

Santiago Laín Beatove
Compilador

Métodos Numéricos y sus Aplicaciones en Diferentes Areas



Dirección de Investigaciones y Desarrollo Tecnológico
Facultad de Ingeniería
Grupo de Investigación en Mecánica de Fluidos

Métodos Numéricos y sus Aplicaciones en Diferentes Areas

Santiago Laín Beatove
Compilador



Dirección de Investigaciones y Desarrollo Tecnológico
Facultad de Ingeniería
Grupo de Investigación en Mecánica de Fluidos

Congreso Colombiano de Métodos Numéricos: Simulación en Ciencias y Aplicaciones Industriales IX CCMN 2013 (IX: 2013: Cali) Métodos numéricos y sus aplicaciones en diferentes áreas / compilador Santiago Laín Beatove.-- Primera edición.-- Cali: Universidad Autónoma de Occidente, 2013.

570 páginas, ilustraciones.

Contiene referencias bibliográficas.

ISBN: 9789588713502

1. Método de elementos finitos. 2. Análisis numérico.
3. Modelos matemáticos. 4. Mecánica de fluidos. 5. Control del ruido. 6. Transmisión de calor. 7. Simulación por computador. 8. Biomecánica. I. Laín Beatove, Santiago, compilador. II. Universidad Autónoma de Occidente

620.00151825 - dc23

Métodos numéricos y sus aplicaciones en diferentes áreas

ISBN 9789588713502

Primera edición, 2013

Compilador

© Santiago Laín Beatove

Gestión Editorial

Dirección de Investigaciones y Desarrollo Tecnológico

Dirección Programa Editorial

Jorge Enrique Salazar Fierro

jesalazar@uao.edu.co

Coordinación Editorial

Claudia Lorena González González

clgonzalez@uao.edu.co

Corrección de Estilo

Juliana Caicedo

Preparación E-Book

[Scan Archives International](#)

© 2013 [Universidad Autónoma de Occidente](#)

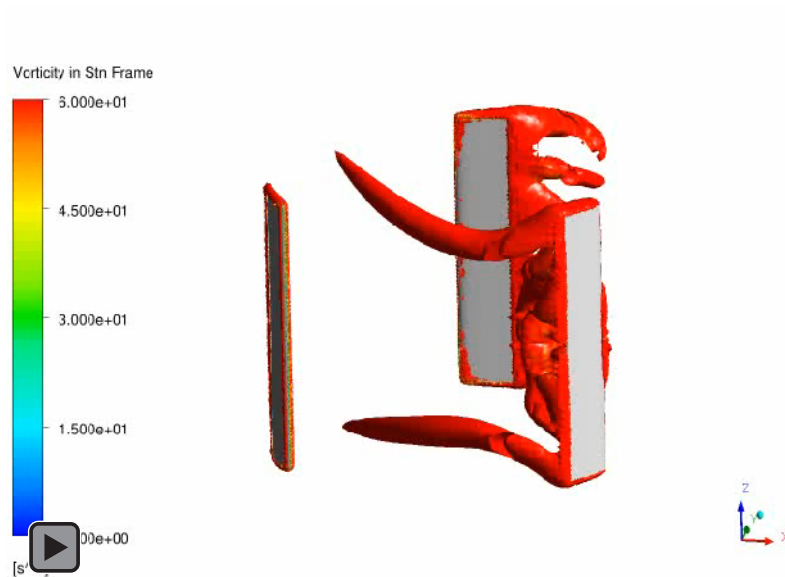
Km. 2 vía Cali - Jamundí, A.A. 2790 Cali, Valle del Cauca, Colombia

El contenido de esta publicación no compromete el pensamiento de la Institución.

Este libro no podrá ser reproducido en todo o en parte, por ningún medio impreso o de su reproducción sin permiso escrito del titular del *Copyright*.

Vorticity dynamics in a Cross Flow Water Turbine. Vorticity Isosurface of 60 Hz.

Authors: B. Quintero, S. Laín, O. López & D. Meneses.



Métodos Numéricos y sus Aplicaciones en Diferentes Areas

IX CONGRESO COLOMBIANO DE METODOS NUMERICOS: Simulación en Ciencias y Aplicaciones Industriales IX CCMN 2013,
Agosto. 21-23, 2013, UAO Cali, Colombia

Contenido.

Vorticity Dynamics of Flow around Cross Flow Water Turbines

S. Laín, B. Quintero, O. Lopez and D. Meneses

Capítulo 1 Página 15

Non-spherical Particles Simulations in Turbulent Flow

S. Laín, M. Sommerfeld

Capítulo 2 Página 23

Application of the CUDA Technology to the Solution of Fluid Dynamics Problems

Ediguer E. Franco G., Olmedo Arcila G. and Santiago Laín B.

Capítulo 3 Página 31

Colliding Particle-pair Velocity Correlation Function and Particle Segregation in Homogeneous Isotropic Turbulence

S. Laín, M. Ernst and, M. Sommerfeld

Capítulo 4 Página 38

A Novel BEM-BEM Formulation for Acoustic Fluid-Structure Interaction Analysis

Alexander Narváez Cruz, Jairo Useche Vivero

Capítulo 5 Página 46

Optimización de un Diseño de Prótesis de Cadera Mediante Elementos Finitos

Arboleda Ríos, Cristian, Vega Herrera, Cristian, Ortega Bedoya, Yessika y Benavides, Aldo Germán

Capítulo 6 Página 54

Cópulas una Alternativa para Modelar la Dependencia en Mercados de Capitales: Caso MILA

Daiver Cardona Salgado

Capítulo 7 Página 62

Non-Newtonian Effects of Blood Flow in Thoracic Aorta

A.D. Caballero and S. Laín

Capítulo 8 Página 70

Modelado Multifásico Acoplado y Desacoplado en el Secado por Aspersión

Cubillos Varela Alfonso, Benavides Morán Aldo, y Gómez Alexánder

Capítulo 9 Página 78

Simulación Mediante CFD de la Operación de un Rotor de Ondas Aplicado a un Turboreactor

Cerpa Bernal, Rafael, Piechna, Janusz y Rico Rodríguez, María
Capítulo 10 Página 87

Continuous-time Feedback Control of Alternans in a Model of Purkinje Fibers

Alejandro Garzón, Roman O. Grigoriev, and Flavio H. Fenton
Capítulo 11 Página 96

A Domain Decomposition Technique for Pseudospectra Computations

Astudillo, R. , Castillo, Z., Otero, B
Capítulo 12 Página 102

Estudio de la Atenuación Sonora en Silenciadores de Camara de Expansión con y sin Paredes Absorbentes, Usando los Métodos FEM y TMM

García L. R., Alexander y Ruiz V., Jorge M.
Capítulo 13 Página 110

Optimización Geométrica de un Chasis para un Patín de Carreras Sobre Ruedas

Villarraga Ossa, J. A., Bustamante Goez, L. M. y Diosa Peña, J. G.
Capítulo 14 Página 119

Una comparación entre las Mediciones Ultrasónicas y las Simulaciones Numéricas Tridimensionales de Flujos Bifásicos (aire-agua) en una Tubería Horizontal

Nicolás R. Ratkovich, Ricardo D. M. Carvalho, y Antônio C. Bannwart
Capítulo 15 Página 126

Influencia de Modelos de Turbulencia y del Bloqueo de la Estela en la Predicción del Desempeño Hidrodinámico de una Turbina Tipo Darrieus

Meneses, Diana, López, Omar y Lain, Santiago
Capítulo 16 Página 134

Solucionador en Paralelo de Elementos Finitos para Sólidos Elásticos Lineales

Esteban Betancur V. y Manuel J. García
Capítulo 17 Página 142

Numerical Simulation of Turbulent Flow in a Circular-Sectioned 0° Bend

A. Taborda and S. Laín
Capítulo 18 Página 147

Numerical Simulations of Filippov Systems with Crossing Boundaries

Jorge A. Amador, Héctor A. Granada, y Gerard Olivar
Capítulo 19 Página 155

Proceso de Calibración de un Modelo de Elementos Finitos de la Columna Vertebral Humana

Jaramillo Suárez, Héctor Enrique; Gómez Salazar, Lessby y García, José Jaime
Capítulo 20 Página 160

Generación de Mallas de Elementos Finitos de Estructuras Biológicas a Partir de Imágenes Médicas

Jaramillo Suárez, Héctor Enrique; Gómez Salazar, Lessby; Orozco Grajales, Gustavo Alejandro y García, José Jaime
Capítulo 21 Página 168

Lagrangian Cohesive Particle Simulation in a Confined Environment

Posada. Juliana, García. Manuel J
Capítulo 22 Página 176

Computational Study of the Flow Around High-Rise Buildings

Colmenares, Juan Diego, Piñeros, Giovanny, González, Andrés L. y López, Omar
Capítulo 23 Página 184

Análisis Mediante Elementos Finitos de la Estructura Central de una Aeronave no Tripulada SKYCRUISER X

MSc. Ing. Pedro Luis Jiménez Soler, Nicolás Castro Latorre, Luis Eduardo Pérez Londoño y William Coronado
Capítulo 24 Página 192

Discontinuous Galerkin on Moving Meshes for Wave Reflection and Transmission at Moving Boundaries

Cesar Acosta Minoli, David A. Kopriva
Capítulo 25 Página 200

Computación en Paralelo con Software Libre y Equipos Reciclados

Carlos E. Mejia, Sergio A. Aguirre, Marisol Correa, Luis G. Gonzalez, Cesar C. Parra y Jairo J. Pretelt
Capítulo 26 Página 209

Micropolar Nanofluids Using B-Spline Divergence Conformal Spaces

Adel Sarmiento, Daniel García, Nathan Collier, Lisandro Dalcin, George Bourantas and Víctor Calo
Capítulo 27 Página 215

Application of POD Method for Obtaining a Reduced Model of Heat Transfer

Palacios, Ever A., Palacios, Gloria Y., Sánchez, Yamile y Manzanilla, Raúl
Capítulo 28 Página 219

Divergence-Conformign B-Spline in Stoke Equation

Daniel García, Adel Sarmiento., Nathan Collier, Lisandro Dalcin, and Víctor Calo
Capítulo 29 Página 224

A Fully-Discrete Scheme for an Eddy Current Problem with Magnetically Nonlinear Conductors

Ramiro Acevedo and Gerardo Loaiza
Capítulo 30 Página 229

Predicciones de Droga Durante Infusiones en el Cerebro con Base en un Modelo Axisimétrico de Elementos Finitos que Incluye Backflow

Gustavo A. Orozco, Joshua H. Smith, y José J. García
Capítulo 31 Página 235

Análisis de Confiabilidad para Silos de Almacenamiento de Granos Usando el Método de Elementos Discretos

Gerardo Arévalo Mendoza, Alfonso Mariano Ramos Cañón, y Luis Felipe Prada Sarmiento
Capítulo 32 Página 240

Diseño, Construcción y Evaluación de un Condensador Tipo Lluvia para la Condensación de Vapores del Cuerpo Concentrador en un Ingenio Azucarero

Rodríguez, Juan G., Guerrero, Juan C., Trujillo, César D., Moreno, Jairo, Gil, Nicolás J. y Gómez, Adolfo L.
Capítulo 33 Página 247

Uso de la Dinámica Computacional de Fluidos (CFD) en el Mejoramiento del Diseño y Desempeño de Calderas de la Industria Sucroenergética

Cobo, D. F., Lucuara, J. E., Gómez, A. L., Gil, N. J. y Guerrero, J. C.
Capítulo 34 Página 256

Aplicación del Método Discontinuo de Galerkin en la Solución de la Ecuación de Transporte

Pervys Rengifo R. y Jorge Escobar
Capítulo 35 Página 265

Cell Migration and Mass Transport Simulation Through Vascular Graft (porous media) Using a Multi-Scale Approach

Raúl A. Valencia, Manuel J. García, and John Bustamante
Capítulo 36 Página 274

Computational Models for Creating Homogeneous Magnetic Field Generation Systems

Gerlys Villalobos, Adolfo Escobar, María E. Moncada, y Nelson J. Escobar
Capítulo 37 Página 280

Implementation of the MPS Method for Wave Tank Simulations

Carlos Andrés Pérez-G., Manuel Julio García.
Capítulo 38 Página 285

Simulación Numérica de un Horno a Gas Natural

Hincapié J. Fredy, García Manuel, J.

Capítulo 39 Página 290

Potencialidad del Método Penalizado de Multidominios Espectrales para la Solución de Ecuaciones de Flujos de Detritos

Mario German Trujillo-Vela, Jorge Alberto Escobar-Vargas, y Alfonso Mariano Ramos Cañón

Capítulo 40 Página 296

Estudio de la Difracción de Ondas SH Producida por una Grieta Usando una Técnica Basada en Superposición

C. Valencia, M. Sáenz, J. Vergara. and J. Gómez

Capítulo 41 Página 303

Modelación Hidráulica y de Calidad del Agua para el Tercio Alto del Humedal Jaboque

Liz J. Saavedra F, Jorge A. Escobar, y Jaime A. Lara B.

Capítulo 42 Página 309

Solución de las Ecuaciones de Navier Stokes a Través del Método de Elementos Finitos Basado en Curvas Características

Jose Villegas, Manuel J. Garcia

Capítulo 43 Página 317

Métodos discontinuos de Alto Orden en la Simulación de Flujos Ambientales Incompresibles con Altos Números de Reynolds: Retos, Ventajas y Desventajas

Jorge Escobar-Vargas

Capítulo 44 Página 324

Numerical Study of Orbital Perturbations for a Low Altitude Satellite

Echeverry Luz Myriam, Paez Edward., Soliz Jorge

Capítulo 45 Página 335

Hybridizable Discontinuous Galerkin Method for the Eddy Current Problem

Rommel Bustinza, Bibiana Lopez-Rodriguez, Mauricio Osorio

Capítulo 46 Página 341

Optimización por Enumeración Restringida: una Propuesta para la Solución del Problema de Optimización No Lineal en el CPNBM

J.A. Isaza

Capítulo 47 Página 346

Numerical Investigation of the Effect of Soluble Surfactants on Drop Deformation in Shear Flows

Andrés Gonzalez-Mancera, Daniel Luna Sánchez

Capítulo 48 Página 355

Inflation-Extension of a Hyperelastic Hollow Cylinder as a Model of the Arterial Tube

Mauricio Barrera

Capítulo 49 Página 363

Effect of Collagen Fiber Distribution on the Inflation Extension of an Arterial Tube

Mauricio Barrera

Capítulo 50 Página 369

Diseño de Herramientas para Soldadura por Fricción Usando el Módulo CFX De Ansys®.

David S. Villa, Edward A. Torres, Juan J. Arbeláez y Diego H. Hincapié

Capítulo 51 Página 375

Validación de Modelos Numéricos de Intercambiadores de Calor a Partir de Estudios Experimentales

Ardila-Marín, Juan G. , Casas-Monroy, Julio A. e Hincapié-Zuluaga, Diego A.

Capítulo 52 Página 384

Estudio de la Incidencia de Velocidad del Fluido en la Rapidez de Calentamiento de un Reservorio de Alta en una Bomba de Calor

Riascos, Jaime A., Hincapié, Diego A. y Ardila, Juan G.

Capítulo 53 Página 393

Solution of the Inverse Point Kinetics Equation Using Hamming Generalized Corrector for Reactivity Calculation

Maria C. Ibarguen G., Daniel Suescún D. y Andrés F. Amador R.

Capítulo 54 Página 400

Análisis y Rediseño del Sistema de Refrigeración para un Centro de Computo de Alto Desempeño

Esteban Betancur, Manuel J. Garcia, Juan S. Cardona, Juan D. Pineda-Cardenas

Capítulo 55 Página 406

Cálculo Numérico de la Velocidad de Deflagración Laminar de una Llama de Premezcla Variando las Condiciones de Mallado y Propiedades de Transporte

Yepes, Hernando, Amell, Andrés y Cadavid, Francisco

Capítulo 56 Página 411

An Application of Evolutionary Computation Algorithms for the Design of Water Distribution Networks.

Jessika Tatiana Ortiz Aponte, Oscar Javier Begambre Carrillo, y Mario García Solano

Capítulo 57 Página 419

Extracción de Información sobre el Manguito Rotador a Partir de Resonancias Magnéticas Usando Técnicas Determinísticas y Aleatorias

Fabio A. Gómez y Marco Paluszny

Capítulo 58 Página 424

Comparación de la Respuesta Estructural de Elementos de SFRC Solicitados a Tracción, Mediante un Modelo de Fractura con Elementos Finitos

Lamus B., Fabián y Linero S., Dorian

Capítulo 59 Página 430

Generation of Realistic D Concrete Geometry Using Voronoï Tessellations

Mejia. Jose Ricardo Ramírez. Fernando

Capítulo 60 Página 438

Numerical Modelling of the Structural Behavior of Concrete Columns with Longitudinal and Transversal Reinforcement Subjected to Axial Load and Bending

A. C. Barrera, J. L. Bonet and D. L. Linero

Capítulo 61 Página 443

Unsteady Simulation of Blood Flow Dynamics in Thoracic Aorta

A.D. Caballero and S. Laín

Capítulo 62 Página 451

Estudio de la Precarga en un Modelo Numérico Tridimensional de un Tornillo Tuerca

Rodolfo Gallo, Giovanni Calderón , Francisco León

Capítulo 63 Página 459

Calibración de un Modelo Simplificado de Elementos Finitos del Disco Intervertebral de la Columna con Pruebas de Modelos Físicos Artificiales

Izquierdo Ramírez, Carlos Andrés, Jaramillo Suárez, Héctor Enrique y García, José Jaime

Capítulo 64 Página 466

Estudio de la Homogenización de la Temperatura del agua en una Piscina Climatizada bajo Condiciones de Estado Estable para la Minimización del Consumo de Energía del Sistema Calefactor

Cesar Isaza Roldan, Santiago del Rio Rico

Capítulo 65 Página 474

Numerical Design of Optimal Short-term Policies for Protection of Single Biological Species

Erica Cruz-Rivera, Olga Vasilieva, and Mikhail Svinin

Capítulo 66 Página 481

Modelo Predictivo para Acabado Superficial en el Proceso de Texturizado por EDT

Correa M., Pamies Teixeira J.

Capítulo 67 Página 484

Triple-arc Incision to Correct Presbyopia and Myopia: A Finite-Element Approach

Mauricio Urbano, Fernando Ramírez, y Alejandro Arciniegas

Capítulo 68 Página 492

Estudio Computacional Fluido Dinámico de Cámaras en Espiral Aplicadas a la Generación de Energía Hidráulica a Microescala

Juan Pablo Mejía Rico, Jonathan Graciano-Uribe, David Steeven Villa, Juan José Arbeláez Toro, Diego Hincapié-Zuluaga
Capítulo 69 Página 500

Modelamiento y Análisis por Elementos Finitos de un Agitador Industrial

Bolívar, Rubén. D., Escobar, Emerson.
Capítulo 70 Página 507

Validación de un Método Acoplado LBM-FEM para Modelar el flujo Alrededor de un Hidroperfil

Andres M. Aguirre Mesa, Manuel J. Garcia Ruiz
Capítulo 71 Página 515

Alternativas del Dominio Saturado de Modelación en Presas de Tierra, Usando el Método de Elementos Finitos y Técnicas de Optimización

Rodríguez, Wilson, Pallares, Myriam R. y Lotero, Andrés
Capítulo 72 Página 520

Modelación de Puentes Rectos de Sección Cajón Usando Bandas Finitas

Pallares, Myriam R. y Rodríguez, Wilson
Capítulo 73 Página 530

Modelos Estadísticos de Fractura Inspirados en Guadua

G. Villalobos, F. Kun, D.L. Linero y J.D. Muñoz
Capítulo 74 Página 539

Diseño de Mecanismos Flexibles Mediante el Método de Optimización Topológica

Francisco Javier Ramírez Gil, Esteban Sepúlveda Orozco, Wilfredo Montealegre Rubio
Capítulo 75 Página 545

Modelado Térmico de los Motores de Combustión.

Thermal Modelling of Combustion Engines

Romero, C. A.
Capítulo 76 Página 553

Modelo Computacional de un Material de Comportamiento Hiperelástico

Representado en la Operación de un Dispositivo de Asistencia Ventricular

Suárez, G., Bustamante, J. & Maday, I.
Capítulo 77 Página 561

Numerical Simulation of the Carbon Nanotubes-Vascular Cell Membrane Interaction

G. Suárez, J. Bustamante, L. Hoyos
Capítulo 78 Página 565

Construction of a Mathematical-Numerical Model of the Interaction Between Phospholipid Nanoparticles and Lipid Bilayer

Suárez, G., Carvajal, A. y Ramírez, S.

Capítulo 79 Página 568

Potencialidad del Método Penalizado de Multidominios Espectrales para la Solución de Ecuaciones de Flujos de Detritos

Mario Germán Trujillo-Vela^{1,3*}, Jorge Alberto Escobar-Vargas², y Alfonso Mariano Ramos Cañón³

¹Estudiante Maestría en Hidrosistemas, Pontificia Universidad Javeriana, Cra 7 No. 40-62, Bogotá D.C., Colombia

²Departamento de Ingeniería Civil, Pontificia Universidad Javeriana, Cra 7 No. 40-62, Bogotá D.C., Colombia

³Instituto Geofísico, Pontificia Universidad Javeriana, Cra 7 No. 42-27, Bogotá D.C., Colombia

correo-e: mario.trujillo@javeriana.edu.co, jorge-escobar@javeriana.edu.co, a-ramos@javeriana.edu.co

Resumen Con el fin de determinar la potencialidad de los métodos discontinuos de alto orden [6] para solucionar las ecuaciones de flujos de detritos propuestas por Iverson y Denlinger (2001), este trabajo estudia la solución numérica de las ecuaciones de aguas someras (SWE) como caso base para abordar los deslizamientos tipo flujo. Para la discretización espacial de las ecuaciones de aguas someras se emplea el método penalizado de multidominios espectrales (SMPM) desarrollado por Hesthaven y Gottlieb (1996). Este método tiene un enfoque de colocación con subdominios rectangulares discontinuos no superpuestos. La continuidad interelemental se impone débilmente mediante un término de penalización que asegura la estabilidad de la solución en las interfaces de los subdominios. Para mantener el orden de la precisión ofrecido por el SMPM se emplea un esquema Runge-Kutta de preservación de estabilidad fuerte (SSP-RK) para la discretización temporal. La estabilidad de la solución numérica ante la presencia de oscilaciones no deseadas, que pueden ser debidas a la presencia de zonas con altos grados de pendiente en la solución, se asegura mediante el uso de un filtro espectral [1]. Se analizó el caso del rompimiento de una presa, con el fin de establecer la respuesta del método ante problemas que desarrollan un frente de propagación, como es el caso de los deslizamientos tipo flujo. Los resultados muestran que la formulación del SMPM representa correctamente la dinámica del rompimiento de presas, dadas las características inherentes del método (sin difusión y dispersión numérica). Este resultado confirma que el método propuesto puede simular el problema de flujos de detritos en un canal.

Palabras Clave: Ecuaciones de aguas someras, métodos discontinuos de alto orden, método penalizado de multidominios espectrales, flujo de detritos.

Abstract With the aim of determine the potential of high-order discontinuous methods [6] to solve the equations of debris flows proposed by Iverson and Denlinger (2001), this paper studies the numerical solution of shallow water equations (SWE) as a base case to address flow type landslides. For the spatial discretization of the debris flow equations is used spectral multidomain penalty methods (SMPM) developed by Hesthaven and Gottlieb (1996). This method consists of a multidomain collocation approach based on discontinuous non-overlapping rectangular subdomains that are connected by a penalty term that ensures stability of the solution by imposing weak continuity at the subdomain interfaces. To retain the high-order accuracy offered by the SMPM is employs a strongly stability preserving Runge-Kutta (SSP-RK) method for time discretization. The stability of the numerical solution in the presence of unwanted oscillations, which may be due to the presence of areas with high degrees of slope in the solution, is ensured by using a spectral filter [1]. We analyzed the case of breaking of a dam, in order to establish the method response to problems which develop a propagation front, as is the case of the sliding type flow. The results show that the SMPM formulation correctly represents the dynamics of the breaking of dams, given the inherent characteristics of the method (non-dissipative and non-dispersive). This result confirms that the proposed method can simulate the problem of debris flows in a channel.

Key words: Shallow water equations, high order discontinuous methods, spectral multidomain penalized method, debris flow.

1. INTRODUCCIÓN

Las zonas montañosas tropicales son muy susceptibles a sufrir movimientos en masa, debido a que generalmente se reúnen cuatro de los elementos más importantes para su generación: gradiente topográfico, sismicidad, meteorización y lluvias intensas [3, 14]. Dentro de la clasificación de los movimientos en masa se encuentran los flujos, los cuales pueden ser lentos o rápidos dependiendo del contenido de humedad, de los tipos de material transportados y la pendiente de la trayectoria del flujo. De igual forma dependiendo del tamaño del material transportado durante el flujo, se puede clasificar en flujos de roca, flujos de detritos, flujos de suelos y flujos de lodos [14]. Así, los flujos de detritos son vistos como procesos intermedios entre los flujos híper-concentrados y deslizamientos de tierra.

Aproximadamente el 42 % de desastres causados por movimientos en masa en Japón entre los años 1989 y 2007 son atribuidos a los flujos de detritos [11]. También, los flujos de detritos representan el 32 % de 252 casos de movimientos en masa de la cuenca vertiente al embalse de Rules (Granada-España) [9]. En Colombia están registrados de forma generalizada todos los

acontecimientos que comprende el concepto de movimientos en masa. Entre los años 1989 y 2009 se reportaron en total 38347 eventos de movimientos en masa en todo el país, que dejaron 38347 damnificados, 1034223 afectados, 1855 muertos, 1233 heridos y 321 desaparecidos y 85260 viviendas destruidas [12].

Los flujos de detritos deben analizarse como un problema interdisciplinario, con la participación de muchas áreas investigativas tales como: mecánica de fluidos ambiental, la geología, la geomorfología, meteorología, hidrología, conservación de suelos y la ingeniería mecánica [8]. Para el análisis de estabilidad de taludes convencional se utilizan algunos métodos que realizan equilibrio de fuerzas y/o momentos tales como el método de talud infinito y el método dovelas. Estos métodos realizan suposiciones tales como: el material es rígido, isotrópico, homogéneo, el talud es infinitamente largo, los efectos de borde son despreciables, la superficie de falla es paralela al talud o el modo de falla es rotacional en la mayoría de los casos [14]. Las suposiciones anteriormente planteadas están establecidas para procesos cuyo modo de deformación no es desagregado, sino que se produce al ceder una o varias superficies de rotura bien definidas, desplazándose la masa como cuerpo rígido [14]. Este modo de falla no ocurre siempre, ya que un gran porcentaje de movimientos en masa lo hace de forma desagregada (flujos) como se señaló anteriormente.

Existen métodos alternativos que permiten realizar análisis de estabilidad de taludes que están enfocados a los flujos de detritos, que son basados en la mecánica del medio continuo desde la perspectiva Euleriana partiendo de la conservación de masa y momentum. En estas aproximaciones se plantean algunos supuestos como que el flujo es incompresible y el momentum de la fase sólida y fluida es considerado mediante el uso de la teoría de mezcla donde se tiene una densidad y velocidad promedio ponderado, luego estas ecuaciones son simplificadas por medio de la integración en la profundidad promedio, tal como son desarrolladas las ecuaciones de aguas someras [15].

Para la solución de las ecuaciones de flujos de detritos se han utilizado comúnmente métodos numéricos de bajo orden como son: métodos de diferencias finitas, métodos de volúmenes finitos y métodos de elementos finitos. Estos métodos de bajo orden introducen grandes errores debido principalmente a la difusión numérica y al bajo grado de las funciones de interpolación, con el fin de evitar este tipo de errores Canuto et al. (2006) muestra que los métodos espectrales (alto orden) no presentan este tipo de errores numéricos, ya que las propiedades de estos métodos permiten en algunos casos tener soluciones que se acercan a orden de precisión del computador (10^{-14}) [2].

Debido al alto error que se introduce en las soluciones numéricas con los métodos de bajo orden de las ecuaciones de flujos de detritos, que tienen la misma estructura que las ecuaciones de aguas someras (ver [7]), este artículo presenta la solución de las ecuaciones de aguas someras no viscosas para el caso de rompimiento de una presa que fluye a través de un canal rectangular, que es como comúnmente se representan experimentalmente este tipo de flujos geofísicos, con un método espectral llamado método penalizado de multidominios espectrales.

2. METODOS

Para generar la solución de las ecuaciones de aguas someras con el caso de rompimiento de una presa que fluye a través de un canal se realiza la discretización espacial con el método penalizado de multidominios espectrales (SMPM) desarrollado por Hesthaven y Gottlieb (1996). Este método tiene un enfoque de colocación con subdominios rectangulares discontinuos no superpuestos. La continuidad interelemental se impone débilmente mediante un término de penalización que asegura la estabilidad de la solución en las interfaces de los subdominios. Para mantener el orden de la precisión ofrecido por el SMPM se emplea un esquema Runge-Kutta de preservación de estabilidad fuerte (SSP-RK) para la discretización temporal. La estabilidad de la solución numérica ante la presencia de oscilaciones no deseadas, que pueden ser debidas a la presencia de zonas con altos grados de pendiente en la solución, se asegura mediante el uso de un filtro espectral [1].

2.1. Ecuaciones de aguas someras

Las ecuaciones de aguas someras no viscosas (SWE) regulan el comportamiento de un fluido con una extensión horizontal mucho más grande que su profundidad, y se obtiene aplicando la aproximación hidrostática a las ecuaciones incompresibles de Navier-Stokes. La formulación de las ecuaciones de aguas someras en forma primitiva están dada como:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h u}{\partial x} + \frac{\partial h v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial h u}{\partial t} - \frac{\partial h u^2}{\partial x} - \frac{\partial h u v}{\partial y} = -g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial h v}{\partial t} - \frac{\partial h u v}{\partial x} - \frac{\partial h v^2}{\partial y} = -g \frac{\partial h}{\partial y} \quad (3)$$

Donde u y v son las velocidades horizontales en la dirección x y y respectivamente, h es el desplazamiento de la superficie libre y g es la gravedad. Las ecuaciones de aguas someras pueden ser escritas de forma conservativa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial F(q)}{\partial x} + \frac{\partial G(q)}{\partial y} = S(q) \quad (4)$$

Los vectores q , $F(q)$, $G(q)$ y $S(q)$ son:

$$q = \begin{pmatrix} \phi \\ \phi u \\ \phi v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}, \quad F(q) = \begin{pmatrix} \phi u \\ \phi u^2 + \frac{1}{2} \phi^2 \\ \phi u v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix}, \quad G(q) = \begin{pmatrix} \phi v \\ \phi u v \\ \phi v^2 + \frac{1}{2} \phi^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$S(q) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Donde q es la variable conservativa, $F(q)$ y $G(q)$ son los flujos horizontales en las direcciones x y y respectivamente, $S(q)$ es el término fuente y $\phi = gh$ es la altura geopotencial.

2.2. Discretización espacial

Para la discretización espacial de las ecuaciones de aguas someras se emplea el método penalizado de multidominios espectrales (SMPM) desarrollado por Hesthaven y Gottlieb (1996). Específicamente, el SMPM consiste en un enfoque de la función de proximidad multidominio basada en subdominios discontinuos rectangulares que no se superponen y están conectados por un término de penalización que asegura la estabilidad de la solución mediante la imposición de una continuidad débil en las interfaces subdominio [6] [5]. A causa de la discontinuidad intrínseca del método y el papel fundamental de la unión entre las caras, la formulación del SMPM se presenta en dos partes: el interior subdominio (subsección 2.2.1) y el tratamiento de interfaces (subsección 2.2.2)(Figura 1).

2.2.1. Interior del subdominio. El SMPM se basa en un enfoque de colocación en subdominios bidimensionales cuadriláteros y discontinuos, donde, dentro de cada subdominio, cualquier función $q(x, y, t)$ se puede aproximar mediante el uso de polinomios interpolación de Lagrange de N-ésimo orden en una malla de Gauss-Lobatto-Legendre (GLL) dado como [6]:

$$q(x, y, t) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N q(x_i, y_j, t) l_i(x) l_j(y) \quad (7)$$

Donde $q(x_i, y_j, t)$ es el valor de la función en el punto discreto (x_i, y_j) , y $l_i(x)$, $l_j(y)$ son el i -ésimo y j -ésimo polinomio de interpolación de Lagrange sobre la base de los puntos de GLL en la dirección x y y , respectivamente.

2.2.2. Tratamiento de las interfases. La forma penalizada de las SWE en un punto de colocación situado en los límites de un subdominio requiere una formulación similar de las ecuaciones de Navier-Stokes compresible para un flujo que reacciona químicamente [5].

$$\frac{\partial q^e}{\partial t} + \frac{\partial F^e}{\partial x} + \frac{\partial G^e}{\partial y} = S(q)^e + \sum_{l=i}^4 \hat{\tau}_e Q_e n^{(e,l)} \cdot [F^e - F^l] \quad (8)$$

Donde $n^{(e,l)}$ es el vector unitario que apunta hacia el exterior en la dirección del volumen de control de e a l , Q_e es la función delta Dirac que no es cero solo en las interfases de los subdominios, donde el término de penalización es activado, F^e y F^l representan los flujos positivos y negativos en los puntos de la malla en las interfases específicas del subdominio en el subdominio bajo consideración y $\hat{\tau}_e$ es el coeficiente de penalización descrito como:

$$\hat{\tau} \equiv |\tau| = \frac{1}{\omega \Delta s} \quad (9)$$

Donde ω son los pesos de cuadratura asignados a los puntos de GLL a lo largo de las interfaces de la izquierda, derecha, abajo y arriba, que para un orden de aproximación polinómica uniforme, N , se puede emplear un único valor en cada subdominio dado como: $\omega = 2/N(N+1)$, y $\Delta s = (\Delta x, \Delta y)$ en función de la orientación de las interfaces de subdominio.

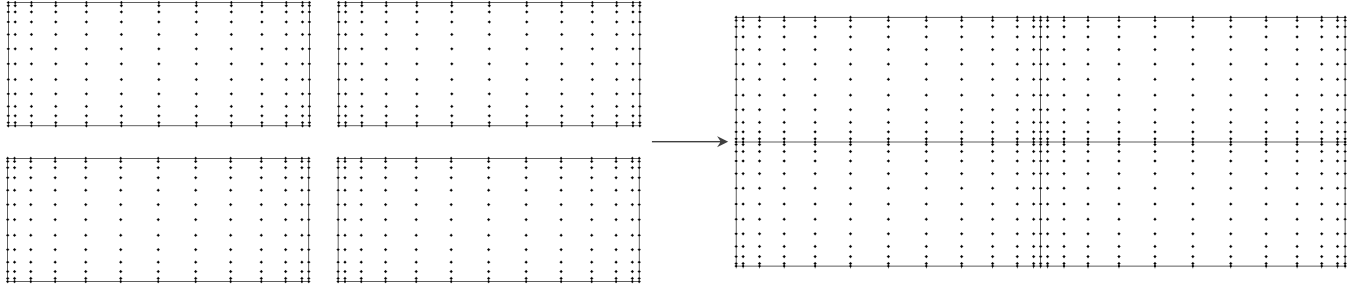


Figura 1: Unión de 4 subdominios discontinuos con 13x13 puntos dentro de cada subdominio.

2.3. Discretización temporal

Para mantener el orden de la precisión ofrecido por el SMPM se emplea un esquema Runge-Kutta de preservación de estabilidad fuerte (SSP-RK) para la discretización temporal [5]. Considerando el siguiente valor inicial de un problema:

$$\frac{d\zeta}{dt} = \mathcal{R}(\zeta) \quad (10)$$

La predicción en el tiempo $n + 1$ se basa en la solución existente en el tiempo n y los términos de forzamiento de $\mathcal{R}(\zeta)$. El esquema se puede escribir como [13]:

$$\zeta^0 = \zeta^n \quad (11)$$

$$\zeta^i = \sum_{k=0}^{i-1} (\alpha_{ik} \zeta^k + \Delta t \beta_{ik} \mathcal{R} \zeta^k), \quad i = 1, 2, \dots, s \quad (12)$$

$$\zeta^{n+1} = \zeta^s \quad (13)$$

Donde s es el número de etapas del enfoque SSP-RK, α_{ik} y β_{ik} son coeficientes constantes [13], y Δt es el tamaño del paso de tiempo en un tiempo específico.

2.4. Técnica de estabilización

En el tratamiento interfacial del método penalizado de multidominios espectrales, no hay término disipativo que elimine oscilaciones no deseadas de altos número de onda que se desarrollan en simulaciones altamente no lineales [5]. Por lo tanto, la estabilidad de la solución numérica de las ecuaciones de aguas someras ante la presencia de oscilaciones no deseadas, que pueden ser debidas a la presencia de zonas con altos grados de pendiente en la solución, como es el caso de rompimiento de una presa (Figura 2), se asegura mediante el uso de un filtro espectral [1].

3. CASO: ROMPIMIENTO DE UNA PRESA

Para determinar si el SMPM puede simular de un flujo de detritos de pequeña escala, se realiza una simulación del caso de rompimiento de una presa que fluye por un canal de dimensiones $0.20 \times 1.20 \text{ m}$, el tiempo inicial $t_0 = 0 \text{ s}$. y el tiempo final $t_f = 0.20 \text{ s}$, el volumen de fluido es de 0.04 m^3 , por lo que las dimensiones de la presa inicialmente son de $0.20 \times 0.20 \times 1 \text{ m}$ tal como se muestra en Figura 2.

En la discretización espacial se imponen 12 subdominios en la dirección x y 6 subdominios en la dirección y , para un total de 72 subdominios y dentro de los subdominios se imponen 13 puntos en cada dirección, teniendo así 169 puntos dentro de cada subdominio para un total de 12168 puntos en todo el dominio (Figura 1). Las condiciones de frontera se imponen como reflectivas en los cuatro lados del dominio.

El cálculo del número de Courant se emplea una técnica de celdas de orden superior, donde se definen las celdas sobre la base de los puntos GLL en cada subdominio. Una velocidad media y la altura geopotencial se define en el centro de cada celda. Con estas consideraciones, el número de Courant se define como [5]:

$$CFL = \max \left(\frac{\Delta t (U + \sqrt{\phi})}{\Delta s} \right) \quad (14)$$

Donde Δt es el tamaño de paso de tiempo que para este ejercicio es definido como $\Delta t = 0,3 \times 10^{-3}$, U es la magnitud de la velocidad promedio en la celda, ϕ es la altura geopotencial promedio de la celda y $\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ es el espaciamiento de la malla. Se espera que se rompa la presa y exista un flujo a través del canal rectangular, de simular este evento es muy posible que este método espectral simule flujos de detritos.

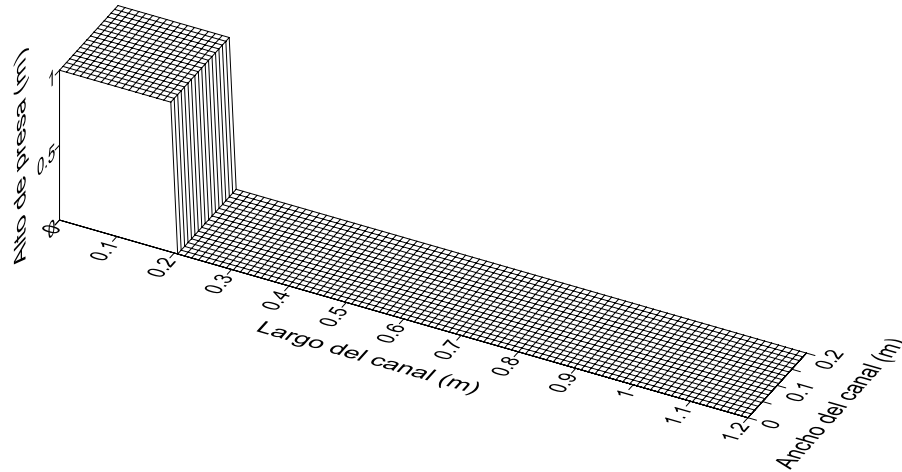


Figura 2: Condición inicial en $t_0 = 0s$ de una presa con un volumen $0.04m^3$.

4. RESULTADOS

En la Figura 3 se presenta líneas de la altura de la superficie libre h del agua durante el flujo para 5 instantes de tiempo $t_1 = 0,01s, t_2 = 0,05s, t_3 = 0,1s, t_4 = 0,15s, t_5 = 0,2s$ a partir de la solución numérica de las ecuaciones de aguas someras para el caso de rompimiento de una presa. El número de Courant promedio con el cual se asegura la estabilidad en la solución numérica es $CFL = 0,63$ y con esto presenta soluciones adecuadas para cada instante de tiempo en donde se de la solución. Con esto se puede ver que el método penalizado de multidominios espectrales puede simular numéricamente el caso de rompimiento de presa que es como comúnmente se intentan predecir los flujos de detritos tal como se hace en Denlinger y Iverson (2001), y Pudasaini et al. (2005).

A partir de la simulación se puede observar que la onda viaja rápidamente a través del canal en la dirección x debido a que no son consideradas fuerzas viscosas y de fricción como se desarrollan en el término fuente en las ecuaciones de flujos de detritos (Ver [4] y [10]). También se puede observar en la Figura 3 como se mantiene una alta pendiente en el frente de onda durante el desplazamiento en la dirección x , mientras que la cola de la onda va suavizando la pendiente durante el viaje. El filtro asegura la estabilidad de la solución, de tal modo que no se generen oscilaciones como pueden presentarse en problemas discontinuos, para ello inicialmente el filtro suaviza ligeramente la pendiente de la compuerta de la presa (Figura 2). Además, como propiedad intrínseca del método penalizado de multidominios espectrales no presenta error numérico por difusión y dispersión numérica, como si sucede con los métodos de bajo orden.

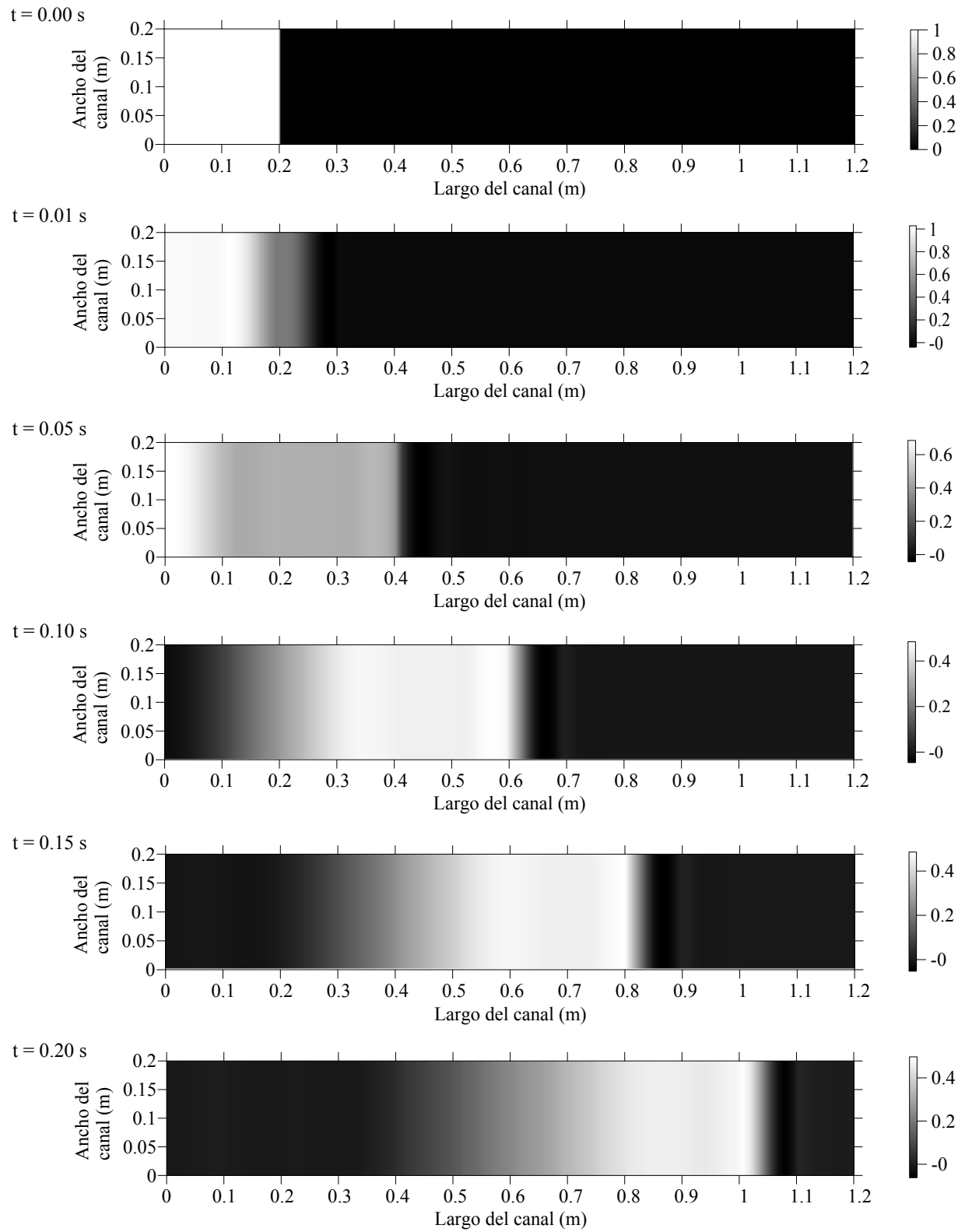


Figura 3: Solución numérica del espesor de la superficie libre para el caso de rompimiento de una presa que fluye a través de un canal rectangular para un tiempo inicial $t_0 = 0s$ y un tiempo final $t_f = 0,2s$.

5. CONCLUSIONES

El método penalizado de multidomios espectrales predice adecuadamente el caso de rompimiento de una presa que fluye por un canal rectangular. El método penalizado de multidomios espectrales soluciona las ecuaciones de aguas someras con bajos ordenes de error, lo que indica que puede solucionar las ecuaciones de flujos de detritos presentadas por Iverson y Denlinger (2001) cuya estructura es similar a las ecuaciones de aguas someras. A partir de este trabajo se pretende introducir los términos fuente $S(\epsilon)$ que tienen las ecuaciones de flujos de detritos propuestas por Iverson y Denlinger (2001), y con ello simular numéricamente este tipo de eventos. Con la solución numérica de las ecuaciones de flujos de detritos se quiere determinar la efectividad del método penalizado de multidomios espectrales para simular los flujos de detritos a partir de la comparación con una solución analítica para ciertos casos especiales.

AGRADECIMIENTOS

El primer autor agradece a la Maestría en Hidrosistemas de la Pontificia Universidad Javeriana por el beneficio de asistencia de investigación.

REFERENCIAS

- [1] Blackburn, H. M., y Schmidt, S., *Spectral element filtering techniques for large eddy simulation with dynamic estimation*, Journal of Computational Physics, vol. 186(2), 2003, 610-629.
- [2] Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A. y Zang, Thomas A., *Spectral methods fundamentals in single domains*, Berlin, New York: Springer-Verlag, 2006.
- [3] Cheng, J. D., Lin, L. L., y Lu, H. S. *Influences of forests on water flows from headwater watersheds in Taiwan*, Forest Ecology and Management, vol. 165(1), 2002, 11-28.
- [4] Denlinger, R. P. y Iverson, R. M., *Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain 2. Numerical predictions and experimental test*, Journal of Geophysical Research, vol. 106, 2001, 553-566.
- [5] Escobar-Vargas, J. A., Diamessis, P. J., Giraldo, F. X., *High-order discontinuous element-based schemes for the inviscid shallow water equations: spectral multidomain penalty and discontinuous Galerkin methods*, Applied Mathematics and Computation, vol. 218(9), 2012, 4825-4848.
- [6] Hesthaven, J. S. y Gottlieb, A. D., *A stable penalty method for the compressible Navier-Stokes equations: I. Open boundary conditions*, SIAM Journal on Scientific Computing, vol. 17(3), 1996, 579-612.
- [7] Iverson, R. M., y Denlinger, R. P., *Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain: 1. Coulomb mixture theory*, Journal of Geophysical Research, vol. 106, 2001, 537-552.
- [8] Jianzhong, Yin, He Fenqin, y Luo Zhibing, *Researching the Relationships Between the Environmental Change of Vegetation and the Activity of Debris Flows Based on Remote Sensing and GIS*, Procedia Environmental Sciences, vol. 11, 2011, 918-924.
- [9] Perálvarez, J. d., Chacón, J., El Hamdouni, J. y Irigaray, C., *Análisis de susceptibilidad a los movimientos de ladera mediante un SIG en la cuenca vertiente al embalse de Rules, Granada*, Madrid, España, 2008, 15-27.
- [10] Pudasaini, Shiva P., Wang, Yongqi., Hutter, Kolumban, *Modelling debris flows down general channels*, Natural Hazards and Earth System Sciences, vol. 5, 2005, 799-819.
- [11] Shrestha, B. B., Nakagawa, H., Kawaike, K. y Baba, Y., *Numerical simulation on debris-flow deposition and erosion processes upstream of a check dam with experimental verification*, Annual of Disas. Prev. Res. Inst., vol. 51(B), 2008, 613-623.
- [12] SIGPAD, *Estado actual, perspectivas y prioridad para los preparativos ante desastres en Colombia*, Bogotá, Colombia: SIGPAD, 2010.
- [13] Spiteri, R. J. y Ruuth, S. J., *A new class of optimal high-order strongstability- preserving time discretization methods*, SIAM J. Numer. Anal., vol. 40, 2002, 469-491.
- [14] Suárez, Jaime, *Deslizamientos y estabilidad de taludes en zonas tropicales*, Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander, 1998.
- [15] Zhou, J. G., *Lattice Boltzmann methods for shallow water flows*, Berlín: Springer, 2004.