optimizar estaría formado por:

Función objetivo:

$$\text{Minimizar:} \quad z = \sum Q_{i,j} t_{i,j} \quad (33)$$

Restricciones:

$$t_{a_{i,j}} \leq t_{i,j} \leq t_{n_{i,j}}, \quad \forall i,j \in G(V,A) \quad (34)$$

El anterior conjunto de restricciones obliga a que las variables tomen valores no negativos, por lo que no será necesario incluir en el modelo restricciones lógicas de no negatividad, que son usuales en los modelos de programación lineal.

Por otra parte, si representamos por el parámetro T (la duración deseada del proyecto), esta duración coincidirá con la longitud del camino crítico. Por tanto, la longitud de cualquier camino que una el nodo inicial del grafo con el nodo final tendrá que ser menor o igual que la duración T.

Esta condición origina el siguiente conjunto de restricciones:

$$\sum t_{i,j} \leq T \quad \forall p \quad (35)$$

$$\forall i, j \in Wp \quad (36)$$

Es decir, la suma se extenderá a todos las aristas pertenecientes al conjunto Wp . Este conjunto Wp está formado por las aristas del camino p -ésimo, que une el nodo inicial del grafo con el nodo final. Tendremos tantas restricciones como caminos existan en el grafo que unen dichos nodos extremos

Aplicándolo a nuestro grafo tendremos la siguiente función objetivo aplicando (33):

$$Z = 100 t_{1,2} + 5 t_{2,3} + 5 t_{3,7} + 75 t_{3,5} + 53,75 t_{7,9} + 23,75 t_{8,9}$$

Las siguientes restricciones según (34):

$$\begin{aligned} 1 &\leq t_{1,2} \leq 3 \\ 3 &\leq t_{2,3} \leq 8 \\ 2 &\leq t_{3,7} \leq 7 \\ 2 &\leq t_{3,5} \leq 5 \\ 2 &\leq t_{7,9} \leq 6 \\ 1 &\leq t_{8,9} \leq 3 \end{aligned}$$

Y según (35), para diferentes valores de T :

$$\begin{aligned} t_{1,2} + t_{2,3} + t_{3,7} + t_{7,9} &\leq T \\ t_{1,2} + t_{2,3} + t_{3,5} + t_{5,8} + t_{8,9} &\leq T \\ t_{1,2} + t_{2,4} + t_{4,5} + t_{5,8} + t_{8,9} &\leq T \\ t_{1,2} + t_{2,4} + t_{4,6} + t_{6,8} + t_{8,9} &\leq T \end{aligned}$$

e. Otros Algoritmos de Optimización.

El Algoritmo de Ford – Fulkerson

Inicialmente este algoritmo fue desarrollado para determinar la cantidad máxima de flujo que es capaz de circular a través de un sistema desde un punto a otro, es decir, la máxima cantidad de flujo que se puede transportar desde una fuente hasta un sumidero sin violar las restricciones de capacidad, entendiéndose por flujo a líquidos o gases, vehículos, cadenas de montaje con diferentes capacidades entre maquinas, corriente en redes eléctricas, paquetes de información en redes de comunicaciones, tráfico ferroviario, sistema de regadíos, etc.

Si consideramos a nuestro grafo de actividades como un sistema de tuberías, en el que las aristas tienen una capacidad que es el de coste compresión de cada tarea, siendo la fuente el nodo inicial y el sumidero el nodo final, podríamos conocer cuanto flujo puede circular por cada arista para así obtener el flujo máximo de la red a un coste mínimo, es decir la máxima compresión a un coste mínimo.

Para solucionar este problema aplicamos el algoritmo de Ford-Fulkerson. Este algoritmo fue desarrollado por **Lester Randolph Ford y Delbert Ray Fulkerson** y publicado en el libro “*Flow in Networks*” en 1962 por la Priceton University Press. Este algoritmo está basado en los siguientes principios:

Camino de aumento, es una trayectoria desde un nodo fuente a un nodo sumidero que puede conducir más flujo.

Capacidad residual es la capacidad adicional de flujo que un arco puede llevar:

$$c_f(i, j) = c(i, j) - f(i, j) \quad (36)$$

Red Residual: Dada una red de flujo $G = (v, E)$ y un flujo f , la red residual inducida por f es:

$$G_f(V, A_f), \quad (37)$$

$$E_f = \{(i, j) \in V \times V: c_f(i, j) > 0\} \quad (38)$$

Teorema de Ford-Fulkerson (flujo máximo - mínimo corte): En cualquier red, el flujo máximo que fluye de la fuente al sumidero es igual a la capacidad del corte.

La idea del procedimiento es comenzar con un flujo nulo ($f = 0$), buscar un camino del nodo *inicio* al nodo *fin*, utilizarlo para incrementar el flujo, calcular el grafo residual, buscar en éste un camino de *inicio* a *fin*, y así sucesivamente. Si en algún momento no se encuentra ningún camino de *inicio* a *fin* en el grafo residual, este procedimiento se detiene y el teorema del flujo máximo-coste mínimo nos asegura que (f) es el flujo máximo.

Para ver detalladamente la aplicación de este algoritmo, se recomienda la lectura de “*Aplicaciones practicas del PERT y CPM. Nuevos métodos de dirección para planificación, programación y control de proyectos*” (Luis Yu Chuen-Tao , Ediciones Deusto, 1967)

Existe una variación del algoritmo de Ford-Fulkerson, que es el algoritmo de **Edmonds-Karp** (J. Edmonds; R.M. Karp - 1972). En ésta variación, el camino de aumento es elegido usando una búsqueda por niveles o en anchura (breadth-first search).

CAPITULO 3

La Simulación de Monte Carlo

- 1. El Problema estocástico.**
- 2. La Simulación con Senda AF**
- 3. La simulación de Funciones estocásticas.**

CAPITULO 3

La Simulación de Monte Carlo

1. El problema estocástico.

d. Los orígenes del PERT.

El modelo original del PERT, fue desarrollado conjuntamente por Malcolm, Clark, Roseboom y Fazar (miembros del equipo investigador de la marina de los EEUU del proyecto Polaris) en septiembre de 1959 (*Applications of a Technique for Research and development Program Evaluation, Operations Research Vol. 7 pag 646-670, sept. 1959*), proporcionando una herramienta para estimar la varianza de la duración de un proyecto así como de calcular la probabilidad de terminar el proyecto entre unas fechas objetivo. Su análisis asumía de forma implícita que se debían de ignorar todas las actividades que no pertenecían al camino crítico en el problema determinista, derivado de la adopción para la duración de la actividad del valor de la media de su distribución. Entonces aplicaban el teorema del Límite central a la duración del camino crítico e interpretaban el resultado como perteneciente a la duración del proyecto. Los modelos de probabilidad que utilizaron eran como mínimo discutibles, pero ellos argumentaban que las aproximaciones adoptadas *“fueron construidas para un problema específico,... perfectamente adecuadas para al contexto en el que fueron desarrolladas”*.

Posteriormente, Clark, en 1961 (“The PERT Model for the distribution of an activity time”), defendió de manera explícita los trabajos anteriores argumentando: *“las estimaciones deben realizarse periódicamente, de manera formal, y a bajo costo para miles de*

actividades", justificando el uso de la distribución beta como "la primera que le viene a la mente del autor"; la selección de los extremos y la moda como los parámetros básicos en base a los cuales se realiza la estimación; y "suponiendo" un sexto del rango como desviación por su similitud con la Normal. Para finalizar, señaló que convertir las estimaciones subjetivos a una distribución beta, "... requiere de cálculos, incluida la solución de una ecuación cúbica, que es relativamente complejo en comparación con la fiabilidad de los resultados".

Aunque la justificación expuesta por Clark fue clara, no fue expresada explícitamente de forma matemática, lo que llevó a partir de la década de los 80 a diferentes análisis relacionados con la justificación de la distribución beta PERT, impulsando a otros científicos a seguir su estudio y proponer refinamientos con una mayor profundidad.

e. La distribución beta.

Recordarás que para poder estimar la duración de una actividad hacíamos uso de tres valores llamados estimaciones periciales o estimaciones del experto, y que son la duración optimista (a); la duración prevista, probable o moda (m) y la duración pesimista (b).

También recordarás que para determinar la duración estimada (te) de una actividad, se hace uso de la **distribución beta**, siendo según Malcolm y Clark los valores de la media (te) y de la varianza (σ^2) a partir de su función de densidad:

$$f(x) = \frac{(x - a)^{\alpha-1} (b - x)^{\beta-1}}{\beta(\alpha, \beta) (b - a)^{\alpha+\beta-1}} \quad \begin{array}{l} ; \alpha > 1; \\ ; \beta > 1 \\ ; a \leq m \leq b \end{array} \quad (1)$$

$$te = \mu = \frac{a + 4m + b}{6} \quad (2)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{36} \quad (3)$$

Suponiendo:

1. A la desviación típica como un sexto de la longitud del intervalo de definición de la variable.

$$\sigma = \frac{1}{6}$$

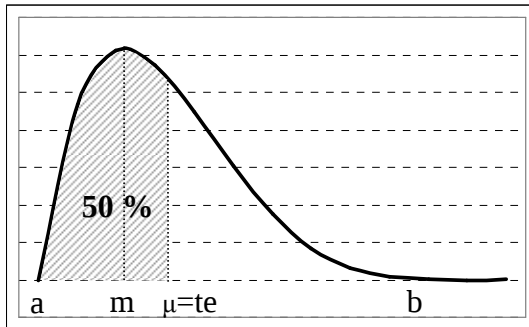
2. Y que existe la siguiente relación lineal entre la moda (m) y la media (μ), suponiendo que la beta siempre es simétrica:

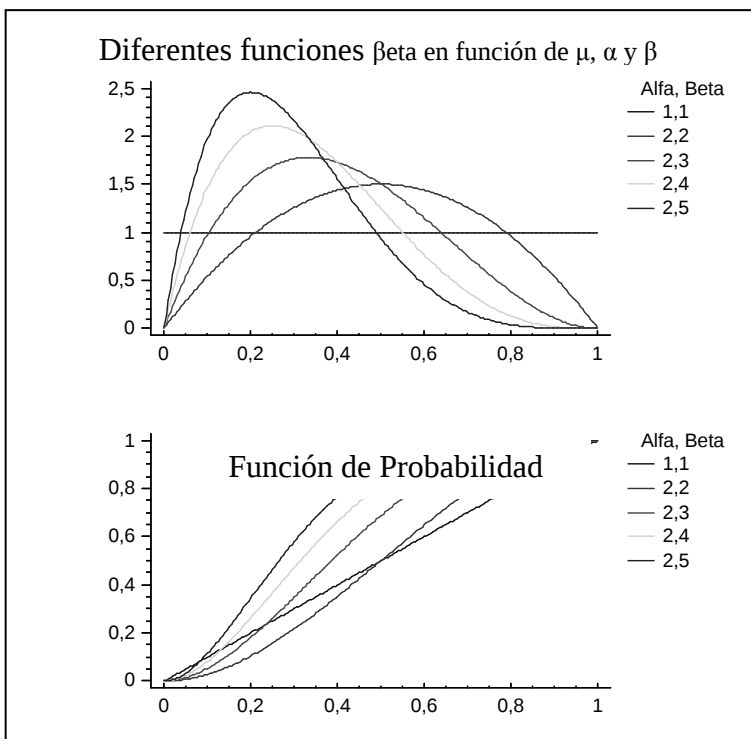
$$m = \frac{b + a}{2} = \mu$$

Aunque los verdaderos valores para la media (μ) y la varianza (σ^2) son respectivamente:

$$\mu = \frac{b \alpha + a \beta}{\alpha + \beta} \quad (4)$$

$$\sigma^2 = \frac{\alpha \beta (b - a)^2}{(\alpha + \beta)^2 (\alpha + \beta + 1)} \quad (5)$$





Thomas L. Healy, (*“Activity subdivisión and PERT Probability statements, Institute for Operations Research, 1961”*), planteó las primeras dudas sobre el método al estudiar la subdivisión de actividades y el efecto que producen en los resultados del PERT estándar, poniendo en duda la inconsistencia matemática del método, a lo que Clark contestó que *“la subdivisión está determinada por la naturaleza de la actividad, la decisión no es un problema del análisis”*

Todas las anteriores simplificaciones (recordarás que la distribución β es tetraparamétrica, algo que no es tenido en cuenta en el cálculo del valor de la media, y menos aún en el de la varianza), han llevado a lo largo del tiempo a plantear diferentes aportaciones al modelo del PERT estándar, sin hacerle perder su simplicidad, entre las que destacan:

(Fred E. Williams; *PERT Completion Times Revisited. Transactions on Education* 6:1(21-34))

Grubbs (1962): Criticó duramente las hipótesis de Malcolm, y Clark, argumentando que imponer unos valores de $\alpha + \beta = 4$ limitaban la distribución beta a un solo tipo de las tres posibles, adoptando los siguientes valores:

$$\alpha = 3 - \sqrt{2} \quad ; \quad \beta = 3 + \sqrt{2} \quad \text{beta sesgada positiva}$$

$$\alpha = 3 + \sqrt{2} \quad ; \quad \beta = 3 - \sqrt{2} \quad \text{beta sesgada negativa}$$

$$\alpha = 4 \quad ; \quad \beta = 4 \quad \text{beta simétrica.}$$

Aunque en un principio coherente, tampoco se alejó mucho de las estimaciones de Malcolm y Clark, obteniendo los siguientes valores para la moda:

$$m = \frac{a + b}{3} - \frac{(b-a)\sqrt{2}}{6} \quad \text{beta sesgada positiva.}$$

$$m = \frac{a + b}{3} + \frac{(b-a)\sqrt{2}}{6} \quad \text{beta sesgada negativa.}$$

$$m = \frac{a + b}{2} \quad \text{beta simétrica.}$$

Donalson and Coon (1964): Hace la suposición de que la función beta es tangente al eje horizontal en los extremos a y b (su condición es $\alpha > 2$ y $\beta > 2$), lo que equivale a:

$$b-a > m-a \quad \alpha = 2 \quad ; \quad \beta = 2(b-m)/(m-a) \quad \text{beta sesgada positiva}$$

$$m-a > b-m \quad \beta = 2 \quad ; \quad \alpha = 2(m-a)/(b-m) \quad \text{beta sesgada negativa}$$

$$b-m = m-a \quad \alpha = \beta > 2 \quad \text{beta simétrica.}$$

O lo que es lo mismo, hace la siguiente relación:

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{(b-m)}{(m-a)} \quad ; \quad \begin{array}{l} \alpha=2; m < (b+a)/2 \\ \beta=2; m > (b+a)/2 \end{array}$$

Aunque las condiciones de Grubbs se han relajado, permitiendo diferentes grados de simetría, aún estamos restringidos a un número muy limitado de distribuciones beta.

Farnum and Stanton (1987): Exploraron las condiciones que justifican las estimaciones del Pert estándar, y como un subproducto, desarrollaron estimadores para los casos en los que las estimaciones estándar son pobres. Concretamente en vez de calcular la varianza para α y β , la calculan para $(\alpha-1)$ y $(\beta-1)$ con el fin de utilizar una única distribución beta, pero sin aportar una detallada sustentación que lo justifique.

$$\alpha = 36 \left[\frac{m-a}{b-a} 2 + 1 \right] \frac{b-m}{b-a}$$

$$\beta = 36 \left[\frac{b-m}{b-a} 2 + 1 \right] \frac{m-a}{b-a}$$

Golenko-Ginzburg (1988): Propusieron el siguiente refinamiento sobre la base de otro conjunto más relajado de supuestos para las estimaciones, haciendo $\alpha + \beta = z = \text{constante}$ y:

$$\mu = \frac{2a + 9m + 2b}{13} = \frac{\alpha b + \beta a}{\alpha + \beta}$$

f. El factor de confianza de la distribución Beta.

Hemos visto como todos los autores han aceptando de forma casi generalizada, que la función de distribución beta y su asimetría, es un buen modelo para estimar la variable aleatoria de la duración de una actividad (Moitra, S.D.(1990) *Skwness and the Beta Distributuion. Journal of Operations Research Society Vol. 41-10 Pág. 953-961*), buscando todos ellos una solución al problema de: ¿Como aplicar una distribución tetraparamétrica cuando solo se disponen de los tres valores facilitados por el experto?

Hay un número infinito de distribuciones beta, con diferentes curtosis (concentración en torno a la media o como de “picuda” es la distribución de probabilidad) o grados de apuntalamiento, para los mismos valores de duración optimista (a), pesimista (b) y prevista o moda (m), en función de los diferentes criterios que sigamos para determinar los parámetros de α y β , y obtener la duración estimada (te) o media (μ) y su varianza (σ^2).

Esto llevó a Sasieni (1986 “*A Note PERT Times*”. *Management Science* 32, Pág. 1652-1653) a cuestionar la validez del método PERT estándar y su distribución beta, haciendo una llamada a la comunidad científica para aportar respuestas: “***¿Como se origino la historia de la distribución beta y porque los autores la han repetido durante 25 años sin verificarla? Quizá alguno de sus lectores pueda iluminarme.***”. A lo que ha contestado de forma rápida y casi simultáneamente, pero de forma diferente.

Unos autores avalan los buenos resultados prácticos ofrecidos por la distribución beta PERT estándar (Kamburowski, J. 1996. “*New validations of PERT times*”. *Omega Int. Journal of Management Science Vol 25, nº 3 Pág. 323-328*); otros solucionan el problema de la incertidumbre de la distribución beta PERT estándar de la manera más fácil, sustituyéndola por distribuciones de la familia TSP (two-Sided Power) de las que las triangulares son miembros, funciones más sencillas que solo requieren de tres parámetros (e incluso funciones trapezoidales), obteniendo muy buenos resultados, unidos a una gran sencillez de cálculo.

Otros autores han ido más allá, y han matizando el modelo original ofreciendo alternativas muy interesantes, destacando entre todas la de Herreras, R. (1989. *Modelos probabilísticos alternativos para el método PERT, Aplicación al análisis de inversiones. Estudios de economía aplicada* Pág. 89-112. *Secretariado de Publicaciones de la Universidad de Valladolid*), pero veamos en que consiste

Ya conocemos los valores de la media (μ) y de la varianza (σ^2), de la distribución beta:

$$\mu = \frac{b \alpha + a \beta}{\alpha + \beta} \quad (4)$$

$$\sigma^2 = \frac{\alpha \beta (b - a)^2}{(\alpha + \beta)^2 (\alpha + \beta + 1)} \quad (5)$$

Y podemos obtener el valor de la moda (m), de la siguiente forma:

$$m = \frac{b (\alpha - 1) + a (\beta - 1)}{\alpha + \beta - 2} \quad (39)$$

Ahora utilizaremos un parámetro (k), que llamaremos **factor de confianza del experto**, siendo en función de α y β :

$$k = \alpha + \beta - 2 \quad (40)$$

De tal manera que la obtención de los parámetros α y β , que definen de forma única mi distribución beta será inmediata:

$$\alpha = 1 + k \frac{m - a}{b - a} \quad (41)$$

$$\beta = 1 + k \frac{b - m}{b - a} \quad (42)$$

Y sustituyendo (40) en (4), obtenemos:

$$te = \mu = \frac{a + km + b}{k + 2} \quad (43)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b - a + k(m - a))(b - a + k(b - m))}{(k + 3)(k + 2)^2} \quad (44)$$

$$\sigma^2 = \frac{(\mu - a)(b - \mu)}{k + 3} \quad (45)$$

Que es una nueva expresión de la varianza de la distribución beta en función de la media (μ)

Observando (43), vemos que se parece enormemente a (2):

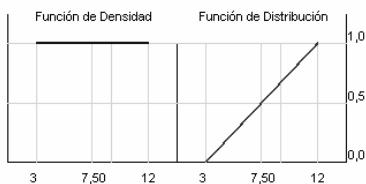
$$te = \mu = \frac{a + 4m + b}{6} \quad (2)$$

Con la particularidad de que aplicando (43) podremos ajustar la curtosis de la distribución beta PERT estándar, mediante un valor (k) que será la confianza que tiene el experto en su propia estimación.

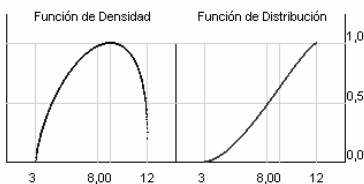
En la distribución beta PERT estándar, el factor de confianza ($k=4$) nos da una distribución muy apuntalada, de hecho Herrerías, R. propone ($k=2$), al proporcionar un valor de apuntalamiento medio, siendo *“totalmente respetuosa con la información subjetiva del valor más probable proporcionado por el experto”* (Herrerías, R. (1995).

Veamos como afecta el factor de confianza del experto (k) a una distribución β con los siguientes valores para el intervalo ($a=3$, $b=12$) y para la moda ($m=9$), transformándose desde una distribución uniforme ($k=0$), hasta una β muy apuntalada ($k=12$), pasando por ($k=2$) y ($k=4$), tal y como nos proponen Hererías, R. y el PERT estándar:

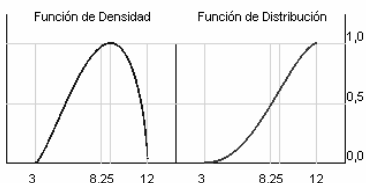
$k = 0$



$k = 1$



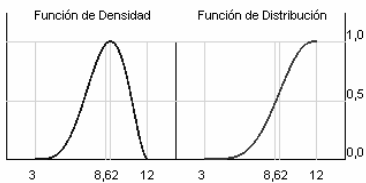
$k = 2$



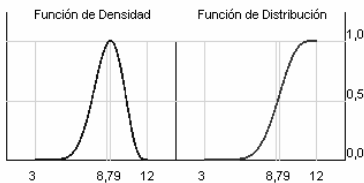
$k = 4$



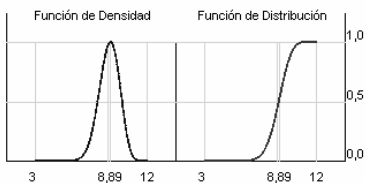
$k = 6$



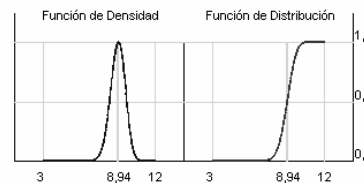
$k = 12$



$k = 25$



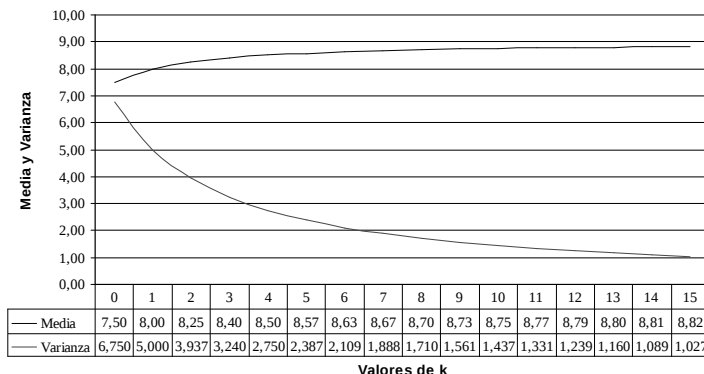
$k = 50$



K	μ	σ^2
0	7,50	6,75000
1	8,00	5,00000
2	8,25	3,93750
4	8,50	2,75000
6	8,63	2,10938
12	8,79	1,23980
	μ	σ^2
Beta PERT	8,50	2,25000

A partir de la tabla anterior podemos hacer las siguientes reflexiones:

1. A igualdad de valor para la media (μ), la varianza (σ^2) es mayor en el método propuesto por Herrerías, que en el PERT tradicional, lo que proporciona una β eta con un apuntalamiento ligeramente menor que en la β eta PERT estándar.
2. A medida que aumentamos el valor de (k), el valor de la media (μ) se acerca asintóticamente al valor de la moda (m = 9) y el valor de la varianza (σ^2) a 0.
3. A medida que reducimos el valor de (k), el valor de la media (μ) se acerca al valor medio del intervalo: (a + b) / 2, y el valor de la varianza (σ^2) tiende a: (b - a)² / 12 (ver (58); (ver archivo Factor de confianza k.xls).



d. El teorema del Límite Central.

En los temas anteriores, hemos visto como mediante la función de probabilidad β eta, y los tres valores estimados por el experto, determinamos la duración de las actividades en un entorno estocástico.

¿Pero que sucede con la duración de nuestro proyecto?

Una vez obtenidas las duraciones estimadas de las actividades, hemos de determinar la duración prevista del proyecto, estudiar la posibilidad de no acertar en esa duración prevista, obtener la probabilidad de cumplimiento para un plazo o intervalo de plazos determinado, y finalmente adoptar un compromiso óptimo de plazo de ejecución del proyecto, en función del riesgo o incertidumbre, y las penalizaciones que nos impondrán en caso de incumplimiento.

Recordarás que cuando estudiamos los principios de PERT y a Malcolm, Clark, RoseBoom y Fazar dijimos:

*“Entonces **aplicaban el teorema del Límite central a la duración del camino crítico** e interpretaban el resultado como perteneciente a la duración del proyecto”.*

Así que procedamos a exponerlo:

El **Teorema del Límite Central** indica que, bajo condiciones muy generales, la distribución de la suma de variables aleatorias tiende a una **Distribución Normal cuando la cantidad de variables es muy grande.**

Ley de los Grandes Números (desigualdad de Tschhebycheff):

Cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, mayor será el ajuste entre la distribución muestral y la distribución teórica sobre la que se basa la muestra.

Teorema: Sea $X_1, X_2, \dots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución con media μ y varianza σ^2 .

Definamos la variable:

$$Y_n = \sum_{j=1}^n X_j, \quad \text{y sea:}$$

$$Z = \frac{Y_n - \mu_y}{\sigma_y}, \quad \text{siendo} \quad \begin{cases} \mu_y = \text{Media}(Y_n) \\ \sigma_y^2 = \text{Varianza}(Y_n) \end{cases}$$

Entonces, independientemente de la distribución de las variables X_j , se verifica que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}, \quad -\infty < z < \infty$$

Como:

$$Z = \frac{Y_n - \mu_y}{\sigma} \quad , \text{ en el limite} \quad Z = \frac{Y - \mu}{\sigma}$$

Operando:

$$\boxed{f_Y(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad -\infty < y < \infty} \quad (46)$$

Que es la función de la Distribución Normal, con media (μ) y desviación típica (σ).

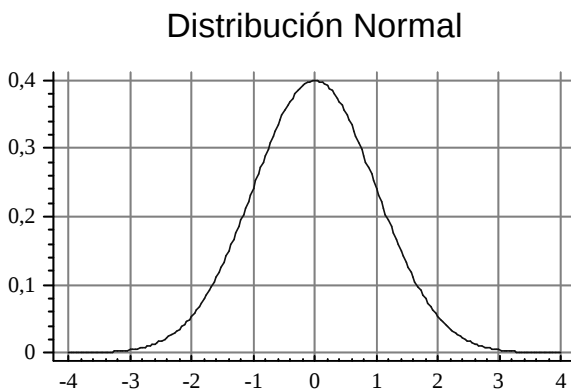
Es decir, que independientemente de las distribuciones de probabilidad de las actividades, la duración de un proyecto, seguirá una Distribución Normal, y la varianza del proyecto será la suma de las varianzas de la ruta crítica, siempre que las actividades que forman la ruta crítica sea lo suficientemente grande.

$$\sigma^2 = \sum_{j=1}^n \sigma_j^2 \quad (47)$$

Con frecuencia a la Distribución Normal se le identifica como la piedra angular de la estadística, por el papel que desempeña en el desarrollo de la teoría estadística y a que es muy frecuente que las variables asociadas a fenómenos naturales y cotidianos siguen esa distribución.

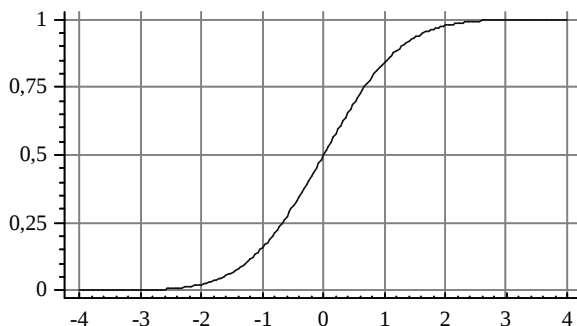
e. La distribución Normal Estándar.

Para simplificar las operaciones se trabaja con una Distribución Normal con media ($\mu=0$) y desviación típica ($\sigma=1$), que recibe el nombre de **Distribución Normal Estándar**, con las siguientes graficas para la función de densidad:



Y para la función de probabilidad acumulada:

Distribución Normal



Donde las funciones de densidad y de distribución acumulada de probabilidad, vendrán dadas por:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad -\infty < z < \infty \quad (48)$$

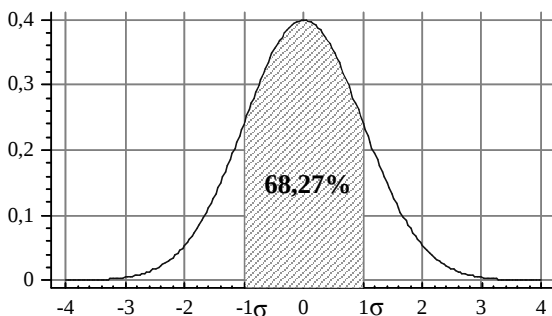
$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt \quad (49)$$

La función de densidad de la distribución Normal estándar tiene las siguientes características:

1. Tiene un solo pico, por tanto es unimodal y con forma de campana de gauss.
2. La media de la población distribuida normalmente cae en el centro de su curva normal.
3. Los extremos se extiende hasta el infinito de forma asintótica.
4. La moda ($m=0$) y la media ($\mu=0$), se encuentran en el centro.

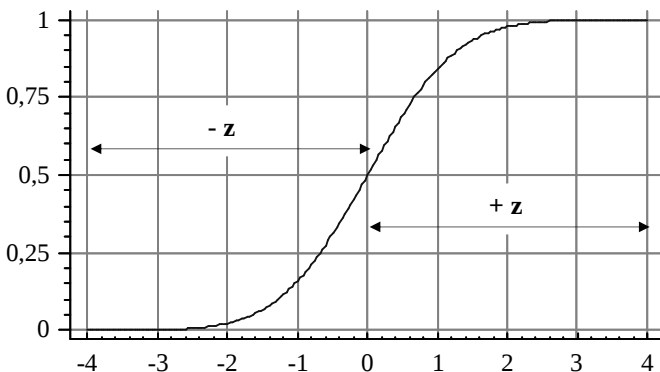
5. El área bajo la curva normal estándar tiene los siguientes valores porcentuales sobre el total:

- | | | | |
|----|--------|----------------|------|
| a. | 68,27% | $\pm 1 \sigma$ | (50) |
| b. | 95,45% | $\pm 2 \sigma$ | (51) |
| c. | 99,73% | $\pm 3 \sigma$ | (52) |



Para estandarizar la variable (x), utilizamos la expresión:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (53)$$



Curva Normal Acumulada

Que nos dice a cuantas desviaciones estándar esta el valor de x por encima o por debajo de la media.

f. La probabilidad de cumplimiento del plazo.

Ahora es el momento de hacer un pequeño recordatorio de los pasos que hemos seguido:

1. Determinar la media (μ) o duración estimada de las actividades (t_e) y su varianza (σ^2) a partir de las duraciones facilitadas por el experto, y el factor de confianza (k) en los valores ofrecidos.
2. Calcular las fechas más pronto y más tarde de empezar y de terminar de las actividades del proyecto, así como la duración prevista del proyecto (μ_p), por medio de cualquiera de los algoritmos que vimos en el capítulo 1.
3. Determinar las actividades que forman parte de la ruta crítica del proyecto y calcular la varianza (σ_p^2) y la desviación típica (σ_p) del proyecto (de la ruta crítica).

4. Preguntarle a nuestro PERT.

- a. **¿Que probabilidad tengo de terminar el proyecto en una fecha más temprana a la estimada (T_1)?**

$$Z_1 = \frac{T_1 - \mu_p}{\sigma_p} \quad \text{consultar tabla } (-z) \quad (54)$$

- b. **¿Que probabilidad tengo de terminar el proyecto en una fecha más tardía a la estimada (T_2)?**

$$Z_2 = \frac{T_2 - \mu_p}{\sigma_p} \quad \text{consultar tabla } (+z) \quad (55)$$

- c. **¿Que probabilidad tengo de terminar el proyecto en un intervalo de fechas ($T_3 < T_4$)?**

$$P(T_3 < T_4) = P(Z_4) - P(Z_3) \quad (56)$$

Área bajo la curva Normal Acumulada (valores de z positivos)

+ z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabla en tantos por uno

Ver archivo (Áreas bajo la curva Normal Acumulada.xls)

Área bajo la curva Normal Acumulada (valores de z negativos)

- z	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00
0,0	0,4641	0,4681	0,4721	0,4761	0,4801	0,4840	0,4880	0,4920	0,4960	0,5000
-0,1	0,4247	0,4286	0,4325	0,4364	0,4404	0,4443	0,4483	0,4522	0,4562	0,4602
-0,2	0,3859	0,3897	0,3936	0,3974	0,4013	0,4052	0,4090	0,4129	0,4168	0,4207
-0,3	0,3483	0,3520	0,3557	0,3594	0,3632	0,3669	0,3707	0,3745	0,3783	0,3821
-0,4	0,3121	0,3156	0,3192	0,3228	0,3264	0,3300	0,3336	0,3372	0,3409	0,3446
-0,5	0,2776	0,2810	0,2843	0,2877	0,2912	0,2946	0,2981	0,3015	0,3050	0,3085
-0,6	0,2451	0,2483	0,2514	0,2546	0,2578	0,2611	0,2643	0,2676	0,2709	0,2743
-0,7	0,2148	0,2177	0,2206	0,2236	0,2266	0,2296	0,2327	0,2358	0,2389	0,2420
-0,8	0,1867	0,1894	0,1922	0,1949	0,1977	0,2005	0,2033	0,2061	0,2090	0,2119
-0,9	0,1611	0,1635	0,1660	0,1685	0,1711	0,1736	0,1762	0,1788	0,1814	0,1841
-1,0	0,1379	0,1401	0,1423	0,1446	0,1469	0,1492	0,1515	0,1539	0,1562	0,1587
-1,1	0,1170	0,1190	0,1210	0,1230	0,1251	0,1271	0,1292	0,1314	0,1335	0,1357
-1,2	0,0985	0,1003	0,1020	0,1038	0,1056	0,1075	0,1093	0,1112	0,1131	0,1151
-1,3	0,0823	0,0838	0,0853	0,0869	0,0885	0,0901	0,0918	0,0934	0,0951	0,0968
-1,4	0,0681	0,0694	0,0708	0,0721	0,0735	0,0749	0,0764	0,0778	0,0793	0,0808
-1,5	0,0559	0,0571	0,0582	0,0594	0,0606	0,0618	0,0630	0,0643	0,0655	0,0668
-1,6	0,0455	0,0465	0,0475	0,0485	0,0495	0,0505	0,0516	0,0526	0,0537	0,0548
-1,7	0,0367	0,0375	0,0384	0,0392	0,0401	0,0409	0,0418	0,0427	0,0436	0,0446
-1,8	0,0294	0,0301	0,0307	0,0314	0,0322	0,0329	0,0336	0,0344	0,0351	0,0359
-1,9	0,0233	0,0239	0,0244	0,0250	0,0256	0,0262	0,0268	0,0274	0,0281	0,0287
-2,0	0,0183	0,0188	0,0192	0,0197	0,0202	0,0207	0,0212	0,0217	0,0222	0,0228
-2,1	0,0143	0,0146	0,0150	0,0154	0,0158	0,0162	0,0166	0,0170	0,0174	0,0179
-2,2	0,0110	0,0113	0,0116	0,0119	0,0122	0,0125	0,0129	0,0132	0,0136	0,0139
-2,3	0,0084	0,0087	0,0089	0,0091	0,0094	0,0096	0,0099	0,0102	0,0104	0,0107
-2,4	0,0064	0,0066	0,0068	0,0069	0,0071	0,0073	0,0075	0,0078	0,0080	0,0082
-2,5	0,0048	0,0049	0,0051	0,0052	0,0054	0,0055	0,0057	0,0059	0,0060	0,0062
-2,6	0,0036	0,0037	0,0038	0,0039	0,0040	0,0041	0,0043	0,0044	0,0045	0,0047
-2,7	0,0026	0,0027	0,0028	0,0029	0,0030	0,0031	0,0032	0,0033	0,0034	0,0035
-2,8	0,0019	0,0020	0,0021	0,0021	0,0022	0,0023	0,0023	0,0024	0,0025	0,0026
-2,9	0,0014	0,0014	0,0015	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0018	0,0018	0,0019
-3,0	0,0010	0,0010	0,0011	0,0011	0,0011	0,0012	0,0012	0,0013	0,0013	0,0013
-3,1	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0010
-3,2	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0007	0,0007
-3,3	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005
-3,4	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,6	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
-3,7	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,8	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-4,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-4,1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-4,2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-4,3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-4,4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-4,5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabla en tantos por uno

Ver archivo (Áreas bajo la curva Normal Acumulada.xls)

g. Las limitaciones del PERT.

Hemos visto como el PERT ha sido y es una valiosa herramienta para evaluar el riesgo existente en el cumplimiento del plazo de los proyectos, pero eso no significa que no haya sido objeto de numerosas críticas por las fuertes restricciones que se impone para su aplicación y análisis. Veamos cuales son las principales limitaciones y criticas que ha recibido:

1. **Solo se considera la existencia de una ruta crítica** (en la práctica, en caso de existir más una ruta crítica, se elegirá aquella que tenga una varianza (σ_p^2) mas desfavorable, para así estar del lado de la seguridad, aunque no es una solución aceptada por todos los autores).
2. No es justificable que las actividades **solo pueden seguir una única distribución de probabilidad tipo beta**, con la dificultad adicional que supone, determinar las tres duraciones periciales para cada una de las actividades.
3. **Subestima la duración total del proyecto** por el “sesgo de unión de eventos” (Lu, 2002; Lu y AbouRizk. 2000; Barraza et al, 200) al ignorar las rutas cercanas a la criticidad en el cálculo del tiempo total de un proyecto.
4. Para aplicar el teorema del limite central, es requisito imprescindible que la cantidad de variables (exclusivamente las actividades de la única ruta crítica) sea muy grande. Algunos autores defienden que para poder aplicar el teorema del límite central se requiere como **mínimo de 50 actividades en la ruta critica**, aunque llegan a rebajarlo a 30 en condiciones excepcionales.
5. No se tienen en cuenta las actividades no criticas, ni la posibilidad de que éstas puedan llegar a ser criticas en algún momento, algo que además es muy común en los proyecto de construcción. Normalmente **los retrasos en los proyectos de construcción se producen a causa de demoras en las actividades no críticas**, por no ser tenidas en cuenta con la importancia que requieren.

Como alternativa al PERT, se ha propuesto el uso de la simulación de Monte Carlo, técnica que mediante el muestreo aleatorio (generación de secuencias de números pseudoaleatorios), imita el comportamiento de un sistema (estático o dinámico) del mundo real, bien en un instante de tiempo determinado o mientras evoluciona a lo largo del tiempo.

h. La simulación de Monte Carlo.

La simulación de Monte Carlo fue inventada por el estadístico británico Karl Pearson al descubrir la utilidad de los números aleatorios para resolver complejos problemas de probabilidad y estadística. El nombre de Monte Carlo viene dado por la capital del principado de Mónaco y su famoso casino, al considerar a la ruleta como “el generador simple de números aleatorios”. Karl Pearson dijo: *“El registro mensual del juego de la ruleta en Monte Carlo puede proporcionarnos material para el análisis de los fundamentos del conocimiento”*.

El proceso de la simulación es muy sencillo:

1. Se definirá el modelo a simular (nuestro grafo) y se determinarán las diferentes distribuciones de probabilidad para cada una de las actividades, así como su intervalo. Para la simulación podemos definir cualquier distribución de probabilidad, no estando obligados rígidamente al uso exclusivo de la distribución beta PERT.
2. Iniciaremos la generación de valores pseudoaleatorios a partir de tablas, por cualquiera de los métodos de generación de números aleatorios o mediante el uso de ordenadores y calculadoras.
3. Generaremos las muestras aleatorias de las duraciones de las actividades a partir de sus distribuciones de probabilidad.
4. Calcularemos la duración del proyecto con sus fechas más pronto y más tarde de empezar y de terminar, con cualquiera de los algoritmos estudiados en el capítulo 1.
5. Repetiremos los pasos 3 y 4 tanta veces como necesitemos según la precisemos con la que deseamos simular.

Mediante la aplicación de la simulación de Monte Carlo, si que estaremos en condiciones de aplicar con rigor el Teorema del Limite Central y obtener, además de la duración prevista calculada según el PERT estándar:

1. La duración media simulada del proyecto (μ_p).
2. La desviación típica (σ_p) del proyecto simulado.
3. La probabilidad de terminar el proyecto en un plazo dado.
4. El rango de fechas para cumplir el plazo del proyecto con una determinada probabilidad.
5. **El índice de criticidad y el valor crítico** de cada una de las actividades.

i. El índice de Criticidad y el valor crítico.

Con la simulación de Monte Carlo, ya hemos dejado atrás los conceptos de de actividades críticas y no críticas, así como los de rutas críticas y no críticas exclusivos de los problemas deterministas. Ahora podemos conocer cuantas veces ha sido crítica una actividad a lo largo de la simulación. Ya no nos interesan exclusivamente las actividades críticas, sino que gracias a la nueva información obtenida derivamos nuestro interés a la probabilidad de que una actividad sea crítica y de que pertenezca a una ruta crítica. Disponemos de dos nuevos parámetros para medir el riesgo de nuestras actividades y de nuestro proyecto, y que son:

Indice de criticidad:

Porcentaje que nos indica cuantas veces ha sido critica una actividad durante la simulación (en tantos por uno o tantos por cien).

Valor crítico:

Es el índice de criticidad (en tantos por uno) multiplicado por la varianza de la duración de la actividad. Este valor nos indica la posibilidad que tiene una actividad de estar en el camino crítico, así como su grado de variabilidad en las duraciones posibles.

Estos índices nos ayudan a gestionar adecuadamente los riesgos del proyecto, indicándonos que actividades debemos de controlar más de cerca, y a igual índice de criticidad las de mayor valor crítico.

j. Las Funciones de distribución.

Además de la función tipo Beta, podemos usar cualquier otro tipo de función de distribución bien sean estas continuas o discretas. Nosotros para su uso en la simulación con Senda AF, exclusivamente haremos uso de funciones de distribución continuas, con las siguientes distribuciones:

1. Determinista
2. Continua
3. Triangular

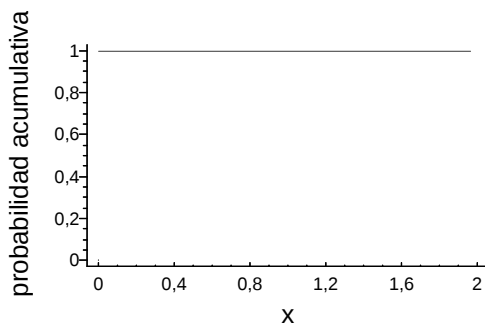
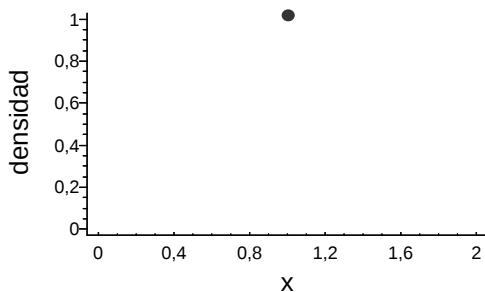
Función Determinista:

La función determinista no es una función de probabilidad propiamente dicha. Mediante el uso de esta función hacemos que la duración de esta actividad sea un hecho cierto e invariable, no estando sujeta por tanto a incertidumbre.

Evidentemente la media (μ) será la propia duración estimada (te) o moda (m), y su varianza (σ^2) será cero.

$$\mu = te = m$$

$$\sigma^2 = 0$$

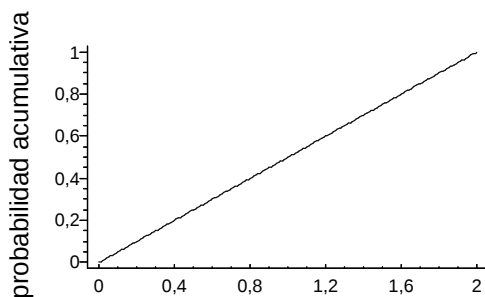
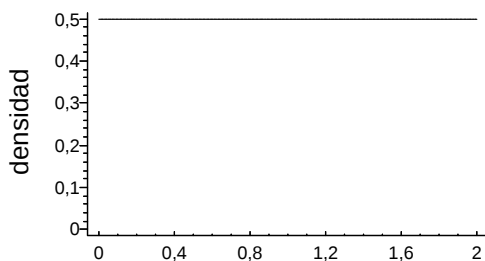


Función Uniforme:

La función de densidad uniforme proporciona la probabilidad de que la duración de la actividad esté dentro del intervalo $[a, b]$. La probabilidad de la ocurrencia dentro de ese intervalo es directamente proporcional a la longitud del intervalo. Es una función constante sobre el intervalo $[a, b]$. Su media (μ) y su varianza (σ^2), a partir de su función de densidad serán:

$$f(x) = \frac{1}{b - a} \quad (57)$$

$$\mu = \frac{a + b}{2} \quad \sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{12} \quad (58)$$



Función Triangular:

Se emplea cuando disponemos de pocos o ningún dato. Tan solo esta definida por las tres informaciones subjetivas de duración optimista (a), prevista o moda (m) y pesimista (b), y sus funciones de distribución y densidad serán:

$$\left\{ \begin{array}{ll} f(x) = \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)} & \text{si } a \leq x \leq m \quad (59) \\ f(x) = \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)} & \text{si } m \leq x \leq b \quad (59 \text{ bis}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Phi(x) = \frac{(x-a)^2}{(b-a)(b-m)} & \text{si } a \leq x \leq m \quad (60) \\ \Phi(x) = 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-m)} & \text{si } m \leq x \leq b \quad (60 \text{ bis}) \end{array} \right.$$

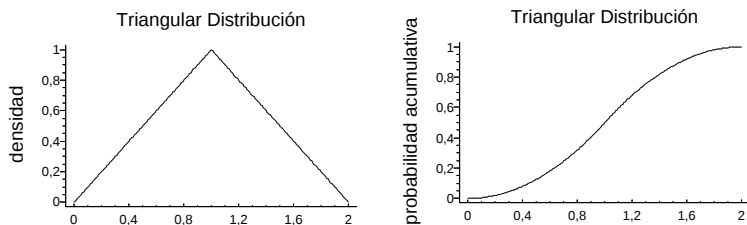
Su media (μ) y su varianza (σ^2), a partir de su función de densidad serán:

$$\mu = \frac{a + b + m}{3} \quad (61)$$

$$\sigma^2 = \frac{a^2 + b^2 + m^2 + ab - am - mb}{18} \quad (62)$$

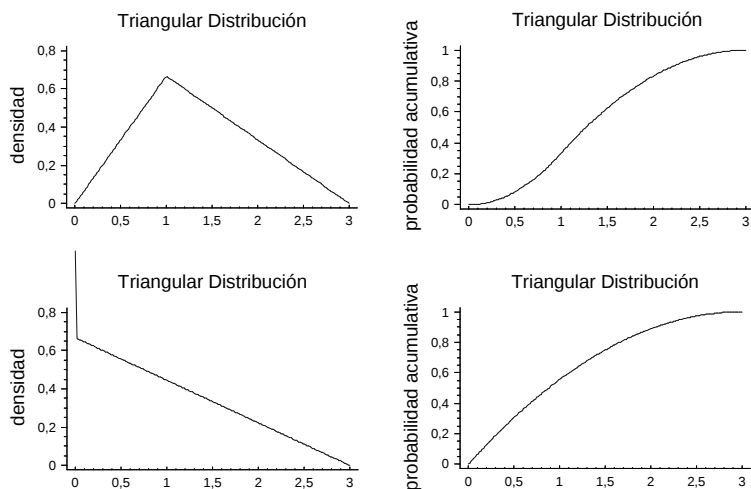
La distribución triangular puede adoptar diferentes formas:

Simétrica:



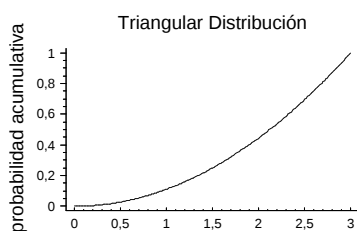
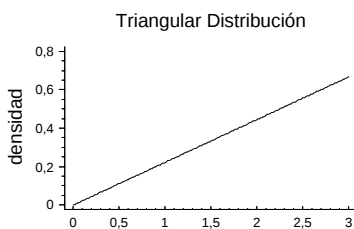
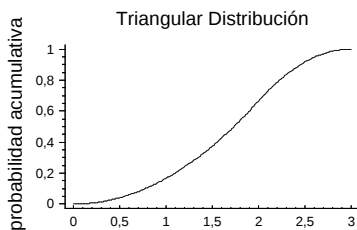
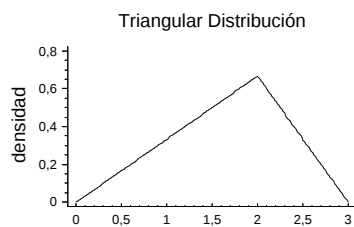
$$m = (a + b) / 2$$

Sesgada a la izquierda:



$$a \leq (m < (a + b) / 2) \leq b$$

Sesgada a la derecha:



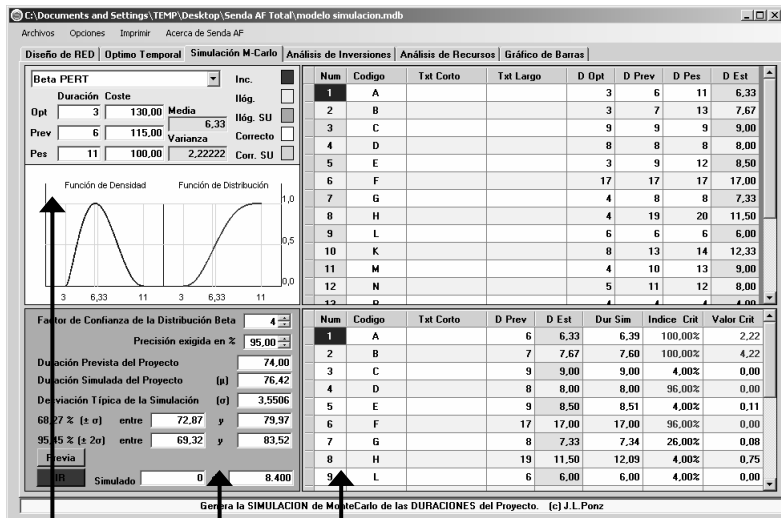
$$a \leq (m > (a + b) / 2) \leq b$$

2. La simulación con Senda AF.

a. Introducción.

Una vez conocidos los principios de la gestión de riesgos en la planificación de proyectos, y con capacidad de analizarlos de manera eficiente, vamos a ponerlos todos juntos y empezar a trabajar con Senda AF.

Antes de nada veamos como esta estructurado nuestro entorno de trabajo:



Desplazándonos por la tabla de tareas, seleccionaremos aquella actividad que queremos modificar (por defecto todas las distribuciones son deterministas), y procederemos a seleccionar el tipo de distribución de probabilidad que ha sido determinada por el experto de entre las cuatro disponibles (Determinista, Uniforme, Triangular o β eta PERT), mediante el panel “selector de distribuciones”.

Num	Codigo	Txt Corto	Txt Largo	D Opt	D Prev	D Pes	D Est
1	A			3	6	11	6.33
2	B			3	7	13	7.67
3	C			9	9	9	9.00
4	D			8	8	8	8.00
5	E			3	9	12	8.50
6	F			17	17	17	17.00
7	G			4	8	8	7.33
8	H			4	19	20	11.50
9	L			6	6	6	6.00
10	K			8	13	14	12.33
11	M			4	10	13	9.00
12	N			5	11	12	9.00
13	P			4	4	4	4.00

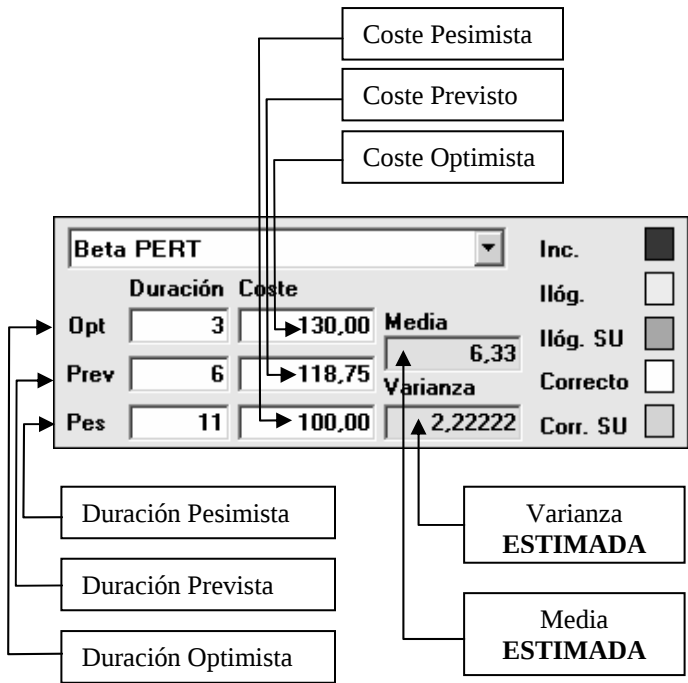
Actividad Seleccionada

Duración ESTIMADA

b. El selector de distribuciones.

El Panel “selector de distribuciones”, nos mostrará inmediatamente cuales son los **valores estimados** (no confundir con valores simulados) para la media (μ) y la varianza (σ^2), en función de los introducidos para la distribución adoptada, pero también nos aparecerán unos colores en las duraciones y costes correspondientes, que nos indicarán si los valores introducidos son correctos y cual es la utilidad que estos valores tienen sobre la estimación.

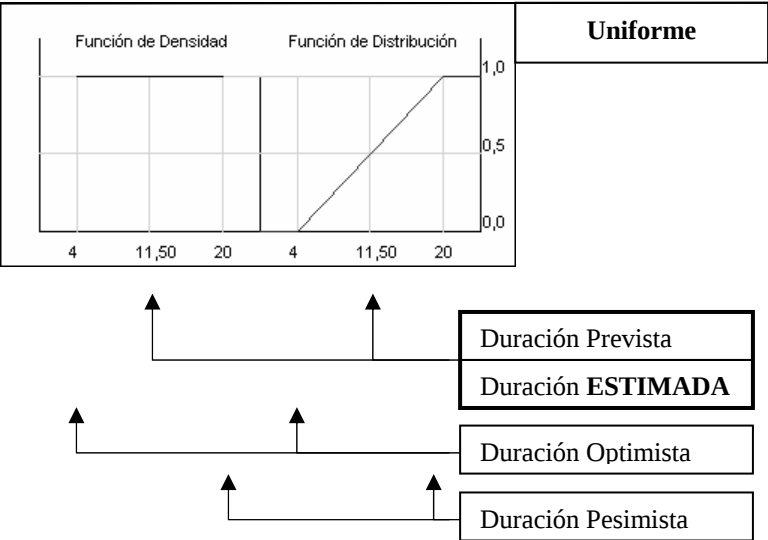
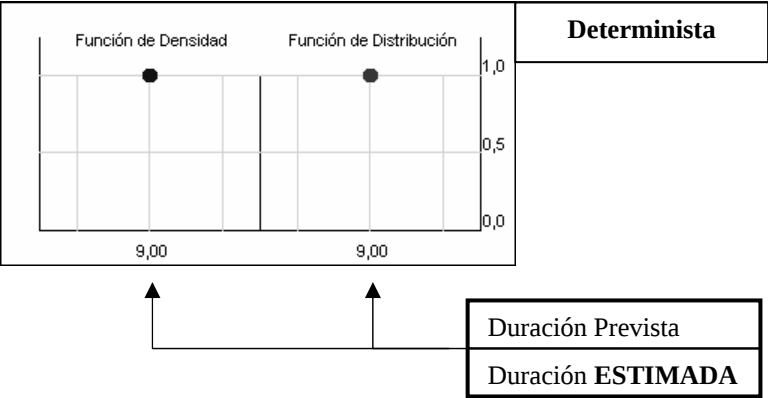
Analicemos los diferentes valores que nos mostrará el selector de Combinaciones:

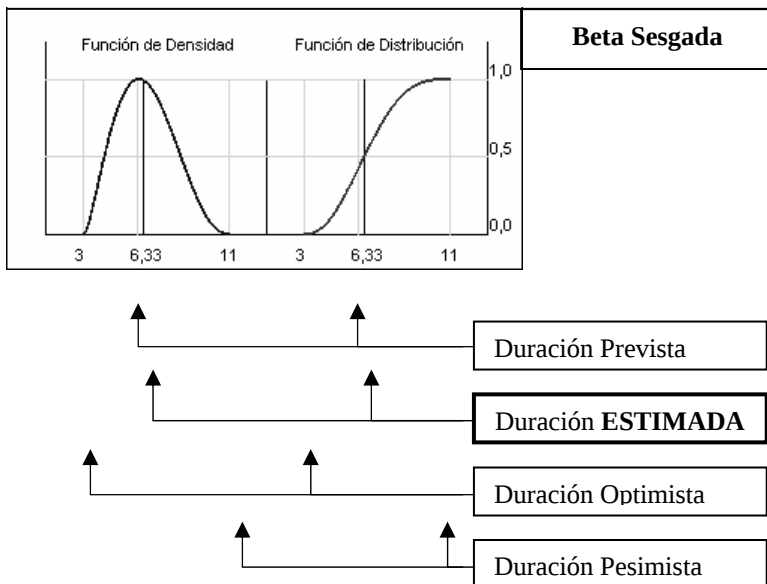
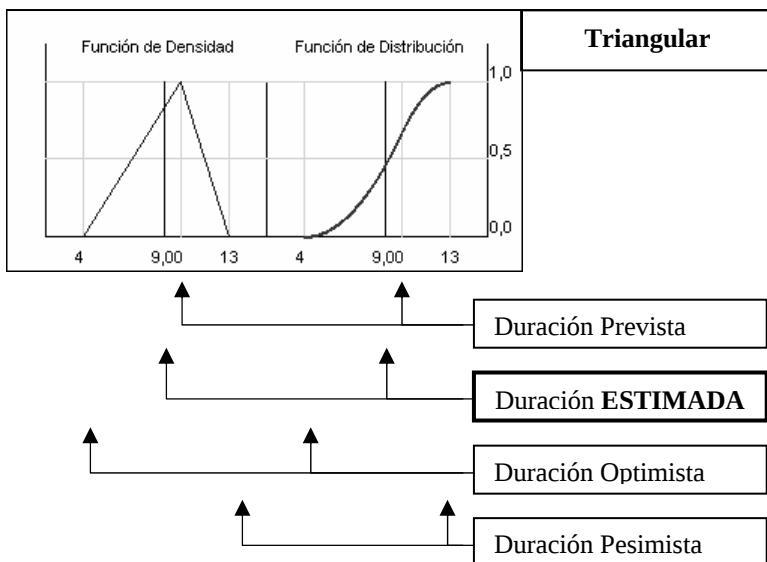


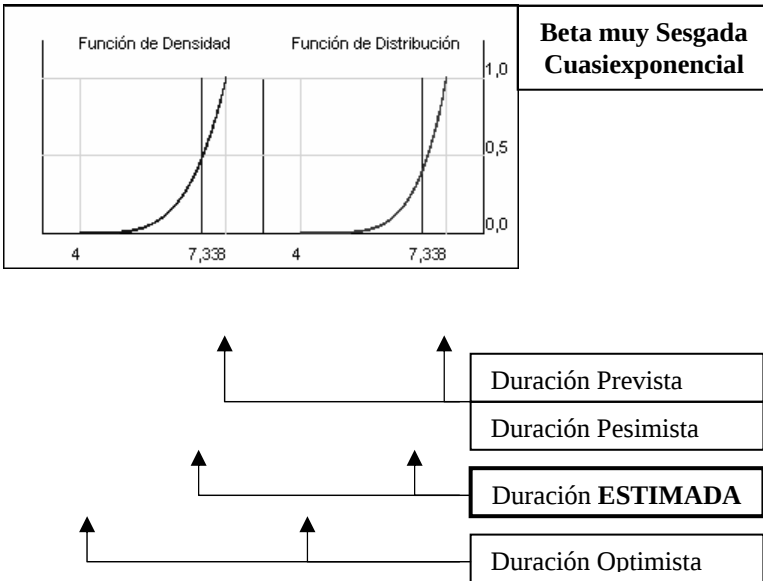
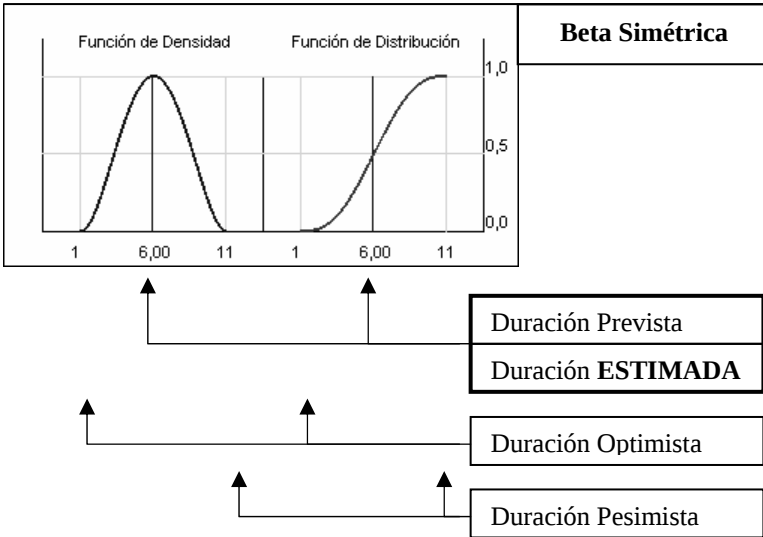
Y los códigos de colores:

Inc.		Incorrecto	Error muy grave.
Ilóg.		Ilógico	Error grave.
Ilóg. SU		Ilógico Sin Uso	Error leve.
Correcto		Correcto	
Corr. SU		Correcto Sin Uso	Sin utilidad

Veamos ahora las distribuciones de densidad y de distribución o probabilidad acumulada, para cada uno de los casos:







c. La simulación; tamaño de la muestra.

Definidas las distribuciones para cada una de las actividades que intervienen en nuestro proyecto, y asignado un valor para el factor o índice de confianza de la distribución beta PERT, ya solo nos restará determinar los parámetros que determinarán la cantidad de iteraciones que necesitamos para simular nuestro proyecto. Estos valores son:

Precisión exigida (e):

También conocido por **Error máximo de la estimación**, lo utilizaremos para determinar el número de iteraciones requeridas (tamaño de la muestra) para nuestra simulación. A mayor precisión exigida, mayor número de simulaciones (tamaño de la muestra), pero cuidado, el crecimiento del tamaño de la muestra será exponencial, y evidentemente el tiempo de proceso que emplee Senda AF será proporcional.

$$e = \frac{100 - \text{Precisión}}{100} \quad (63)$$

Nivel de Confianza (z):

Probabilidad de que la estimación efectuada se ajuste a la realidad. En nuestro caso según la ley de Probabilidad Normal. También podemos decir que es la probabilidad de que el intervalo construido en torno a un estadístico capte el verdadero valor del parámetro

Senda AF utiliza para z un valor de 1,28, suponiendo un nivel de confianza del 90% (ver tabla de valores de +z).

Desviación Típica o estándar previa (σ):

Este valor no lo podemos determinar sin simular y no podemos simular sin determinarlo. ¡Menudo problema!

Pero para eso realizamos una simulación previa de 1000 iteraciones que nos permitirá determinar aproximadamente la desviación estándar.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{1000} (\text{Duración Simulada})^2}{1000} - (\text{Duración Media})^2} \quad (64)$$

Con todos los valores necesarios ya disponibles, solo nos quedará aplicar (65), obteniendo así el tamaño de la muestra (iteraciones) que necesitamos para nuestra simulación:

$$n = \frac{z^2 \sigma^2}{e^2} \quad (65)$$

Factor de Confianza de la Distribución Beta		4
Precisión exigida en %		95,00
Duración Prevista de Estimadas	"E"	75,67
Duración Prevista de Simuladas	"S"	
Duración Simulada del Proyecto	(μ)	0
Desviación Típica de la Simulación	(σ)	0,0000
68,27 % ($\pm \sigma$)	entre	0 y 0
95,45 % ($\pm 2\sigma$)	entre	0 y 0
Previa	IR	0 de 0

d. El resultado de la Simulación.

Cambia un momento a la pestaña de diseño y fíjate en la situación la situación del cuadro de botones:

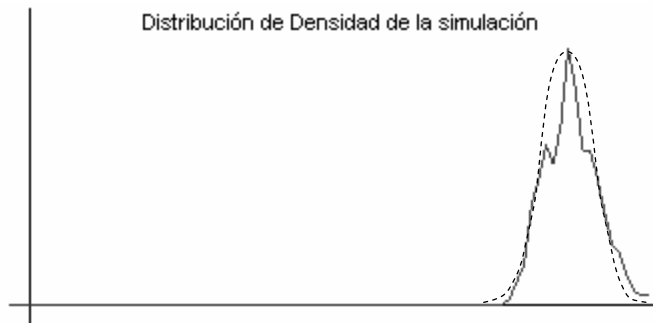
Pesimista
Previsto
Optimista
PERT e

Recordarás que significaba que estamos trabajando en nuestro proyecto con duraciones estimadas.

Ahora clics sobre el Botón **Prevista** y empieza la simulación previa.

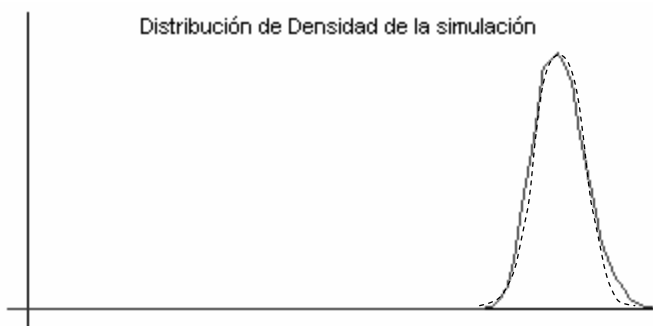
Observarás que nos ha aparecido un nuevo panel grafico con una línea roja que constantemente cambiará, y además, a medida que avance la simulación previa, irá adoptando una forma ya conocida por todos nosotros, una forma de campana de Gauss, de Distribución Normal. Nuestra simulación se aproxima a la distribución Normal.

¡Estamos visualizando el cumplimiento del Teorema del Limite Central!



Hemos hecho la simulación previa, pero aún no hemos simulado, tan solo estamos en condiciones de determinar la cantidad de iteraciones que necesitamos.

Ahora clicas sobre .



Observarás como la función de distribución de la simulación se ha aproximado de forma considerablemente fiel a la función de distribución Normal (representada en azul), debido a la elevada cantidad de iteraciones que hemos realizado. Sin duda se cumple el teorema Central del Límite y la Ley de los grandes números.

Cambia un momento a la pestaña de diseño y fíjate en la situación la situación del cuadro de botones. Ya hemos simulado nuestro proyecto y consecuentemente ya hemos dejado atrás a las duraciones previstas o estimadas. Ahora trabajamos con **duraciones simuladas**, y el panel de botones tendrá ahora el siguiente aspecto:

Pesimista
Previsto
Optimista
PERT s

e. El Proyecto simulado.

Ahora es necesario analizar los resultados de la simulación, que información me esta ofreciendo y como he de analizarla. Veamos uno por uno los elementos del panel de simulación del proyecto:

Factor de Confianza de la Distribución Beta		4	
Precisión exigida en %		95,00	
Duración Prevista de Estimadas	"E"	75,67	
Duración Prevista de Simuladas	"S"	75,71	
Duración Simulada del Proyecto	(μ)	76,38	
Desviación Típica de la Simulación	(σ)	3,5476	
68,27 % ($\pm \sigma$)	entre	72,83	y 79,92
95,45 % ($\pm 2\sigma$)	entre	69,28	y 83,47
Previa	IR	8.000	de 8.000

Duración Prevista con Estimadas "E" del Proyecto:

Duración Prevista con Simuladas "S" del Proyecto:

Son las duraciones del proyecto según el cálculo del PERT estándar, considerando a las duraciones estimadas o simuladas, como las duraciones de cálculo de las actividades. Estas duraciones de proyecto no tienen en cuenta el sesgo de unión de eventos.

Duración Simulada del Proyecto:

Es la duración media simulada del proyecto. Como verás es mayor que las duraciones previstas del proyecto (se acerca más a la realidad) al considerar y subsanar las limitaciones del PERT estándar que vimos en el punto 3.1.g.

Las duraciones previstas subestiman la duración total del proyecto.
--

Desviación típica de la simulación (σ):

Es la desviación estándar o típica del proyecto ya simulado y calculada según (64)

68,27 % ($\pm 1\sigma$):

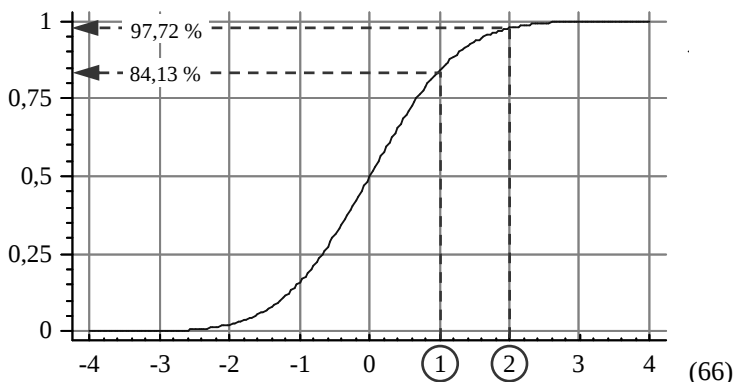
Nos indica que con un 68,27% de probabilidades, la duración del proyecto se encontrará entre esos dos valores. Se obtiene sumando y restando una desviación estándar a la duración simulada del proyecto (Ver 3.1.e.).

La probabilidad de que la duración del proyecto sea menor que la indicada por el limite superior del intervalo, será del 84,13% (ver tabla de valores de +z, para un valor de $z = 1$).

95,45 % ($\pm 2\sigma$):

Como hemos dicho anteriormente, nos está indicando que con un 95,45% de probabilidades, la duración del proyecto se encontrará entre esos dos valores. Se obtiene sumando y restando dos desviaciones estándar a la duración simulada del proyecto (Ver 3.1.e.).

La probabilidad de que la duración del proyecto sea menor que la indicada por el limite superior del intervalo, será del 97,72% (ver tabla de valores de +z, para un valor de $z = 2$).



Apliquemos (54) para ver que probabilidad tenemos de acabar el proyecto según las determinaciones del PERT estándar, considerando como duración del Proyecto la duración simulada:

Probabilidad de terminar en la duración Prevista Estimada “E”:

$$\frac{75,67 - 76,38}{3,5476} = -0,2001 \Rightarrow 42,07\%$$

Evidentemente el valor anterior puede no ser aceptable si hemos de tomar la decisión de acometer el proyecto en un entorno de riesgo, basándonos exclusivamente en las informaciones suministradas por las estimaciones del PERT estándar, bien sea adoptando como valor para la duración de las actividades la estimada o la simulada, pudiendo concluir que:

Solo la simulación del proyecto me facilitará información veraz y suficiente que me permita poder tomar decisiones ciertas en un entorno de riesgo.

f. Las Actividades simuladas.

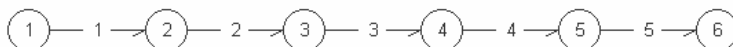
Terminemos ya con la simulación y echémosle un vistazo a la tabla de tareas simuladas, en donde podremos ver y comparar en cada una de las tareas las duraciones Previstas, Estimadas y Simuladas, así como su índice de criticidad y su valor critico, valores ya sobradamente conocidos por todos nosotros.

Num	Codigo	Txt Corto	D Prev	D Est	Dur Sim	Indice Crit	Valor Crit
1	A		6	6.33	6.32	100,00%	2,22
2	B		7	7.67	7.69	100,00%	4,22
3	C		9	9.00	9.00	3,00%	0,00
4	D		8	8.00	8.00	97,00%	0,00
5	E		9	8.50	8.48	3,00%	0,08
6	F		17	17.00	17.00	97,00%	0,00
7	G		8	7.33	7.33	28,00%	0,09
8	H		19	11.50	11.88	3,00%	0,56
9	L		6	6.00	6.00	3,00%	0,00

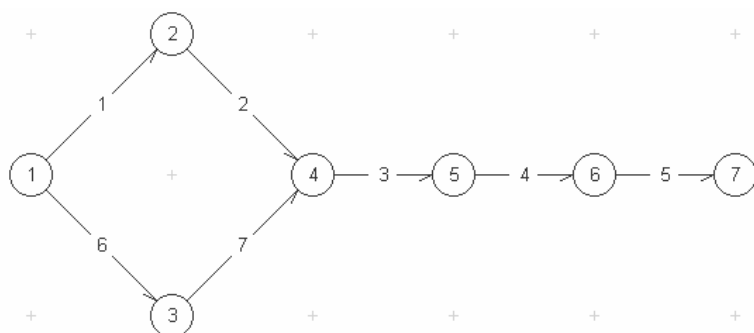
g. PERT vs. Simulación.

Veamos como afecta el sesgo de unión de eventos a mi planificación mediante la solución de un conocido problema basado en cinco redes, todas ellas con las mismas duraciones para las actividades, la misma cantidad de aristas en las rutas criticas y consecuentemente con el mismo resultado para la duración del proyecto y la desviación estándar del proyecto, pero con resultados muy diferentes y esclarecedores, cuando aplicamos la simulación de Monte Carlo para su análisis.

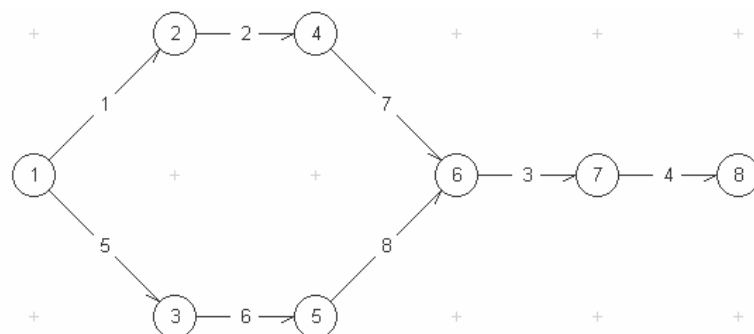
Red 1



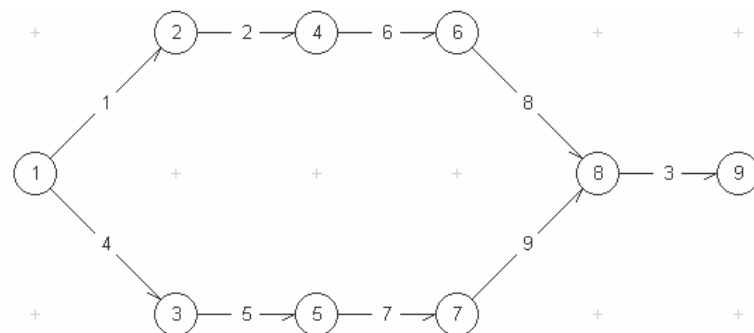
Red 2



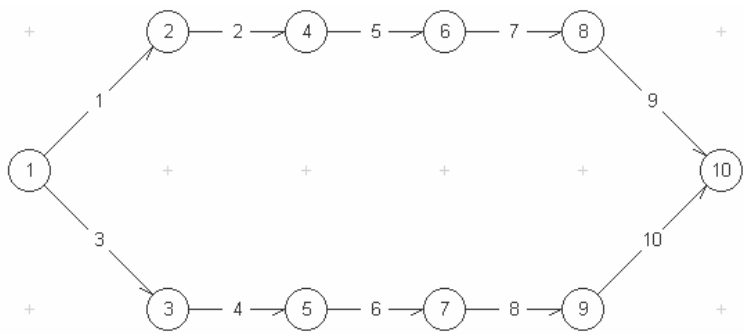
Red 3



Red 4



Red 5



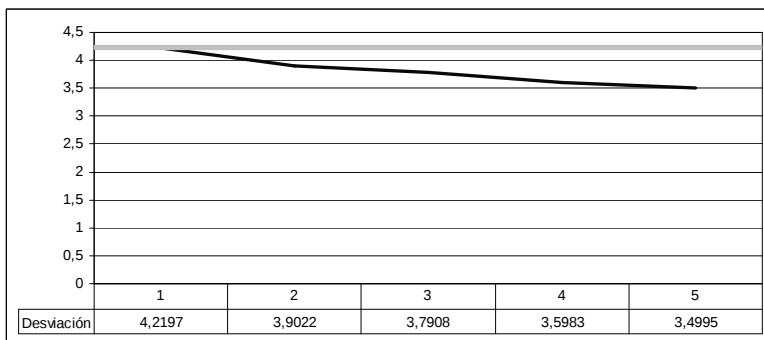
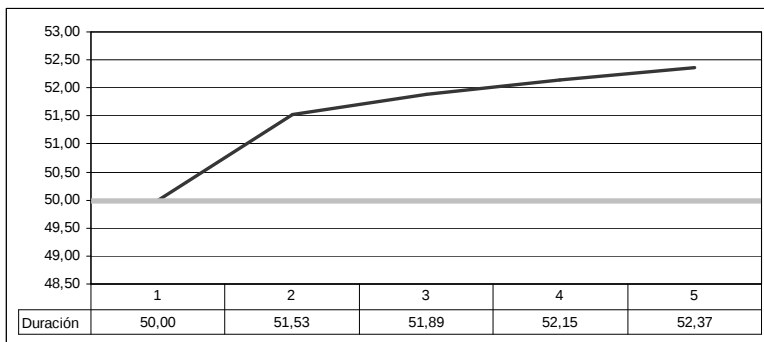
La tabla donde se resumen los valores de las duraciones de las actividades y sus varianzas, así como del proyecto es la que sigue:

Duraciones					
Num	Optim.	Prevista	Pesim.	Estimada	σ^2
1	5	10	15	10	3,5714
2	5	10	15	10	3,5714
3	5	10	15	10	3,5714
4	5	10	15	10	3,5714
5	5	10	15	10	3,5714
6	5	10	15	10	3,5714
7	5	10	15	10	3,5714
8	5	10	15	10	3,5714
9	5	10	15	10	3,5714
10	5	10	15	10	3,5714
PROYECTO				50	4,2258

Desviación (σ_p)

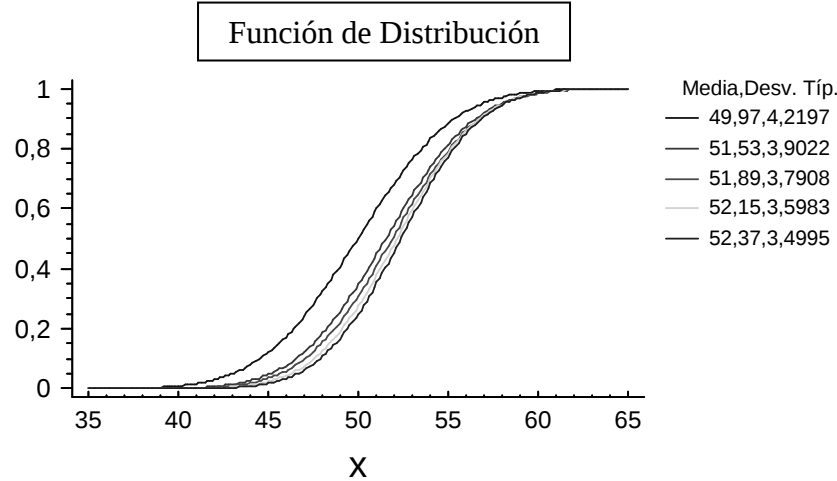
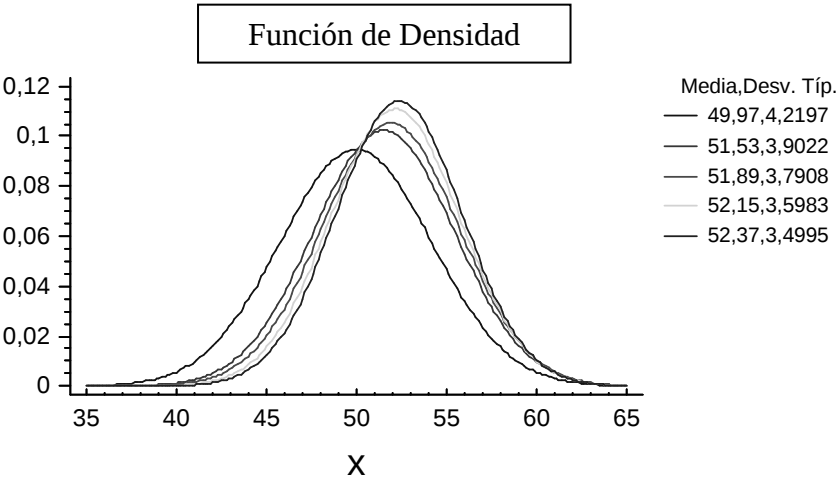
Recuerda que: $\sigma_p = \sqrt{\sum \sigma^2}$ (de la ruta)

Ahora veamos gráficamente y para cada una de las redes los valores correspondientes después de simularlas:



Como se puede ver, los valores de las duraciones previstas del proyecto y de las desviaciones estándar, solo coinciden con las estimaciones del PERT en el caso de la primera red, cuando no existen actividades en paralelo, aumentando los valores de la duración del proyecto a medida que aumentamos la cantidad de actividades ejecutándose simultáneamente, e inversamente sucede con la desviación, que disminuye a medida que aumentamos las actividades en paralelo.

Y estas son las distribuciones de las cinco simulaciones:



h. PNET y NRB; dos alternativas a la simulación.

Como alternativa de análisis de riesgos en la gestión de Proyectos, se han planteados dos soluciones: PNET (Probabilistic Network Evaluation Technique) y NRB (Narrow Reliability Bounds).

Ambas soluciones consideran el riesgo de incumplimiento del proyecto ocasionado por las rutas no críticas y el sesgo de unión de eventos, ofreciendo resultados mas optimistas que la simulación de Monte Carlo, pero más ajustados a la realidad que la metodología PERT estándar.

PNET (Probabilistic Network Evaluation Technique):

PNET fue desarrollado por Ang en 1975, y esta basado en las diferentes causas que pueden hacer que un proyecto no cumpla con los plazos previstos. Cada uno de los caminos del grafo de nuestra planificación puede ser causa de incumplimiento del plazo del proyecto.

PNET usa una solución simplificada para analizar la combinación de todas las causas de incumplimiento. Veamos su metodología:

1. Calcula las duraciones estimadas y la desviación estándar de todas las actividades del proyecto usando la misma metodología que el sistema PERT estándar. Los autores utilizan esta misma metodología con el único objetivo de facilitar el análisis comparativo entre los dos sistemas, aunque deberían usarse las alternativas para el uso de la β ya expuestas anteriormente.
2. Posteriormente las rutas son ordenadas según su duración, y en caso de empate se ordenan por su desviación estándar (de mayor a menor)
3. Se calcula el coeficiente de correlación entre dos rutas que tengan actividades comunes.

$$R_{i,j} = \frac{S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_k^2 + \dots + S_n^2}{S_i S_j}$$

Donde:

$R_{i,j}$ = Coeficiente de correlación entre las rutas “i” y “j”.

n = Numero de actividades comunes a las dos rutas.

S_k = Desviación estándar de la k-esima actividad común a las rutas “i” y “j”.

S_i = Desviación estándar de la ruta “i”.

S_j = Desviación estándar de la ruta “j”.

4. El coeficiente de correlación es comparado con un valor R_0 determinado en 0,5 para proyecto de construcción (Ang 1975) y se opera de la siguiente forma:

$R_{i,j} < R_0$	Correlacionado
$R_{i,j} > R_0$	No Correlacionado

5. Se construye una matriz de correlación de rutas, de tal forma que la probabilidad de que el proyecto tenga una duración mayor o igual a T, será:

$$P(T) = 1 - (p(t_1 < T) \times p(t_2 < T) \times \dots \times p(t_n < T))$$

$$p(t_n) = 1 - [1 / [1 + \sqrt{-1,5957691 \alpha (1 + 0,044715 \alpha^2)}]]$$

Donde:

$$\alpha = \frac{\mu_p - t_n}{\sigma_p}$$

NRB (Narrow Reliability Bounds):

Al igual que el método PNET, NRB contempla en sus cálculos al resto de rutas del grafo, considerando que todas ellas siguen una distribución normal con su media (μ_i) y su desviación (σ_i).

NRB obtiene los limites inferior y superior de probabilidad mediante la combinación de todas las rutas existente, llamándolas PL (Lower Bound Probability) y UP (Upper Bound Probability).

El proceso comienza exactamente igual que con el método PNET, aplicando los pasos 1 a 3, para posteriormente calcular la probabilidad combinada entre todas las rutas del grafo y los límites inferior e inferior de probabilidad para cada una de las duraciones del proyecto.

$$P1 = \Phi(x_k) \Phi \left[\frac{x_\ell - R_{k\ell} x_k}{(1 - R_{k\ell}^2)^{1/2}} \right]$$

$$P2 = \Phi(x_\ell) \Phi \left[\frac{x_k - R_{k\ell} x_\ell}{(1 - R_{k\ell}^2)^{1/2}} \right]$$

Donde:

$R_{k\ell}$ = Coeficiente de correlación entre las rutas “ k ” y “ ℓ ”.

Y los valores de PL y PU serán:

$$PL = \max(P1, P2)$$

$$PU = P1 + P2$$

i. Teoría de las Restricciones.

He tenido muchas dudas acerca de cómo afrontar las cuestiones planteadas por Goldratt y la Teoría de las Restricciones (TOC; Theory of Constraints) y donde darle cabida adecuadamente dentro del enfoque de este libro. Finalmente creo que su estudio dentro de este capítulo, dedicado a la simulación es el más adecuado, por las repercusiones que tienen las desviaciones y el sesgo de unión de eventos en la determinación de los buffer, piedra angular de la cadena crítica.

Goldratt, en su novela la cadena crítica, enfoca la gestión de proyectos desde un punto de vista global, haciendo uso no solo de la

teoría sistémica, sino que también se surte de elementos propios de la inteligencia emocional (1995. Daniel Goleman; Inteligencia Emocional, Editorial Kairós)

"Cualquier cosa que puede fallar, fallará"
Ley de Murphy

"Todo trabajo se dilata indefinidamente hasta ocupar (y muchas veces exceder) la totalidad del tiempo disponible para su realización"
Ley de Parkinson.

"La intensidad del esfuerzo dedicado a una actividad se concentra justo antes del tiempo de entrega prometido"
Síndrome del estudiante.

Goldratt se hace las siguientes reflexiones:

- Las tareas suelen terminar en la fecha prevista o más tarde, y en los casos en que lo hacen anticipadamente no conllevan emparejado un acortamiento del plazo del proyecto, porque las siguientes tareas no suelen estar preparadas para empezar. Las tareas no son independientes entre sí, por lo que su variabilidad dependerá de sus precedentes, y la esta por sus sucesoras.
- Si las duraciones de las tareas se determinan mediante la estimación de tres valores facilitados por el experto, ¿porque se retrasan al contar con tan importante margen de seguridad?
- ¿Porque una gran cantidad de retrasos son causados por actividades no críticas?
- Los proyectos siempre se retrasan a causa de los cuellos de botella (restricciones), que son los que determinan la capacidad del sistema productivo (Drums o tambores).
- En todo sistema hay al menos una restricción que llama "Cuello de botella".
- ¿Porque controlar el cien por cien de las tareas, si según el principio de Pareto *"la solución del 20 por ciento de los problemas supone el 80 por ciento del éxito"*?

Todas estas reflexiones las afronta mediante un planteamiento popular en una novela, dándole solución con la aplicación de la teoría de las restricciones.

Goldratt lo que hace es sistematizar de forma sencilla las soluciones conseguidas con la nivelación de recursos y la simulación de Monte Carlo, mediante la estratégica ubicación en la planificación de los Buffer de Proyecto, de Alimentación y de Recursos:

Buffer de Proyecto:

Se ubica inmediatamente después de la última tarea del proyecto. Su objetivo, será “proteger” el plazo del proyecto frente a las desviaciones que se produzcan en la cadena crítica.

La manera de determinarlo es muy sencilla, bastará con simular el proyecto y asignarle al buffer como duración dos desviaciones estándar, garantizándonos así una probabilidad de cumplimiento del 97% (Ver 66).

Buffer de Alimentación:

Tiene dos posibles ubicaciones; inmediatamente antes de cada tarea del camino crítico que vaya precedida de alguna tarea no crítica o al final de un camino no crítico. Su función será proteger a la cadena crítica ante posibles desviaciones de actividades no críticas.

Buffer de Recurso:

Está justificado como protección frente a la falta de disposición del recurso “cuello de botella” dentro de la cadena crítica.

Goldratt no se centra en el control de las actividades, sino en el control del los buffer, con el consiguiente ahorro de esfuerzo y mejora de la calidad del control.

Además, la aplicación de la cadena crítica, implica retrasar las actividades no críticas, de tal forma que se programen según sus tiempos más tarde, lo que conlleva que todas las actividades del proyecto se convierten en críticas.

Esta nueva implicación es la que hemos de estudiar y analizar detalladamente su aplicación para cada caso concreto, pues si bien es cierto que en ciertos entornos puede ser recomendable e incluso necesario, en el ámbito de la construcción y de la edificación suele ser preferible el realizar las actividades según su tiempo más pronto, no solo por cuestiones de volumen de producción, sino por la elevada y a menudo compleja interrelación existente entre las diferentes actividades.

Y recuerda:

“A los proyectos se les agota el tiempo, no las excusas”

3. La simulación de funciones estadísticas.

a. Los números aleatorios (u).

Un número aleatorio es aquel obtenido por el azar, es decir, de forma aleatoria sin causa, orden o finalidad.

Los números aleatorios, normalmente se generan mediante programas de ordenador, de manera que aparentemente carezcan de patrón evidente (antiguamente se hacía uso de tablas).

En la práctica, los generadores de números aleatorios, son en realidad generadores de números pseudoaleatorios, basados en la aplicación de diferentes algoritmos, un valor inicial denominado semilla y una función de distribución, normalmente la uniforme y continua en el intervalo (0,1).

Los métodos más importantes de generación son los congruenciales (aditivos o mixtos), los generadores basados en la secuencia de Fibonacci, los no lineales y los combinados.

b. Las variables aleatorias (x).

A partir de los números pseudoaleatorios hemos de generar modelos que emulen el comportamiento de la variable aleatoria, generando eventos probabilísticos. Los métodos más empleados para la generación de variables aleatorias son:

Método de la transformada inversa:

Consiste en emplear la función de distribución acumulada por medio de la integración de la función de la función de densidad.

Método de convolución:

Se genera la distribución a partir de la suma de distribuciones más elementales

Método de aceptación y rechazo:

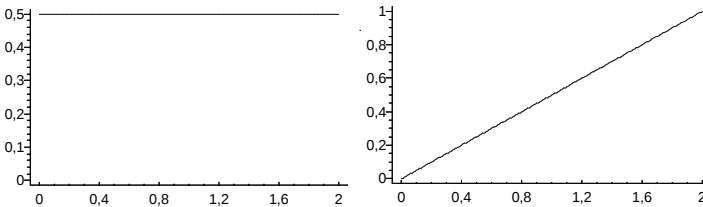
Definido el rango (a, b) de la variable, si esta cae dentro del intervalo se acepta, y en caso contrario se rechaza.

Método de composición:

Se generan a partir de la mezcla de varias distribuciones de probabilidad.

c. La simulación de la Distribución Uniforme.

Se simula mediante la transformación inversa de la función de densidad



$$f(x) = \frac{1}{b - a} \quad (57)$$

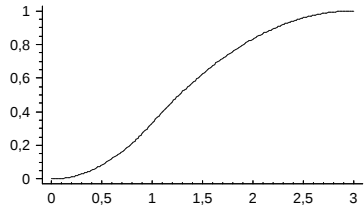
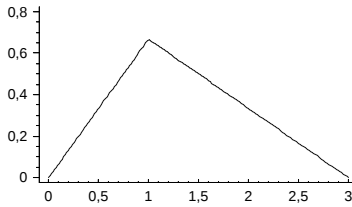
$$\Phi(x) = \frac{x - a}{b - a} \quad (67)$$

Como los números aleatorios (u) que generamos se hacen a partir de la distribución uniforme y dentro del intervalo (0, 1), para generar valores dentro del intervalo (a, b), tan solo hay que hacer una pequeña transformación:

$$x = a + (b - 1) u \quad (68)$$

d. La simulación de la Distribución Triangular.

Se simula mediante aceptación y rechazo y el método de composición.



$$\left\{ \begin{array}{ll} f(x) = \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)} & a \leq x \leq m \quad (59) \\ f(x) = \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)} & m \leq x \leq b \quad (59) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Phi(x) = \frac{(x-a)^2}{(b-a)(b-m)} & a \leq x \leq m \quad (60) \\ \Phi(x) = 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-m)} & m \leq x \leq b \quad (60) \end{array} \right.$$

Como anteriormente, para generar valores dentro del intervalo (a, b), hacemos las siguientes transformaciones:

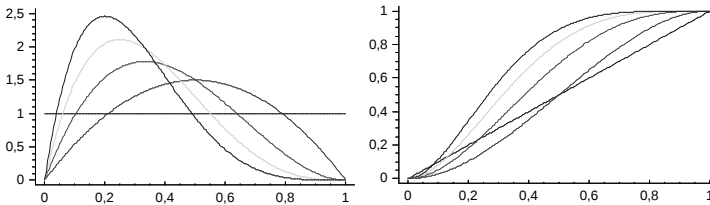
$$x = a + \sqrt{u(b-a)(m-a)} \quad u \leq (m-a)/(b-a) \quad (69)$$

$$x = b - \sqrt{(1-u)(b-a)(b-m)} \quad u > (m-a)/(b-a) \quad (69)$$

e. La simulación de la Distribución beta.

Se simula mediante la transformación inversa, aceptación y rechazo y composición.

Históricamente ha sido la de más difícil simulación de todas las distribuciones de probabilidad, por las causas que hemos desarrollado ampliamente en los puntos anteriores.



$$f(x) = \frac{(x-a)^{\alpha-1} (b-x)^{\beta-1}}{\beta(\alpha, \beta) (b-a)^{\alpha+\beta-1}} \quad \begin{array}{l} ; \alpha > 1; \\ ; \beta > 1 \\ ; a \leq m \leq b \end{array} \quad (1)$$

$$\beta(\alpha, \beta) = \int_0^1 t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} dt \quad (70)$$

Existen varios métodos de simulación de la variable β , de los cuales el más comúnmente utilizado hasta la fecha ha sido a partir de dos distribuciones gamma, aprovechando la siguiente particularidad:

Si X_1 es una gamma $(\alpha_1, 1)$, y X_2 es una gamma $(\alpha_2, 1)$, entonces $y = X_1 / (X_1 + X_2)$ es una beta (α_1, α_2) .

Este método es muy fácil de implementar, pero es sumamente ineficaz causado por la propia ineficacia de los algoritmos de generación de variables gamma.

En Senda AF, se ha optado por la simulación de la β mediante la integración de la función de distribución acumulada (70), que si bien es más lento para su proceso por el ordenador, si que nos proporciona unos valores excelentes, y que además podemos mejorar ajustando el valor (**dt**) establecido en la centésima (**dt** = 0,01). Se han probado otros valores (hasta la diezmilésima), pero la mejora obtenida en los valores simulados no compensa el tiempo empleado en su proceso.

```
p = 1 + K * ((m - a) / (b - a))
q = 1 + K * ((b - m) / (b - a))
```

Valor de **dt** = 0,01

```
suma_beta_max = 0
For x = 0 To 1 Step 0.01
    suma_beta_max = suma_beta_max + (x ^ (p - 1)) * ((1 - x) ^ (q - 1))
Next
```

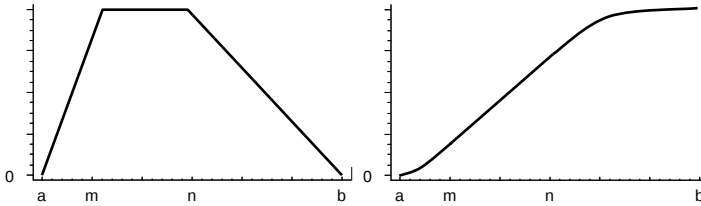
```
suma_beta = 0
For x = 0 To 1 Step 0.01
    suma_beta = suma_beta + (x ^ (p - 1)) * ((1 - x) ^ (q - 1))
If suma_beta >= Aleatorio Then Exit For
Next
```

```
suma_beta = suma_beta / suma_beta_max
t = a + x * (b - a)
Tarea_Dur_Es(j) = Round(t, 2)
```

f. La simulación de la Distribución Trapezoidal.

Se simula mediante aceptación y rechazo y el método de composición.

Ha sido la distribución que junto con la triangular más se ha utilizado como alternativa a distribución β eta, siendo como esta de cuatro parámetros, los dos valores del intervalo (a, b) y dos valores modales (m, n) .



$$\left\{ \begin{array}{ll} f(x) = \frac{2(x-a)}{(b-a)(m-a)} & a \leq x \leq m \quad (71) \\ f(x) = (m-n)^{-1} & m \leq x \leq n \quad (71) \\ f(x) = \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-m)} & n \leq x \leq b \quad (71) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Phi(x) = \frac{(x-a)^2}{(b-a)(b-m)} & a \leq x \leq m \quad (72) \\ \Phi(x) = \frac{x-m}{m-n} & m \leq x \leq n \quad (72) \\ \Phi(x) = 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-m)} & n \leq x \leq b \quad (72) \end{array} \right.$$

Y hacemos las siguientes transformaciones, para generar valores dentro del intervalo (a, b):

$$x = a + \sqrt{u L (m - a)} \quad u < (m - a) / L \quad (73)$$

$$x = (u L + a + m)^{-1} \quad (m - a) / L \leq u \leq (b - n) / L$$

$$x = b - \sqrt{(1 - u) L (b - n)} \quad u > 1 - (b - n) / L \quad (73)$$

Siendo $L = (b - a) + (n - m)$, la suma de amplitudes de los dos intervalos.

CAPITULO 4

Análisis de Recursos.

- 1. La Nivelación.**
- 2. La Nivelación con Senda AF.**
- 3. Algoritmos de Nivelación.**

CAPITULO 4

Análisis de Recursos

1. La Nivelación de Recursos.

a. Introducción.

La Nivelación de Recursos es uno de los problemas más conocidos y que más trabajos de investigación está produciendo, no por su complejidad de análisis y procesado, sino por la dificultad existente en el momento de establecer criterios comunes sobre cual es el “*ideal*” de distribución temporal y la curva de consumo de los recursos.

Conceptualmente, ideal es un estado inalcanzable pero infinitamente aproximable, pero también y principalmente será una valoración subjetiva.

En este libro no voy a entrar en valorar los diferentes ideales de la nivelación de recursos, fruto valoraciones subjetivas sobre la que no podemos influir, pero si que podemos proporcionar diferentes herramientas y alternativas de nivelación para que el director de proyectos disponga de suficiente información que le permita poder tomar decisiones correctas y lo más objetivas posibles, mediante la valoración de diferentes soluciones alternativas al mismo problema.

Para empezar a trabajar con los recursos, primero que nada deberemos realizar un histograma de recursos, para a partir de él y aplicando diferentes algoritmos y criterios de cálculo acercarnos lo más posible a nuestro ideal.

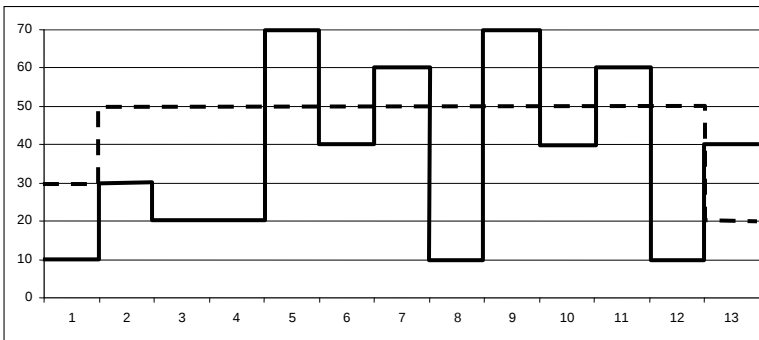
b. Las Curvas de Recursos

Las curvas de recursos de un proyecto, son histogramas que representan de forma gráfica mediante barras proporcionales al valor, la cantidad de recursos consumidos por día de trabajo a lo largo de la duración del proyecto.

Recordarás que para poder obtener la cantidad de recursos por día de trabajo, teníamos que aplicar (6), a partir de la cantidad de unidades a producir (Medición), la cantidad de horas necesarias por unidad de medición (rendimiento) y la cantidad de horas de trabajo efectivo diario (jornada):

$$\text{Días / Hombre} = \frac{\text{Medición} \times \text{Rendimiento}}{\text{Jornada de trabajo}} \quad (6)$$

Los histogramas de recursos presentarán diferentes crestas y valles, según el instante en que se ejecuten cada una de las actividades de nuestro proyecto y que vendrá determinado por el uso que hagamos de las holguras de las actividades. Así dispondremos de diferentes histogramas según ejecutemos las actividades en su fecha más pronto o más tarde de empezar, y entre estas dos curvas de carga iniciales podremos elaborar un incalculable número de histogramas intermedios, que nos proporcionarán diferentes soluciones para un mismo problema, disponiendo así de los siguientes tipos básicos de histogramas:



¿Cual de los anteriores histogramas de carga es el más correcto?

A priori, entre las dos curvas de carga quizás elegiríamos a la que tiene una forma más plana, por resultarnos la más lógica para una distribución de recursos en el tiempo, pero seguramente sea un objetivo ideal e imposible de conseguir en la practica, y debamos hacer uso de algoritmos que nos ayuden a solucionar el problema reduciendo en lo posible las crestas y valles de nuestro histograma, y en el caso de no disponer de suficientes recursos para acometer el proyecto, tomar la decisión de aumentar el plazo de ejecución del proyecto o de determinadas actividades.

Existen tres criterios generalmente aceptados para el desarrollo de algoritmos utilizados en la nivelación de recursos, y que son:

- Una actividad consumirá la misma cantidad de recursos a lo largo de toda su duración.
- Una actividad no puede interrumpir su ejecución una vez ha comenzado.
- Se reducirá (ajustará) todo lo posible la altura de las crestas y la profundidad de los valles, sin modificar la duración del proyecto.

c. La Nivelación de Recursos; Los Mínimos Cuadrados.

A partir de los anteriores criterios, se han desarrollado gran cantidad de algoritmos de nivelación de recursos, los más sencillos de los cuales están basados en el ajuste por “mínimos cuadrados”, que es una técnica de optimización matemática que busca minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias de los valores de carga, minimizando así el residuo o error.

Básicamente, lo que hace el ajuste por mínimos cuadrados, es “castigar” la presencia de crestas y valles con el cuadrado de la diferencia, de tal manera que la planificación con menores mínimos cuadrados será la que menos crestas y valles presente.

$$\text{Min } \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{n} (\text{carga}_{i,j})^2 \quad (74)$$

p = número de periodos del proyecto

n = número de actividades del proyecto

Además de los algoritmos heurísticos iterativos basados en los mínimos cuadrados (Burgess-Killebrew; Doria), existen otros, heurísticos centrados en la minimización del momento estático ocasionado por el desplazamiento de la actividad (Minimum Moment Method to resource leveling, Harris, 1978), de asignación directa como el PACK (*The Packing Method of Resources leveling, Harris 1989*), algoritmos basados en la programación lineal cuadrática o hasta incluso algoritmos genéticos y miméticos.

Los algoritmos heurísticos de ajuste por mínimos cuadrados y los de momentos mínimos, presentan como ventaja la gran sencillez de cálculo, pero los primeros presentan como inconveniente la gran cantidad de iteraciones que requieren y que el número de ajustes intermedios no solo depende del número de actividades, sino también de la duración del proyecto. Los algoritmos basados en mínimos momentos solo requieren de una iteración, con un barrido hacia adelante (forward pass) y un barrido hacia atrás que ajustará las holguras libres (backward pass), pero normalmente presentarán resultados sensiblemente peores que los basados en los mínimos cuadrados.

Otra importante ventaja que presentan los algoritmos heurísticos, es que pueden ser generalizados para ajustar infinitos recursos, bastando con establecer un criterio de prioridades o ponderación de ajuste e ir asimilando a críticas las actividades ya ajustadas.

$$\text{Min } \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^n (\text{carga}_{i,j})^2 \quad (74)$$

p = número de periodos del proyecto

n = número de actividades del proyecto

m = número de recursos del proyecto

De entre todos los algoritmos existentes el más conocido es el de algoritmo de Burgess – Killebrew o de “Nivelación por Mínimos Cuadrados”.

d. Burgess – Killebrew.

Este algoritmo fue desarrollado en 1962, y publicado en el “Journal of Industrial Engineering, Vol 13 pag. 76-83”, bajo el título “Variation in activity level on a ciclical arrow Diagram”, y vamos a ver como se desarrolla:

- 1º. Llevaremos el calendario del proyecto a los tiempos más pronto de empezar para de cada una de las actividades.
- 2º. Rastreamos el calendario del proyecto hacia atrás, desde su fecha de terminación hasta encontrar la actividad con fecha más pronto de terminación más tardía. En el caso de existir más de una actividad con la misma fecha, elegiremos aquella que tenga mayor holgura total.
- 3º. Desplazaremos la actividad a lo largo de toda su holgura total, eligiendo aquella posición que nos proporcione un menor valor de ajuste por mínimos cuadrados.
- 4º. Continuaremos con el resto de actividades a lo largo de todo el calendario hasta su comienzo, repitiendo el paso 3.
- 5º. Repetiremos los pasos 2, 3 y 4 hasta no obtener ninguna mejora en el ajuste.

El problema de este algoritmo (ya apuntado inicialmente por sus autores pero llegar a exponer una solución), es que es necesario corregir las holguras de las actividades precedentes, pues al trabajar con holguras totales, se corre el riesgo de incumplir las relaciones de precedencia.

e. Iteración Doria.

Senda AF, plantea como alternativa al algoritmo de Burgess – Killebrew, la **iteración Doria**, que en vez de analizar el proyecto a partir de su fecha de finalización, lo hace desde el primer día de trabajos, respetando además el cumplimiento de la integridad relacional, del grafo original del proyecto.

Con la iteración Doria raramente se obtienen los mismos resultados que mediante la aplicación de Burgess – Killebrew, pero la nivelación será excelente aunque con más iteraciones. Los resultados variarían tanto en los valores de los mínimos cuadrados como en la disponibilidad máxima de recursos, pudiéndose dar el caso de requerir menos recursos punta, aunque con mayores mínimos cuadrados

f. R.I.C. Resources Improvement Coefficient.

Además del sumatorio de los cuadrados para cuantificar la bondad de la nivelación efectuada, existe un coeficiente que nos relaciona la nivelación con la duración del proyecto, es decir, que nos proporciona un **“coeficiente de mejora de los recursos”**, que no solo no permite comparar diferentes nivelaciones, sino que además nos ofrece la posibilidad de comparar diferentes proyectos o diferentes planificaciones alternativas entre si, ayudándonos en la toma de decisiones.

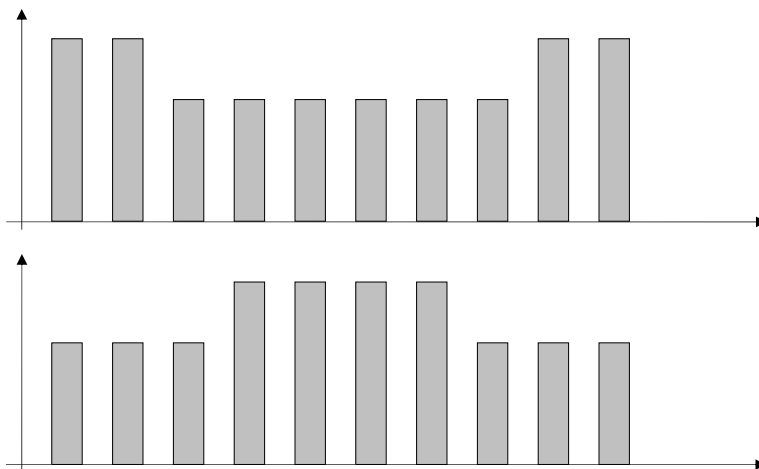
$$\text{R.I.C.} = T \frac{\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{n} (\text{carga}_{i,j})^2}{\left(\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{n} (\text{carga}_{i,j}) \right)^2} \quad (75)$$

p = número de periodos del proyecto
 n = número de actividades del proyecto
 T = Duración del proyecto

g. I.D.R. Índice de Dispersión.

Disponemos de un índice que nos define la planeidad de nuestro histograma, el RIC, pero ¿es suficiente para poder determinar la bondad de una nivelación conocer su aproximación a una forma plana?

Para poder contestar a esta pregunta veamos los siguientes histogramas de recursos:

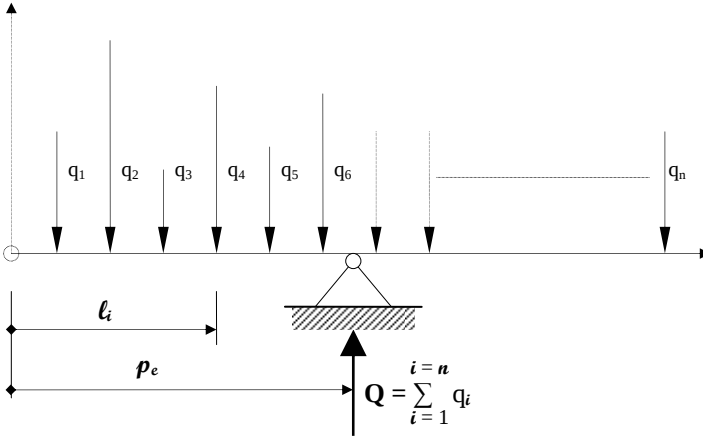


Ambos histogramas nos ofrecerán la misma información, los dos tendrán los mismos mínimos cuadrados y los mismos índices R.I.C., pero en realidad son muy diferentes entre si.

La característica que los hace ser diferentes es la variabilidad. El primer histograma presenta una mayor dispersión de valores que el segundo, que nos ofrece unos valores cresta más agrupados respecto a su “centro”, una característica que “a priori”, lo hace ser preferible con respecto al primero.

Para poder comparar adecuadamente dos histogramas, no es suficiente con el R.I.C., necesitaremos definir además un factor que nos indique como de dispersos están los valores con respecto a su “centro”, que llamaremos “**Índice de Dispersión de Recursos o I.D.R.**”, y para eso tendremos que empezar por determinar su “centro”.

Volvamos a hacer una analogía estructural, en este caso estática, e imaginemos a nuestro histograma como una viga, con unas determinadas cargas puntuales que serán los símiles de los valores de nuestro histograma. Determinar su punto de equilibrio (p_e) será equivalente a determinar la distancia media, el “centro” de nuestro histograma.



$$p_e = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} q_i l_i}{\sum_{i=1}^{i=n} q_i} \quad (76)$$

n = número de periodos del proyecto

Una vez determinado nuestro “punto de equilibrio”, ya solo nos restará calcular la dispersión existente con respecto a él, y para ello, calcularemos su desviación o valor medio de las desviaciones de todos los valores (q_i) respecto a su media (q_m).

$$q_m = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} q_i}{n} \quad (77)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (q_i - q_m)^2}{n} = \text{Varianza} \quad (78)$$

$$\text{I.D.R.} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} q_i}{\sum_{i=p_e - \sigma}^{i=p_e + \sigma} q_i} \quad (79)$$

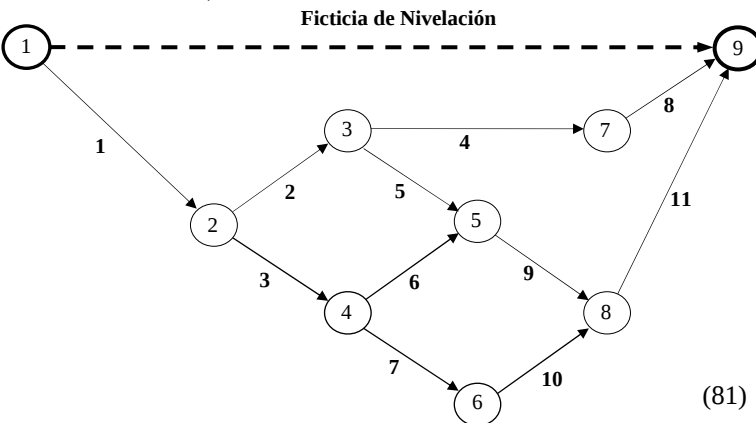
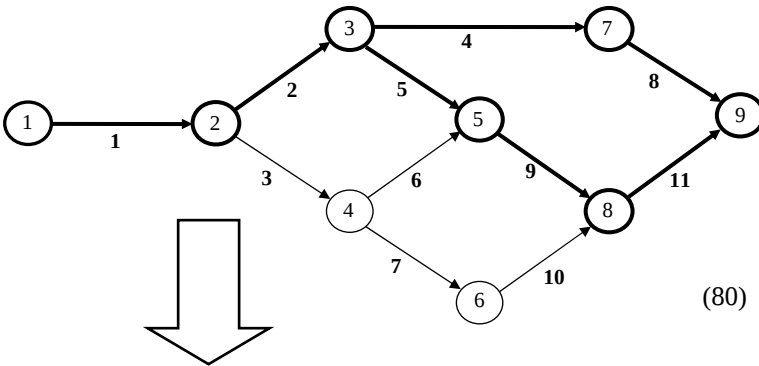
Así pues, mientras menor sea el valor de IDR, tanto más agrupado con respecto a su centro será el histograma de recursos, obtenido.

Disponemos de dos parámetros para medir la bondad de la nivelación: el **RIC** y el **IDR**. Estos valores no son excluyentes entre sí, sino complementarios, proporcionando diferente información cada uno de ellos. El primero nos revelará la ausencia de crestas y valles en nuestro histograma, (su planeidad; RIC = 1 histograma plano) y el segundo la distribución en su distribución, su dispersión, siendo preferibles los menores IDR a igualdad de RIC. Es obligación del Director del proyecto, determinar para cada caso en concreto el ideal perseguido y a partir de la información suministrada seleccionar la solución más adecuada.

h. Programación con Recursos limitados

Otro problema que nos surge cuando trabajamos con recursos es cuando la disponibilidad real de recursos es inferior a los exigidos por la nivelación realizada.

La solución que planteamos es muy sencilla, consiste en crear una actividad ficticia (ficticia de nivelación) desde el nodo inicial hasta el final, con una duración de una unidad de tiempo mayor a la duración del proyecto y aplicar el algoritmo de nivelación.



En el caso de que aún estemos sobreutilizando el recurso, aumentaremos la duración de la nueva actividad ficticia otra unidad de tiempo hasta obtener el resultado deseado. En el caso de que no consigamos reducir el nivel de recursos, el problema no tiene solución y solo nos restará aumentar la jornada de trabajo o la duración de las actividades con un mayor consumo de recursos en el intervalo de tiempo comprometido.

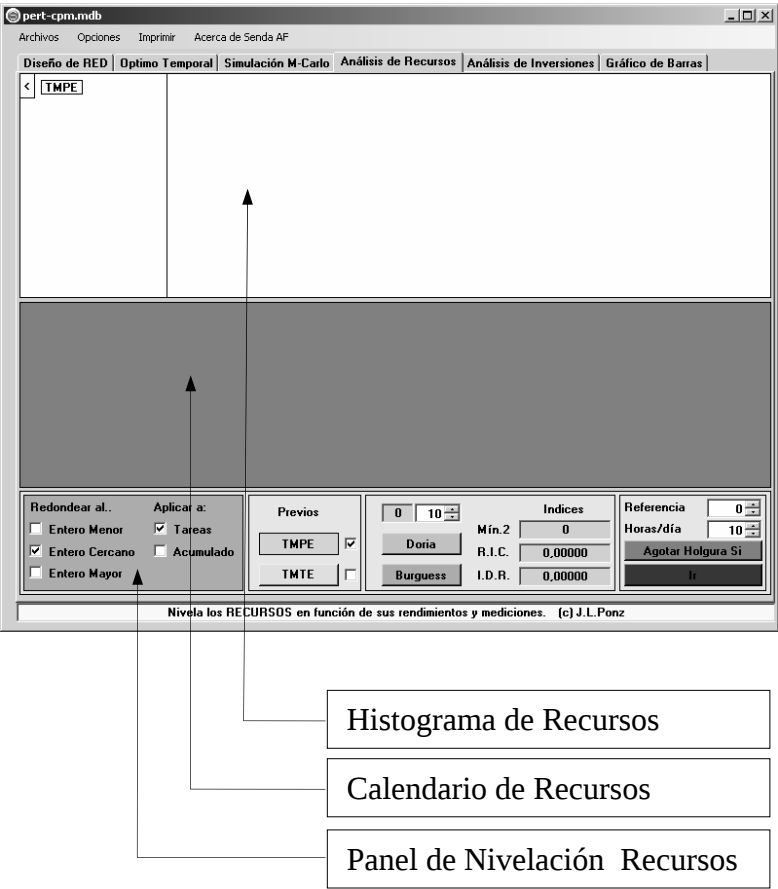
i. Redondeo de valores.

Un problema con el que nos encontraremos al aplicar (6), será el del redondeo de los valores obtenidos, porque en el ajuste de la curva de recursos trabajamos con número enteros y estos han de ser redondeados a valores enteros; ¿Cuándo redondeo, en la actividad o en el sumatorio del periodo?; ¿A que valor redondeo, al entero menor, al entero mayor o al entero más cercano?

Pues no tenemos respuesta para solucionar este problema, así que hemos dejado que el director del proyecto pueda trabajar con cualquiera de las seis combinaciones posibles, y que evalúe su decisión bajo diferentes condiciones.

2. La Nivelación con Senda AF.

a. Introducción.



La Pestaña de Análisis de Recursos presenta tres paneles principales, el panel del histograma de recursos, el del calendario de recursos o Gantt de recursos y el panel de nivelación, análisis y ajuste de los parámetros de cálculo del histograma.

b. Panel de Nivelación.

En este panel determinaremos tanto el tipo de histograma que deseamos, como el modo de redondeo de los valores de carga de recursos y la cantidad de horas de nuestra jornada de trabajo.

Tipo de Histograma.

Tal y como hemos comentado al principio de este capítulo, disponemos de dos Histogramas Previos, que serán:

TMPE

Será el calculado considerando que todas las actividades se ejecutan según su Tiempo más Pronto de Empezar.

TMTE

Al contrario que el anterior, en este caso será el calculado considerando que todas las actividades se ejecutan según su Tiempo más Tarde de Empezar.

Además, observarás que dispones de dos cuadros de control al lado de cada botón. Mediante la adecuada selección del cuadro podremos variar el modo en que el algoritmo de nivelación comienza la iteración (a partir de los tiempos más pronto o más tarde de empezar) y así obtener diferentes resultados que puedas contrastar.

0	10		Indices
Doria		Mín.2	0
Burguess		R.I.C.	0,00000
		I.D.R.	0,00000

Doria

La iteración se realizará barriendo el calendario desde el inicio hacia el final, bien a partir de los tiempos más pronto de empezar o más tarde de empezar, manteniendo la integridad relacional del grafo.

Respetar la integridad relacional del grafo del proyecto.

Burgess

La iteración se realiza solo tal y como se estipula en el algoritmo original a partir de los tiempos más pronto, , barriendo el calendario desde el final hacia el principio.

Puede incumplir la integridad relacional del grafo del proyecto.

Redondeo de los valores de carga de Recursos.

Normalmente, aplicando (6) difícilmente obtendremos un valor entero y tendremos como resultado un montón de decimales de los que tendremos que prescindir, porque valor de la carga de recursos es, en la practica, un valor entero, y más aún en el caso de nivelar cargas de mano de obra.

Pero el problema surge cuando nos preguntamos en que momento redondear, en la carga diaria de la actividad o en el acumulado (sumatorio) de la carga. Los resultados que obtendremos pueden ser muy diferentes en función de la decisión que tomemos, acumulando el

error en diferentes zonas del histograma y con diferente signo, es decir, que el error puede ser tanto sobreestimando como subestimando los requerimientos de un recurso en un mismo histograma, o exclusivamente sobrestimando y subestimando la totalidad del histograma.

Redondear al..	Aplicar a:
☐ Entero Menor	☒ Tareas
☒ Entero Cercano	☐ Acumulado
☐ Entero Mayor	

Ya hemos comentado antes que no tenemos solución para este problema, así que Senda AF ha preferido dejarlo bajo el criterio del Director del Proyecto, y poder además determinar si se debe de redondear por exceso, por defecto o al entero más cercano.

Valores de Referencia del Histograma.

Iteración

Nos indicará el número de iteraciones que se han requerido hasta que el algoritmo aplicado ha encontrado una solución que no ha podido ser mejorada (no se consideran soluciones óptimas).

Máximo

Fijaremos el numero máximo de iteraciones permitidas..

Mínimos Cuadrados

Será el valor correspondiente al sumatorio de los cuadrados de las cargas del histograma. A medida que avance la iteración podremos observar como los mínimos cuadrados se van reduciendo hasta alcanzar un límite que ya no pueda ser mejorado por el algoritmo aplicado.

R.I.C.

Es el coeficiente de mejora de recursos, para el histograma y plazo dado (Ver 75).

I.D.R.

Es el índice de dispersión de recursos, para el histograma y plazo dado (Ver 79).

Los valores de R.I.C. y de I.D.R, son meramente indicativos, requiriendo siempre del análisis del histograma de recursos por parte del Director del Proyecto, pues a menudo factores subjetivos imposibles de ponderar mediante un programa de ordenador, aconsejan un histograma diferente del señalado como el mejor.

Proceder con el Cálculo del Histograma.

Una vez seleccionado el tipo de histograma que deseamos, tan solo nos quedará pendiente de definir la jornada de trabajo **Horas / Día** asignada a nuestro recurso objeto del análisis, y que estará establecida por defecto en 10 horas de trabajo por día.

Referencia	1
Horas/día	10
Agotar Holgura Si	
Ir	

Horas / Día

10 Horas de trabajo al día por defecto.

Referencia

Es una referencia de nivel de consumo de recursos que no ayuda a comparar diferentes histogramas entre si. No es un Nivel máximo de recursos, tan solo una referencia, representada por una línea horizontal roja en nuestro histograma

Agotar Holgura

Indicamos si en la Iteración Doria, deseamos agotar toda la Holgura disponible a igualdad de resultados.

IR

Pulsa este botón, haz trabajar a Senda AF y obtén el Histograma (ver modelo recursos.mdb).

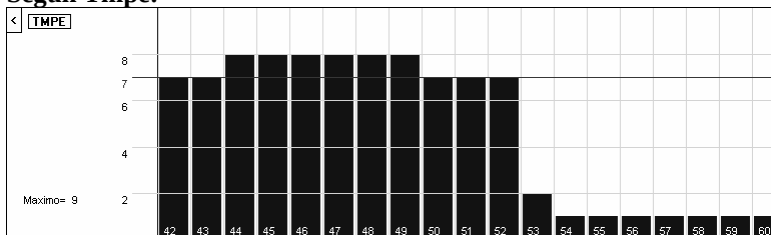
c. Panel del Histograma.

Analicemos ahora una breve muestra de los diferentes resultados que podemos obtener de un mismo proyecto en función del botón que hayamos seleccionado para el cálculo del Histograma.

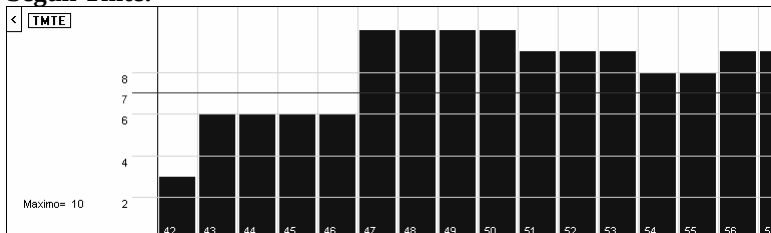


Histograma día a día.

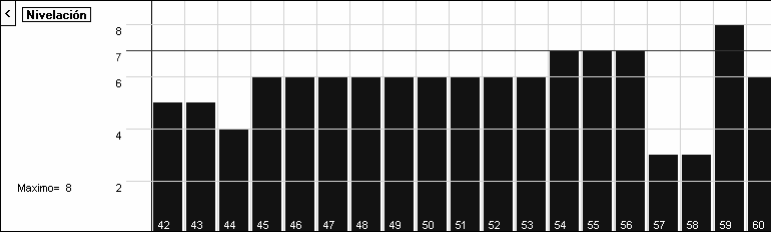
Según Tmpe:



Según Tmte:

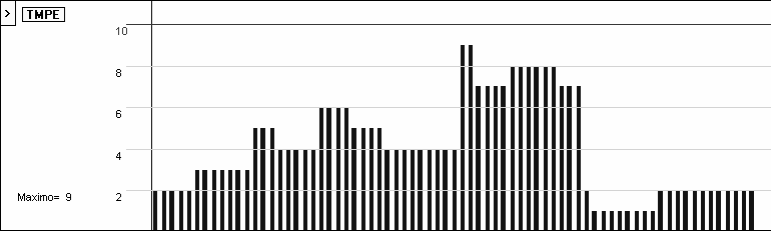


Nivelado:

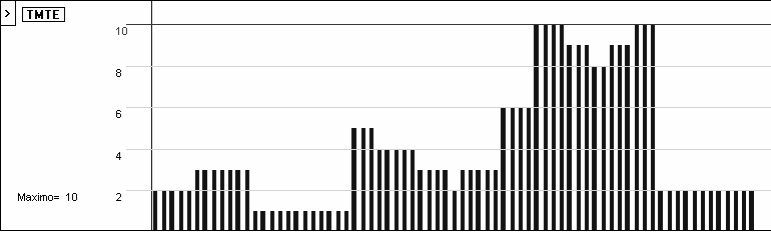


> Histograma Completo del Proyecto.

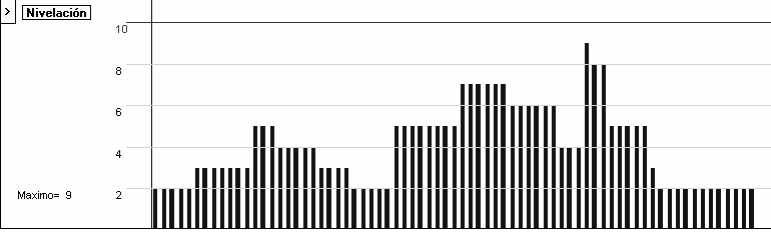
Según los Tmpe:



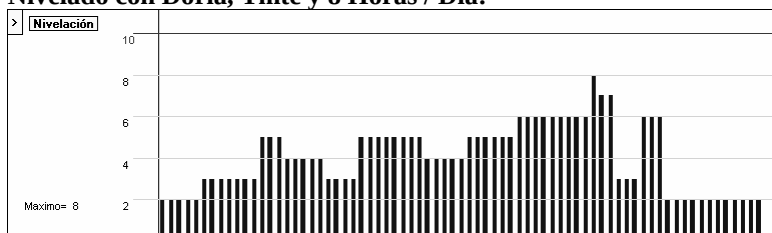
Según los Tmte:



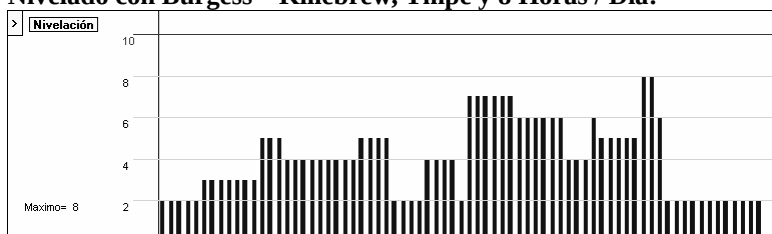
Nivelado con Doria, Tmpe y 8 Horas / Día:



Nivelado con Doria, Tmte y 8 Horas / Día:



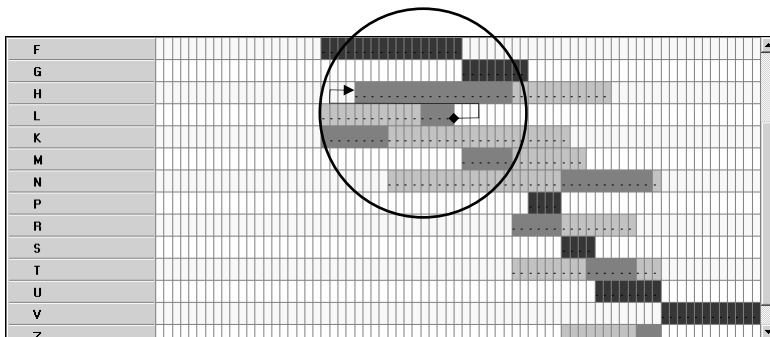
Nivelado con Burgess – Killebrew, Tmpe y 8 Horas / Día:



Y los valores de R.I.C. y Mínimos cuadrados para cada uno de los histogramas serán:

Algoritmo	Inicio	Jornada	R.I.C.	Min 2
--	Tmpe	8	1,32117	1.575
--	Tmte	8	1,54430	1,841
Doria	Tmpe	8	1,21045	1.443
Doria	Tmte	8	1,15173	1.373
Burgess	--	8	1,18864	1.417

Observa como la mejor nivelación ha sido la obtenida con Doria, siendo muy similar a la de Burgess-Killebrew, pero si analizas detenidamente el calendario resultante, verás como en Burgess se incumplen las relaciones impuestas en el grafo original entre las actividades “L” y “H”:



Cuando se realiza una nivelación con Burgess – Killebrew es imprescindible el analizar detalladamente el cumplimiento de la integridad relacional del grafo del proyecto, pues como en este caso, se puede dar el caso de obtener una excelente nivelación que no sea correcta. Este problema se puede analizar de forma sencilla mediante el estudio de diferentes soluciones con el grafo Burgess Down.mdb.

d. Panel del Calendario.



Calendario día a día.

Antes de Nivelar según Tmpe

H	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
L	0,00																		
K	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
M			4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
N	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
P											2,00	2,00	2,00	2,00					
R									4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
S															2,00	2,00	2,00	2,00	0,00

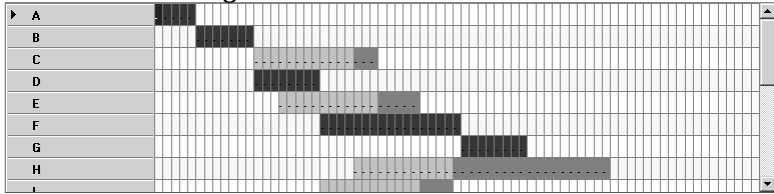
Después de Nivelar con Doria y Tmpe

H	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
L	0,00																		
K	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
M			0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
N	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
P											2,00	2,00	2,00	2,00					
R									0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00
S															2,00	2,00	2,00	2,00	0,00

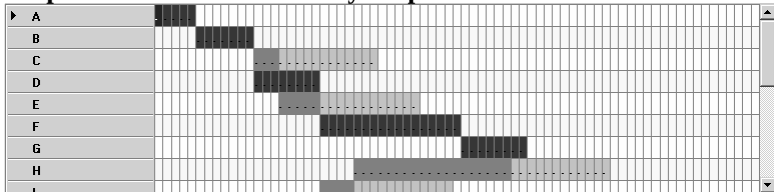


Calendario Completo del Proyecto.

Antes de Nivelar según Tmte



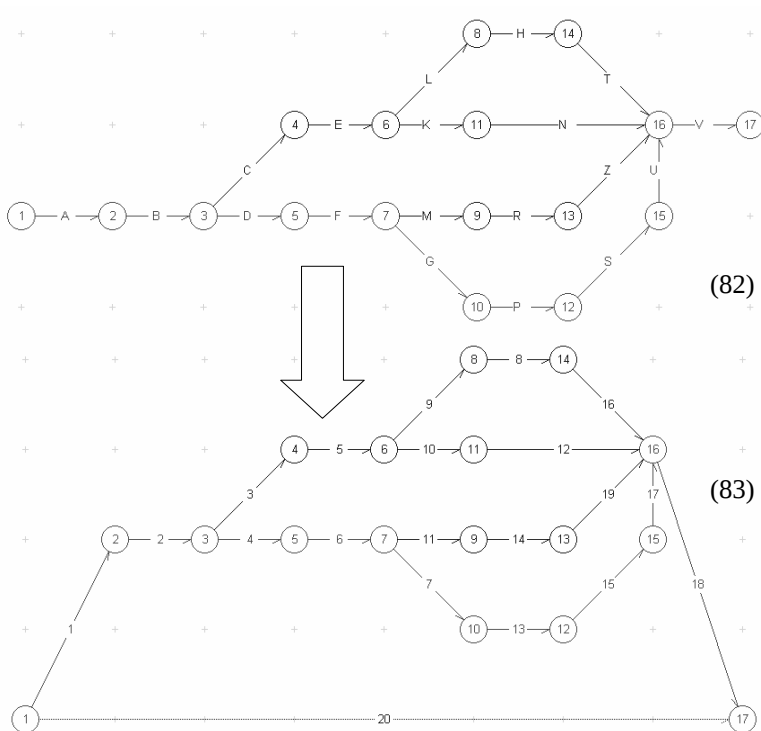
Después de Nivelar con Doria y Tmpe:



e. Programación con recursos limitados.

El mejor resultado obtenido con las nivelaciones anteriores ha sido mediante la iteración Doria, comenzando a partir de los Tmte, obteniendo una punta máxima (cresta) de 8 operarios durante 1 días.

Ahora supongamos que la disponibilidad máxima de recursos para este proyecto es de 7 operarios. Tal y como hemos comentado antes, procederemos a reprogramar nuestro grafo y añadirle una actividad ficticia de nivelación: (ver modelo recursos limitados.mdb)



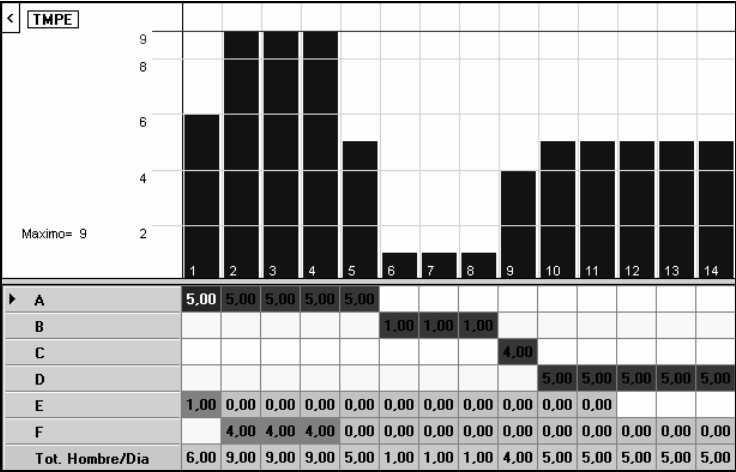
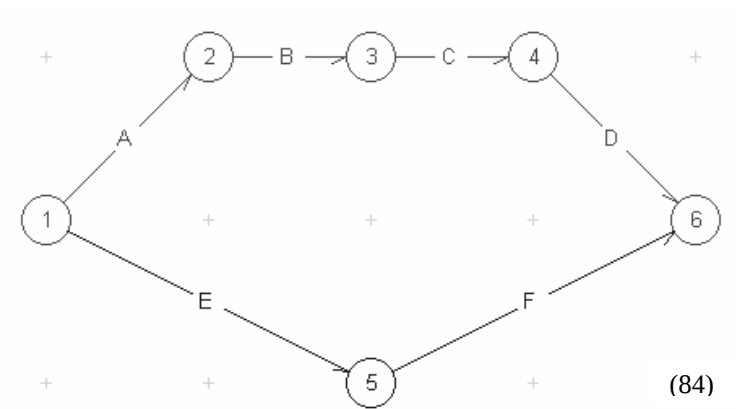
Y realizar las siguientes iteraciones:

		Hlg	RIC	M 2	Máximo	Puntas
73	Tmpe	Si	1,21045	1.443	9	1
	Tmte	Si	1,15844	1.381	8	1
74	Tmpe	Si	1,18281	1.391	8	1
	Tmte	Si	1,17941	1.387	8	1
75	Tmpe	Si	1,17294	1.361	7	6
	Tmte	Si	1,12985	1.311	8	1

El nivel deseado de recursos lo obtenemos en la tercera iteración con una duración para la actividad ficticia de nivelación de 75 días, que es el plazo del proyecto para recursos limitados a 7 operarios con una punta de 6 operarios. Pero observa que el histograma de recursos más eficiente es el conseguido con 8 operarios y una sola punta, y otra aún existe otra más eficiente de 76 días de duración para 7 operarios y una sola punta dando un RIC de 1,11.

3. Algoritmos de Nivelación de Recursos.

Analicemos el siguiente grafo:(Grafo Burgess down.mdb)



a. El Algoritmo de Burgess-Killebrew.

"La eficacia en la asignación de un recurso determinado, en función de una distribución ideal, varía en sentido inverso a la suma obtenida en cada unidad de tiempo, del principio al fin del proyecto de los cuadrados de las diferencias entre las cargas totales que corresponden a las dos asignaciones." A. R. BURGESS and J. B. KILLEBREW: Variation in Activity Level on a cyclic Arrow Diagram, "Journal of Industrial Engineering", vol. 13, núm. 2, Marzo-Abril, 1962.

Cuando Burgess y Killebrew expusieron este sencillísimo algoritmo, lo aplicaron a la solución de casos muy simples, en los que se conseguía una nivelación óptima con el desplazamiento en el tiempo de muy pocas actividades, pero sin entrar en el estudio de las holguras de las actividades precedentes y siguientes una vez desplazadas, es decir, la nivelación este sujeta exclusivamente a la restricción de las fechas mas pronto de empezar y más tarde de terminar, pudiéndose producir resultados incorrectos. El planteamiento matemático de la función objetivo es correcto (Ver 74), pero falla en el momento de cumplir las restricciones de precedencia.

La solución según Burgess del grafo planteado sería:

< Nivelación																
		9														
		8														
		6														
		4														
Maximo= 5		2														
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
▶ A		5,00	5,00	5,00	5,00	5,00										
B							1,00	1,00	1,00							
C											4,00					
D												5,00	5,00	5,00	5,00	5,00
E		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00			
F			0,00	0,00	0,00	0,00	4,00	4,00	4,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tot. Hombre/Dia		5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00

Como se puede apreciar en la nivelación, esta es óptima, consiguiendo un R.I.C. de valor unidad, pero al mismo tiempo se esta incumpliendo la relación de precedencia existente de la actividad “E” con la “F”.

El problema lo resolvían parcialmente al realizar el análisis del calendario del proyecto de atrás hacia adelante, lo que nos indica que, o bien intuían o bien conocían el error, evitándolo en algunos casos de esta manera, pero no siempre como se puede ver.

La solución es relativamente sencilla, pero escapa ya a las capacidades de nivelación de redes de forma manual. Pasa por trabajar con las holguras libres en vez de con las holguras totales, y hacer una corrección de estas después del desplazamiento de cada actividad y antes de cada iteración.

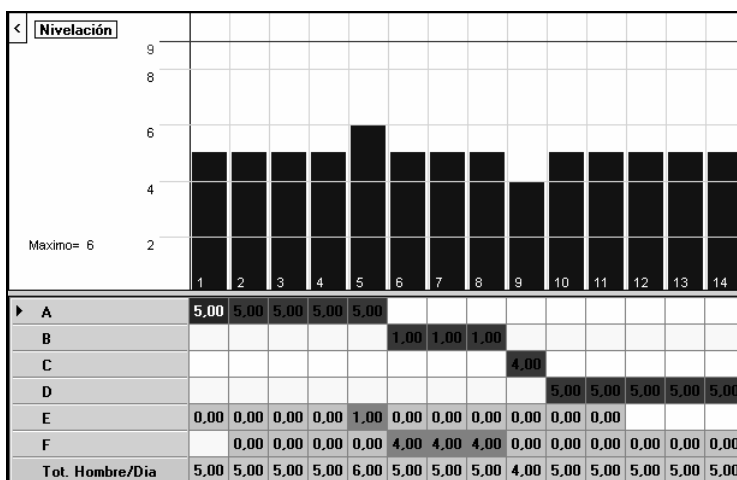
Como alternativas factibles y a la vez sencillas que respetan la integridad de las relaciones del grafo se encuentran la iteración Doria desarrollada para Senda AF y el Algoritmo de los Mínimos Momentos (MOM), desarrollada por Harris en 1978.

Ambas soluciones son muy similares en su concepción, pero muy diferentes en su desarrollo, variando básicamente en la función objetivo a optimizar; la forma de comienzo de las iteraciones, a partir de los Tmpe o Tmpe en Doria y a partir de los Tmpe en MOM; y el número de iteraciones realizadas, dos en MOM (una hacia adelante y una hacia atrás) e ilimitadas en Doria.

b. La Iteración Doria.

La función objetivo a optimizar en la iteración Doria es 74, exactamente igual que con el algoritmo de Burgess – Killebrew, pero con la diferencia de que no trabajamos con la Holgura total disponible, sino que trabajamos con la holgura libre de la actividad, recalculando esta en cada iteración, y manteniendo así de esta forma la integridad relacional del grafo original.

El Histograma del anterior grafo nivelado con Doria sería:



Donde se respeta la relación existente entre las actividades “E” y “F”.

Pero no solamente existe esta diferencia, entre Doria y Burgess, existen otras dos que reseñamos a continuación:

- Se puede empezar la iteración a partir de Tmpe o Tmte.
- Podemos consumir o no indistintamente toda la Holgura Libre disponible a igualdad de resultados.
- El consumo de recursos se realiza en función de su rendimiento y de la jornada de trabajo (esta posibilidad también se le ha incluido a Burgess).

El objetivo de presentar estas alternativas ha sido el de ofrecer un algoritmo genérico que solucione casi cualquier caso posible. No limitarnos a sencillos grafos “preparados” para su solución optima mediante un nuevo algoritmo heurístico, que no ofrezca soluciones fiables ante redes más complejas.

Se adoptan los siguientes criterios, tanto con Doria como para el resto de algoritmos, para proceder a la nivelación del histograma de recursos:

1. La duración de las actividades se considera continua. Cuando una actividad es iniciada, se supone que no interrumpe su ejecución hasta su completa terminación.
2. Los recursos asignados a una actividad se consideran constantes a lo largo de toda la duración.
3. La duración de una actividad es considerada constante. Cuando una duración es establecida, no se permiten reducciones o ampliaciones en la misma.
4. La integridad relacional del grafo es considerada como fija e inalterable.
5. La duración del proyecto no se puede modificar.

Para comprender el funcionamiento del algoritmo, veamos como se representa la matriz de cargas a partir del histograma de recursos

	1	2	3	4	5	6	7		j
A									
B									
C									
....									
i	Holgura Libre							Holgura Total	
	$\sum k_{i,1}$	$\sum k_{i,2}$	$\sum k_{i,3}$	$\sum k_{i,4}$	$\sum k_{i,5}$	$\sum k_{i,6}$	$\sum k_{i,7}$		$\sum k_{i,j}$
Ω	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7		K_j

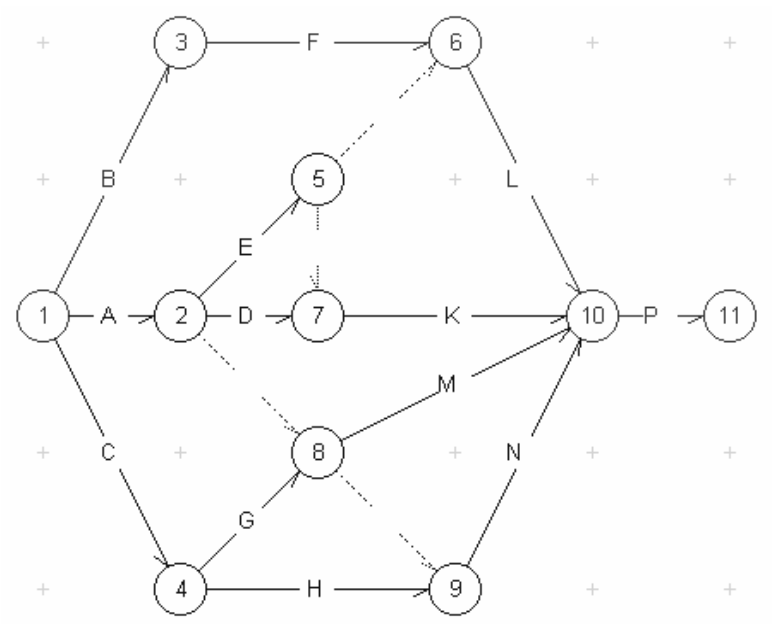
$$\Omega = \sum_j^j K_j = \sum_j^j (\sum_i^i k_{i,j})^2 \tag{85}$$

Hemos añadido dos filas a nuestro histograma, la primera que representa la suma de los valores diarios de las cargas de las actividades ($\sum k_{i,j}$), y la segunda que representa el cuadrado de los anteriores valores (K_j). La suma de los valores (K_j), lo llamaremos el sumatorio de los cuadrados de las cargas (Ω), y será la función objetivo a minimizar en las iteraciones.

Los pasos a seguir serian los siguientes:

1. Calcular los tiempos de los nodos.
2. Determinar los Tmpe o Tmte según sea el caso de cada actividad.
3. Calcular las Holguras libres de las actividades.
4. Rastrear el calendario del proyecto del principio al final hasta encontrar una actividad cuya fecha de comienzo (Tmpe o Tmte) coincida con el día de calendario examinado.
5. En caso de encontrar varias actividades, seleccionar aquella con mayor holgura libre.
6. Desplazar la actividad seleccionada a lo largo de su holgura libre hasta encontrar una situación que haga menor (o igual en caso de consumir la holgura) el valor de (Ω).
7. Continuar con la siguiente actividad e ir al punto 3.
8. Si se han rastreado todas las actividades y no se ha encontrado ninguna posición de mejora finalizar.
9. Si existe mejora volver al punto 3.

Veamos paso por paso como realizar una nivelación mediante los mínimos cuadrados, a partir de los tiempos más pronto de empezar y analizando el calendario de atrás hacia adelante desplazando las actividades sobre su holgura total, siguiendo fielmente los pasos de Burgess – Kilebrew. Para esta nivelación hemos utilizado el grafo utilizado por Harris en 1978, y que también utilizaremos con el algoritmo MOM y PACK.



Su Histograma Inicial según los Tmpe sería:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	2		0	0	0	0															
B	5		2	2	2	2	2														
C	3		2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	2				1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E	6				2	2	2	2	2	2	0	0	0								
F	6							3	3	3	3	3									
G	6					1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
H	4					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K	2										4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L	7												2	2	2	2	2	2	2	2	2
M	3										2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
N	2										4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P	2																			0	0
Σ		4	4	7	6	6	6	6	6	8	13	9	4	2	2	2	2	2	2	0	0
Σ²		16	16	49	36	25	36	36	36	64	169	81	16	4	4	4	4	4	4	0	0

Rastrearemos el calendario del proyecto del final hacia el principio, siguiendo el algoritmo de Burgess-Killebrew hasta encontrarnos con el Tmpt de una actividad no critica, desplazándola a lo largo de su holgura total hasta una posición que minimice o iguale el sumatorio de los mínimos cuadrados.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	2	0	0	0	0	0															
B	5	2	2	2	2	2															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0										
D	2		1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
E	6			2	2	2	2	2	2	2	0	0									
F	6						3	3	3	3	3	3	3								
G	6		1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
H	4			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
K	2									4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
L	7													2	2	2	2	2	2	2	
M	3										2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	
N	2										4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	
P	2																				0
Σ		4	4	4	7	6	5	6	6	6	8	13	9	4	2	2	2	2	2	2	0
Σ²		16	16	16	49	36	25	36	36	36	64	169	81	16	4	4	4	4	4	4	0

Mínimos Cuadrados
604
RIC
1,4914

1ª Iteración actividad “M”

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	2	0	0	0	0	0															
B	5	2	2	2	2	2															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0										
D	2		1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
E	6			2	2	2	2	2	2	2	0	0									
F	6						3	3	3	3	3	3	3								
G	6		1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0				
H	4			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
K	2									4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
L	7													2	2	2	2	2	2	2	
M	3													2	2	2	2	2	2	2	
N	2										4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	
P	2																				0
Σ		4	4	4	7	6	5	6	6	6	8	11	7	2	2	2	2	2	2	2	0
Σ²		16	16	16	49	36	25	36	36	36	64	121	49	4	4	4	4	4	4	4	0

Mínimos Cuadrados
548
RIC
1,3531

1ª Iteración actividad “N”

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	2	0	0	0	0	0															
B	5	2	2	2	2	2															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0										
D	2			1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
E	6			2	2	2	2	2	2	2	0	0									
F	6						3	3	3	3	3	3	3								
G	6		1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0				
H	4			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
K	2									4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
L	7													2	2	2	2	2	2	2	
M	3													2	2	2	2	2	2	2	
N	2														4	4	4	4	4	4	0
P	2																				0
Σ		4	4	4	7	6	5	6	6	6	8	7	3	2	2	6	6	4	4	4	0
Σ²		16	16	16	49	36	25	36	36	36	64	49	9	4	4	36	36	16	16	16	0

Mínimos Cuadrados
500
RIC
1,2346

1ª Iteración actividad “K”

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	2		0	0	0	0	0														
B	5		2	2	2	2	2														
C	3		2	2	2	0	0	0	0	0											
D	2			1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	6			2	2	2	2	2	2	2	0	0									
F	6						3	3	3	3	3										
G	6				1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0					
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2																				
L	7											4	4	0	0	0	0	0			
M	3											2	2	2	2	2	2	2			
N	2																				
P	2														4	4	0	0	0		
Σ		4	4	7	6	5	6	6	6	4	3	3	6	6	6	6	4	4	4	0	0
Σ²		16	16	49	36	25	36	36	36	16	9	9	36	36	36	36	16	16	16	0	0

Mínimos Cuadrados	476	RIC	1,1753
-------------------	-----	-----	--------

1ª Iteración actividad “G”

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	2		0	0	0	0	0														
B	5		2	2	2	2	2														
C	3		2	2	2	0	0	0	0	0											
D	2			1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	6			2	2	2	2	2	2	0	0										
F	6						3	3	3	3	3										
G	6						1	1	1	1	1	1	0	0	0	0					
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2																				
L	7											4	4	0	0	0	0	0			
M	3											2	2	2	2	2	2	2			
N	2																				
P	2														4	4	0	0	0		
Σ		4	4	7	5	4	6	6	6	4	4	4	6	6	6	6	4	4	4	0	0
Σ²		16	16	49	25	16	36	36	36	16	16	16	36	36	36	36	16	16	16	0	0

Mínimos Cuadrados	470	RIC	1,1605
-------------------	-----	-----	--------

1ª Iteración actividad “E”

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	2		0	0	0	0															
B	5		2	2	2	2	2														
C	3		2	2	2	0	0	0	0	0											
D	2			1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	6				2	2	2	2	2	2	0	0									
F	6						3	3	3	3	3										
G	6						1	1	1	1	1	1	0	0	0	0					
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2																				
L	7											4	4	0	0	0	0	0			
M	3											2	2	2	2	2	2	2			
N	2																				
P	2														4	4	0	0	0		
Σ		4	4	5	5	4	6	6	6	6	4	4	6	6	6	6	4	4	4	0	0
Σ²		16	16	25	25	16	36	36	36	36	16	16	36	36	36	36	16	16	16	0	0

Mínimos Cuadrados	466	RIC	1,1506
-------------------	-----	-----	--------

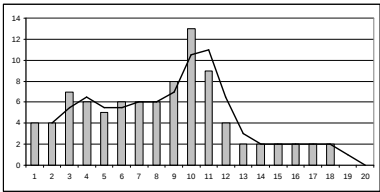
1ª Iteración actividad “D”

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	2		0	0	0	0	0														
B	5		2	2	2	2	2														
C	3		2	2	2	2	0	0	0	0	0										
D	2																				
E	6					2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0				
F	6						3	3	3	3	3	3									
G	6						1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0				
H	4					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2												4	4	0	0	0	0	0		
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
M	3																2	2	2		
N	2																				
P	2														4	4	0	0	0	0	0
$\sum$			4	4	4	4	4	6	6	6	6	5	5	6	6	6	6	4	4	4	0
$\sum^2$			16	16	16	16	16	36	36	36	36	25	25	36	36	36	36	16	16	16	0

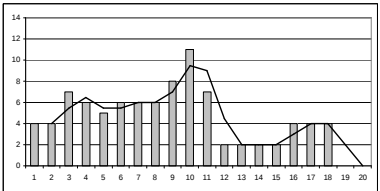
Mínimos Cuadrados	466	RIC	1,1506
-------------------	-----	-----	--------

Una vez terminada la primera iteración, habiendo analizado todas las actividades, repetimos el proceso en una segunda iteración, en la que no obtendremos una solución mejorada, terminando consecuentemente la nivelación.

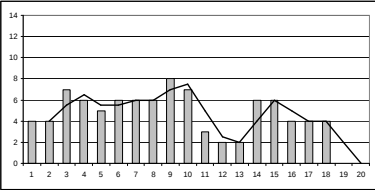
Los diferentes Histogramas para cada uno de los pasos seguidos son:



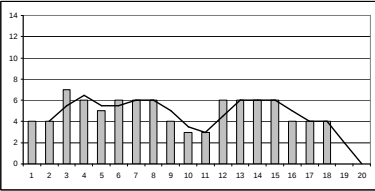
Mínimos Cuadrados 604



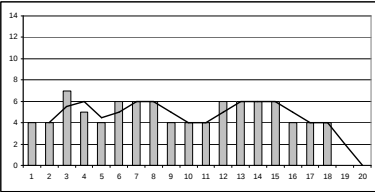
Mínimos Cuadrados 548



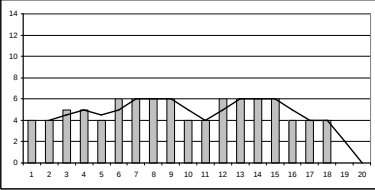
Mínimos Cuadrados 500



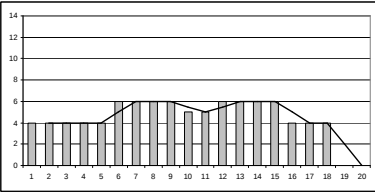
Mínimos Cuadrados 476



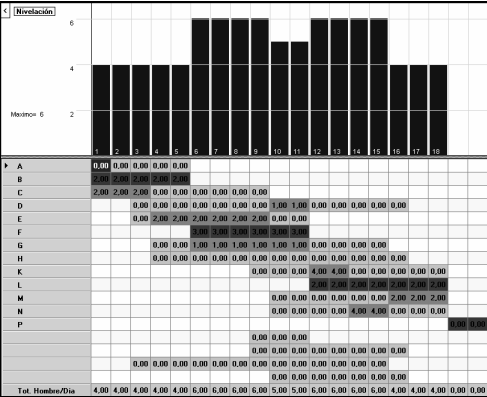
Mínimos Cuadrados 470



Mínimos Cuadrados 466

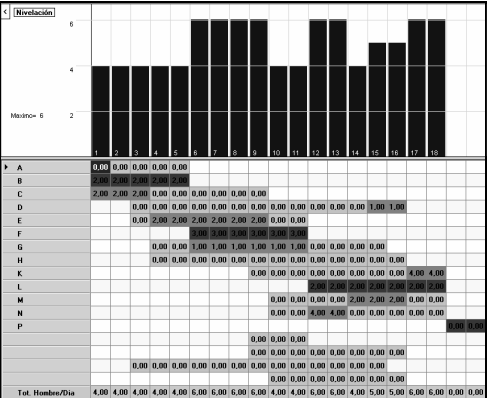


Mínimos Cuadrados 466



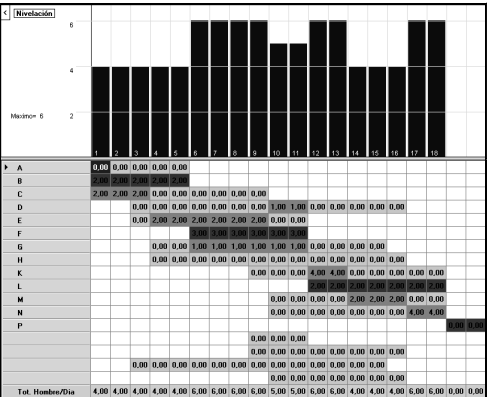
Nivelado con Senda AF

Según Burgess
Mínimos Cuadrados 466
RIC 1,15062



Nivelado con Senda AF

Según Doria Tmpe
Mínimos Cuadrados 466
RIC 1,15062

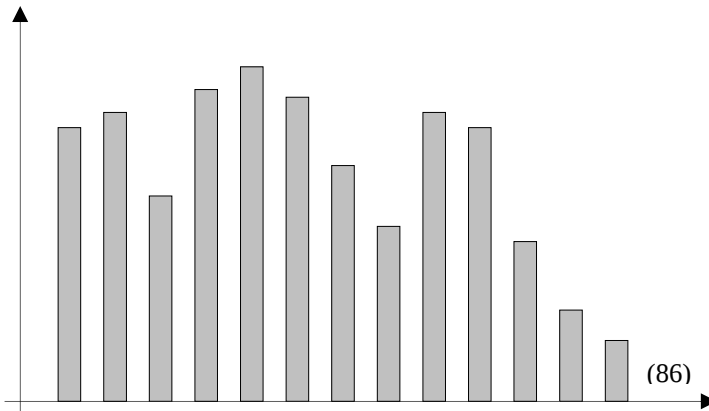


Nivelado con Senda AF

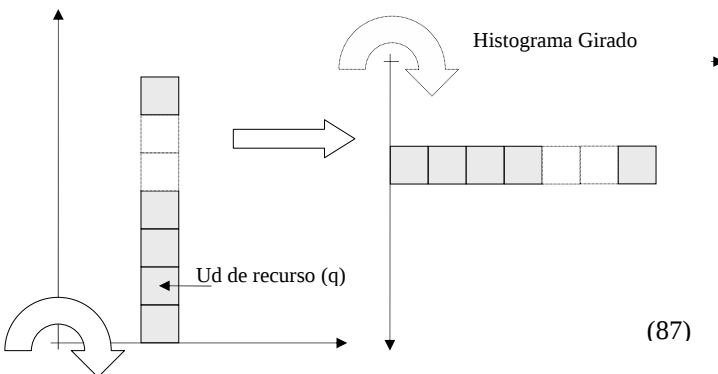
Según Doria Tmte
Mínimos Cuadrados 466
RIC 1,15062

c. Los Momentos Mínimos (MOM).

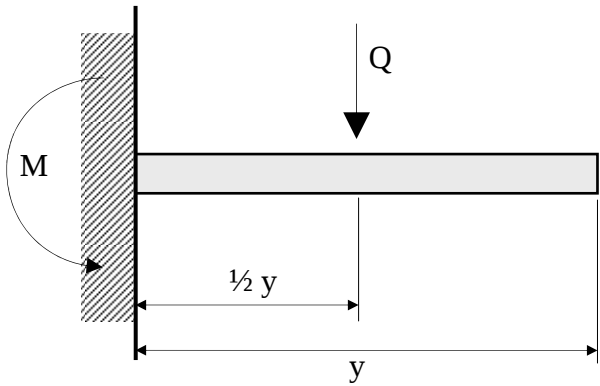
El MOM o Algoritmo de los Momentos Mínimos, desarrollado por Harris (*Precedence and Arrow Networking Techniques for Construction*, John Wiley & Sons, 1978), utiliza el concepto del momento estático producido por una barra empotrada con una carga uniformemente distribuida a lo largo de toda su longitud, minimizando el efecto de trasladar las cargas de recursos de una barra a otra. Veamos su funcionamiento con un caso típico de Histograma de recursos:



El detalle de una barra cualquiera del histograma sería:



Dando lugar a su asimilación a una barra empotrada en voladizo con una carga uniformemente distribuida.



(88)

Donde:

y = Longitud de la barra (Cantidad de recursos)

Q = Resultante de la carga uniformemente distribuida

El momento resultante (M) será:

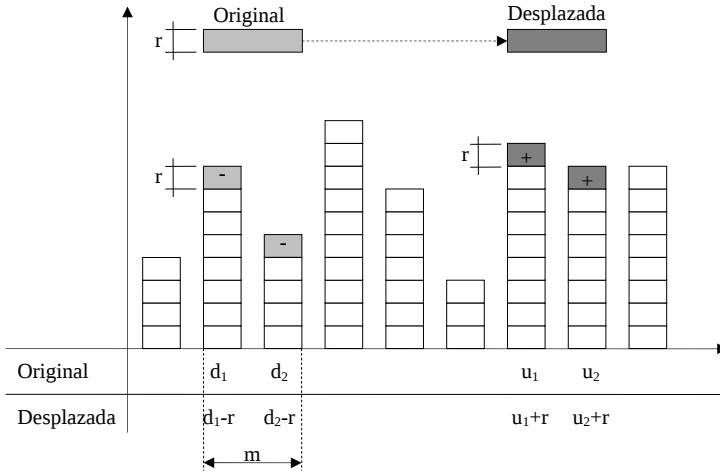
$$M = \frac{1}{2} y Q; \quad Q = q y; \quad q = 1 \text{ ud de recurso (ver 87).}$$

$$M = \frac{1}{2} y^2 \quad (89)$$

Y generalizado para todo el histograma:

$$M = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (y_i)^2 \quad (90)$$

Ahora veamos el efecto que se produce en el histograma de recursos al desplazar una actividad en



Momento estático Posición Original:

$$M_o = \{ \frac{1}{2} (d_1^2 + d_2^2) + \frac{1}{2} (u_1^2 + u_2^2) \}$$

Momento estático Posición Desplazada:

$$M_d = \{ \frac{1}{2} ((d_1 - r)^2 + (d_2 - r)^2) + \frac{1}{2} ((u_1 + r)^2 + (u_2 + r)^2) \}$$

La diferencia entre los valores de los momentos de la posición original y la posición desplazada es el facto de mejora resultante del desplazamiento, conocido como IF (Improvement Factor)

$$\Delta M_{d-o} = M_d - M_o$$

De forma genérica:

$$\Delta M_{d-o} = IF_{d-o} = r (\sum d - \sum u - m r)$$

$$\Delta M_{d-o} = IF_{d-o} = \sum d - \sum u - m r \quad (91)$$

Evidentemente un valor negativo para ΔM_{d-o} (IF), representa una mejora positiva en el histograma de recursos y viceversa.

La forma de operar el algoritmo será la siguiente:

1. Calcular los tiempos de los nodos.
2. Determinar las fechas más pronto y mas tarde de empezar y terminar.
3. Calcular las holguras totales y libres de las actividades.
4. Eliminar las actividades criticas del proceso, pues no intervienen en el proceso de nivelación
5. Ordenar las actividades resultantes por su fecha de comienzo más temprana y en caso de igualdad por su holgura libre.
6. Empezando desde la última actividad ir desplazándola a una posición que iguale o reduzca el factor de mejora (IF), consumiendo a ser posible toda su holgura libre (ver 91).
7. En caso de haber encontrado una posición mejorada en el paso anterior, recalcular las holguras libres y volver al punto 6, en caso contrario continuar con la siguiente actividad.
8. una vez analizadas todas las actividades, hacer el camino inverso desde la primera hasta la última actividad reajustando sus holguras libres hacia su fecha más temprana de comenzar.

Como habrás podido ver, este algoritmo se compone de dos partes diferenciadas, una primera llamada Forward Pass (pasos 6 y 7) y otras llamada Backward Pass (paso 8). La verdadera nivelación se realiza en el Forward Pass, aunque en el Backward Pass, además de reajustar la holgura libre, podemos llegar a reducir aún más el momento del histograma.

Ahora recordemos nuestro histograma inicial (Harris 78) y procedamos a aplicar el algoritmo.

Como primer paso, empezaremos calculando las holguras totales y libres de cada una de las actividades. Para que se aprecie claramente la diferencia entre las actividades y las holguras hemos seguido el siguiente código de colores:

Car	Critica
Car	Actividad No Critica
0	Holgura Libre
0	Holgura Total

Histograma Inicial según los Tmpe:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
A	2		0	0	0	0	0															
B	5		2	2	2	5	5															
C	3		2	2	3	0	0	0	0	0	0											
D	2			1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	6			2	2	2	2	2	2	0	0	0										
F	6					3	3	3	3	3	3											
G	6				1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
H	4				5	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2									4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
L	7											2	2	2	2	2	2	2	2			
M	3										2	2	2	0	0	0	0	0	0	0		
N	2										4	4	0	0	0	0	0	0	0	0		
P	2																			0	0	
Σ		4	4	7	6	5	6	6	6	8	13	9	4	2	2	2	2	2	2	2	0	0
Σ ²		16	16	49	36	25	36	36	36	64	169	81	16	4	4	4	4	4	4	4	0	0
																						90
																						604
																						1,4914

Histograma Inicial ordenado según Tmpe:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
B	5		2	2	2	2																
F	6						3	3	3	3	3	3										
L	7												2	2	2	2	2	2	2	2		
P	2																				0	0
A	2		0	0	0	0	0															
C	3		2	2	2	0	0	0	0	0	0											
D	2			1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	6			2	2	2	2	2	2	0	0											
G	6				1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0					
H	4				5	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
K	2									4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
M	3										2	2	2	0	0	0	0	0	0	0		
N	2										4	4	0	0	0	0	0	0	0	0		
Σ		4	4	7	6	5	6	6	6	8	13	9	4	2	2	2	2	2	2	2	0	0
Σ ²		16	16	49	36	25	36	36	36	64	169	81	16	4	4	4	4	4	4	4	0	0
																						90
																						604
																						1,4914

Forward “N”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																		0	0	
A	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0										
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0											
D	2			1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	6			2	2	2	2	2	2	2	0	0	0								
G	6			1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0					
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2									4	4	0	0	0	0	0	0	0	0		
M	3									2	2	2	0	0	0	0	0	0			
N	2									0	0	0	0	0	0	0	0	4	4		
Σ		4	4	7	6	5	6	6	6	8	9	5	4	2	2	2	2	6	6	0	0
Σ²		16	16	49	36	25	36	36	36	64	81	25	16	4	4	4	4	36	36	0	0
																					90
																					524
																					1,2938

Forward “K”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																		0	0	
A	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0										
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0											
D	2			1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	6			2	2	2	2	2	2	0	0										
G	6			1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0					
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2									0	0	0	0	0	4	4	0	0			
M	3									2	2	2	0	0	0	0	0	0			
N	2									0	0	0	0	0	0	0	4	4			
Σ		4	4	7	6	5	6	6	6	4	5	5	4	2	2	6	6	6	6	0	0
Σ²		16	16	49	36	25	36	36	36	16	25	25	16	4	4	36	36	36	36	0	0
																					90
																					484
																					1,1951

Forward “M”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																		0	0	
A	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0										
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0											
D	2			1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	6			2	2	2	2	2	2	0	0										
G	6			1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0					
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2									0	0	0	0	0	4	4	0	0			
M	3									0	0	0	2	2	2	0	0	0			
N	2									0	0	0	0	0	0	0	4	4			
Σ		4	4	7	6	5	6	6	6	4	3	3	4	4	4	6	6	6	6	0	0
Σ²		16	16	49	36	25	36	36	36	16	9	9	16	16	16	36	36	36	36	0	0
																					90
																					476
																					1,1753

Forward “H”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																		0	0	
A	2	0	0	0	0	0															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0											
D	2		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	6			2	2	2	2	2	2	0	0	0									
G	6			1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0						
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2									0	0	0	0	0	0	4	4	0	0		
M	3										0	0	2	2	2	0	0	0	0		
N	2										0	0	0	0	0	0	0	4	4		
Σ		4	4	7	6	5	6	6	4	3	3	4	4	4	6	6	6	6	0	0	90
Σ ²		16	16	49	36	25	36	36	16	9	9	16	16	16	36	36	36	36	0	0	476
																					1,1753

Forward “D”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																			0	0
A	2	0	0	0	0	0															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0											
D	2		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0				
E	6		2	2	2	2	2	2	2	0	0	0									
G	6			1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0						
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2									0	0	0	0	0	0	4	4	0	0		
M	3										0	0	2	2	2	0	0	0	0		
N	2										0	0	0	0	0	0	0	4	4		
Σ		4	4	6	5	5	6	6	6	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	0	0
Σ ²		16	16	36	25	25	36	36	36	16	16	16	16	16	16	36	36	36	36	0	0
																					90
																					466
																					1,1506

Forward “E”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																			0	0
A	2	0	0	0	0	0															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0											
D	2		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0				
E	6		2	2	2	2	2	2	2	0	0										
G	6			1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0					
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
K	2									0	0	0	0	0	0	4	4	0	0		
M	3										0	0	2	2	2	0	0	0	0		
N	2										0	0	0	0	0	0	0	4	4		
Σ		4	4	4	5	5	6	6	6	6	4	4	4	4	4	6	6	6	6	0	0
Σ ²		16	16	16	25	25	36	36	36	36	16	16	16	16	16	36	36	36	36	0	0
																					90
																					466
																					1,1506

Forward “G”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																		0	0	
A	2	0	0	0	0	0															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0										
D	2				0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0			
E	6				0	2	2	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0				
G	6																				
H	4					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
K	2										0	0	0	0	0	0	4	4	0	0	
M	3											0	2	2	2	0	0	0	0	0	
N	2											0	0	0	0	0	0	4	4		
Σ		4	4	4	4	4	6	6	6	6	6	5	4	4	4	6	6	6	6	0	0
Σ²		16	16	16	16	16	36	36	36	36	36	25	25	16	16	16	36	36	36	0	0
																					90
																					466
																					1,1506

Forward “D”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																				
A	2	0	0	0	0	0															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0								0	B	
D	2			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0				
E	6			0	2	2	2	2	2	2	2	0	0								
G	6			0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0					
H	4			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2										0	0	0	0	0	0	4	4	0	0	
M	3										0	0	2	2	2	0	0	0	0	0	
N	2										0	0	0	0	0	0	0	4	4		
Σ		4	4	4	4	4	6	6	6	6	4	4	4	5	5	6	6	6	6	0	0
Σ²		16	16	16	16	16	36	36	36	36	16	16	16	25	25	36	36	36	36	0	0
																					90
																					466
																					1,1506

Forward “A”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																			0	0
A	2	0	0	0	0	0															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0										
D	2			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0				
E	6			0	2	2	2	2	2	2	2	0	0								
G	6			0	0	0						1	1	1	1	0	0	0			
H	4			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
K	2									0	0	0	0	0	0	4	4	0	0		
M	3									0	0	2	2	2	2	0	0	0	0		
N	2									0	0	0	0	0	0	0	4	4			
Σ		4	4	4	4	4	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	6	6	6	6	0
Σ²		16	16	16	16	16	36	36	36	36	16	16	16	25	25	36	36	36	36	36	0
																					90
																					466
																					1,1506

Backward “A”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																			0	0
A	2	0	0	0	0	0															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0									
D	2				0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0				
E	6				0	0	0	0	0	0	0	0	0								
G	6				0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0					
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
K	2									0	0	0	0	0	0	4	4	0	0		
M	3										0	0	2	2	2	0	0	0	0		
N	2										0	0	0	0	0	0	0	4	4		
Σ		4	4	4	4	4	6	6	6	6	4	4	4	5	5	6	6	6	6	0	0
Σ ²		16	16	16	16	16	36	36	36	36	16	16	16	25	25	36	36	36	36	0	0
																					90
																					466
																					1,1506

Backward “H”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																			0	0
A	2	0	0	0	0	0															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0			
D	2				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0							
E	6				0	2	2	2	2	2	2	0	0								
G	6				0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0					
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
K	2									0	0	0	0	0	0	4	4	0	0		
M	3										0	0	2	2	2	0	0	0	0		
N	2										0	0	0	0	0	0	0	4	4		
Σ		4	4	4	4	4	6	6	6	6	4	4	4	5	5	6	6	6	6	0	0
Σ ²		16	16	16	16	16	36	36	36	36	16	16	16	25	25	36	36	36	36	0	0
																					90
																					466
																					1,1506

Backward “E”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5	2	2	2	2	2															
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																			0	0
A	2	0	0	0	0	0															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0			
D	2				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0							
E	6				0	2	2	2	2	2	2	0	0								
G	6				0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0					
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0					
K	2									0	0	0	0	0	0	4	4	0	0		
M	3										0	0	2	2	2	0	0	0	0		
N	2										0	0	0	0	0	0	0	4	4		
Σ		4	4	4	4	4	6	6	6	6	4	4	4	5	5	6	6	6	6	0	0
Σ ²		16	16	16	16	16	36	36	36	36	16	16	16	25	25	36	36	36	36	0	0
																					90
																					466
																					1,1506

Backward “D”:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5																				
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																			0	0
A	2	0	0	0	0	0															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0											
D	2			0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	6			2	2	2	2	2	0	0	0										
G	6				0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0						
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2									0	0	0	0	0	0	0	4	4	0	0	
M	3										0	0	2	2	2	0	0	0	0		
N	2										0	0	0	0	0	0	0	4	4		
Σ		4	4	6	5	5	6	6	6	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	0	0
Σ ²		16	16	36	25	25	36	36	36	16	16	16	16	16	16	36	36	36	36	0	0
																					90
																					466
																					1,1506

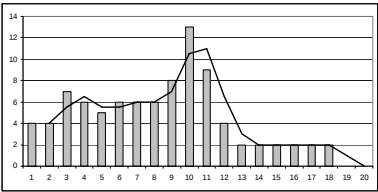
Posición Nivelada:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	5																				
F	6						3	3	3	3	3	3									
L	7												2	2	2	2	2	2	2		
P	2																			0	0
A	2	0	0	0	0	0															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0											
D	2			0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
E	6			2	2	2	2	2	2	0	0	0									
G	6				0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0						
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2									0	0	0	0	0	0	4	4	0	0		
M	3										0	0	2	2	2	0	0	0	0		
N	2										0	0	0	0	0	0	0	4	4		
Σ		4	4	6	5	5	6	6	6	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	0	0
Σ ²		16	16	36	25	25	36	36	36	16	16	16	16	16	16	36	36	36	36	0	0
																					90
																					466
																					1,1506

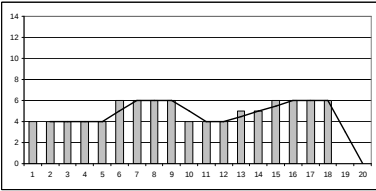
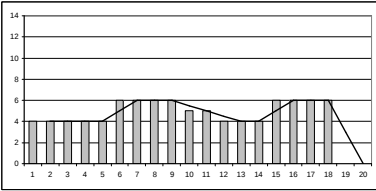
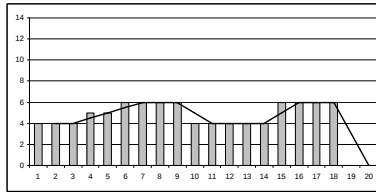
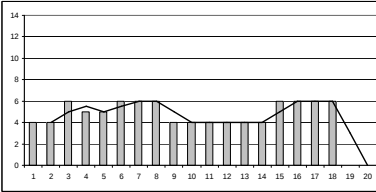
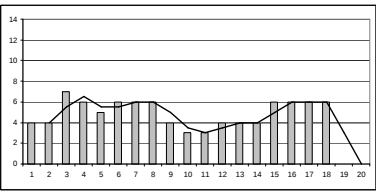
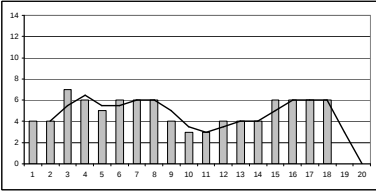
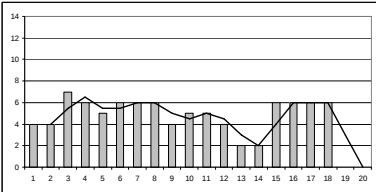
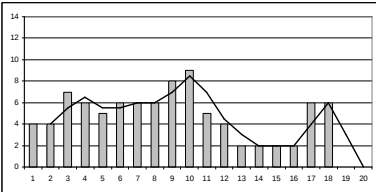
Fíjate como en el Backward Pass, la nivelación no ha sido mejorada, habiéndose realizado toda la nivelación en el Forward Pass. Como hemos comentado anteriormente, el Backward Pass suele limitarse a reajustar las holguras libres, acercando las actividades hacia su fecha de comienzo más temprana, mejorando raramente la nivelación obtenida en el Forward Pass.

El resultado obtenido, es idéntico en valores de mínimos momentos y RIC a los obtenidos con Burgess y Doria, aunque con una distribución del histograma diferente, con la seguridad al igual que con Doria de que se respeta la integridad referencial del grafo original.

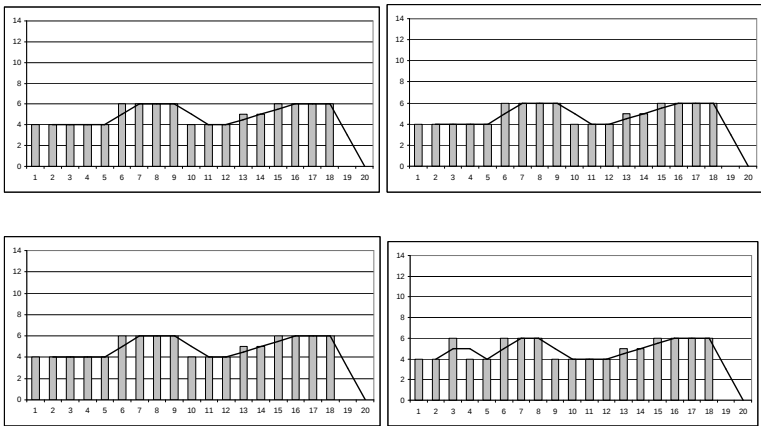
Histograma Inicial según los Tmpe:



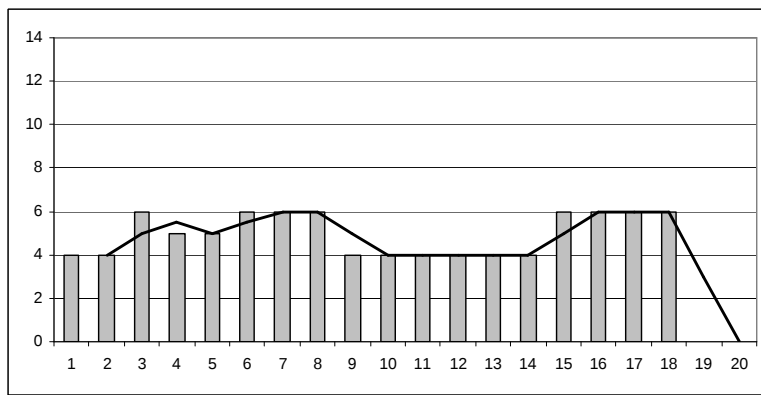
Forward Pass:



Backward Pass:



Posición Nivelada:



d. Pack (The Packing Method).

Este algoritmo también fue desarrollado por Harris (*The Packing Method of Resources leveling (PACK, Journal of Construcción Engineering and Management, Fellow, ASCE, 116, 331-350).*

En este caso, Harris afronta el problema de una manera diferente, eliminando las actividades no críticas de un primer análisis, para posteriormente ir asignándolas por orden de mayor a menor consumo de recursos en la posición más favorable del histograma.

Para comprender mejor el proceso, Harris realizó la siguiente analogía: “Llenar un contenedor de base irregular de tal manera que la superficie superior quede tan plana como sea posible”.

Este algoritmo está fundamentado en (87), ya que la mejora en el histograma original es directamente proporcional a la cantidad del recurso desplazada.

$$\Delta M_{d-o} = IF_{d-o} = \sum d - \sum u - m r \quad (87)$$

Como un valor negativo para (IF), representa una mejora positiva, a mayor (r) menor (IF).

Para ello se realizan las mismas suposiciones sobre la duración, fragmentación, distribución de recursos, integridad referencial del grafo y duración del proyecto que hicimos en Doria.

Harris, estableció una orden de prioridades para la ubicación de actividades con el fin de obtener la mejor nivelación posible:

1ª Prioridad:

Ubicar las actividades por orden decreciente de cantidad de recursos requeridos.

2ª Prioridad:

En caso de igualdad priorizar en orden creciente de holgura total disponible.

3ª Prioridad:

En caso en igualdad en la 2ª prioridad, priorizar en orden decreciente de fecha de comienzo más temprana.

Para evaluar de forma conjunta el histograma, establece unas penalizaciones en función de las actividades precedentes y consecuentes, de tal forma que la mejor ubicación será aquella determinada por el mínimo valor de su ubicación y las penalizaciones.

Para aplicar el algoritmo PACK, hemos de comenzar determinando el calendario de los trabajos, reflejando las holguras totales y libres de todas las actividades:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	2	0	0	0	0	0															
B	5	2	2	2	2	2															
C	3	2	2	2	0	0	0	0	0	0											
D	2			1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
E	6			2	2	2	2	2	2	2	0	0	0								
F	6						3	3	3	3	3	3	3								
G	6				1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0				
H	4				0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
K	2									4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
L	7											2	2	2	2	2	2	2	2	2	
M	3										2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	
N	2										4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	
P	2																				0
T		4	4	7	6	5	6	6	6	8	13	9	4	2	2	2	2	2	2	0	0
T		16	16	49	36	25	36	36	36	64	169	81	16	4	4	4	4	4	4	0	0

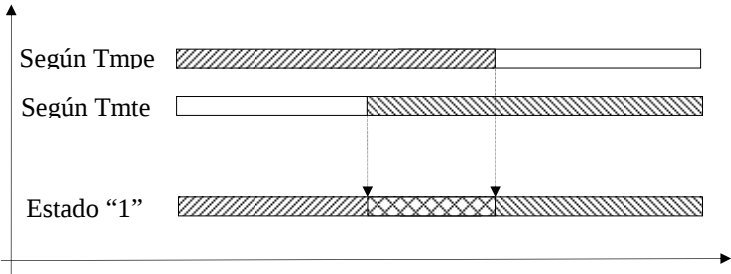
Posteriormente, separaremos las actividades críticas del resto de actividades, reflejando para cada una de estas últimas tres posibles estados, tal y como se refleja en la siguiente tabla:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
B	5	1	1	1	1	1																10
F	6						1	1	1	1	1	1										18
L	7												1	1	1	1	1	1	1	1		14
P	2																		1	1		0
A	0	2	2	2	2	2																0
C	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2												0
D	2		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2					0
E	6			2	2	2	1	1	1	2	2	2										0
G	6				2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2						0
H	4				2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2					0
K	2									2	2	2	2	2	2	2	2	2	2			0
M	3										2	2	2	2	2	2	2	2	2			0
N	2										2	2	2	2	2	2	2	2	2			0
Rec (0)		2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	0	0	Σ Rec 42

Los posibles valores de estado de una actividad son:

1	Debe ocupar esa posición
2	Puede Ocupar esa posición
0	No Puede ocupar esa posición

Las actividades críticas siempre tendrán posición 1, al igual que el tramo central de aquellas actividades cuya holgura total sea menor que la duración de la actividad (Actividad E).



Las actividades no críticas las ordenaremos según los criterios de prioridad:

	Dur	Rso	D x R	Ht	Orden
A	2	0	0	3	8 ^a
C	3	2	6	6	6 ^a
D	2	1	2	12	7 ^a
E	6	2	12	3	1 ^a
G	6	1	6	6	4 ^a
H	4	0	0	9	9 ^a
K	2	4	8	8	3 ^a
M	3	2	6	6	5 ^a
N	2	4	8	7	2 ^a

De tal manera que el orden de asignación de las actividades aplicando el algoritmo PACK, será:

	Orden
E	1ª
N	2ª
K	3ª
G	4ª
M	5ª
C	6ª
D	7ª
A	8ª
H	9ª

Y para cada una de ellas, en todas sus posibles posiciones en el calendario, elegiremos aquella que minimice el $\sum \text{Rec}(j)$, incluyendo las penalizaciones impuestas por las actividades precedentes y consecuentes.

Actividad E:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
B	5	1	1	1	1	1																10
	2																					
F	6																					18
	3																					
L	7																					
	2																					
P	2																					
	0																					
A	2																					0
	0																					
C	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0
	2																					
D	1																					0
	2																					
E	6																					0
	2																					
G	6																					0
	1																					
H	4																					0
	0																					
K	2																					0
	4																					
M	3																					0
	2																					
N	2																					0
	4																					
$\sum \text{Rec}(j)$		2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	0	0	$\sum \text{Reo}$ 42
a		0	0																			
E	3.8			2	2	2												2	2			24
k																						
a		0	0																			
E	4.9				2	2				2									2	2		28
k																						
a		0	0			2				2	2											
E	5.10																		2	2		26
k																						
a		0	0							2	2	2										
E	6.11																		2	2		27
k																						

La actividad “E”, tiene una zona central con posiciones de estado tipo “1” (zona remarcada con un circulo), al ser su holgura total menor a la duración de la actividad.

Para cada una de las posibles posiciones de la actividad “E”, se verifica que posición de las actividades precedentes y siguientes minimiza el $\sum Rec(j)$, pasando posteriormente a la siguiente posición de “E”, y repitiendo el proceso.

En este caso la posición más favorable para “E” va desde el día 3 al día 8, con un valor para el $\sum Rec(j)$ de 12.

Una vez determinada la ubicación, estableceremos valores de estado tipo “1” desde la posición 3 a la 8 y de tipo “0” a las restantes.

Actividad N:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20					
B	5	1	1	1	1	1																10				
	2																									
F	6																					18				
	3																									
L	7																					14				
	2																									
P	2																			1	1	0				
	0																									
A	2																					0				
	0																									
C	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2											0				
	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2											0					
D	2																					0				
	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2					0			
E	6	1	1	1	1	1	1	0	0	0											12					
	2	2	2	2	4	4	4	2	2	2																
G	6																					0				
	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2						0				
H	4																					0				
	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2					0				
K	2																					0				
	4																									
M	3											2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0			
	2											2	2	2	2	2	2	2	2	2				0		
	2																								0	
N	4											2	2	2	2	2	2	2	2	2				0		
Σ Rec(j)		2	2	4	4	4	5	5	5	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	Σ Rec 54			
g N P	10-11					1	1	1	1	1	1					4	4							0	0	46
g N P	11-12					1	1	1	1	1	1					4	4							0	0	44
g N P	12-13					1	1	1	1	1	1					4	4							0	0	42
g N P	13-14					1	1	1	1	1	1					4	4							0	0	39
g N P	14-15					1	1	1	1	1	1					4	4							0	0	36
g N P	15-16					1	1	1	1	1	1					4	4							0	0	33
g N P	16-17					1	1	1	1	1	1					4	4							0	0	32
g N P	17-18					1	1	1	1	1	1					4	4					0	0	32		

En esta actividad, la actividad siguiente “P” no influiría en el análisis por ser esta crítica y como precedente elegiremos a la “G” por ser anterior según el orden de asignación a la actividad “H”.

Realizando el mismo análisis que hemos efectuado anteriormente, obtendremos como posición más ventajosa para “N” la que va de los días 17 al 18, estableciendo valores de estado tipo “1” desde la posición 17 a la 18 y de tipo “0” a las restantes, que son desde la 10 a la 16.

Actividad K:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
B	5	1	1	1	1	1																10	
	2																						
	6																						
F	3																					18	
	7																						
	2																						
L	7																					14	
	2																						
	0																						
P	2																					0	
	0																						
	2																						
A	0	2	2	2	2	2																0	
	3																					0	
	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2												0	
D	1																					0	
	6																						
	2																						
E	6																					12	
	2																						
	6																					0	
G	1																					0	
	4																					0	
	0																					0	
H	2																					0	
	4																					0	
	2																					0	
M	4																					0	
	3																					0	
	2																					0	
II	4																					8	
	2																						
	4																						
Σ Rec(i)		2	2	4	4	4	5	5	5	3	3	3	2	2	2	2	2	2	6	6	0	0	Σ Rec 62
d	9-10	1 1 4 4																				24	
K																							
d	10-11	1 1 4 4																				24	
K																							
d	11-12	1 1 4 4																				23	
K																							
d	12-13	1 1 4 4																				22	
K																							
d	13-14	1 1 4 4																				22	
K																							
d	14-15	1 1 4 4																				22	
K																							
d	15-16	1 1 4 4																				22	
K																							
d	16-17	1 1 4 4																				26	
K																							
d	17-18	1 1 4 4																				30	
E																							
P																							

Actividad G:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
B	5	1	1	1	1	1																10
F	6						1	1	1	1	1	1										18
L	7												1	1	1	1	1	1	1			14
P	2																		1	1		0
A	2	2	2	2	2	2																0
C	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2											0
D	2																					0
E	6		1	1	1	1	1	1	1	0	0	0										12
G	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0
H	4																					0
K	0						2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0
M	2																					0
N	2																					0
	4																					8
Σ Rec(i)		2	2	4	4	4	5	5	5	3	3	3	2	2	2	6	6	6	6	0	0	Σ Rec 70
c		2	2	2																		
G	4-9				1	1	1	1	1	1				2	2	2						58
c		2	2	2																		
G	5-10				1	1	1	1	1	1				2	2	2						57
c		2	2	2																		
G	6-11					1	1	1	1	1	1			2	2	2						56
c		2	2	2																		
G	7-12					1	1	1	1	1	1											57
c		2	2	2											2	2	2					
G	8-13						1	1	1	1	1	1				2	2	2				58
c		2	2	2																		
G	9-14							1	1	1	1	1	1				2	2	2			59
c		2	2	2																		
G	10-15								1	1	1	1	1	1	1			2	2	2		62

Las actividades “K” y “G”, siguen el mismo proceso que las actividades asignadas anteriormente, resultando para la actividad “K” las posiciones de los días 15 al 16, y para la actividad “G” las posiciones de los días 6 al 11.

Nuevamente estableceremos valores de estado tipo “1” desde la posición 15 a la 16 en la actividad “K” y desde el 6 al 11 para la actividad “G”, y de tipo “0” a las restantes posiciones de estas actividades.

Ahora, surge un nuevo elemento que requiere de nuestra atención para poder mantener la integridad referencial del grafo original, y es que, al haber ubicado a la actividad “G” fuera del rango de su holgura libre, deberemos analizar la influencia que nos produce en las dependencias.

De este análisis resulta que a la actividad “M” le hemos de realizar una asignación de valores tipo “0” a los dos primeros días posibles, al existir una relación de dependencia con “G”.

Actividad M:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
B	5	1	1	1	1	1																10	
	2																						
F	6						1	1	1	1	1	1										18	
	3																						
L	7												1	1	1	1	1	1	1			14	
	2																						
P	2																		1	1		0	
	0																						
A	2																					0	
	0	2	2	2	2	2																	
C	3																						
	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2											0	
D	2																						
	1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2				0	
E	6		1	1	1	1	1	1	1	0	0	0										12	
	2		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2											
G	6		0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0					6	
	1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2						
H	4																						
	0		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2				0	
K	2												0	0	0	0	1	1	0				
	4												2	2	2	2	2	2	2	2		8	
M	3																						
	2											0	0	2	2	2	2	2	2	2	2	0	
	2											0	0	0	0	0	0	0	1	1			
N	4											2	2	2	2	2	2	2	2	2		8	
Σ Rec(j)		2	2	4	4	4	6	6	6	4	4	4	2	2	2	6	6	6	6	0	0	Σ Res 76	
a																							
M	12-14	0	0										2	2	2					0	0	12	
p																							
a																							
M	13-15	0	0											2	2	2				0	0	16	
p																							
a																							
M	14-16	0	0												2	2	2				0	0	20
p																							
a																							
M	15-17	0	0													2	2	2			0	0	24
p																							
a																							
M	16-18	0	0														2	2	2			24	
p																				0	0		

Empezaremos el análisis a partir de la posición 12, pues a las posiciones 10 y 11 de esta actividad, ya les hemos asignado un valor de estado tipo “0” (no puede ocupar esa posición), resultando la situación más ventajosa la que va desde los días 12 al 14, estableciendo nuevamente valores de estado tipo “1” a estos dos días y de tipo “0” a los restantes.

Proseguiremos con la actividad “C”, que no tiene actividades precedentes al ser una actividad inicial, y que representaremos mediante un guión “-”.

Actividad C:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
B	5	1	1	1	1	1																10
	2																					
F	6						1	1	1	1	1	1										18
	3																					
L	7												1	1	1	1	1	1	1			14
	2																					
P	2																		1	1		0
	0																					
A	2																					0
	0	2	2	2	2	2																0
C	3																					0
	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2												0
D	2																					0
	1			2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2				0
E	6			1	1	1	1	1	1	1	0	0	0									12
	2		2	2	2	4	4	4	2	2	2											
G	6		0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0							6
	1		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2							
H	4																					0
	0			2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2					0
K	2										0	0	0	0	0	0	1	1	0			8
	4										2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
M	3										0	0	1	1	1	0	0	0	0	0		6
	2										0	0	2	2	2	2	2	2	2	2		
N	2										0	0	0	0	0	0	0	1	1			8
	4										2	2	2	2	2	2	2	2	2			
Σ Rec(i)		2	2	4	4	4	6	6	6	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	0	0	Σ Rec B2
-																						
C	13	2	2	2																		14
h														0	0	0	0					
-																						
C	24		2	2	2																	16
h														0	0	0	0					
-																						
C	35			2	2	2																18
h														0	0	0	0					
-																						
C	46				2	2	2															20
h														0	0	0	0					
-																						
C	57					2	2	2														22
h														0	0	0	0					
-																						
C	68						2	2	2													24
h														0	0	0	0					
-																						
C	79							2	2	2												22
h														0	0	0	0					

Repetido el proceso con la actividad “C”, obtenemos que la situación más ventajosa será la de los días 1 al 3, y como siempre, a estos días les asignaremos un valor de estado tipo “1” y de “0” a los restantes.

Realizaremos nuevamente el proceso con las actividades “D”, “A” y “H”, asignado directamente estas dos ultimas actividades según su tiempo más pronto (una vez analizadas las holguras libres), al no consumir recursos y ser las dos ultimas en el orden de asignación del algoritmo.

Actividad D:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
B	5	1	1	1	1	1																10
	2																					
F	6						1	1	1	1	1	1										18
	3																					
L	7												1	1	1	1	1	1	1			14
	2																					
P	0																		1	1		0
	2																					
A	0	2	2	2	2	2																0
	3	1	1	1	0	0	0	0	0	0												6
C	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2												
	2																					0
D	1			2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2					
	6			1	1	1	1	1	1	1	0	0	0									12
E	2			2	2	2	1	1	1	2	2	2										
	6			0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0					6
G	1			2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2						
	4																					0
H	0			2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2					
	2										0	0	0	0	0	0	1	1	0			8
K	4										2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
	3											0	0	1	1	1	0	0	0	0		6
M	2											0	0	2	2	2	2	2	2			
	2											0	0	0	0	0	0	0	1	1		8
N	4											2	2	2	2	2	2	2	2	2		
Σ Rec(j)		4	4	6	4	4	6	6	6	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	0	0	Σ Rec 88
a																						
D	3.4			1	1																	12
k																						
a																						
D	4.5	0	0		1	1																10
k																						
a																						
D	5.6	0	0			1	1															12
k																						
a																						
D	6.7	0	0				1	1														14
k																						
a																						
D	7.8	0	0					1	1													14
k																						

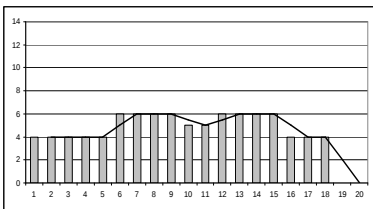
Histograma Nivelado con PACK:

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
B	5	1	1	1	1	1																10
	2																					
F	6						1	1	1	1	1	1										18
	3																					
L	7												1	1	1	1	1	1	1	1		14
	2																					
P	2																		1	1		0
	0																					
A	2	0	0																			0
	0	2	2	2	2	2																
C	3	1	1	1	0	0	0	0	0	0												6
	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2												
D	2			1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				2
	1			2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2					
E	6			1	1	1	1	1	1	1	0	0	0									12
	2			2	2	2	1	1	1	2	2	2										
G	6			0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0						6
	1			2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2						
H	4			2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0				0
	0			2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2						
K	2										0	0	0	0	0	0	1	1	0			8
	4										2	2	2	2	2	2	2	2	2			
M	3											0	0	1	1	1	0	0	0			6
	4											0	0	2	2	2	2	2	2			
N	2											0	0	0	0	0	0	0	1	1		8
	4											2	2	2	2	2	2	2	2	2		
Σ Rec(j)		4	4	6	5	5	6	6	6	4	4	4	4	4	4	6	6	6	6	0	0	Σ Rec 90
Σ^2		16	16	36	25	25	36	36	36	16	16	16	16	16	16	36	36	36	36	0	0	496
		R.I.C.																				1,1506

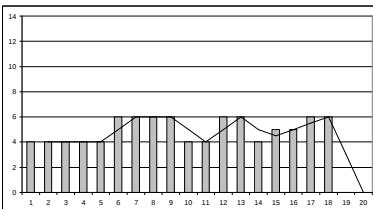
e. Análisis comparativo..

Analicemos ahora las diferencias entre los diferentes algoritmos planteados

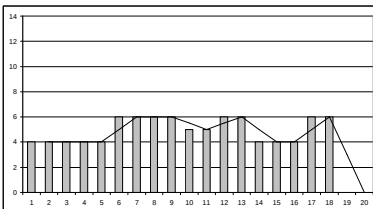
Nivelado con Burgess:



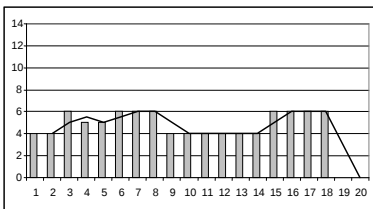
Nivelado con Doria Tmpe:



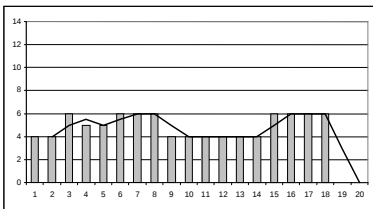
Nivelado con Doria Tmte:



Nivelado con MOM:



Nivelado con PACK:



Con todos ellos hemos obtenidos muy buenos resultados, ofreciendo los mismos valores tanto para los mínimos cuadrados (466) como para RIC (1,15062), pero todas las nivelaciones son diferentes, debiendo proceder al análisis del IDR, siendo preferible “a priori” una nivelación con el menor IDR de todas ellas a igualdad de RIC.

f. Programación Lineal Cuadrática.

La ventaja de resolver la nivelación de los recursos mediante la programación matemática, es que en este caso si que tendremos la certeza de que obtendremos una solución optima, y además podremos crear modelos con mayor flexibilidad, que permitan la fragmentación de las tareas, una distribución no uniforme de recursos e incluso gestionar la nivelación de múltiples recursos con diferentes restricciones para cada uno de ellos.

Definamos las siguientes variables:

- j número de actividades del proyecto.
- k número de recursos a nivelar
- p periodos del proyecto
- t_j duración de la actividad j .
- $Car_{j,k}$ carga del recurso k en la actividad j por unidad de tiempo
- $X_{j,p}$ que puede adoptar dos valores:
 1 si la actividad j si se ejecuta en p .
 0 si la actividad j no se realiza en p .

La función objetivo a minimizar será:

$$z = \sum_1^p \sum_1^k \sum_1^j \left[Car_{j,k} X_{j,p} \right]^2 \quad (92)$$

Con las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} \sum_1^p X_{j,p} &= t_j & \forall j \in G \\ \sum_1^p X_{j,p} + X_{j,u_j} &\leq 1 & \forall j \in G \\ \sum_1^{p' < p} X_{j',p'} &\geq t_{j'} X_{j,p} \leq 1 & \forall (j', j) \in G \end{aligned}$$

Con la primera restricción obligamos que la actividad se realice dentro su tiempo establecido y con la segunda a que se realice sin interrupción.

La tercera restricción es quizás la más importante, es en la que obligamos a que toda actividad (j') precedente de otra (j), mantenga siempre su relación.

g. Los Algoritmos Genéticos y Miméticos.

Estos dos tipos de algoritmos forman parte de las últimas tendencias de investigación sobre algoritmos de nivelación de recursos en proyectos complejos.

Surgieron en la década de los 70 de la mano de John Henry Holland y la inteligencia artificial.

Están basados en la teoría de la evolución de Darwin, creando individuos de forma aleatoria a los que posteriormente se les hace “competir”, “recombinarse” y “mutarse”, sobreviviendo aquellos “individuos” más aptos, de tal manera que se irá convergiendo al óptimo a medida que aumentemos el número de iteraciones.

CAPITULO 5

Análisis de Inversiones.

- 1. Las Inversiones.**
- 2. Las Inversiones con Senda AF.**
- 3. La incertidumbre.**

CAPITULO 5

Análisis de Inversiones

1. Las Inversiones.

a. Introducción.

“Renunciar a unas satisfacciones inmediatas y ciertas a cambio de una esperanza de beneficio futuro”.

Los Proyectos de Construcción y Edificación son inversiones económicas a medio-largo plazo, con una determinada corriente de cobros y pagos, que normalmente tienen como objetivo el de obtener un beneficio económico sobre la inversión inicial realizada.

En el primer capítulo hemos visto con un enfoque muy elemental, que básicamente existen dos formas de analizar un proyecto de inversión, mediante **análisis estáticos de inversión** en el que exclusivamente se tienen en consideración los flujos de caja y el beneficio que producen, y los **análisis dinámicos de inversión** donde los flujos de caja están afectados por el factor tiempo, de tal manera que estos tienen diferente valor en función del periodo en el que se generan, donde **lo importante no es el beneficio, sino la rentabilidad** de la inversión.

Para nosotros, lo importante no será el beneficio, sino la rentabilidad que obtengo sobre la inversión realizada, analizando las inversiones desde el punto de vista dinámico, considerando no solo los valores de los flujos de caja netos, sino que además vamos a tener en cuenta los diferentes factores que les afectan, haciendo que modifiquen su valor en función del periodo de tiempo en que se produzcan, actualizándolos al momento actual.

b. El Proyecto como inversión.

Para estudiar nuestro proyecto desde el punto de vista del análisis dinámico de inversiones tres son los elementos de partida que hemos de considerar:

Desembolso inicial: Desembolso de capital que se produce antes de iniciar el proyecto y que es imprescindible para acometerlo.

Numero de periodos que dura la inversión: Duración total del proyecto considerando en esta duración todas aquellas actividades que generan pagos y/o cobros.

Flujo de caja en cada periodo: Balance entre todas las entradas de dinero y todas las salidas de dinero, es decir balance entre pagos y cobros en un mismo periodo. No esta de más recordarte que no debes de confundir el flujo de caja con el beneficio, que es la diferencia entre ingresos y gastos.

Tendremos que estudiar y contemplar en nuestra planificación no solo la inversión en si misma, sino además el periodo de explotación durante todo su ciclo de vida.

c. Factores determinantes de la inversión.

Antes hemos comentado, que determinados factores alteran el valor de los flujos de caja en función del momento temporal en que se producen, y que son:

Tasa de interés: “el precio del dinero en el mercado financiero”.

Tasa de inflación: pérdida del poder adquisitivo de una moneda en una economía específica.

Estos dos factores que pueden parecer fácilmente determinables no lo son tanto en la practica, pues no solo hemos de considerar en nuestro análisis la tasa de interés del mercado, sino que deberíamos

diferenciar entre la tasa de interés activa (tipo de interés que pagamos al realizar un servicio de crédito), la tasa de interés pasiva (tipo de interés que cobramos al realizar un depósito), el coste de oportunidad (valor de la mejor opción no realizada o interés que se obtendría invirtiendo el dinero en el mercado financiero **con un riesgo similar al del proyecto**) y en lo relativo a la inflación determinar que tipo de índice hemos de considerar, además de la trascendencia que tienen factores tales como las amortizaciones y los impuestos.

También sería interesante hacer mención a que al igual que el flujo de caja varía según el periodo que analizamos en función de las tasas de interés y de inflación, hemos de tener en cuenta que estas varían en el tiempo según el mercado, por lo que deberíamos primarlas con un factor que absorba las posibles fluctuaciones que puedan sufrir a lo largo de la inversión, llamada **prima de riesgo**, penalizando los flujos de caja más lejanos en el tiempo, aminorando el valor de dichos flujos y por consiguiente su influencia en la rentabilidad de la inversión

Como hemos visto, existen diferentes tipos de interés, así que para poder efectuar los análisis lo más aproximados posibles pero de una forma simplificada, utilizaremos un único valor que pondere los diferentes tipos de interés intervinientes, llamado **“Coste de Capital Promedio Ponderado”**, y que calcularemos en función del origen de los fondos que necesitaremos para mi inversión y su peso proporcional sobre esta.

d. Coste de Capital Promedio Ponderado.

Toda Inversión ha de cubrir el coste de la deuda y proporcionar un retorno para los socios, que esperan obtener como es lógico una tasa de interés sobre su inversión superior a la de mercado. Esta tasa de retorno a los socios la llamaremos **Tasa Mínima de Retorno (TMR)**.

Además de la inversión de los socios, se requerirá de cierto endeudamiento mediante operaciones de pasivo con entidades financieras a un determinado tipo de interés.

Ponderando los anteriores importes obtendremos el **Coste de Capital Medio Ponderado**, de la siguiente forma:

Fuente	Porcentaje	Tasa	Ponderación
Pasivo	P%	Tasa Mercado	TM x P%
Socios	S%	TMR	TMR x S%
	P%+S% = 100%		$\Sigma = \text{CCPP}$

(93)

e. El aplazamiento de pagos y cobros.

Es uno de los aspectos más importantes que hemos de considerar en el momento de analizar la inversión.

“cobrar pronto y pagar tarde”.

El aplazamiento de pago que me ofrecen los proveedores y subcontratistas, y el aplazamiento en el cobro que doy a mis clientes, pueden hacer que mi inversión sufra un giro importante haciéndola más o menos rentable, disponiendo de la posibilidad de analizar y evitar un flujo de caja sin tensiones de tesorería, que tantos problemas ocasionan, además de proporcionarme **rentabilidades financieras adicionales.**

El problema surge cuando obtengo diferentes financiaciones por parte de mis proveedores y además ofrezco diferentes aplazamientos de cobro en función de la calidad del cliente.

La solución adoptada por Senda AF, al igual que con el tipo de interés es el de adoptar un plazo medio de pagos y otro de cobros, el cual deberá ser determinado de forma similar a como hemos calculado la tasa de interés mediante el Coste de Capital Promedio Ponderado, estimando un plazo medio en función del volumen de facturación.

f. VAN; Valor Actual Neto.

Una vez obtenidos los flujos de caja de nuestra inversión, y determinados las tasas de interés y de inflación, tendremos que referenciar todos esos valores al instante actual para poder realizar correctamente comparaciones entre diferentes inversiones.

Ese valor se llama **Valor Actual Neto o VAN** (*Net present value*), y será:

$$VAN = I_0 + \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{(1+t+g+tg)^i} \quad (94)$$

Siendo:

I_0 :	Inversión Inicial de la inversión
Q_i :	Flujo de caja de cada periodo.
n :	Número de periodos de la inversión.
t :	Tipo de interés o CCMP
g :	Tipo de inflación.

Una inversión será rentable si obtenemos un VAN mayor de cero, y tanto mejor cuanto mas elevado sea su valor.

Así pues, los diferentes valores de VAN que podemos obtener en función del tipo de interés y de inflación que contemplemos para la inversión serán:

$VAN = 0$ Es indiferente hacer o no la inversión.

$VAN > 0$ Es rentable hacer la inversión.

$VAN < 0$ Existen alternativas más rentables de inversión.

g. ¿Al Principio o Final del Periodo?

¿Cuándo se producen el coste y el ingreso?

¿Al principio o al final del periodo?

Evidentemente no existe una “orden” que estipule cuando se producirán los costes y los ingresos, pero sí que podemos hacer una nueva simplificación más o menos práctica y realista y es la adoptada por Senda AF, de **considerar que todos los gastos e ingresos se realizan al final de cada periodo.**

En el caso de que consideráramos que los saldos de los flujos de caja se produjeran al principio del periodo, deberíamos modificar (94), de tal manera que quede de la siguiente forma:

$$VAN = I_0 + \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{(1+t+g+tg)^{i-1}} \quad (94 \text{ bis})$$

O lo que es lo mismo:

$$VAN = I_0 + Q_1 + \sum_{i=2}^n \frac{Q_i}{(1+t+g+tg)^{i-1}} \quad (94 \text{ bis})$$

h. Horizonte Temporal.

Normalmente, tanto los tipos de interés como los tipos de inflación están referenciados anualmente, pero es posible que nuestra planificación tenga una unidades temporales distintas a las de los tipos utilizados en nuestro cálculo, teniendo que homogenizar ambos factores.

Así, considerando que (n) es el tipo de interés o el tipo de inflación referenciado a un año, en función de la unidad temporal que hayamos utilizado, tendremos que realizar una de las siguientes transformaciones:

Días	$n/365$ *
Semanas	$n/52$ *
Meses	$n/12$
Bimestres	$n/6$
Trimestres	$n/4$
Cuatrimestres	$n/3$
Semestres	$n/2$

i. ¿Según los Tmpe o los Tmte?

¿Como hemos de considerar las actividades de nuestra planificación, ejecutándose según sus tiempos más pronto o según los tiempos más tarde?

En función del instante temporal en que consideremos el inicio de las actividades obtendremos dos resultados diferentes, gran cantidad de alternativas entre ambos.

Uno de todas esas alternativas sería la **óptima desde el punto de vista del análisis de inversiones**, donde básicamente buscaremos retrasar aquellas actividades que me proporcionan un flujo de caja negativo y adelantar en lo posible las que me proporcionan flujos de caja positivo, maximizando de esta forma la rentabilidad de mi inversión, además de evitar en lo posible las tan desagradables tensiones de tesorería.

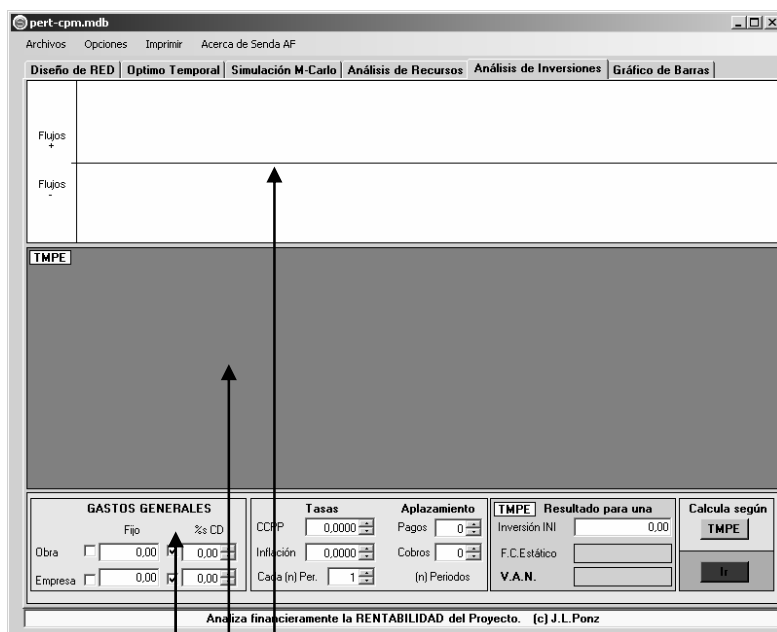
Con Senda AF tan solo analizaremos la inversión según los tiempos más pronto, más tarde o en función de la nivelación realizada, para cada una de alternativas genéricas (acelerado/optimista, previsto, normal/pesimista, PERT s/e y CPM).

Una consideración que hemos de tener en cuenta en el caso de realizar análisis de inversiones en problemas estocásticos (al igual que en el caso de análisis y nivelación de recursos), es que las duraciones de las actividades (recordaras que con dos decimales), se redondearan a su entero más cercano.

Cuando trabajando con valores estocásticos para las duraciones de las actividades, y para que puedas diferenciar claramente en que situación te encuentras con respecto a la duración con la que esta operando Senda AF, los Botones **PERT s** y **PERT e**, se transformarán en **PERT ***. En el caso de querer trabajar nuevamente con los valores originales, los no redondeados a su entero, será necesario volver a realizar la simulación.

2. Las Inversiones con senda AF.

Una vez conocidos los fundamentos básicos del análisis de inversiones, estamos en disposición de empezar a analizar financieramente nuestros proyectos con Senda AF.



Panel Grafico de los Flujos de Caja.

Tabla de los Flujos de Caja.

Panel de Valores, Cálculo y Resultados.

a. Panel de Valores, Cálculo y Resultados.

Panel de Valores.

Gastos Generales de Obra y de Empresa.

GASTOS GENERALES			
		Fijo	%s CD
Obra	☐	0,00	☒ 0,00
Empresa	☐	0,00	☒ 0,00

Es común, que en los estudios económicos de las obras de construcción y edificación, los gastos generales se traten de forma independiente a los costes de producción.

Senda AF permite el tratamiento de los gastos generales de obra y de empresa de forma independiente, bien como un porcentaje sobre el volumen de producción o como un importe fijo para cada periodo de tiempo. Existe una alternativa intermedia y también la más común, tratando ambas soluciones simultáneamente, aplicando un valor fijo por cada periodo para los GG de obra y un porcentaje sobre la producción para los GG de empresa.

Tasas de interés, inflación y aplazamiento de Pagos y Cobros.

Tasas		Aplazamiento	
CCPP	0,0000	Pagos	0
Inflación	0,0000	Cobros	0
Cada (n) Per.	1	(n) Periodos	

Mediante el uso de los botones deslizantes o bien la introducción directa de los valores, determinaremos el CCPP: Coste de capital Promedio Ponderado y la tasa de inflación. Además deberemos definir el horizonte temporal de las anteriores tasas, e introducir para

cada cuantos periodos de tiempo se han de considerar los anteriores valores.

Al igual que con las tasas, estipularemos los periodos de aplazamiento de los pagos y/o de los cobros que se tendrán que considerar en nuestro flujo de caja.

Panel de Cálculo.

Calcula según	Calcula según	Calcula según
TMPE	TMTE	Nivel
Ir	Ir	Ir

Tmpe: Calcula el Flujo de caja según los Tiempos más pronto de empezar de las actividades.

Tmte: Calcula el Flujo de caja según los Tiempos más tarde de empezar de las actividades

Nivel: Calcula el Flujo de caja según los Tiempos programados en función de la nivelación de recursos realizada.

Panel de Resultados.

TMPE	Resultado para una
Inversión INI	0,00
F.C.Estático	
V.A.N.	

En este panel, obtendremos los resultados estáticos y dinámicos de mi inversión para una Inversión Inicial (I_0).

F. C. Estático; Flujo de Caja Estático: Nos dará el Beneficio de la inversión, sin considerar el descuento de los valores al instante actual del análisis.

V.A.N. Valor Actual Neto: Nos proporciona la rentabilidad de la inversión según un análisis dinámico, descontando los flujos de caja al instante actual, en función de las tasas de interés y de inflación, así como de los aplazamientos de pagos y cobros.

b. Los Flujos de Caja.

Los Flojos de Caja se presentan en dos formatos, como tabla numérica, y grafico de líneas.

Tabla de los Flujos de Caja.

TMPE	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73
► Coste Directo Per.	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	11,75	11
GG Obra Per.	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	0
GG Empresa Per.	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0,59	0
Coste Total Per.	12,57	12,57	12,57	12,57	12,57	12,57	12,57	12,57	12,57	12,57	12
Coste Total AC	2.174,12	2.186,69	2.199,27	2.211,84	2.224,41	2.236,98	2.249,56	2.262,13	2.274,70	2.287,27	2.299
Ingresos Per.	13,33	13,33	13,33	13,33	13,33	13,33	13,33	13,33	13,33	13,33	13
Ingresos Ac.	2.425,67	2.439,00	2.452,33	2.465,67	2.479,00	2.492,33	2.505,67	2.519,00	2.532,33	2.545,67	2.559
Saldos EST. Per.	0,76	0,76	0,76	0,76	0,76	0,76	0,76	0,76	0,76	0,76	0
Saldos EST. Ac.	251,54	252,31	253,07	253,83	254,59	255,35	256,11	256,87	257,63	258,39	259
Saldos DIN. PER.	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,66	0,66	0,66	0
Saldos DIN. AC.	224,87	225,55	226,22	226,89	227,56	228,22	228,89	229,55	230,22	230,88	231

Coste Directo del periodo: Representa la parte proporcional del coste de producción de la actividad en el periodo dado. Es importante indicar que Senda AF hace la simplificación de considerar una distribución

lineal del Coste, considerando que todos los periodos en los que se realiza la actividad incurren en el mismo coste de forma constante.

Gastos generales de Obra del Periodo: Serán el porcentaje sobre los costes de producción o valor constante que hayamos determinado. En el caso de existir un aplazamiento de pagos, los gastos generales de obra serán calculados sobre el coste directo sin aplazamientos, y asignados al periodo que le corresponden.

Gastos generales de Empresa del Periodo: Se aplicarán al igual que anteriormente con los GGO, y con las mismas consideraciones sobre los aplazamiento de pagos.

Coste Total del Periodo: Serán la suma de los costes directos de producción del periodo aplazados y los gastos generales de obra y de empresa sin aplazamiento.

Coste Total Acumulado: Es el Valor correspondiente a todos los costes en los que se ha incurrido hasta un determinado periodo.

Ingresos del Periodo: Al igual que con los costes, representa la parte proporcional de los Ingresos producidos por la actividad en el periodo dado. En este caso, Senda AF también hace la simplificación de considerar una distribución lineal de los Ingresos, distribuyendo su importe de forma constante.

Ingresos Acumulados: Es el Valor correspondiente a todos los ingresos que se han producidos hasta un determinado periodo.

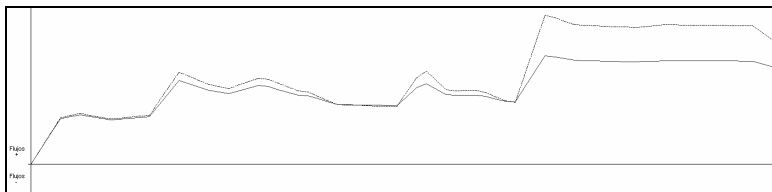
Saldo Estático del Periodo: Es el valor del Flujo de Caja considerando los aplazamientos de pagos y cobros, pero sin descontar su valor al momento actual.

Saldo Estático Acumulado: Es el Valor correspondiente a todos los saldos que se han producidos hasta un determinado periodo.

Saldo Dinámico del periodo: Es el valor del Flujo de Caja considerando los aplazamientos de pagos y cobros, y su descuento al momento actual.

Saldo Dinámico Acumulado: Es el Valor Actual Neto (VAN) de la inversión hasta un determinado periodo. **El VAN de la inversión será el valor correspondiente al último periodo del proyecto.**

Panel Grafico de Flujos de Caja.



En este panel, se representan los flujos de caja acumulados estáticos (con guiones azules) y dinámicos (línea continua roja), para apreciar la influencia que tienen los diferentes valores en la rentabilidad de mi inversión

El grafico de los flujos de caja dispone de dos zonas, una superior para los flujos de caja positivos y otra inferior para los flujos de caja negativos.

Una Nota Final.

Hemos llegado al final de este viaje, un viaje que empezamos juntos hace ya algún tiempo, un viaje iniciado con dudas, las dudas que nos produce toda aquella aventura que comenzamos, las dudas que nos produce no conocer el camino que vamos a recorrer, los problemas que nos podemos encontrar y tampoco el final del trayecto.

He sido tu compañero durante todo este viaje. Un viaje que desde su comienzo ha estado lleno de ilusión, un viaje a veces tortuoso, con tramos complicados, con puentes por construir, pero un viaje siempre apasionante, que no solo nos ha enseñado nuevos lugares sino que además nos ha mostrado que hay muchos caminos por recorrer.

Hemos contado con la ayuda de un extraordinario guía en este viaje. Un guía que ha aprendido mucho de vosotros y que desea seguir acompañándoos, **Senda AF**.

Senda AF no tenía vocación de guía, solo quería pasar un buen rato y divertirse, pero como todos los grandes viajeros, no puede quedarse mucho tiempo en el mismo lugar y desea seguir explorando nuevos mundos, pero esta vez también nos acompañará **Senda AN**.

Con **Senda AN** profundizaremos en las técnicas ya conocidas, aventurándonos en otras nuevas, pero basado en Redes de Actividades en Nodo, con un enfoque igualmente didáctico exponiendo tanto el planteamiento del problema como su resolución, pero con aplicaciones enteramente profesionales.

Entre otras cosas abordaremos:

- 1º. El diseño de Redes con Actividades en Nodo, analizando la problemática de la gestión de los diferentes tipos de holguras y la fragmentación de las actividades.
- 2º. Las relaciones condicionadas entre las actividades.
- 3º. La gestión y nivelación de múltiples recursos.
- 4º. La gestión de múltiples calendarios simultáneos asignados a los recursos y no a las actividades.

5º. El análisis de inversiones en entornos de incertidumbre, y muchas cosas más.

Nunca dejes de cruzar puentes.