

PROCESOS ESTOCÁSTICOS Y SIMULACIÓN
APLICACIONES MICROSOFT EXCEL Y VISUAL BASIC

Johanna Trujillo-Díaz
Cesar Augusto Pineda Pérez
Daniel Eduardo Medina Velásquez

PROCESOS ESTOCÁSTICOS Y SIMULACIÓN
APLICACIONES MICROSOFT EXCEL Y VISUAL BASIC

CORPORACIÓN UNIVERSITARIA REPUBLICANA.

Bogotá D.C.



EDICIONES
NUEVA JURÍDICA



Fondo de Publicaciones
Corporación Universitaria Republicana

2020

Reservados todos los derechos:

© 2020

© Johanna Trujillo-Díaz / Cesar Augusto Pineda Perez / Daniel Eduardo Medina Velásquez

Procesos Estocásticos y Simulación
Aplicaciones Microsoft Excel y Visual Basic

ISBN FISICO: 978-958-49-1117-9

ISBN DIGITAL: 978-958-49-1118-6

Reservados todos los derechos. No se permite la reproducción total o parcial de esta obra, ni su incorporación a un sistema informático, ni su transmisión en cualquier forma o por cualquier medio (electrónico, mecánico, fotocopia, grabación u otros) sin la autorización previa y por escrito de los titulares del *copyright*.

Teléfono: +57(1) 805 39 82

Móvil: (+57) 310 5627526 - (+57) 310 5627538

Bogotá, D. C. - Colombia, 2020

Impreso en Colombia / Printed in Colombia

*Dedicamos este libro a Dios, a nuestros padres, nuestra familia y
amigos.*

*Dedicamos este libro a todos los estudiantes de esta asignatura
porque reconocemos que es demandante y compleja.*

Agradecemos especialmente a ustedes nuestros lectores.

TABLA DE CONTENIDO

Lista de gráficas	17
Introducción	23

CAPÍTULO I

PRINCIPIOS DE PROBABILIDAD

1. Experimentos aleatorios	27
1.1. Experimentos con reemplazo y sin reemplazo	28
1.2. Eventos	28
1.3. Operaciones básicas de conjuntos	29
2. Diagrama de árbol	30
3. Introducción a la probabilidad	31
4. Reglas de adición	32
5. Probabilidad condicional	34
6. Reglas de multiplicación	35
7. Regla de probabilidad total	36
8. Independencia	38

CAPÍTULO II**DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD**

9. Discretas	41
9.1. Distribución binomial	41
9.2. Distribución Poisson	45
9.3. Distribución Hipergeométrica	48
9.4. Distribución multinomial	52
9.5. Distribución geométrica	52
9.6. Distribución binomial negativa	53
10. Continuas	54
10.1. Distribución exponencial	54
10.2. Distribución k-Erlang	55
10.3. Distribuciones generales	58

CAPÍTULO III**PROCESOS ESTOCÁSTICOS**

11. Cadenas de Márkov	65
11.1. Propiedad de Márkov	66
12. Cadenas de Márkov de Tiempo Discreto (CMTD)	67
12.1. Probabilidades de transición	68
12.2. Matriz de probabilidades de transición de un paso	69
12.3. Diagrama de transición	70
12.4. Modelamiento de situaciones como una CMTD	74

12.5. Probabilidades absolutas en un paso	97
12.6. Probabilidad de transición en n pasos	97
12.7. Ecuaciones Chapman-Kolmogorov	98
12.8. Probabilidades absolutas en n pasos	105
12.9. Caracterización de una CM	111
12.9.1. Comunicación entre estados	111
12.9.2. Clasificación de estados	115
12.9.3. Periodo de la cadena	116
12.10. Tiempo de primera pasada (m_{ii}) o primer retorno (m_{ij}).	122
12.10.1. Probabilidades de primera pasada (f_{ii}) o primer retorno (f_{ij})	123
12.10.2. Tiempo de primera pasada (m_{ii}) o primer retorno (m_{ij}) a un estado	125
12.10.3. Tiempo de primera pasada a un conjunto de estados.	130
12.11. Tiempo promedio de ocupación	132
12.12. Comportamiento límite de las CMTD	135
12.12.1. Distribución de estado estable	136
12.12.2. Distribución estacionaria	140
12.12.3. Distribución de ocupación esperada en el largo plazo	144
12.13. Modelos de costos para CMTD	147
12.13.1. Costo total esperado en un horizonte finito	148
12.13.2. Costo esperado por unidad de tiempo	151
12.14. Cadenas de Markov Ergódicas (CME)	154

12.15. Cadenas de Márkov Reducibles (CMR): Cálculo de probabilidades a largo plazo y tiempos de ocupación en estados transitorios	156
12.15.1. Estados recurrentes y transitorios	156
12.15.2. Varios estados transitorios y varias clases recurrentes.	158
13. Cadenas de Márkov de Tiempo Continuo	163
13.1. Procesos de transición entre estados para las CMTC	164
13.1.1. Probabilidad de salto	165
13.2. Modelamiento de situaciones como una CMTC	167
13.3. Ecuaciones diferenciales de Chapman-Kolmogorov	175
13.3.1. Ecuaciones de Kolmogorov hacia atrás	177
13.4. Ecuaciones de Kolmogorov hacia atrás	177
13.4.1. Algoritmo para implementar el proceso de uniformización	180
13.5. Análisis transitorio – Uniformización	184

CAPÍTULO IV

SIMULACIÓN DE EVENTOS DISCRETOS

14. Elementos de los modelos de simulación	190
15. Estructura de modelado	191
16. Ventajas de la simulación	192
17. Desventajas	192
18. Pasos en un estudio de simulación	193
19. Generadores de números pseudoaleatorios	198
19.1. Algoritmos no congruenciales	200

19.1.1. Algoritmo cuadrados medios	200
19.1.2. Algoritmo de productos medios	201
19.1.3. Algoritmo de multiplicador constante	202
19.2. Generador de Lehmer (congruenciales)	203
19.2.1. Algoritmo lineal mixto	203
19.2.2. Algoritmo Congruencial Multiplicativo	204
19.2.3. Algoritmo Congruencial Aditivo	204
19.3. Algoritmos congruenciales no lineales	204
19.3.1. Algoritmo Congruencial Cuadrático	204
19.4. Otros algoritmos	205
19.5. Generador congruencial de Microsoft Excel	205
20. Generación de variables aleatorias	205
20.1. Método de la transformada inversa	206
20.1.1. Distribución triangular por el método de la transformada inversa	207
20.1.2. Distribución Bernoulli	213
20.1.3. Distribución Binomial	214
20.2. Método de composición	215
20.2.1. Distribución Triangular	216
20.2.2. Distribución Uniforme	218
20.2.3. Distribución Exponencial Negativa	220
20.3. Método de convolución	224
20.3.1. Distribución Gamma Erlang	224
20.3.2. Distribución Normal (Gauss)	226

20.3.3. Distribucion de Poisson	228
20.4. Método del rechazo	229
20.4.1. Distribución Uniforme	229
20.4.2. Distribución triangular	230
21. Pruebas estadísticas de aleatoriedad	231
21.1. Distribución uniforme	232
21.1.1. Prueba de los promedios o medias	234
21.1.2. Prueba de varianza	124
21.2. Pruebas de uniformidad	235
21.2.1. Prueba Chi-cuadrado o frecuencias	235
21.2.2. Prueba Kolmogorov-Smirnov (KS)	236
21.3. Pruebas de independencia	236
21.3.1. Pruebas de corridas arriba y abajo	236
21.3.2. Prueba de corridas arriba y debajo de la media	239
21.3.3. Prueba de poker	240
21.3.4. Prueba de series	244
22. Simulación en Microsoft Excel	247
23. Análisis de entrada	251
23.1. Pruebas de homogeneidad	252
23.2. Pruebas de aleatoriedad	256
23.3. Pruebas de bondad de Ajuste	257
23.3.1. Prueba de Bondad de Ajuste Chi Cuadrado de Pearson	258
23.3.2. Prueba bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov (K-S)	260

23.3.3. Prueba de bondad de ajuste Anderson-Darling	261
24. Análisis de salida	263
24.1. Método de réplicas	265
24.2. Método de réplicas aplicado a una simulación de un Sistema de Inventarios	266

Apéndice

1. Instrucciones en Visual Basic para elaboración de macros para generación de los algoritmos números aleatorios	269
1.1. Cuadrados Medios	272
1.2. Algoritmo de Cuadrados medios (no congruencial)	275
1.3. Algoritmo de Productos Medios (no congruencial)	277
1.4. Algoritmo de multiplicador constante (no congruencial) ..	280
1.5. Algoritmo Lineal	283
1.6. Algoritmo Lineal 2 ri_anterior debe ser (-)	284
1.7. Algoritmo congruencial multiplicativo ri_anterior debe ser (-) ..	285
1.8. Algoritmo congruencial aditivo	286
1.9. Algoritmo congruencial cuadrático (no lineal - congruencial) ..	287
1.10. Algoritmo de Blum & Shub (no lineal - congruencial)	288
1.11. Líneas de espera: Cuando la demanda del servicio supera la capacidad de prestarlo	189
1.11.1. Nomenclatura	289
1.11.2. Clasificación Kendall-Lee	290
Referencias	295