

Patricia Luna Tamayo

**Estudo teórico experimental das propriedades dinâmicas
do bambu**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientador: KHOSROW GHAVAMI

Rio de Janeiro

Julho de 2009

Patricia Luna Tamayo

**Estudo teórico experimental das propriedades dinâmicas
do bambu**

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela
Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Khosrow Ghavami

Orientador

Departamento de Engenharia civil - PUC-Rio

Prof. João Luis Pascal Roehl

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Prof. Conrado de Souza Rodrigues

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas de Gerais

Prof. Normando Perazzo Barbosa

Universidade Federal da Paraíba

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 24 de julho de 2009

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, autora e do orientador.

Patricia Luna Tamayo

Graduou-se em Engenharia Civil na Universidade Nacional da Colômbia, em setembro de 2005.

Ficha Catalográfica

Luna Tamayo, Patricia

Estudo teórico experimental das propriedades dinâmicas do bambu / Patricia Luna Tamayo ; orientador: Khosrow Ghavami. – 2009.

97 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)– Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Bambu. 3. Propriedades dinâmicas. 4. Amortecimento. 5. Freqüência natural. I. Ghavami, Khosrow. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.

CDD: 624

Este logro é para ti Camilo por ter-me apoiado ao longo destes anos e para
minha família sem vocês este logro não seria uma realidade

Agradecimentos

A Deus por ter me dado muita fortaleza.

Ao Professor Ghavami, pela orientação no desenvolvimento ao longo deste trabalho.

A FAPERJ pelo apoio financeiro.

Ao Professor Hans Weber e ao aluno de doutorado Rômulo Reis, pela ajuda e conselhos na execução dos ensaios dinâmicos desenvolvidos no Laboratório de Vibrações da PUC-Rio.

Ao Luiz Carlos Inglês, pela doação dos colmos de bambu usados neste trabalho.

Ao João Krause pelo auxílio na elaboração dos corpos de prova.

Ao grupo de Materiais e Técnicas Não Convencionais da PUC-Rio, pelos seus conselhos.

Aos técnicos do laboratório de Estruturas e Materiais - LEM da PUC-Rio.

A minha família por ter me dado muita fortaleza à distancia.

Ao Camilo por que juntos percorremos este caminho e sem você teria sido muito mais complicado.

Resumo

Luna Tamayo, Patrícia; Ghavami, Khosrow. **Estudo teórico experimental das propriedades dinâmicas do bambu**. Rio de Janeiro, 2009. 93p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Os estudos realizados durante as últimas três décadas ao respeito do bambu têm sido direcionados à caracterização física, mecânica e microestrutural, das diferentes espécies, sob carga estática. A experiência mostra que as casas e prédios construídos usando-se bambu como elemento estrutural tiveram boa resistência aos abalos sísmicos. O presente trabalho trata-se de uma das primeiras investigações experimentais feitas sobre o comportamento dinâmico do bambu. Foram estudadas as propriedades dinâmicas de sistemas feitos com bambus das espécies *Dendrocalamus Giganteus* e *Phyllostachys Áurea*. As propriedades dinâmicas investigadas correspondem aos valores de amortecimento e frequências naturais de vibração para cada espécie, obtidas através de testes em vibração livre e de testes modais. Com o propósito de estudar a influência do período de armazenamento na resposta dinâmica do material, para os colmos da espécie *Phyllostachys Áurea* foram consideradas cinco variáveis: colmos sem tratamento cortados em março de 2008, sem tratamento cortados em maio de 2007, sem tratamento cortados em 2001, com tratamento ao fogo (maçarico) cortados em março de 2008 e com tratamento ao fogo (maçarico) cortados em maio de 2007. Além disso, para as duas espécies foi determinada a variação do coeficiente de amortecimento em função da concentração das fibras na espessura do material.

Palavras-chave

Bambu, propriedades dinâmicas, amortecimento, frequência natural.

Abstract

Luna Tamayo, Patrícia; Ghavami, Khosrow (Advisor). **Theoretical and experimental analysis of dynamic properties of bamboo**. Rio de Janeiro, 2009. 93p. MSc. Dissertation - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The studies carried on during the last three decades with respect to bamboo have been directed to the physical, mechanic and microstructural characterization of different species, under static load. The experience has shown that the houses and buildings constructed using bamboo as structural element have had good resistance to earthquakes. This work is one of the first researches to know the bamboo dynamic behaviour. It was studied the dynamic properties of systems made of bamboo with the species *Dendrocalamus Giganteus* and *Phyllostachys Áurea*. The researched dynamic properties correspond to values of damping and natural frequencies of vibration for each specie, which were gotten through free vibration and modal tests. With the intention to study the influence of the storage period in the dynamic response of the material, for culms of *Phyllostachys Áurea* specie, five variables were considered: culms without treatment cut in March of 2008, without treatment cut in May of 2007, without treatment cut in 2001, with treatment on fire (blowpipe) cut in March of 2008 and with treatment on fire (blowpipe) cut in May of 2007. Furthermore, for the two species was determinate the variation of damping in function of variation of the quantity of fibers along the material thickness.

Keywords

Bamboo, dynamic properties, damping, natural frequency.

Sumário

1. Introdução	14
1.1. Objetivos e estrutura do trabalho	16
2 . Revisão bibliográfica	18
2.1. Graus de liberdade	19
2.2. Tipos de vibração	20
2.2.1. Resposta em vibração livre	20
2.2.1.1. Vibração livre sem amortecimento	21
2.2.1.2. Vibração livre com amortecimento	23
2.3. Medição experimental do coeficiente de amortecimento ξ	27
2.3.1. Método do decremento logarítmico	28
2.4. Análise modal	29
2.4.1. Função de transferência	29
2.4.2. Funções de Resposta em Frequência (FRF)	30
2.4.2.1. Representação das FRF	31
2.4.3. Métodos de identificação modal	33
2.4.3.1. Método dos polinômios de fração racional (RFP)	34
2.5. Estrutura do bambu	34
2.6. Pesquisas anteriores	35
3 . Metodologia experimental	37
3.1. Introdução	37
3.2. Diâmetro e espessura	38
3.3. Umidade	38
3.4. Módulo de elasticidade à flexão	38
3.5. Fator de amortecimento e frequência natural de vibração	41
3.5.1. Testes em vibração livre	41
3.5.2. Testes modais	43
3.5.2.1. Bambu apoiado sobre duas esponjas	44
3.5.2.2. Bambu suspenso por fios de nylon	45
4 . Apresentação e análise dos resultados	47

4.1. Introdução	47
4.2. Diâmetro e espessura	47
4.3. Umidade	48
4.4. Módulo de elasticidade à flexão	49
4.5. Fator de amortecimento e frequência natural de vibração	52
4.5.1. Testes em vibração livre	52
4.5.1.1. Frequências naturais teóricas	58
4.5.2. Testes modais	60
4.5.2.1. Bambu apoiado sobre duas esponjas	61
4.5.2.1.1. Cálculo numérico das frequências naturais de vibração	64
4.5.2.2. Bambu suspenso por fios de nylon	66
4.5.2.2.1. Cálculo numérico das frequências naturais de vibração	69
5. Conclusões e sugestões para trabalhos futuros	71
6. Referências bibliográficas	73
APÊNDICE A: FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MÉTODO DOS POLINÔMIOS DE FRAÇÃO RACIONAL (RFP)	76
APÊNDICE B: CÁLCULO ANALÍTICO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS ANALÍTICAS	83
APÊNDICE C: CÁLCULO NUMÉRICO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS ANALÍTICAS	90

Lista de figuras

Figura 1-1 – (a) e (b) Estruturas de concreto escoradas com colmos de bambu após o terremoto em Armênia - Colômbia no ano de 1999 (Salas, 2006) ..	16
Figura 2-1 - Tipos de carregamento: (a) periódico, (b) não periódico	19
Figura 2-2 - Sistema dinâmico com um grau de liberdade (S1GL)	19
Figura 2-3 - S1GL para vibração livre	20
Figura 2-4 - Resposta em vibração livre para um S1GL sem amortecimento.....	22
Figura 2-5 - Decomposição dos harmônicos da resposta em vibração livre	23
Figura 2-6 - Resposta em vibração livre para um S1GL com amortecimento crítico	24
Figura 2-7 - Resposta em vibração livre para um S1GL subamortecido	26
Figura 2-8 - Resposta em vibração livre para um S1GL superamortecido	27
Figura 2-9 - Definição do decremento logarítmico.....	28
Figura 2-10 - Representação da receptância para S1GL: (a) parte real, (b) parte imaginária. (Maia & Silva, 1997).....	31
Figura 2-11 - Gráfico de Nyquist da receptância. (Maia & Silva, 1997)	32
Figura 2-12 - Diagrama de Bode: (a) magnitude da receptância, (b) fase da receptância (Maia & Silva, 1997).....	32
Figura 2-13 - Gráfico log-log da magnitude da receptância contra a frequência. (Maia & Silva, 1997).....	33
Figura 2-14 - Gráfico log-log da magnitude da FRF contra a frequência: (a) da mobilidade, (b) da aceleração (Maia & Silva, 1997).....	33
Figura 2-15 - Variação da fração volumétrica das fibras na espessura do colmo do bambu da espécie <i>Guadua Angustifolia</i> (Ghavami & Marinho, 2005)....	35
Figura 3-1 - Comprimento e seções transversais dos segmentos de bambu	39
Figura 3-2 - Ensaio para a determinação de módulo de elasticidade à flexão (para a espécie DG o comprimento $L = 550$ mm, para PA $L = 400$ mm)	40
Figura 3-3 - Finalização do ensaio para a determinação do módulo de elasticidade à flexão.....	40
Figura 3-4 – Placas de alumínio na extremidade engastada dos segmentos inteiros, fatias internas e externas.....	42
Figura 3-5 – Segmento engastado no suporte metálico usado para o ensaio em vibração livre.....	42

Figura 3-6 - Acelerômetro ENVEDCO modelo 25B S/N BL47 com sensibilidade de 4.7902 mV/g.....	43
Figura 3-7 - Montagem dos testes em vibração livre (para a espécie DG o comprimento L = 550 mm, para PA L = 400 mm).....	43
Figura 3-8 - Martelo ENVEDCO modelo 30927 com sensibilidade de 99.7 mV/lbf, com máxima força impulsiva aplicada de 1.00 lbf.....	44
Figura 3-9 - Montagem do ensaio para a condição do bambu apoiado sobre esponjas: (a) colmo da espécie DG, (b) colmo da espécie PA	45
Figura 3-10 - Execução do ensaio para a condição do bambu apoiado sobre esponjas: (a) colmo da espécie DG, (b) colmo da espécie PA	45
Figura 3-11 - Montagem do ensaio para a condição do bambu suspenso por um fio de nylon: (a) colmo da espécie DG, (b) colmo da espécie PA.	46
Figura 3-12 - Execução do ensaio para a condição do bambu suspenso por um fio de nylon: (a) colmo da espécie DG, (b) colmo da espécie PA.	46
Figura 4-1 – Carga x deslocamento para a espécie DG.....	49
Figura 4-2 – Carga x deslocamento para a espécie PAST0A	49
Figura 4-3 - Variação do módulo de elasticidade à flexão em função da fração volumétrica das fibras na parede do colmo para a espécie DG.....	51
Figura 4-4 - Variação do módulo de elasticidade à flexão em função da fração volumétrica das fibras na parede do colmo as cinco variações estudadas da espécie PA.....	51
Figura 4-5 - Resposta no domínio do tempo para a fatia média DG-02, segundo teste	52
Figura 4-6 - Resposta no domínio do tempo para o segmento inteiro PAST0A-03, segundo teste	53
Figura 4-7 - Resposta no domínio da frequência para a fatia média DG-01, primeiro teste	54
Figura 4-8 - Resposta no domínio da frequência para a fatia externa PAST0A-02, segundo teste	54
Figura 4-9 - Variação do ξ em função da variação da fração volumétrica das fibras na espessura da parede do colmo, espécie DG	55
Figura 4-10 - Variação do ξ em função da variação da fração volumétrica das fibras na espessura da parede do colmo, para as cinco variáveis da espécie PA.....	56
Figura 4-11 - Variação do ξ em função do tempo de armazenamento para os segmentos inteiro PAST0A, PAST1A e PAST7A	57

Figura 4-12 - Comparação dos resultados experimentais, analíticos e numéricos para a primeira freqüência de vibração dos segmentos da espécie DG	60
Figura 4-13 - Comparação dos resultados experimentais, analíticos e numéricos para a primeira freqüência de vibração dos segmentos da espécie PA.....	60
Figura 4-14 - FRF média para colmo de 1.00 m de comprimento com diafragma DG-03, segundo teste	61
Figura 4-15 - FRF média para colmo de 1.00 m de comprimento sem diafragma DG-03, primeiro teste	61
Figura 4-16 - FRF média para colmo de 1.00 m de comprimento com diafragma PAST7A-03, primeiro teste.....	62
Figura 4-17 - FRF média para colmo de 1.00 m de comprimento sem diafragma PAST7A-03, segundo teste	62
Figura 4-18 - Variação do ξ em função do tempo de armazenamento para colmos de 1.00m de comprimento de PAST0A, PAST1A e PAST7A	64
Figura 4-19 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para a freqüência natural de vibração dos colmos com diafragma	65
Figura 4-20 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para a freqüência natural de vibração dos colmos sem diafragma	66
Figura 4-21 - FRF média para colmo de 0.33 m de comprimento DG-02, primeiro teste	66
Figura 4-22 - FRF média para colmo de 0.20 m de comprimento PAST07A-01, primeiro teste	67
Figura 4-23 - Variação do ξ em função do tempo de armazenamento para colmos de 0.33m de comprimento de PAST0A, PAST1A e PAST7A	68
Figura 4-24 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para a freqüência natural de vibração para colmos suspensos por fios de nylon ..	70

Lista de tabelas

Tabela 2.1 - Coeficiente de amortecimento do bambu para a espécie <i>Dendrocalamus giganteus</i> (Ghavami et al, 2003)	36
Tabela 2.2 - Parâmetros dinâmicos para bambus das espécies <i>Dendrocalamus Giganteus</i> , <i>Phyllostachys Áurea</i> e <i>Guadua Angustifolia</i> (Coelho, 2005)	36
Tabela 4.1 - Resultados das medições dos diâmetros e a espessura dos colmos ensaiados.	47
Tabela 4.2 - Valores médios para as duas espécies de bambu Sanchez (2002)	48
Tabela 4.3 - Teor de umidade para as seis variáveis estudadas	48
Tabela 4.4 - Módulo de elasticidade à flexão para as variáveis estudadas	50
Tabela 4.5 - Coeficiente de amortecimento dos segmentos em vibração livre	55
Tabela 4.6 - Freqüências de vibração dos segmentos em vibração livre	55
Tabela 4.7 - Valores de propriedades físicas e mecânicas usados nos cálculos analíticos e numéricos	58
Tabela 4.8 - Freqüências naturais obtidas analiticamente	59
Tabela 4.9 - Freqüências naturais obtidas numericamente	59
Tabela 4.10 – Coeficientes de amortecimento e freqüência natural de vibração para colmos com e sem diafragma	63
Tabela 4.11 - Freqüências naturais obtidas numericamente para os colmos de 1.00m de comprimento	65
Tabela 4.12 - Coeficientes de amortecimento e freqüência natural de vibração para colmos suspensos por fios de nylon	67
Tabela 4.13 - Freqüências naturais obtidas numericamente	69

1.

Introdução

Aos fins do século passado, o mundo tomou consciência da grande crise ambiental que estava se criando, o que levou a muitos países a buscar possíveis soluções, fazendo legislações mais restritivas a processos e produtos poluentes e levando a vários setores da indústria a se posicionarem e adotarem medidas de proteção e recuperação ambiental. O começo da crise relacionada com o meio ambiente está ligada ao processo de globalização econômico-industrial que os países industrializados tiveram após a segunda guerra mundial, os quais propagaram suas indústrias recém desenvolvidas pelo mundo inteiro, sem estudar os possíveis danos que as formas de produção causariam ao meio ambiente e também, sem levar em conta que esta industrialização levaria a uma migração das populações rurais para os grandes centros urbanos.

Somente após a década dos anos 70, com a primeira crise do petróleo no ano de 1973, os países desenvolvidos notaram a carência de recursos energéticos em todos os segmentos da economia e começou-se a pensar, pela primeira vez, em como obter maior eficiência em processos industriais. Observou-se também a enorme quantidade de problemas ambientais gerados pela industrialização, surgindo a necessidade de se diminuir a geração de gases nocivos para o meio ambiente como o monóxido de carbono (CO), dióxido de carbono (CO₂), metano (CH₄), óxidos de nitrogênio (N₂O, NO e outros), hidrocarbonetos, entre outros, presentes em quase todos os processos industriais. Por exemplo, na produção de clínquer, material essencial para a fabricação de cimento, são gerados cerca de 600 kg de CO₂ por cada 1000 kg produzidos; efeito visível também na produção do aço, onde a fabricação de 1 kg produz ao redor de 2,5 kg do gás (Gervásio & Simões da Silva, 2005). Além disso, os processos industriais para a produção do concreto e o aço requerem elevadas quantidades de energia levando à necessidade do aumento de processos de combustão de combustíveis fósseis, principal gerador de gases contaminantes como o dióxido de carbono, monóxido de carbono, óxidos de nitrogênio, óxidos de enxofre, e hidrocarburetos. Neste sentido, faz-se evidente que os materiais naturais como a terra crua, as fibras naturais e o bambu, entre outros, satisfazem as principais exigências em termos ambientais, como a

redução da poluição e baixos níveis de energia necessários para sua produção. O bambu requer uma energia 50 vezes menor que a necessária para a fabricação do aço (Ghavami, 1992).

Segundo Ghavami (1992), estudos feitos para determinar as propriedades mecânicas do bambu, demonstraram que esse material apresenta uma excelente resistência à tração quando comparado com a sua massa específica, frente a materiais como o alumínio, o aço e o ferro fundido. Além disso, sua resistência à tração pode atingir valores de até 370 MPa (Ghavami, 2005).

Para o uso do bambu em grande escala, como material de construção economicamente viável, faz-se necessário a realização de estudos científicos sistemáticos que devem contemplar técnicas de cultivo, colheita, cura, tratamentos e pós-tratamentos, além de uma completa análise estatística das propriedades físicas, químicas, mecânicas e dinâmicas, juntamente com a avaliação do seu desempenho ao longo do tempo.

Estruturas feitas usando bambu como material principal têm demonstrado boa resistência aos abalos sísmicos como, por exemplo, na Costa Rica, após o terremoto do ano 1992, com magnitude de 7,6 graus na escala de Richter, onde as casas construídas com bambu foram as que apresentaram menores danos estruturais (Bain, 1995), e caso similar ocorrido na Colômbia no ano de 1998, com o terremoto na cidade de Armênia, de magnitude 6,9 graus na mesma escala (Jimenez, 1999); a Figura 1-1 mostra estruturas de concreto armado escoradas com colmos de bambu após o terremoto na cidade de Armênia até sua intervenção definitiva.

Numerosos estudos têm sido encaminhados ao conhecimento das propriedades físicas, mecânicas e microestruturais para diferentes espécies de bambu sob carregamentos estáticos. Já na determinação das propriedades dinâmicas do material, só dois trabalhos técnico científicos tinham sido publicados. Ghavami et al. (2003), testarem pequenos segmentos de bambu em vibração livre da espécie *Dendrocalamus Giganteus*, cujo objetivo era a medição do seu coeficiente de amortecimento. O segundo trabalho foi desenvolvido por Coelho (2005) para a determinação dos coeficientes de amortecimento e frequências naturais de vibração das espécies *Dendrocalamus Giganteus*, *Phyllostachys Áurea* e *Guadua Angustifolia* em testes de vibração livre e análise modal.



(a)



(b)

Figura 1-1 – (a) e (b) Estruturas de concreto escoradas com colmos de bambu apos o terremoto em Armênia - Colômbia no ano de 1999 (Salas, 2006)

1.1.

Objetivos e estrutura do trabalho

O objetivo do presente trabalho é a determinação das propriedades dinâmicas como coeficientes de amortecimento e freqüências naturais de vibração de bambus das espécies *Dendrocalamus Giganteus* e *Phyllostachys Áurea*. Para os colmos da espécie *Phyllostachys Áurea* é estudada a variação das propriedades dinâmicas com o tempo de armazenamento do material. Além disso, para a mesma espécie de bambu é estudada a influência do tratamento nas propriedades dinâmicas do material. Pelo fato de o bambu ser um material funcionalmente graduado, i.e., a fração volumétrica das fibras varia ao longo da espessura da parede do colmo, é determinada a variação do coeficiente de amortecimento em função da concentração das fibras na parede do material.

No capítulo dois, faz-se uma revisão bibliográfica dos conceitos de dinâmica, assim como dos diferentes métodos experimentais para a determinação dos coeficientes de amortecimento e freqüências naturais de vibração. Nesse capítulo também são apresentados os resultados de pesquisas anteriores.

O capítulo três descreve a metodologia experimental usada para a determinação das propriedades físicas, mecânicas e dinâmicas das duas espécies de bambu.

O capítulo quatro apresenta os resultados obtidos, fazendo uma análise de cada um deles.

O capítulo cinco contém as conclusões (do presente trabalho) assim como sugestões para pesquisas futuras.

2. Revisão bibliográfica

A análise dinâmica é o estudo da variação da quantidade de movimento de sistemas elásticos, causada pela ação de forças externas que mudam sua magnitude, sua direção ou sua posição no tempo. A mudança no tempo das forças externas, somado ao lento desenvolvimento das forças elásticas para manter o equilíbrio, fazem que o sistema modifique sua cinemática para buscar o equilíbrio com ajuda das “forças de inércia”; assim, a estrutura vibra pela sucessiva troca de energia potencial elástica (ou de deformação) e cinética e pára quando a energia introduzida é completamente dissipada (Roehl, [199-?]).

A origem de forças que variam no tempo é ampla e têm-se numerosos exemplos: o funcionamento de máquinas rotativas, a ação do vento, ondas sonoras, explosões, movimentos decorrentes de abalos sísmicos, o caminhar de pessoas, entre outras; portanto, conhecer o comportamento dinâmico de certo tipo de estruturas é tão importante quanto seu comportamento estático, para prever sua resposta durante toda sua vida útil.

Dependendo da definição das cargas dois diferentes enfoques podem ser usados na avaliação da resposta dinâmica de sistemas elásticos. Quando a variação da carga no tempo é completamente definida se trabalha dentro do enfoque determinístico; quando a variação do carregamento não está completamente definida, mas pode ser determinada estatisticamente trabalha-se dentro do enfoque não determinístico. Dentro do enfoque determinístico têm-se dois tipos de carga: periódicas e não periódicas; a primeira refere-se às cargas repetitivas que apresentam o mesmo comportamento em intervalos iguais de tempo, como a apresentada na Figura 2-1 (a). As cargas não periódicas são carregamentos que apresentam comportamentos diferentes em intervalos iguais do tempo, tal como a apresentada na Figura 2-1 (b) (Clough & Penzien, 1975).

São ditas ações de curta duração os carregamentos dinâmicos que agem em um intervalo curto de tempo como, por exemplo, as forças geradas por explosões; caso contrario as ações são ditas de longa duração.

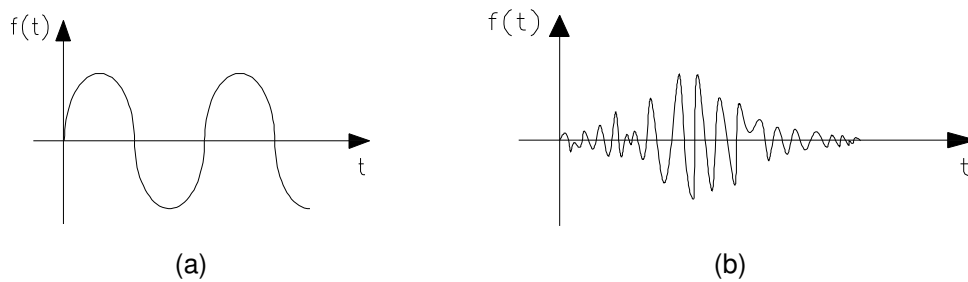


Figura 2-1 - Tipos de carregamento: (a) periódico, (b) não periódico

2.1. Graus de liberdade

Definem-se graus de liberdade como o número de coordenadas necessárias para definir a posição de um sistema estrutural em qualquer instante do tempo; na análise dinâmica é comum trabalhar com sistemas de um grau de liberdade (S1GL), pelo seu fácil entendimento e pelo fato que estruturas contínuas com n graus de liberdade podem ser discretizadas em n S1GL. Um dos modelos idealizados para S1GL é apresentado na Figura 2-2, onde a inércia é representada pela massa infinitamente rígida m , a elasticidade do sistema está representada pela mola com constante de rigidez k , e o amortecimento é representado pelo amortecedor viscoso sem massa, com coeficiente de amortecimento c . A força externa dependente do tempo, representada por $F(t)$ e $u(t)$, corresponde à resposta em deslocamento do sistema (Clough & Penzien, 1975).

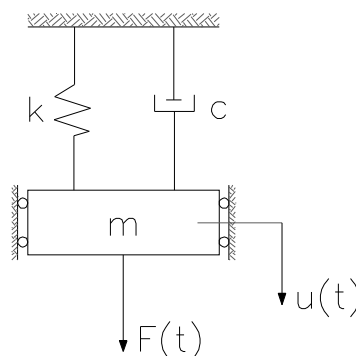


Figura 2-2 - Sistema dinâmico com um grau de liberdade (S1GL)

São assumidas quatro hipóteses no uso do modelo de S1GL:

- (a) A mola é assumida com massa desprezível.
- (b) A mola apresenta uma resistência ao movimento proporcional ao deslocamento.

- (c) O amortecedor apresenta uma resistência ao movimento proporcional à velocidade.
- (d) Não existem perdas de energia por atrito externo ao sistema.

2.2. Tipos de vibração

As vibrações dinâmicas podem ser livres, quando a vibração é causada exclusivamente pela troca de energia potencial e cinética presentes no sistema; ou vibrações forçadas nas quais além da energia do sistema, incorporam as ações externas variáveis no tempo. Mais ainda dentro destes tipos de vibração existem as vibrações amortecidas e não amortecidas; na primeira o sistema dissipa energia em cada ciclo de vibração, e na segunda não existe dissipação de energia, sendo simplesmente uma idealização teórica que ajuda ao entendimento de situações limites das vibrações amortecidas (Clough & Penzien, 1975).

A equação diferencial de segunda ordem que descreve o movimento do sistema amortecido mostrado na Figura 2-2 é a apresentada na eq. (2.1):

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = F(t) \quad (2.1)$$

A eq. (2.1) pode ser usada para analisar a resposta de qualquer sistema que seja representado como um S1GL.

2.2.1. Resposta em vibração livre

O S1GL usado para descrever este tipo de vibração é apresentado na Figura 2-3.

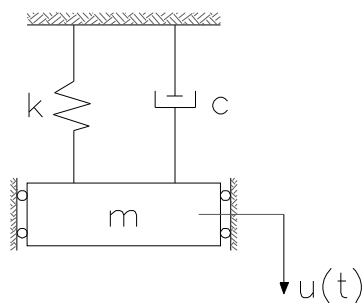


Figura 2-3 - S1GL para vibração livre

A equação diferencial de segunda ordem que descreve a vibração do sistema apresentado na Figura 2-3 corresponde à eq. (2.2) (Clough & Penzien, 1975):

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = 0 \quad (2.2)$$

Assumindo que a solução da eq. (2.2) é da forma da eq. (2.3):

$$u(t) = Ge^{st} \quad (2.3)$$

Substituindo a solução dada pela eq. (2.3) na eq. (2.2) temos a eq. (2.4):

$$(ms^2 + cs + k)Ge^{st} = 0 \quad (2.4)$$

Dividindo a eq. (2.4) pelo fator mGe^{st} , obtemos a eq. (2.5):

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m} = 0 \quad (2.5)$$

Introduzindo a notação dada pela eq. (2.6):

$$\omega_o^2 = \frac{k}{m} \quad (2.6)$$

Onde $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$ é a frequência circular do movimento medida em rad/s.

Substituindo a eq. (2.6) na eq. (2.5) temos a eq. (2.7):

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \omega_o^2 = 0 \quad (2.7)$$

O valor de s pode ser obtido da eq. (2.7) e depende dos valores de c , m e ω_o^2 ; assim o tipo de movimento representado pela eq. (2.3) está determinado pelo amortecimento, pela massa e pela rigidez do sistema.

2.2.1.1.

Vibração livre sem amortecimento

Para sistemas sem amortecimento, i.e., $c = 0$, a eq. (2.7) é da forma apresentada na eq. (2.8) (Clough & Penzien, 1975):

$$s^2 + \omega_o^2 = 0 \quad (2.8)$$

Resolvendo a eq. (2.8) temos (eq. (2.9)):

$$s = \pm i\omega_o \quad (2.9)$$

Assim, a resposta do sistema dada pela eq. (2.3) fica da forma da eq. (2.10):

$$u(t) = G_1 e^{i\omega_o t} + G_2 e^{-i\omega_o t} \quad (2.10)$$

Introduzindo a transformada do Euler apresentada na eq. (2.11):

$$e^{\pm i\omega_o t} = \cos \omega_o t \pm i \sin \omega_o t \quad (2.11)$$

Substituindo a eq. (2.11) na resposta do sistema sem amortecimento, dada pela eq. (2.10) temos a eq. (2.12):

$$u(t) = A \sin \omega_o t + B \cos \omega_o t \quad (2.12)$$

Na eq. (2.12) A e B dependem das condições iniciais, i.e., do deslocamento $u(0)$ e da velocidade $\dot{u}(0)$ no tempo $t = 0$ no qual inicia a vibração livre do sistema; assim seus valores são os apresentados na eq. (2.13):

$$u(0) = B \quad \text{e} \quad \dot{u}(0) = A \omega_o \quad (2.13)$$

Substituindo as expressões da eq. (2.13) na solução dada na eq. (2.12), obtemos a eq. (2.14) que representa o movimento harmônico simples, apresentado na Figura 2-4.

$$u(t) = \frac{\dot{u}(0)}{\omega_o} \sin \omega_o t + u(0) \cos \omega_o t \quad (2.14)$$

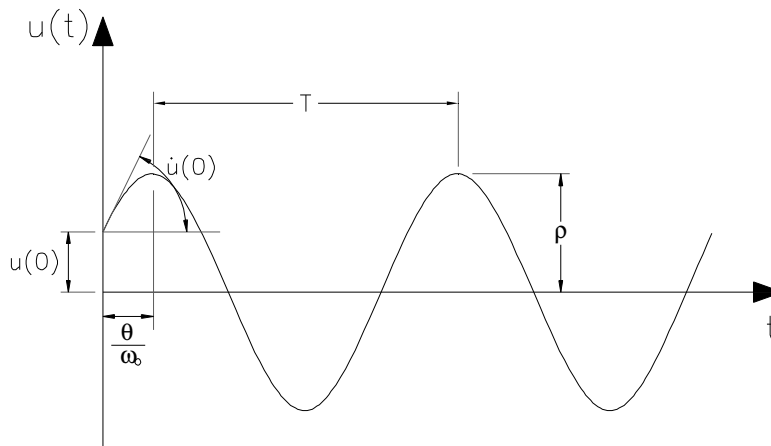


Figura 2-4 - Resposta em vibração livre para um S1GL sem amortecimento

A frequência, que representa o número de ciclos na unidade do tempo, vem dada pela expressão da eq. (2.15):

$$f = \frac{\omega_o}{2\pi} \quad (2.15)$$

E seu recíproco, o período, que representa o tempo que leva cada ciclo do movimento, vem dado pela eq. (2.16):

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = \frac{1}{f} \quad (2.16)$$

Devido a que os dois harmônicos da resposta dada pela eq. (2.14) têm a mesma frequência ω_o , é possível escrever a resposta do sistema em um único harmônico, da forma da eq. (2.17):

$$u(t) = \rho \cos(\omega_o t - \theta) \quad (2.17)$$

A eq. (2.17) pode ser representada no diagrama de Argand (Figura 2-5); assim, a amplitude do movimento ρ , vem dada pela resultante da soma dos vetores, como na eq. (2.18):

$$\rho = \sqrt{[u(0)]^2 + \left[\frac{\dot{u}(0)}{\omega_o}\right]^2} \quad (2.18)$$

E o ângulo de fase das duas componentes é (eq. (2.19)):

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\dot{u}(0)}{u(0)\omega_o} \quad (2.19)$$

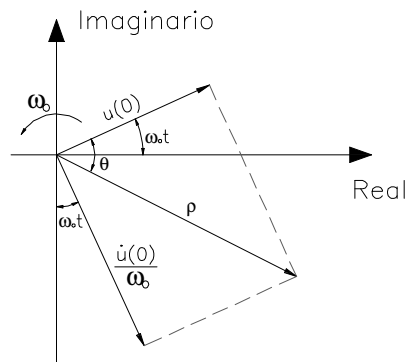


Figura 2-5 - Decomposição dos harmônicos da resposta em vibração livre

2.2.1.2.

Vibração livre com amortecimento

Se o sistema tem amortecimento, a solução da eq. (2.7), que define a resposta do sistema é dada pela eq. (2.20) (Clough & Penzien, 1975):

$$s = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega_o^2} \quad (2.20)$$

Assim, a resposta do sistema depende do valor da quantidade dentro do radical da eq. (2.20), que pode adotar valores positivos, negativos e também pode ser nulo.

2.2.1.2.1.

Movimento criticamente amortecido

Este tipo de movimento é definido matematicamente quando o radical da eq. (2.20) é igual a zero. Para conseguir a anulação do radical é preciso que ocorra a igualdade da eq. (2.21) (Clough & Penzien, 1975):

$$\frac{c}{2m} = \omega_o \quad (2.21)$$

Isolando o valor de c da eq. (2.21) obtemos a definição do amortecimento critico dada na eq. (2.22), que é definido como o valor mínimo de amortecimento para que sistema retorne à posição de equilíbrio sem oscilar:

$$c_c = 2m\omega_o \quad (2.22)$$

A solução do sistema, dada pela eq. (2.3) é da forma da eq. (2.23):

$$u(t) = e^{-\omega_o t} (C_1 + C_2 t) \quad (2.23)$$

As constantes C_1 e C_2 da eq. (2.23) dependem das condições iniciais do movimento e seus valores são apresentados na eq. (2.24):

$$C_1 = u(0) \quad \text{e} \quad C_2 = \dot{u}(0) + \omega_o u(0) \quad (2.24)$$

Substituindo os valores das constantes dadas na eq. (2.24) na eq. (2.23) temos a eq. (2.25):

$$u(t) = e^{-\omega_o t} [u(0) + (\dot{u}(0) + \omega_o u(0))t] \quad (2.25)$$

A solução da eq. (2.25) é plotada na Figura 2-6, onde fica evidente que um sistema em vibração livre com amortecimento critico não oscila ao redor da posição de equilíbrio, pelo contrario retorna para zero com uma taxa de decaimento exponencial da eq. (2.25).

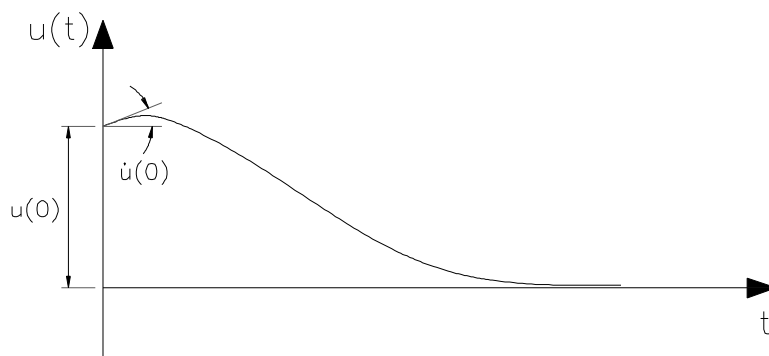


Figura 2-6 - Resposta em vibração livre para um S1GL com amortecimento critico

2.2.1.2.2.

Movimento subamortecido

Para sistemas com amortecimento menor do amortecimento critico o radical da eq. (2.20) tem um valor negativo. Introduzindo a notação ξ , conhecida como coeficiente de amortecimento, definida como a relação entre o amortecimento do sistema c e o amortecimento critico c_c que matematicamente tem o valor dado pela eq. (2.26) (Clough & Penzien, 1975):

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega_o} \quad (2.26)$$

Substituindo a eq. (2.26) na eq. (2.20) obtém-se a eq. (2.27):

$$s = -\xi\omega_o \pm \sqrt{\omega_o^2(\xi^2 - 1)} \quad (2.27)$$

Introduzindo a notação ω_a , conhecida como a frequência circular amortecida, definida pela relação dada na eq. (2.28):

$$\omega_a = \omega_o \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.28)$$

Substituindo o valor de ω_a da eq. (2.28) na eq. (2.27) (eq. (2.29)):

$$s = -\xi\omega_o \pm i\omega_a \quad (2.29)$$

A resposta em vibração livre para um sistema subamortecido é obtida substituindo a eq. (2.29) na eq. (2.3) (eq. (2.30)):

$$u(t) = e^{-\xi\omega_o t} (C_1 e^{i\omega_a t} + C_2 e^{-i\omega_a t}) \quad (2.30)$$

Introduzindo a transformada de Euler da eq. (2.11) na solução anterior dada pela eq. (2.30), obtemos a eq. (2.31):

$$u(t) = e^{-\xi\omega_o t} (A \cos \omega_a t + B \sin \omega_a t) \quad (2.31)$$

As constantes A e B da eq. (2.31) dependem das condições iniciais do movimento e seus valores são dados na eq. (2.32):

$$A = u(0) \quad \text{e} \quad B = \frac{\dot{u}(0)}{\omega_a} + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} u(0) \quad (2.32)$$

Substituindo os valores das constantes da eq. (2.32) na solução dada na eq. (2.31), obtemos a eq. (2.33) que representa a resposta de um sistema subamortecido:

$$u(t) = e^{-\xi\omega_o t} \left(u(0) \cos \omega_a t + \left(\frac{\dot{u}(0)}{\omega_a} + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} u(0) \right) \sin \omega_a t \right) \quad (2.33)$$

Alternativamente esta resposta dada na eq. (2.33) pode ficar em função de um único harmônico, da forma da eq. (2.34):

$$u(t) = \rho e^{-\xi\omega_o t} \cos(\omega_a t - \theta) \quad (2.34)$$

Na eq. (2.34) o valor de ρ e θ são dados pelas eq. (2.35) e eq. (2.36):

$$\rho = \sqrt{u(0)^2 + \left(\frac{\dot{u}(0)}{\omega_a} + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} u(0) \right)^2} \quad (2.35)$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{\frac{\dot{u}(0)}{\omega_a} + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} u(0)}{u(0)} \right) \quad (2.36)$$

A Figura 2-7 representa a resposta de um sistema subamortecido com condições iniciais $u(0) = u_o$ e $\dot{u}(0) = 0$, representada pela eq. (2.33).

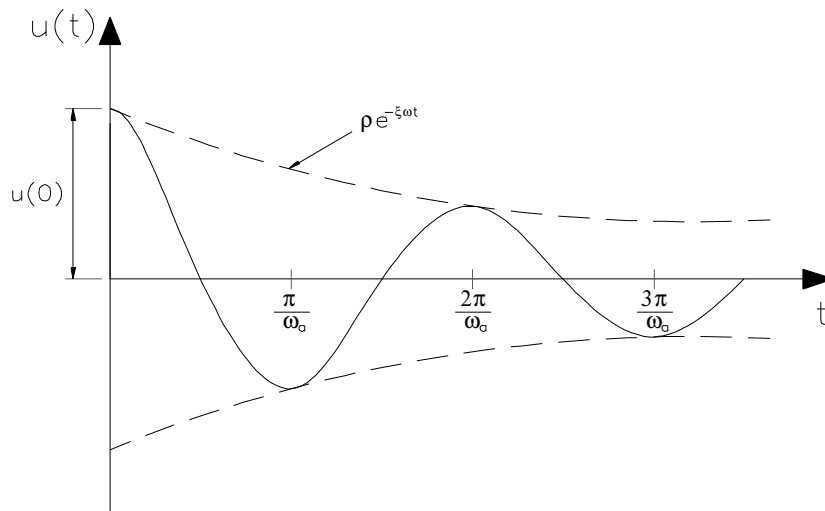


Figura 2-7 - Resposta em vibração livre para um S1GL subamortecido

2.2.1.2.3. Movimento superamortecido

As forças de amortecimento governam este tipo de movimento. No caso de sistemas com $\xi > 1$ a eq. (2.20) é da forma da eq. (2.37) (Clough & Penzien, 1975):

$$s = \omega_o \left(-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \right) = -\omega_o \xi \pm \omega_a' \quad (2.37)$$

Na eq. (2.37) $\omega_a' = \omega_o \sqrt{\xi^2 - 1}$. Assim, substituindo a eq. (2.37) na eq. (2.3) obtemos a relação que descreve o movimento para sistemas superamortecidos, eq. (2.38):

$$u(t) = e^{-\xi\omega_o t} \left(C_1 e^{\omega_a' t} + C_2 e^{-\omega_a' t} \right) \quad (2.38)$$

Trabalhando com as propriedades dadas pela eq. (2.39) que substituindo-lhas na eq. (2.38) obtemos a eq. (2.40):

$$e^{\theta} = \cosh \theta + \sinh \theta \quad \text{e} \quad e^{-\theta} = \cosh \theta - \sinh \theta \quad (2.39)$$

$$u(t) = e^{-\xi\omega_o t} \left[C_1 (\cosh(\omega_a' t) + \sinh(\omega_a' t)) + C_2 (\cosh(\omega_a' t) - \sinh(\omega_a' t)) \right] \quad (2.40)$$

Na eq. (2.40) $C_1 + C_2 = A$, $C_1 - C_2 = B$; simplificando, tem-se a eq. (2.41):

$$u(t) = e^{-\xi\omega_a t} [A \cosh(\omega_a' t) + B \sinh(\omega_a' t)] \quad (2.41)$$

Na eq. (2.41) as constantes A e B dependem das condições iniciais do movimento e são dadas na eq. (2.42):

$$A = u(0) \quad \text{e} \quad B = \frac{\dot{u}(0)}{\omega_a'} + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} u(0) \quad (2.42)$$

Substituindo os valores das constantes da eq. (2.42) na solução dada na eq. (2.41), obtemos a eq. (2.43) que representa a resposta de um sistema superamortecido:

$$u(t) = e^{-\xi\omega_a t} \left[u(0) \cosh(\omega_a' t) + \left(\frac{\dot{u}(0)}{\omega_a'} + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} u(0) \right) \sinh(\omega_a' t) \right] \quad (2.43)$$

A Figura 2-8 representa a resposta para um sistema superamortecido com três diferentes condições iniciais.

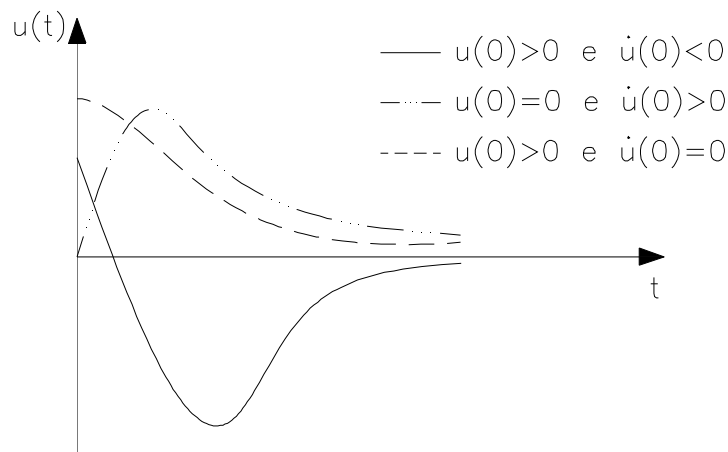


Figura 2-8 - Resposta em vibração livre para um S1GL superamortecido

2.3.

Medição experimental do coeficiente de amortecimento ξ

Amortecimento é uma propriedade dos sistemas em vibração de dissipar energia em cada ciclo, que fisicamente pode ser gerado por três mecanismos diferentes; quando o amortecimento é gerado por viscosidade e arrasto de fluidos é conhecido como amortecimento fluido; quando a dissipação de energia é produto do atrito entre os diferentes componentes de uma estrutura é dito amortecimento estrutural; é por ultimo o amortecimento do material que é a propriedade intrínseca de cada material de dissipar energia. Assim o

amortecimento total de um sistema em vibração será a soma de cada uma destas componentes (Clough & Penzien, 1975).

O método do decremento logarítmico é o método mais conhecido para a determinação experimental do amortecimento total de sistemas em vibração livre.

2.3.1. Método do decremento logarítmico

A resposta em deslocamentos para um sistema de um grau de liberdade (S1GL) em vibração livre amortecida esta dada pela eq. (2.34) em função de um único harmônico e graficamente esta representada na Figura 2-7.

Matematicamente o decremento logarítmico esta definido como o logaritmo neperiano da taxa de decaimento entre duas amplitudes separadas k ciclos de vibração, como é apresentado na eq. (2.44) (Clough & Penzien, 1975).

$$\delta = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{u_n}{u_{n+k}} \right) \quad (2.44)$$

A Figura 2-9 apresenta a resposta em vibração livre de S1GL, onde u_n e u_{n+k} são as duas amplitudes separadas k ciclos.

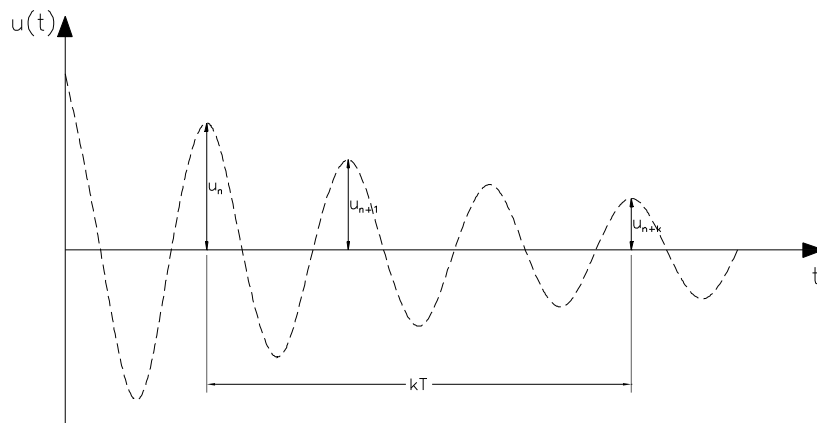


Figura 2-9 - Definição do decremento logarítmico

Para sistemas com amortecimentos muito pequenos ($\xi \ll 1$), o decremento logarítmico é definido da forma da eq. (2.45):

$$\delta = 2\pi\xi \quad (2.45)$$

Substituindo o valor de δ da eq. (2.45) na eq. (2.44), obtemos a equação que define o coeficiente de amortecimento baseado na resposta em vibração livre do sistema, eq. (2.46):

$$\xi = \frac{1}{2\pi k} \ln \left(\frac{u_n}{u_{n+1}} \right) \quad (2.46)$$

2.4. Análise modal

A análise modal constitui uma ferramenta usada para construir modelos que representem a dinâmica dos sistemas vibratórios. Suas principais aplicações são: identificação e avaliação do fenômeno de vibração; validação, correção e atualização de modelos dinâmicos analíticos; desenvolvimento de modelos dinâmicos baseados em testes experimentais; avaliação da integridade estrutural e detecção do dano (Maia & Silva, 1997).

Dentro da análise modal são assumidas três considerações:

- A estrutura é um sistema linear, e seu comportamento dinâmico pode ser descrito por um modelo representado por um conjunto de equações diferenciais de segunda ordem.
- A estrutura obedece ao teorema de reciprocidade de Maxwell.
- A estrutura é invariante no tempo.

2.4.1. Função de transferência

Existem muitas formas de solucionar as equações de segunda ordem que descrevem o movimento de sistemas em vibração sob qualquer tipo de carregamento; uma delas foi apresentada anteriormente e outra é pelo método da transformada de Laplace, que transforma a equação diferencial em uma equação algébrica de fácil manipulação. Esse método oferece muitas vantagens, pois permite trabalhar com funções descontínuas que automaticamente levam em conta as condições iniciais do problema (Maia & Silva, 1997).

A transformada de Laplace da função $u(t)$ é denotada como $U(s)$ e está definida da forma da eq. (2.47):

$$U(s) = \mathcal{L}[u(t)] = \int_0^{+\infty} e^{-st} u(t) dt \quad (2.47)$$

Na eq. (2.47) s é conhecida como a variável de Laplace que geralmente tem um valor complexo. Fazendo a transformada de Laplace em cada lado da eq. (2.1), temos a eq. (2.48) e a eq. (2.49):

$$\mathcal{L}(m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t)) = m[s^2U(s) - su(0) - \dot{u}(0)] + c[sU(s) - u(0)] + kU(s)$$

$$= (ms^2 + cs + k)U(s) - msu(0) - m\dot{u}(0) - cu(0) \quad (2.48)$$

$$\mathcal{L}(F(t)) = F(s) \quad (2.49)$$

Juntando as duas transformadas de Laplace, eq. (2.48) e eq. (2.49), obtemos a eq. (2.50):

$$(ms^2 + cs + k)U(s) = F(s) + m\dot{u}(0) + (ms + c)u(0) \quad (2.50)$$

Na eq. (2.50) $u(0)$ e $\dot{u}(0)$ são as condições iniciais em deslocamento e velocidade do movimento respectivamente. Se as condições iniciais são nulas, a relação entre a transformada da resposta e a transformada da excitação pode ser expressada como a eq. (2.51):

$$H(s) = \frac{U(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (2.51)$$

Sendo $H(s)$ uma função de valor complexo de s , conhecida como a função de transferência do sistema. Cabe ressaltar que o denominador da eq. (2.51) é correspondente com um dos fatores da eq. (2.4).

2.4.2. Funções de Resposta em Frequência (FRF)

Avaliando a função de transferência dada na eq. (2.51) no domínio da frequência, i.e., $s = i\omega$, obtemos a definição matemática das FRF definida pela eq. (2.52):

$$H(\omega) = H(s)|_{s=i\omega} = \frac{1}{(k - \omega^2 m) + i\omega c} \quad (2.52)$$

A FRF definida na eq. (2.52) representa uma das possíveis formas das funções de resposta em frequência, comumente conhecida como receptância, geralmente denotada como $\alpha(\omega)$, e representa a relação entre a resposta do sistema em deslocamentos e a força aplicada avaliadas no domínio da frequência (Maia & Silva, 1997).

As propriedades dinâmicas do sistema podem ser expressas em termos de qualquer característica da resposta de vibração, sendo possível expressar as FRF em termos de deslocamento, velocidade ou aceleração. Assim a resposta do sistema em termos de velocidade é conhecida como mobilidade, e em termos de aceleração é conhecida como acelerância:

$$\alpha(\omega) = \frac{\text{Resposta em deslocamento}}{\text{Força aplicada}} = \text{Receptância}$$

$$Y(\omega) = \frac{\text{Resposta em velocidade}}{\text{Força aplicada}} = \text{Mobilidade}$$

$$A(\omega) = \frac{\text{Resposta em aceleração}}{\text{Força aplicada}} = \text{Acelerância}$$

Como deslocamento, velocidade e aceleração são quantidades físicas relacionadas, as FRF estão correlacionadas também. Considerando uma vibração harmônica e assumindo que a FRF é dada em termos de mobilidade, temos a eq. (2.53):

$$Y(\alpha) = \frac{\dot{u}(t)}{F(t)} = \frac{i\omega \bar{U} e^{i\alpha t}}{F e^{i\alpha t}} = i\omega \frac{\bar{U}}{F} = i\omega \alpha(\omega) \quad (2.53)$$

Para FRF em termos de acelerância (eq. (2.54)):

$$A(\alpha) = \frac{\ddot{u}(t)}{F(t)} = \frac{-\omega^2 \bar{U} e^{i\alpha t}}{F e^{i\alpha t}} = -\omega^2 \alpha(\omega) \quad (2.54)$$

2.4.2.1. Representação das FRF

Existem muitas alternativas de representação gráfica das FRF; as apresentadas no presente documento correspondem às usadas no análise de vibrações.

Devido a que as FRF são funções complexas avaliadas no domínio da frequência, é comum representar-lhas em dois gráficos separados, um para a parte real (Figura 2-10 (a)) e outro para a parte imaginária (Figura 2-10 (b)); as duas figuras correspondem a um S1GL de $m = 1\text{kg}$, $k = 100\text{N/m}$ e $c = 0.6\text{Ns/m}$ com frequência natural $\omega_o = 10\text{rad/s}$ (Maia & Silva, 1997).

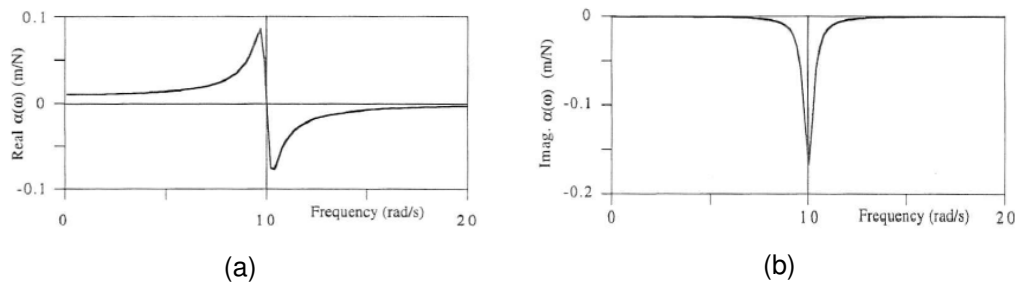


Figura 2-10 - Representação da receptância para S1GL: (a) parte real, (b) parte imaginária. (Maia & Silva, 1997)

Outra forma de representar as FRF é plotar a parte real da resposta contra a parte imaginária; este tipo de gráfico conhecido como o gráfico de Nyquist é apresentado na Figura 2-11, que corresponde ao mesmo S1GL do exemplo anterior.

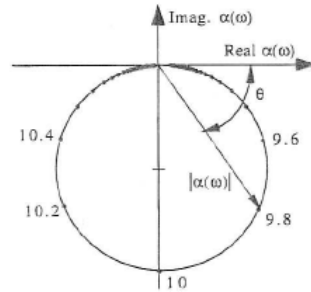


Figura 2-11 - Gráfico de Nyquist da receptância. (Maia & Silva, 1997)

Atualmente a forma mais comum é conhecida como o diagrama de Bode, que corresponde à representação da magnitude e a fase da FRF em função da frequência (Figura 2-12); o exemplo plotado corresponde ao mesmo S1GL trabalhado anteriormente e cabe ressaltar que na Figura 2-12 (a) o ponto onde ocorre o máximo de $\alpha(\omega)$ corresponde ao valor de ω_b do sistema. Na Figura 2-12 (b) o valor de ω_b corresponde à interseção da fase com o eixo da frequência.

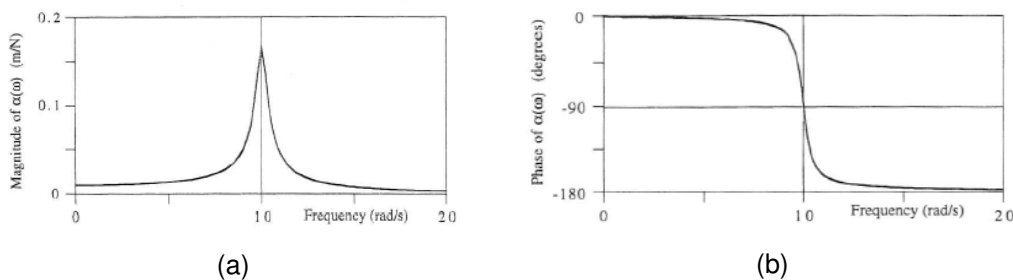


Figura 2-12 - Diagrama de Bode: (a) magnitude da receptância, (b) fase da receptância (Maia & Silva, 1997)

Para a representação gráfica das FRF na pratica são comumente usadas escalas logarítmicas para os eixos da magnitude e da frequência, pois para S1GL a obtenção das características dinâmicas do sistema é direta. A Figura 2-13 apresenta o gráfico log-log da magnitude contra a frequência para o mesmo S1GL trabalhado anteriormente.

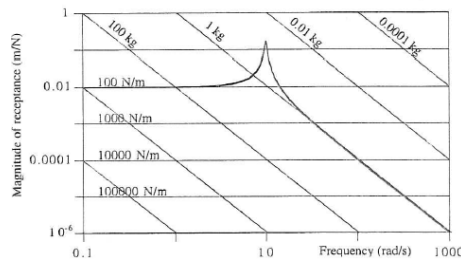


Figura 2-13 - Gráfico log-log da magnitude da receptância contra a frequência. (Maia & Silva, 1997)

Dentro do análise de vibrações a escala logarítmica da magnitude da receptância é expressa em decibéis (dB), definida de forma análoga à escala usada em acústica. Assim, para uma receptância de amplitude α , seu valor em decibéis é (eq. (2.55)):

$$\alpha(dB) = 20 \log_{10} \left(\frac{\alpha}{\alpha_{ref}} \right) \quad (2.55)$$

Na eq. (2.55) α_{ref} é um valor de referencia que deve ser conhecido com antecipação; caso não se possua informação este valor de referencia é tomado como a unidade.

Os gráficos log-log também podem ser aplicados para medições em termos de mobilidade ou aceleração, apresentados na Figura 2-14 (a) e (b) respectivamente; o gráfico corresponde ao mesmo S1GL trabalhado nesta seção.

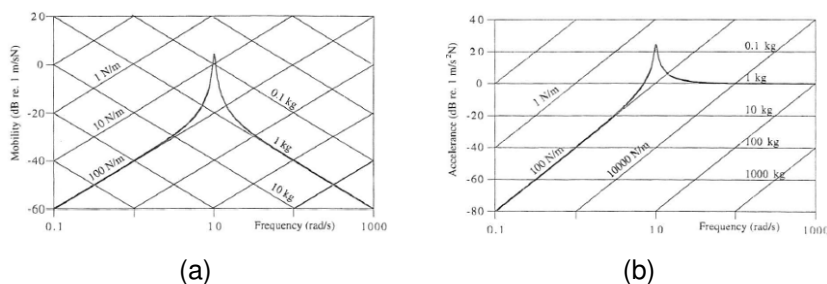


Figura 2-14 - Gráfico log-log da magnitude da FRF contra a frequência: (a) da mobilidade, (b) da aceleração (Maia & Silva, 1997)

2.4.3. Métodos de identificação modal

Como foi dito anteriormente as FRF contêm todas as características dinâmicas dos sistemas. Experimentalmente, quando uma estrutura é excitada, são obtidas varias FRF correspondentes aos diferentes pontos selecionados previamente para determinar as propriedades dinâmicas; os dados provenientes

das FRF devem ser tratados numericamente para conhecer as características do sistema que estão contidas nelas.

Existem métodos de identificação modal que trabalham no domínio do tempo e no domínio da frequência; os primeiros em geral tendem a fornecer melhores resultados quando existe uma ampla faixa de frequência ou um número grande de modos de vibração que querem ser analisados; os modelos no domínio da frequência são usados quando a faixa de frequência é limitada e o número de modos de vibração é pequeno.

Tanto os métodos que trabalham no domínio do tempo como no domínio da frequência podem ser divididos em métodos indiretos (ou modais) e diretos. O primeiro significa que a identificação das FRF é baseada num modelo modal, i.e., nos parâmetros modais (frequências naturais, coeficientes de amortecimento, constantes modais e suas fases). O segundo (diretos) significa que a identificação é diretamente baseada no espaço modal, i.e., na equação matricial geral de equilíbrio dinâmico (Maia & Silva, 1997).

2.4.3.1.

Método dos polinômios de fração racional (RFP)

O método dos polinômios de fração racional é um método indireto que trabalha no domínio da frequência, cuja formulação matemática foi definida no ano 1982 (Richardson & Formenti, 1982) e, hoje em dia, constitui o método de identificação modal mais usado. A FRF obtida experimentalmente é expressa na forma de frações racionais e a função do erro, que tem que ser minimizada, é estabelecida de forma que o sistema de equações resultantes seja linear; uma das principais vantagens desse método é que não precisa de uma estimativa inicial dos parâmetros modais. Devido a que o sistema de equações lineares obtidas envolve matrizes auto-condicionadas, a forma de frações racionais das FRF é expressa em termos de polinômios ortogonais (Maia & Silva, 1997).

A formulação matemática na que está baseado esse método é apresentada no Anexo A.

2.5.

Estrutura do bambu

A estrutura externa do bambu está constituída por quatro partes principais: um sistema subterrâneo de rizomas, colmo, galhos y folhas (Ghavami & Marinho, 2005). Os colmos são formados por nós e entrenós, distribuídos de forma

alternada ao longo do comprimento do bambu, constituídos principalmente por fibras, vasos vasculares e condutores de seiva, envolvidos em uma matriz de parênquima (Ghavami & Marinho, 2005). O comprimento dos colmos, espessura da parede, distancia internodal, diâmetro e resistência, difere entre as diferentes espécies de bambu.

Do ponto de vista anatômico, de modo geral, a seção transversal dos colmos de bambu está constituída por 40% de fibras de celulosa, 50% de células parenquimosas e 10% de vasos vasculares (Liese, 1998). Assim, segundo Ghavami et al. (2003) a estrutura interna dos bambus pode ser considerada como um material compósito de fibras de celulosa longas e alinhadas dentro de uma matriz de lignina; a distribuição das fibras varia ao longo da espessura da parede do colmo, sendo maior na parte externa, onde o material está mais solicitado aos esforços produzidos pelo vento; este comportamento é conhecido como funcionalidade graduada. A Figura 2-15 apresenta a variação da fração volumétrica das fibras na espessura do colmo.

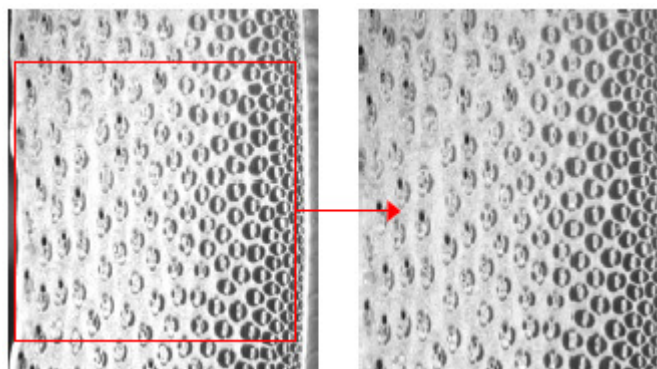


Figura 2-15 - Variação da fração volumétrica das fibras na espessura do colmo do bambu da espécie *Guadua Angustifolia* (Ghavami & Marinho, 2005).

2.6. Pesquisas anteriores

Ghavami et al. (2003) desenvolveu o primeiro trabalho do que se tem conhecimento no estudo das propriedades dinâmicas do bambu; foram ensaiados pequenos segmentos de bambu em balanço da espécie *Dendrocalamus Giganteus* com dimensões aproximadas de 3 mm x 12 mm de seção transversal com comprimento de 50 mm, cujo objetivo era a medição do seu coeficiente de amortecimento com ensaios de vibração livre. A resposta dos segmentos foi obtida com acelerômetros fixados na extremidade livre e os

amortecimentos obtidos pelo método do decremento logarítmico. Os resultados deste ensaio são mostrados na Tabela 2.1.

ESPÉCIME 1		ESPÉCIME 2	
Teste	ξ (%)	Teste	ξ (%)
1	0.690	1	0.542
2	0.645	2	0.539
3	0.507	3	0.427
4	0.516	4	0.537
Média	0.590	Média	0.511

Tabela 2.1 - Coeficiente de amortecimento do bambu para a espécie *Dendrocalamus giganteus* (Ghavami et al, 2003)

O segundo trabalho foi desenvolvido por Coelho (2005), onde foram determinados os coeficientes de amortecimento e frequências naturais de vibração para as espécies *Dendrocalamus Giganteus*, *Phyllostachys Áurea* e *Guadua Angustifolia* em testes de vibração livre e modais. Os segmentos usados na vibração livre tinham aproximadamente 40 mm x 5 mm de seção transversal e 550 mm de comprimento. Para os testes modais foram usados colmos inteiros das três espécies de 33 cm e 100 cm de comprimento. Nesta pesquisa foram utilizadas as bases de bambu, sem nenhum tratamento; os bambus da espécie *Dendrocalamus Giganteus* e *Guadua Angustifolia* foram corados no ano 2003 e da espécie *Phyllostachys Áurea* no ano 2001. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2.2.

ESPÉCIE	SEGMENTOS 55 cm		COLMOS 33 cm		COLMOS 100 cm	
	ξ (%)	fo (Hz)	ξ (%)	fo (Hz)	ξ (%)	fo (Hz)
<i>Dendrocalamus giganteus</i>	1.52	8.00	1.89	2890.99	1.75	567.65
<i>Phyllostachys áurea</i>	1.32	9.50	1.05	856.90	0.96	254.10
<i>Guadua angustifolia</i>	0.99	11.25	1.60	2798.49	1.20	540.16

Tabela 2.2 - Parâmetros dinâmicos para bambus das espécies *Dendrocalamus Giganteus*, *Phyllostachys Áurea* e *Guadua Angustifolia* (Coelho, 2005)

3. Metodologia experimental

3.1. Introdução

Os ensaios foram desenvolvidos no Laboratório de Estruturas e Materiais (LEM) do Departamento de Engenharia Civil, no Laboratório de Vibrações do Departamento de Engenharia Mecânica, ambos da PUC-Rio, e no *Instituto de Extensión e Investigaciones* (IEI) da *Universidad Nacional de Colombia*. Os bambus ensaiados são das espécies *Dendrocalamus Giganteus* (DG) e *Phyllostachys Áurea* (PA).

Os bambus da espécie DG pertencem ao bambuzal da PUC-Rio e foram cortados no dia 20 de Março de 2008, aproximadamente 40 cm acima do nível do solo. Para facilitar o transporte dos colmos, cada bambu foi dividido em segmentos de 3 m de comprimento aproximadamente e armazenados em posição vertical no LEM durante um período de 3 semanas.

Para os bambus da espécie PA são estudadas cinco variações: colmos sem tratamento cortados em março de 2008, sem tratamento cortados em maio de 2007, sem tratamento cortados em 2001, com tratamento ao fogo (maçarico) cortados em março de 2008 e com tratamento ao fogo (maçarico) cortados em maio de 2007. Os bambus dessa espécie pertencem ao bambuzal localizado na cidade Bananal no estado de São Paulo; os colmos cortados nos anos de 2007 e 2008 são divididos em segmentos de 2 m de comprimento e armazenados em posição vertical no LEM por um período de 5 semanas. Os colmos cortados no ano de 2001 foram usados na pesquisa desenvolvida por Sanchez (2002) e armazenados em posição vertical no LEM desde esse ano.

Devido ao fato de as propriedades do bambu variarem ao longo do seu comprimento, os colmos são normalmente divididos em três partes: base, meio e topo. Na presente pesquisa, são estudadas somente as partes basais dos colmos de bambu.

3.2.

Diâmetro e espessura

A medição do diâmetro e da espessura dos colmos ensaiados é feita segundo o procedimento da norma ISO/TC 165 N314 Daté: 2001-11-28. Para cada seção transversal, o diâmetro é determinado duas vezes em direções perpendiculares e a espessura é medida quatro vezes, nos mesmos pontos onde é avaliado o diâmetro.

3.3.

Umidade

A determinação do teor de umidade é feita segundo o procedimento da norma ISO/TC 165 N315 Daté: 2001-12-07. São preparadas amostras de 25 mm de comprimento por 25 mm de largura aproximadamente com espessura igual à espessura da parede do colmo; cada amostra é pesada e levada ao forno a uma temperatura de 102°C para secagem.

Após 24 horas de iniciado o processo de secagem deve ser registrado o novo peso de cada amostra em intervalos de duas horas até obter uma diferença inferior a 0.01 g entre duas medições consecutivas.

Sendo m_o a massa inicial da amostra e m a massa após da secagem, o teor de umidade MC de cada amostra é calculado com a eq. (3.1):

$$MC(\%) = \frac{m_o - m}{m} \times 100 \quad (3.1)$$

A medição do teor de umidade é feita para cada uma das espécies de bambu estudadas com três amostras para cada uma delas, sendo no total ensaiadas 18 amostras. Esses ensaios são realizados no *Instituto de Extensión e Investigaciones* (IEI) da *Universidad Nacional de Colombia*.

3.4.

Módulo de elasticidade à flexão

A determinação do módulo de elasticidade à flexão é feita em segmentos com nós para cada uma das espécies estudadas na presente pesquisa. Devido ao fato do bambu ser um material funcionalmente graduado, i.e., a fração volumétrica das fibras varia ao longo da espessura da parede do colmo, a variação do módulo de elasticidade é determinada em função da concentração das fibras. Assim, além de se determinar o módulo de elasticidade para

segmentos inteiros, são ensaiadas fatias com diferentes volumes de fibras para as seis variáveis de bambu pesquisadas.

As amostras da espécie DG são divididas em três fatias, externa, meia e interna, contendo a primeira o maior volume de fibras e a última o menor; o segmento inteiro tem uma seção transversal de 40 mm x 13 mm, a fatia externa de 40 mm x 6 mm, a fatia do meio 40 mm x 6 mm e a fatia interna 40 mm x 4 mm, todos com um comprimento livre de 550 mm. Devido ao fato que os bambus da espécie PA possuem menor espessura, são divididos em duas fatias, externa e interna, tendo a primeira delas a maior concentração de fibras; a seção transversal do segmento inteiro é de 15 mm x 6 mm, da fatia externa e interna 15 mm x 4 mm, todas com comprimento livre de 400 mm. No total são ensaiadas 57 amostras, três por cada tipo de corpo de prova. Um esquema dos comprimentos e seções transversais dos segmentos é apresentado na Figura 3-1.

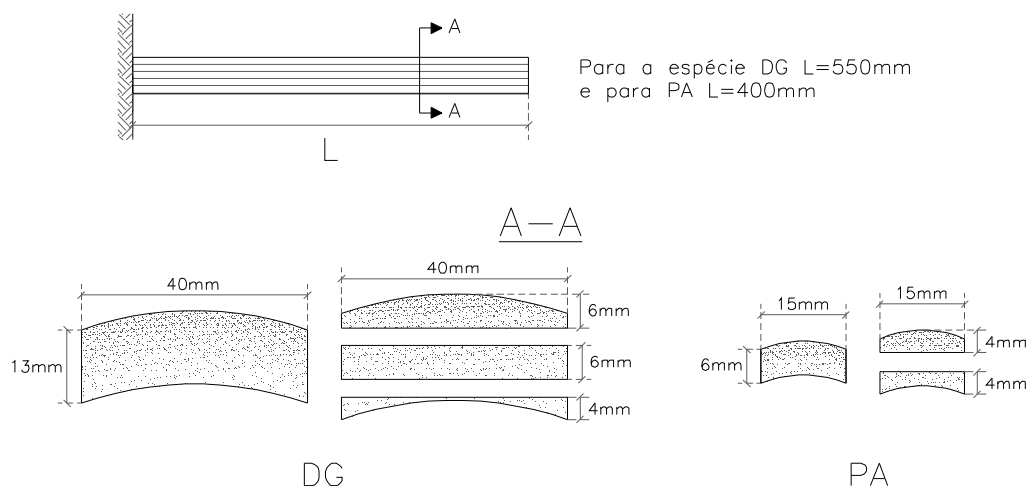


Figura 3-1 - Comprimento e seções transversais dos segmentos de bambu

Com cada corpo de prova é formado um sistema em balanço, engastando o segmento usando-se uma garra metálica. Na extremidade livre do segmento é aplicado o carregamento através da máquina EMIC DC3000, com uma velocidade de aplicação da carga de 10 mm/s, sendo registrado o deslocamento, em milímetros, no mesmo ponto. Um esquema do ensaio é apresentado nas Figura 3-2 e Figura 3-3.

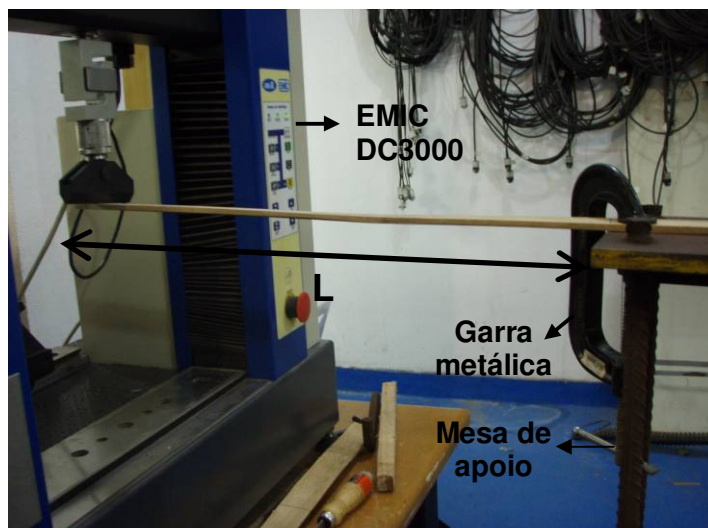


Figura 3-2 - Ensaio para a determinação de módulo de elasticidade à flexão (para a espécie DG o comprimento $L = 550$ mm, para PA $L = 400$ mm)



Figura 3-3 - Finalização do ensaio para a determinação do módulo de elasticidade à flexão

Os corpos de prova da espécie DG têm um nó localizado 230 mm respeito ao engaste; as amostras da espécie PA têm dois nós localizados 75 mm e 285 mm respeito do engaste, aproximadamente.

Com os dados de carga e deslocamento obtidos dos ensaios foram construídos gráficos de carga x deslocamento, e o módulo de elasticidade à flexão foi obtido a partir da relação apresentada na eq. (3.2), onde L é o comprimento livre do segmento, dito anteriormente, I é a inércia da seção transversal e a relação P/y corresponde à tangente da curva carga x deslocamento obtida experimentalmente:

$$E = \frac{P L^3}{y 3I} \quad (3.2)$$

O cálculo da inércia I é feita pelo programa AUTOCAD, levando em conta a curvatura natural dos segmentos, digitalizando uma fotografia da cada seção transversal.

Esses ensaios são desenvolvidos no Laboratório de Estruturas e Materiais (LEM) do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio.

3.5.

Fator de amortecimento e frequência natural de vibração

Para a determinação experimental dos fatores de amortecimento e frequências naturais de vibração das duas espécies de bambu são usadas duas metodologias: a primeira delas consiste em testes em vibração livre de segmentos de bambu em balanço e a segunda em testes modais de colmos para diferentes condições de contorno. Esses ensaios são desenvolvidos no Laboratório de Vibrações do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

3.5.1.

Testes em vibração livre

Os testes em vibração livre têm como objetivo a obtenção da resposta nesse tipo de vibração de segmentos em balanço das duas espécies de bambu. Para a determinação da variação das propriedades dinâmicas em função da concentração de fibras na espessura da parede do colmo, são usadas as mesmas fatias empregadas na determinação do módulo de elasticidade à flexão (Figura 3-1), sendo cada fatia ensaiada duas vezes.

Para restringir ao máximo os deslocamentos e rotações no engaste, cada segmento é fixado a um suporte metálico usando duas placas, parafusadas entre elas (Figura 3-5); para registrar a resposta dos segmentos em vibração livre é colado um acelerômetro, marca ENDEVCO modelo 25B S/N BL47 com sensibilidade de 4.7902 mV/g (Figura 3-6), na extremidade livre com ajuda de parafina e fita adesiva. O sinal enviado pelo acelerômetro é captado em um computador com ajuda do software HP 3556A.

Pelo fato dos segmentos inteiros, as fatias externas e internas terem a curvatura natural dos colmos de bambu, é necessário colar-lhes duas placas de alumínio na extremidade engastada com o objetivo de garantir uma superfície

plana que pudera ser segurada pelas duas placas metálicas, como mostra a Figura 3-4; a cola usada para fixar as placas de alumínio é massa plástica.

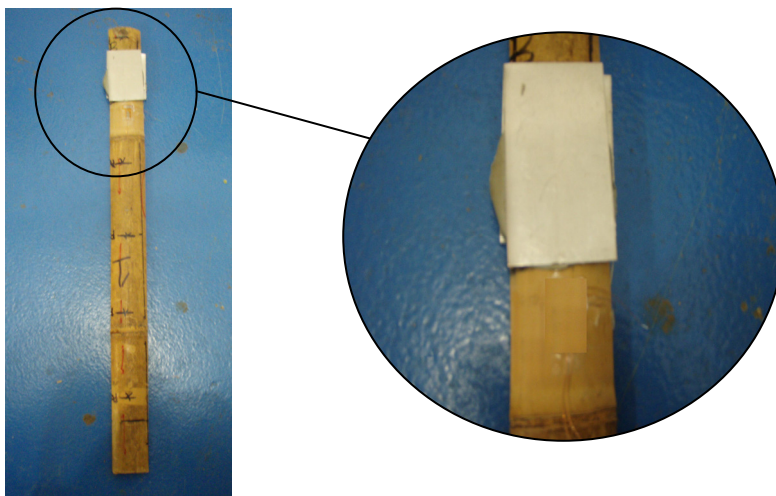


Figura 3-4 – Placas de alumínio na extremidade engastada dos segmentos inteiros, fatias internas e externas.

O torque usado nos parafusos do engaste é de 18 N-m para todos os corpos de prova (segmentos inteiros e fatias).

São introduzidas condições iniciais em deslocamento na extremidade livre do segmento e suficientemente grandes para se obterem sinais de boa qualidade (sem ruído), mas ainda dentro da região de comportamento linear das vibrações. As respostas dos segmentos são avaliadas tanto no domínio do tempo quanto da frequência, o primeiro com a finalidade de obter o comportamento de decaimento livre e o segundo para obter a frequência natural de vibração do sistema.

O valor do coeficiente de amortecimento é obtido usando-se o método do decremento logarítmico (eq. (2.46)) empregando as amplitudes de movimento obtidas a partir da resposta no domínio do tempo do segmento.

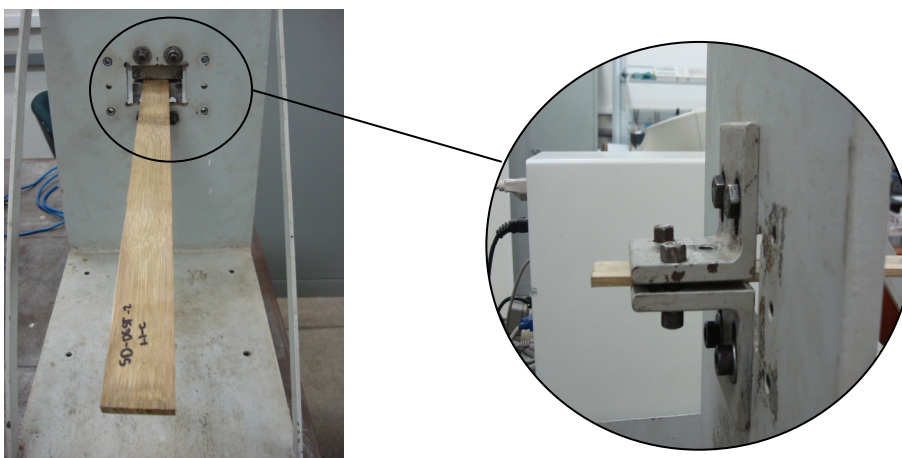


Figura 3-5 – Segmento engastado no suporte metálico usado para o ensaio em vibração livre.



Figura 3-6 - Acelerômetro ENVEDCO modelo 25B S/N BL47 com sensibilidade de 4.7902 mV/g.

Um esquema da montagem geral deste tipo de ensaios é apresentado na Figura 3-7.

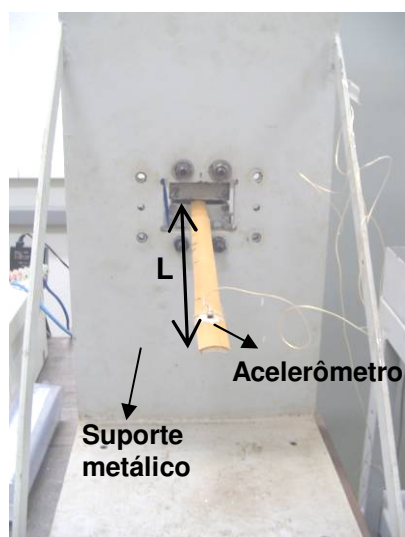


Figura 3-7 - Montagem dos testes em vibração livre (para a espécie DG o comprimento $L = 550$ mm, para PA $L = 400$ mm)

3.5.2. Testes modais

Este tipo de teste tem como objetivo a determinação das Funções de Resposta em Frequência (FRF) de colmos das duas espécies de bambu para duas condições de contorno: na primeira delas os colmos de bambu são apoiados sobre duas esponjas e na segunda os colmos são suspensos por fios de nylon; essas condições de contorno assemelham uma análise livre-livre apresentando baixa interferência das condições de contorno na resposta dinâmica dos sistemas (Maia & Silva, 1997).

Cada colmo de bambu é dividido em 12 pontos eqüidistantes, sendo colado um acelerômetro no ultimo ponto (ponto 12) com ajuda de parafina e fita

adesiva; uma força de impacto é aplicada em cada ponto usando um martelo marca ENDEVCO modelo 30927 com sensibilidade de 99.7 mV/lbf sendo sua máxima força impulsiva aplicada de 1.00 lbf (Figura 3-8); o acelerômetro usado nesse tipo de ensaio é o mesmo empregado nos testes de vibração livre. O sinal enviado pelo acelerômetro e o martelo é captado em um computador com ajuda do software HP 3556A, que realiza as análises dos dois sinais utilizando a Transformada Rápida de Fourier para obterem-se as FRF para os diferentes pontos de excitação.

A FRF usada para obterem-se os parâmetros modais dos colmos corresponde a média das 12 medições feitas em cada corpo de prova (Richardson & Formenti, 1985), sendo ajustada pelo método dos polinômios de fração racional (RFP) aplicando um algoritmo computacional desenvolvido por Gutierrez (2002) que trabalha no programa MATLAB®.



Figura 3-8 - Martelo ENVEDCO modelo 30927 com sensibilidade de 99.7 mV/lbf, com máxima força impulsiva aplicada de 1.00 lbf

3.5.2.1. Bambu apoiado sobre duas esponjas

Nesta condição de contorno são usados colmos de 1.00 m de comprimento para as duas espécies pesquisadas. Com o objetivo de estudar a influência da presença do diafragma na resposta dinâmica dos colmos, são ensaiados colmos com e sem diafragma. Os corpos de prova usados na condição sem diafragma correspondem aos mesmos utilizados na condição com diafragma que após serem ensaiados são preparados.

Nesse tipo de testes são ensaiados três colmos para cada variável estudada, sendo ensaiado cada corpo de prova duas vezes para as condições com e sem diafragma respectivamente. A Figura 3-9 mostra a montagem do ensaio e a Figura 3-10 apresenta a execução do mesmo.

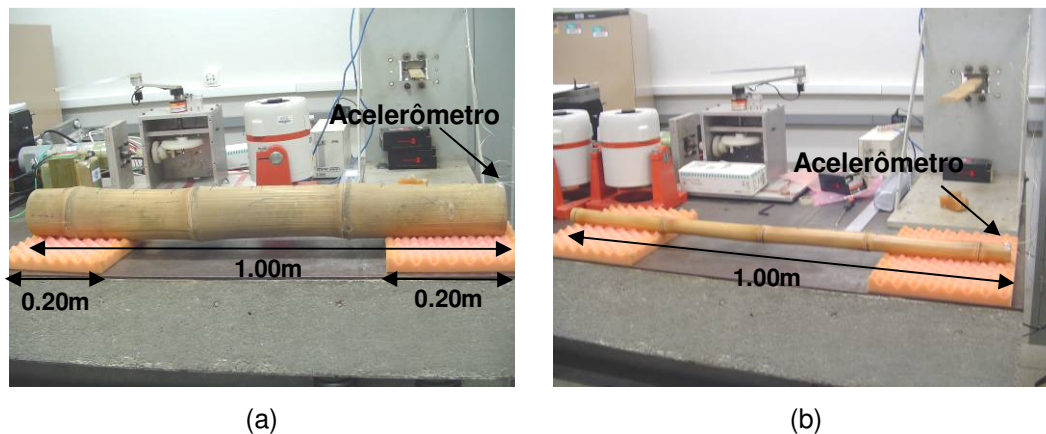


Figura 3-9 - Montagem do ensaio para a condição do bambu apoiado sobre esponjas: (a) colmo da espécie DG, (b) colmo da espécie PA

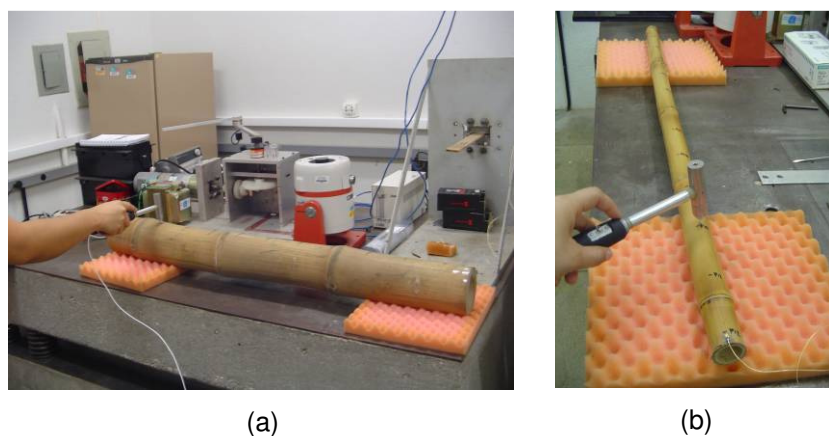
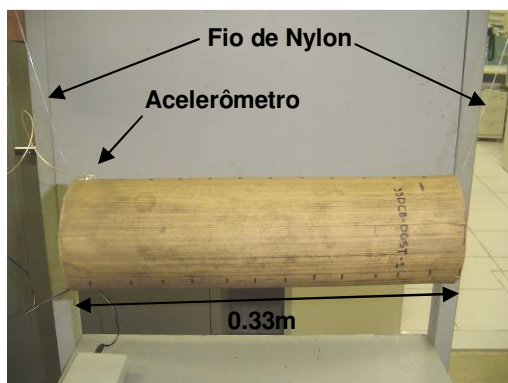


Figura 3-10 - Execução do ensaio para a condição do bambu apoiado sobre esponjas: (a) colmo da espécie DG, (b) colmo da espécie PA

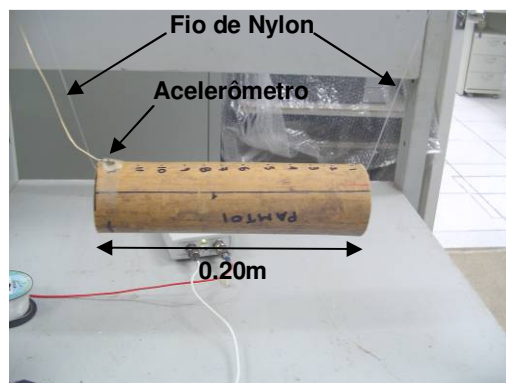
3.5.2.2. Bambu suspenso por fios de nylon

Nesta condição de contorno são usados colmos de 0.33 m de comprimento para a espécie DG e de 0.20 m de comprimento para a espécie PA, porque o comprimento internodal médio para as duas espécies é diferente e o objetivo de este tipo de teste é obter a resposta dinâmica dos colmos sem nós.

São ensaiados três colmos para cada variável estudada, sendo ensaiado cada corpo de prova duas vezes. A Figura 3-11 mostra a montagem do ensaio e Figura 3-12 a apresenta a execução do mesmo.



(a)



(b)

Figura 3-11 - Montagem do ensaio para a condição do bambu suspenso por um fio de nylon: (a) colmo da espécie DG, (b) colmo da espécie PA.



(a)



(b)

Figura 3-12 - Execução do ensaio para a condição do bambu suspenso por um fio de nylon: (a) colmo da espécie DG, (b) colmo da espécie PA.

4. Apresentação e análise dos resultados

4.1. Introdução

Este capítulo apresenta os resultados obtidos nos ensaios descritos no capítulo 3, fazendo uma análise de cada um deles incluindo comparações com resultados de pesquisas anteriores.

A nomenclatura usada na apresentação de resultados corresponde a DG para os corpos de prova da espécie *Dendrocalamus Giganteus*; para as cinco variações estudadas da espécie *Phyllostachys Áurea* (PA) a nomenclatura é: PAST0A corpos de prova dos colmos sem tratamento cortados em março de 2008, PAST1A sem tratamento cortados em maio de 2007, PAST7A sem tratamento cortados em 2001, PACT0A com tratamento ao fogo cortados em março de 2008 e PACT1A com tratamento ao fogo cortados em maio de 2007.

4.2. Diâmetro e espessura

Os resultados da medição dos diâmetros e as espessuras dos colmos ensaiados são apresentados na Tabela 4.1 que contém os valores médios para cada conjunto de dados.

PROPRIEDADE		DG	PA-I	PA-II	PA-III	PA-IV	PA-V
DIÂMETRO EXTERNO	MEDIA (mm)	98.67	36.14	33.87	49.07	32.75	37.53
	DESVIO PADRÃO	1.20	1.65	1.00	0.42	1.27	1.07
ESPESSURA	MEDIA (mm)	14.17	4.46	4.23	7.48	4.21	4.36
	DESVIO PADRÃO	0.87	0.27	0.30	0.58	0.30	0.41
COMPRIMENTO INTERNODAL	MEDIA (mm)	362.50	221.38	223.38	219.25	210.75	209.88
	DESVIO PADRÃO	49.81	8.57	8.83	7.03	9.09	11.63

Tabela 4.1 - Resultados das medições dos diâmetros e a espessura dos colmos ensaiados.

Embora os colmos usados nas cinco variações estudadas da espécie PA serem do mesmo bambuzal, elas exibem características diferentes. O PAST7A tem um diâmetro externo médio maior quando comparado com as outras quatro amostras da mesma espécie. O mesmo comportamento é observado na espessura. Uma causa deste comportamento é que os colmos das variações

PAST0A, PAST1A, PACT0A e PACT1A foram cortados nos anos 2007 e 2008 pertencendo provavelmente a uma mesma sementeação, já os colmos PAST7A que foram cortados no ano 2001 correspondem a outra.

A espécie PA possui valores menores de diâmetro externo e espessura da parede do que a espécie DG. Sanchez (2002) encontrou um comportamento similar no mapeamento das propriedades físicas das duas espécies; a Tabela 4.2 apresenta os valores encontrados nessa pesquisa, que correspondem à média do colmo todo.

PROPRIEDADE	DG	PA
Diâmetro externo médio (mm)	79.87	36.12
Espessura média da parede (mm)	17.03	2.88

Tabela 4.2 - Valores médios para as duas espécies de bambu Sanchez (2002)

4.3. Umidade

A Tabela 4.3 apresenta os valores médios obtidos na determinação do teor de umidade de cada uma das variáveis estudadas; cada valor corresponde à média de 3 corpos de prova ensaiados.

PROPRIEDADE		DG	PA-I	PA-II	PA-III	PA-IV	PA-V
MC (%)	MEDIA	12.73	13.03	12.88	11.91	11.55	11.27
	DESVIO PADRÃO	0.05	0.09	0.13	0.37	0.04	0.26

Tabela 4.3 - Teor de umidade para as seis variáveis estudadas

Comparando os resultados obtidos para as cinco variáveis estudadas da espécie PA, os corpos de prova PAST0A apresentam maior teor de umidade, que vai decrescendo até o menor valor encontrado nos corpos de prova PACT1A. Os corpos de prova para PAST0A, PACT0A PAST1A e PACT1A foram cortados no mesmo ano, mas apresentam umidades diferentes porque os bambus PACT0A e PACT1A têm tratamento ao fogo que reduz a umidade das amostras.

Os resultados obtidos para os corpos de prova que não têm tratamento vão diminuindo de acordo com o tempo de armazenamento, tendo seu maior valor com PAST0A que foi cortado no ano 2008 e o menor com PAST7A que foi cortado no ano de 2001.

4.4. Módulo de elasticidade à flexão

Para a medição do módulo de elasticidade à flexão das seis variáveis de bambu estudadas são feitos testes de segmentos em balanço como foi explicado no capítulo anterior. As Figura 4-1 e Figura 4-2 apresentam os gráficos carga x deslocamento para segmentos das espécies DG e PAST0A.

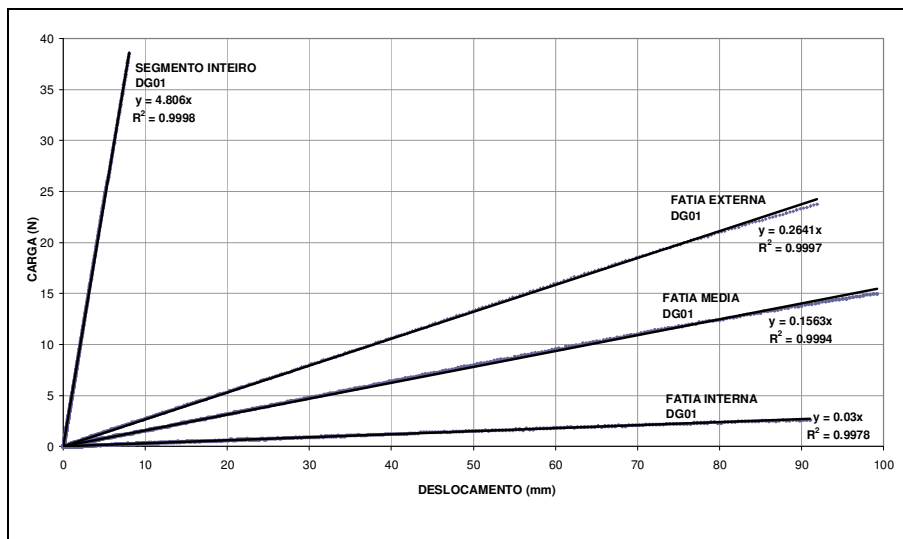


Figura 4-1 – Carga x deslocamento para a espécie DG

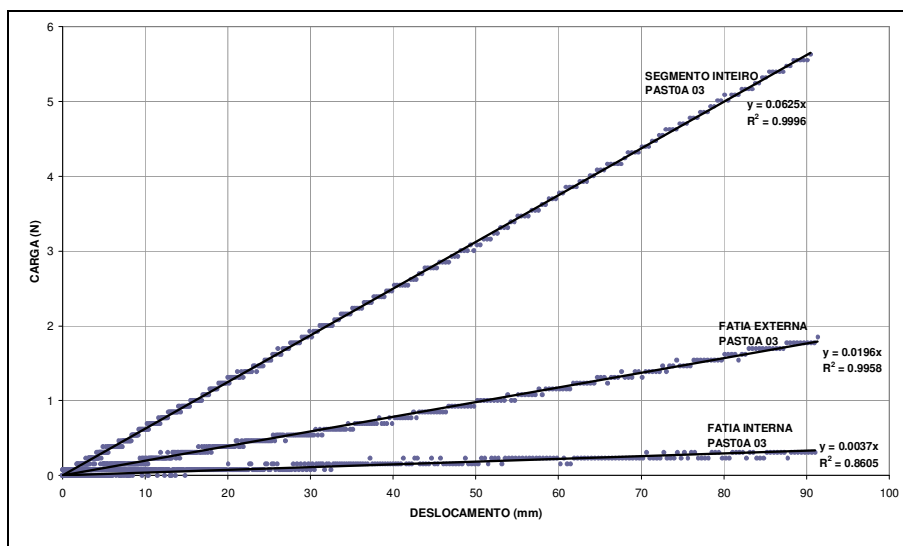


Figura 4-2 – Carga x deslocamento para a espécie PAST0A

Os valores médios calculados para os módulos de elasticidade à flexão para os segmentos inteiros e as fatias das seis variáveis de bambu estudadas são apresentados na Tabela 4.4. Os resultados correspondem à média de 3 corpos de prova ensaiados.

CORPO DE PROVA	DG	DESVIO	PAST0A	DESVIO	PAST1A	DESVIO	PAST7A	DESVIO	PACT0A	DESVIO	PACT1A	DESVIO
	E (GPa)	PADRÃO	E (GPa)	PADRÃO	E (GPa)	PADRÃO	E (GPa)	PADRÃO	E (GPa)	PADRÃO	E (GPa)	PADRÃO
Segmento inteiro	13.872	3.397	15.515	3.783	17.407	0.375	15.766	0.567	13.703	0.405	13.974	1.756
Fatia externa	15.967	0.899	19.843	2.598	19.258	0.743	21.363	1.632	11.834	3.998	11.017	0.798
Fatia media	14.194	0.028	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
Fatia interna	7.973	1.611	9.813	4.726	9.732	4.773	7.965	1.678	9.684	3.243	9.393	2.356

Tabela 4.4 - Módulo de elasticidade à flexão para as variáveis estudadas

Coelho (2005) encontrou para o módulo de elasticidade à flexão de segmentos da base dos bambus das espécies *Dendrocalamus Giganteus* e *Phyllostachys Áurea* valores de 7.19 GPa e 10.84 GPa respectivamente; estes valores correspondem a ensaios em segmentos em balanço. A diferença dos valores encontrados na presente pesquisa com os valores citados pode estar na seção transversal dos segmentos usados na pesquisa anterior, que não foi mencionada.

Comparando os resultados obtidos para as cinco variações da espécie PA observa-se que os segmentos PACT0A e PACT1A têm menor valor de módulo de elasticidade para o segmento inteiro e para a fatia externa; esse comportamento é causado pelo deterioro das fibras externas com o tipo de tratamento.

A eq. (4.1) indica a variação da fração volumétrica das fibras na espessura da parede do colmo na região basal de bambus da espécie DG (Ghavami & Souza, 2000) e a eq. (4.2) da região basal da espécie PA (Sanchez, 2002). Nas equações (4.1) e (4.2) a posição $x = 0$ corresponde à fase interna do material e $x = 1$ à fase externa.

$$V_f(x) = -8.57x^2 + 32.94x + 28.93 \quad (4.1)$$

$$V_f(x) = 30.08x^2 + 22.19x + 17.443 \quad (4.2)$$

Para obter a equação que define a variação do módulo de elasticidade à flexão em função da fração volumétrica das fibras na parede do colmo, são plotados os valores obtidos para cada uma das fatias e depois é feita uma regressão linear. A Figura 4-3 apresenta a variação do módulo de elasticidade a flexão em função da fração volumétrica das fibras para a espécie DG e a Figura 4-4 para as variações estudadas da espécie PA.

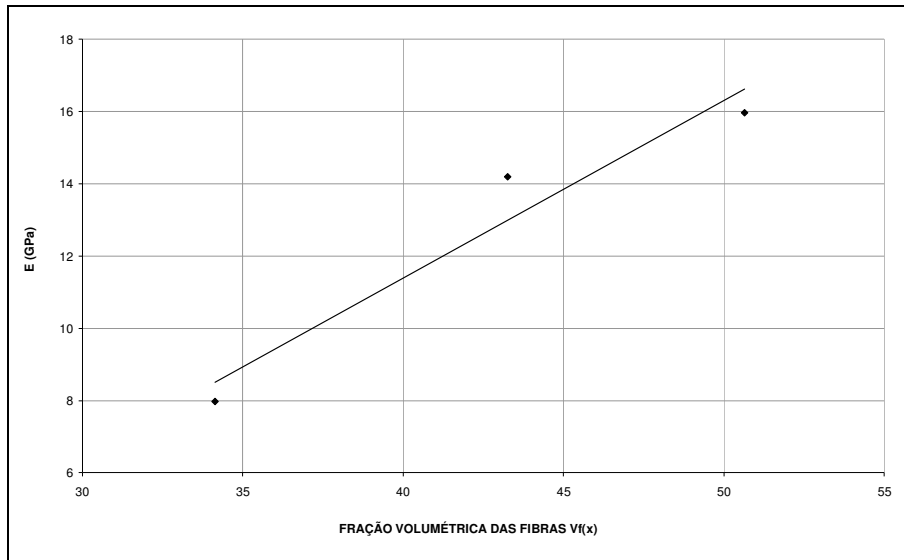


Figura 4-3 - Variação do módulo de elasticidade à flexão em função da fração volumétrica das fibras na parede do colmo para a espécie DG

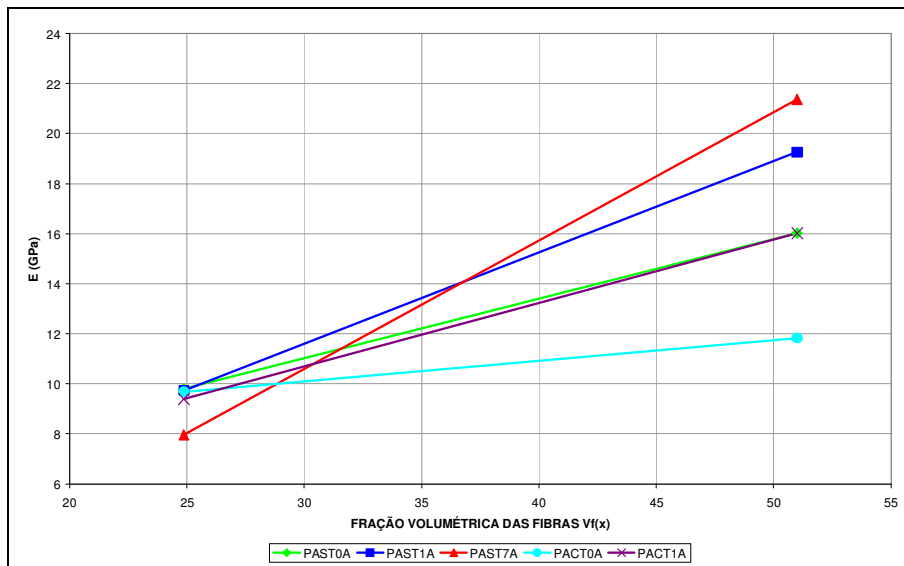


Figura 4-4 - Variação do módulo de elasticidade à flexão em função da fração volumétrica das fibras na parede do colmo as cinco variações estudadas da espécie PA

Para as duas espécies observa-se um incremento no módulo de elasticidade à flexão com o aumento da fração volumétrica das fibras, que para a espécie DG é representado pela equação (4.3) e para as PAST0A, PAST1A, PAST7A, PACT0A e PACT1A pelas equações (4.4), (4.5), (4.6), (4.7) e (4.8) respectivamente. Nas equações (4.3) até (4.8) a posição $x = 0$ corresponde à fase interna do material e $x = 1$ à fase externa.

$$E(\text{GPa}) = 0.4917V_f(x) - 8.2743 \quad (4.3)$$

$$E(\text{GPa}) = 0.2374V_f(x) + 3.9092 \quad (4.4)$$

$$E(GPa) = 0.3645V_f(x) + 0.6669 \quad (4.5)$$

$$E(GPa) = 0.5126V_f(x) - 4.7848 \quad (4.6)$$

$$E(GPa) = 0.0823V_f(x) + 7.638 \quad (4.7)$$

$$E(GPa) = 0.2535V_f(x) + 3.0895 \quad (4.8)$$

4.5.

Fator de amortecimento e frequência natural de vibração

4.5.1.

Testes em vibração livre

Neste experimento são ensaiadas 57 amostras, 12 para DG e 9 para cada uma das variações estudadas da espécie PA. Cada corpo de prova é ensaiado quatro vezes, duas para obter a resposta do segmento em vibração livre no domínio do tempo e duas para obter a resposta no domínio da frequência.

As Figura 4-5 e 4-6 mostram a resposta em vibração livre no domínio do tempo de segmentos da espécie DG e PAST0A respectivamente.

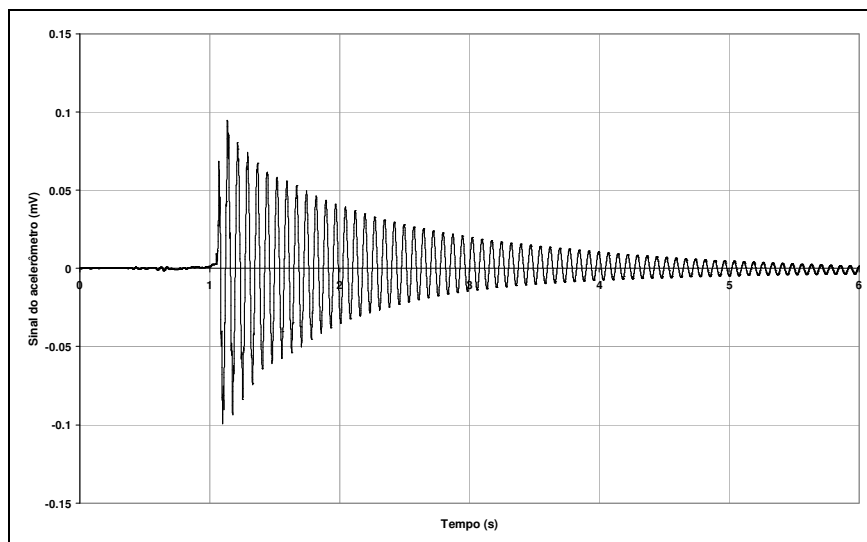


Figura 4-5 - Resposta no domínio do tempo para a fatia média DG-02, segundo teste

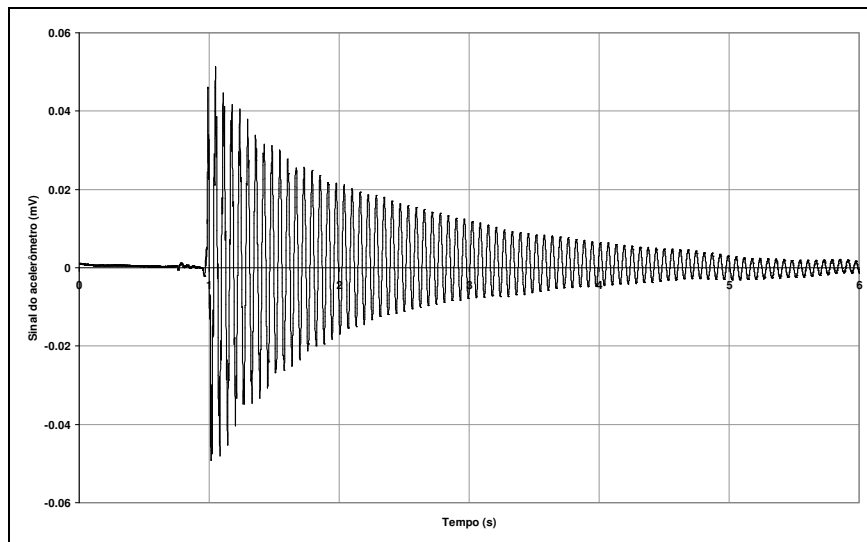


Figura 4-6 - Resposta no domínio do tempo para o segmento inteiro PAST0A-03, segundo teste

Nas duas figuras anteriores observa-se que a condição inicial em deslocamento na extremidade livre do segmento é introduzida aproximadamente no tempo $t \approx 1.0s$, tempo até o qual o sinal de resposta captado pelo acelerômetro deveria ser nulo, mas captou algum ruído causado por algum fator externo. Para reduzir ao máximo qualquer mudança introduzida pelo processamento dos dados, nos cálculos é usada diretamente a resposta do acelerômetro aplicando o método do decremento logarítmico entre duas amplitudes separadas 5 ciclos de vibração o valor de coeficiente de amortecimento ξ corresponde à média dos decrementos calculados (Montalvão et al., 2006).

As Figura 4-7 e 4-8 apresentam a resposta em vibração livre no domínio da frequência para segmentos da espécie DG e PAST0A respectivamente.

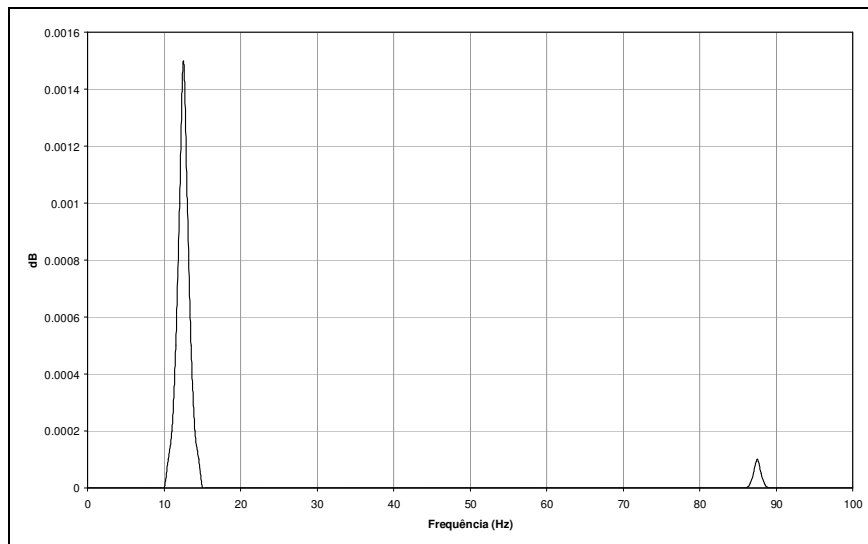


Figura 4-7 - Resposta no domínio da frequência para a fatia média DG-01, primeiro teste

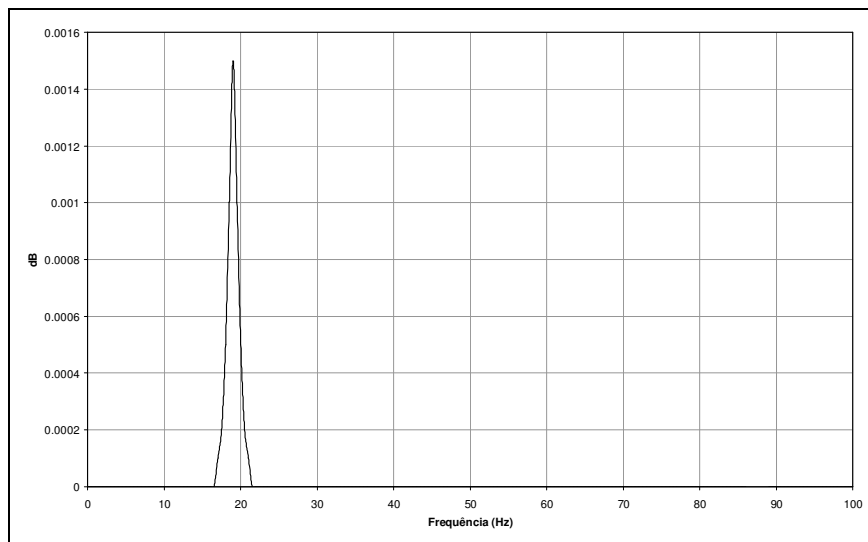


Figura 4-8 - Resposta no domínio da frequência para a fatia externa PAST0A-02, segundo teste

Na Figura 4-7 observa-se que a frequência para o primeiro modo de vibração do corpo de prova DG-01 corresponde a $f_1 = 12.5\text{Hz}$ e do segundo modo de vibração $f_2 = 87.5\text{Hz}$. Na Figura 4-8 nota-se que a frequência do primeiro modo de vibração do corpo de prova PAST0A-02 corresponde a $f_1 = 19.0\text{Hz}$. Devido a que a resolução do eixo das frequências no momento do ensaio é ajustada até 100 Hz, não é possível obter a frequência do segundo modo de vibração.

As Tabela 4.5 e 4.6 apresentam os resultados obtidos para coeficiente de amortecimento e frequências naturais de vibração respectivamente, dos

segmentos ensaiados das espécies de bambu estudadas. Os resultados correspondem à média de 6 ensaios.

CORPO DE PROVA	DG	DESvio	PAST0A	DESvio	PAST1A	DESvio	PAST7A	DESvio	PACT0A	DESvio	PACT1A	DESvio
	(%)	PADRÃO	(%)	PADRÃO	(%)	PADRÃO	(%)	PADRÃO	(%)	PADRÃO	(%)	PADRÃO
Segmento inteiro	1.01	0.088	1.33	0.023	1.24	0.035	1.19	0.039	0.97	0.059	0.91	0.078
Fatia externa	1.01	0.054	1.47	0.035	1.34	0.056	1.20	0.032	1.07	0.062	0.96	0.039
Fatia media	1.11	0.045	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
Fatia interna	1.19	0.045	1.59	0.067	1.46	0.043	1.29	0.029	1.18	0.067	1.15	0.035

Tabela 4.5 - Coeficiente de amortecimento dos segmentos em vibração livre

CORPO DE PROVA	DG			PAST0A	DESvio	PAST1A	DESvio	PAST7A	DESvio	PACT0A	DESvio	PACT1A	DESvio
	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	DESvio PADRÃO	f ₁ (Hz)	PADRÃO	f ₁ (Hz)	PADRÃO	f ₁ (Hz)	PADRÃO	f ₁ (Hz)	PADRÃO	f ₁ (Hz)	PADRÃO
Segmento inteiro	31.50	~	2.35	24.00	3.44	25.50	0.78	29.50	1.78	24.50	1.32	26.00	1.43
Fatia externa	12.50	84.50	1.26	15.50	1.35	18.00	1.98	20.50	0.78	15.00	2.56	17.50	2.27
Fatia media	15.00	88.50	3.67	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
Fatia interna	9.00	51.50	1.09	12.50	2.37	14.50	1.12	15.00	0.54	13.50	0.44	14.00	1.14

Tabela 4.6 - Frequências de vibração dos segmentos em vibração livre

As Figura 4-9 e 4-10 apresentam a variação do coeficiente de amortecimento em função da fração volumétrica das fibras para a espécie DG e para as cinco variações estudadas da espécie PA respectivamente.

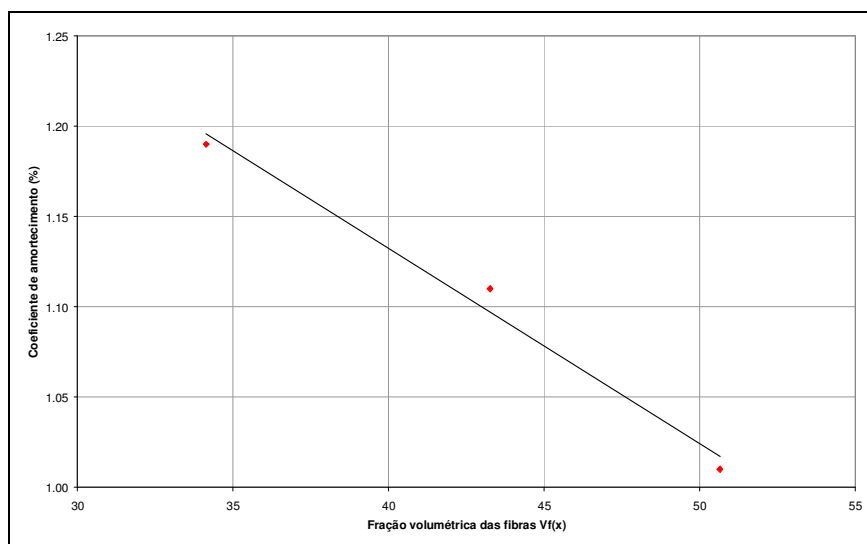


Figura 4-9 - Variação do ξ em função da variação da fração volumétrica das fibras na espessura da parede do colmo, espécie DG

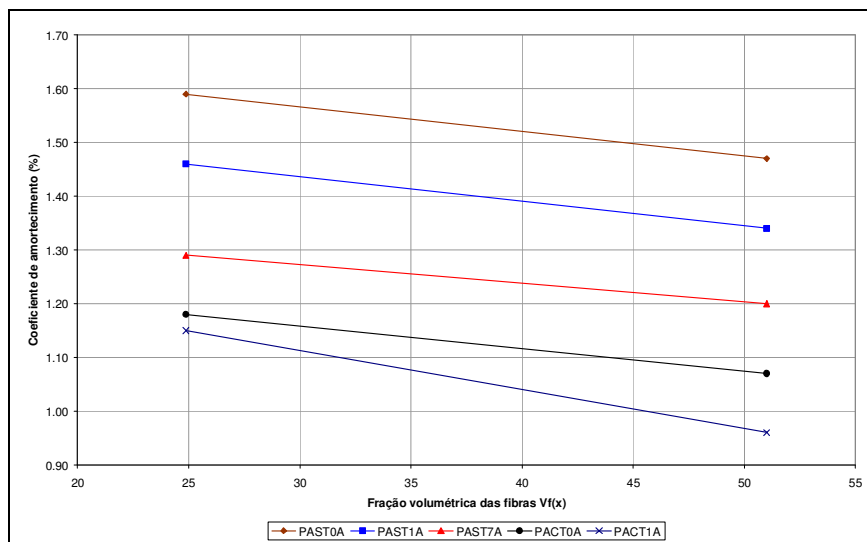


Figura 4-10 - Variação do ξ em função da variação da fração volumétrica das fibras na espessura da parede do colmo, para as cinco variáveis da espécie PA

Nota-se que o valor do coeficiente de amortecimento aumenta com a diminuição da fração volumétrica das fibras, sendo representado este comportamento pela equação (4.9) para a espécie DG e pelas equações (4.10), (4.11), (4.12), (4.13) e (4.14) para PAST0A, PAST1A, PAST7A, PACT0A e PACT1A respectivamente. Nas equações (4.9) até (4.14) a posição $x = 0$ corresponde à fase interna do material e $x = 1$ à fase externa.

$$\xi(\%) = -0.0108V_f(x) + 1.565 \quad (4.9)$$

$$\xi(\%) = -0.0046V_f(x) + 1.7042 \quad (4.10)$$

$$\xi(\%) = -0.0046V_f(x) + 1.5742 \quad (4.11)$$

$$\xi(\%) = -0.0034V_f(x) + 1.3756 \quad (4.12)$$

$$\xi(\%) = -0.0042V_f(x) + 1.2847 \quad (4.13)$$

$$\xi(\%) = -0.0073V_f(x) + 1.3308 \quad (4.14)$$

Comparando os resultados dos segmentos da espécie DG com os valores obtidos por Ghavami et al (2003), que encontrou o valor médio do coeficiente de amortecimento para segmentos da espécie DG igual a $\xi = 0.55$, as diferenças podem ser devidas a variações nas dimensões dos segmentos, mas principalmente pelas condições de engaste usadas nas duas pesquisas; na pesquisa do Ghavami et al (2003) o engaste é feito com uma garra metálica, sem garantir a restrição total das rotações no apoio, afetando a resposta dos segmentos; já na presente pesquisa o engaste é garantido com duas placas metálicas parafusadas (Figura 3-5). Coelho (2005) encontrou um valor de

$\xi = 1.52$ para fatias médias da mesma espécie de bambu, sendo este resultado 37% maior quando comparado com o valor do ξ para fatia média de DG obtido na presente pesquisa, o que pode ser causado pela presença de fungo nos segmentos ensaiados neste trabalho.

Comparando os valores obtidos de ξ para os segmentos das variações PAST0A, PAST1A e PAST7A, observa-se que o valor do coeficiente de amortecimento diminui com o tempo de armazenamento; este comportamento pode ser devido à estabilização da lignina com o tempo. A Figura 4-11 mostra a variação do ξ em função do tempo de armazenamento para os segmentos inteiros de PAST0A, PAST1A e PAST7A. Coelho (2005) obteve um valor de $\xi = 1.32$ para segmentos da mesma espécie, cujo valor concorda com os resultados obtidos neste trabalho, pois nessa pesquisa os colmos tinham 4 anos de armazenamento, sendo o valor do seu ξ intermediário aos obtidos para PAST1A e PAST7A.

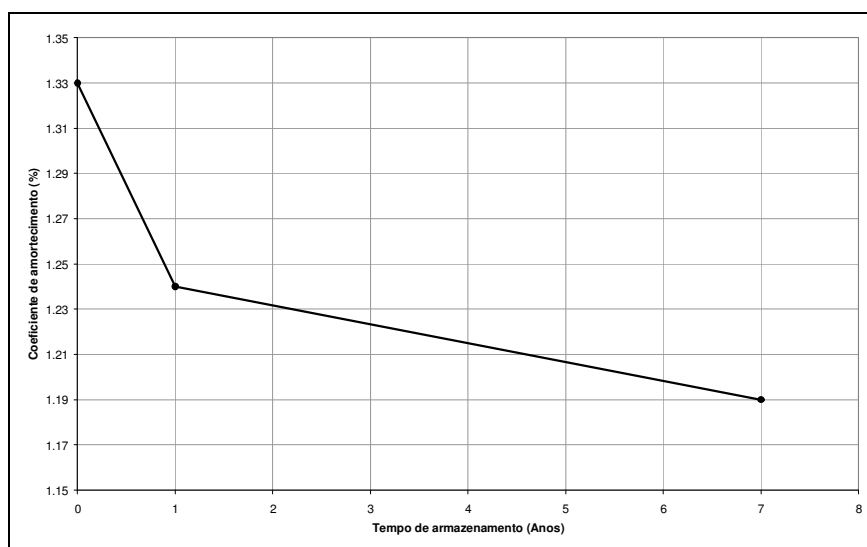


Figura 4-11 - Variação do ξ em função do tempo de armazenamento para os segmentos inteiro PAST0A, PAST1A e PAST7A

Os valores obtidos para o coeficiente de amortecimento de PACT0A e PACT1A mostram que existe uma redução de 26% no valor quando comparados com os valores das outras variáveis da mesma espécie. Este comportamento deve-se a que o tratamento usado nestes colmos reduz sua umidade e também queima suas fibras externas.

Coelho (2005) encontrou um valor para a frequência natural de vibração de $f_1 = 8.0Hz$ e $f_1 = 9.5Hz$ para segmentos da espécie DG e PA respectivamente, menores que os valores obtidos na presente pesquisa; esse comportamento

deve-se a variações nas seções transversais dos segmentos, presença de fungo nos segmentos da espécie DG e principalmente na diferença de módulos de elasticidade dos materiais usados nas duas pesquisas.

Comparando os resultados obtidos do coeficiente de amortecimento para as duas espécies de bambu com valores para segmentos de aço e alumínio encontrados por Coelho (2005) de $\xi = 0.33\%$ e $\xi = 0.90\%$ respectivamente, observa-se que a capacidade de dissipação de energia do bambu é maior com respeito à de materiais comumente usados na construção civil.

4.5.1.1. Frequências naturais teóricas

Para fazer uma comprovação dos valores obtidos experimentalmente das frequências naturais de vibração para os segmentos é realizado o cálculo analítico, usando as equações da teoria de vibrações transversais em vigas (Tse et al, 1979) e o cálculo numérico, através do programa SAP 2000®.

Nos cálculos analíticos e numéricos são usados os valores de módulo de elasticidade obtidos na presente pesquisa, que para a espécie PA corresponde a média dos valores encontrados para as cinco variações estudadas. Os valores utilizados de coeficiente de Poisson e peso específico correspondem aos valores obtidos na pesquisa de Coelho (2005). A Tabela 4.7 mostra os valores de propriedades físicas e mecânicas usadas nos cálculos.

CORPO DE PROVA	DG			PA		
	ρ (kg/m ³)	ν	E (GPa)	ρ (kg/m ³)	ν	E (GPa)
Segmento inteiro	740	0.26	13.872	808	0.34	15.22
Fatia externa	924	0.26	15.967	930	0.34	16.83
Fatia média	705	0.26	14.194	~	~	~
Fatia interna	626	0.26	7.973	686	0.34	9.38

Tabela 4.7 - Valores de propriedades físicas e mecânicas usados nos cálculos analíticos e numéricos

O cálculo analítico é apresentado no Apêndice A e os resultados são apresentados na Tabela 4.8 onde se mostram as frequências naturais para os primeiros quatro modos de vibração das vigas em balanço. Nos cálculos o valor da inércia leva em conta a curvatura natural do segmento inteiro e das fatias externa e interna.

CORPO DE PROVA	DG				PA			
	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)	f ₄ (Hz)	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)	f ₄ (Hz)
Segmento inteiro	29.24	183.23	513.06	1005.39	27.15	170.17	476.48	933.71
Fatia externa	13.32	83.48	233.74	458.04	17.18	107.67	301.46	590.75
Fatia media	14.38	90.09	252.24	494.29	~	~	~	~
Fatia interna	7.62	47.77	133.74	262.08	14.93	93.54	261.90	513.23

Tabela 4.8 - Frequências naturais obtidas analiticamente

Os resultados obtidos no cálculo numérico são apresentados na Tabela 4.9 e no Apêndice B se mostra o código usado no programa SAP 2000[®]. A modelação numérica é feita levando em conta a curvatura natural do segmento inteiro e das fatias externa e interna.

CORPO DE PROVA	DG				PA			
	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)	f ₄ (Hz)	f ₁ (Hz)	f ₂ (Hz)	f ₃ (Hz)	f ₄ (Hz)
Segmento inteiro	30.54	189.67	527.15	1025.80	26.59	164.01	453.54	879.53
Fatia externa	13.33	82.58	228.98	444.35	18.14	111.72	308.00	593.84
Fatia media	14.38	89.11	247.11	479.52	~	~	~	~
Fatia interna	7.86	48.69	134.97	261.74	15.76	97.06	267.58	515.91

Tabela 4.9 - Frequências naturais obtidas numericamente

As Figura 4-12 4-13 apresentam a comparação dos resultados obtidos experimentalmente, analiticamente e numericamente para a primeira frequência de vibração das vigas em balanço da espécie DG e PA respectivamente; na Figura 4-13 o valor experimental corresponde à média dos valores encontrados para as cinco variações estudadas da espécie PA. As diferenças encontradas entre os resultados analíticos e numéricos com respeito aos experimentais se devem a que nos cálculos teóricos a seção dos corpos de prova é constante ao longo do comprimento e na realidade existem pequenas variações nas seções transversais ao longo do comprimento.

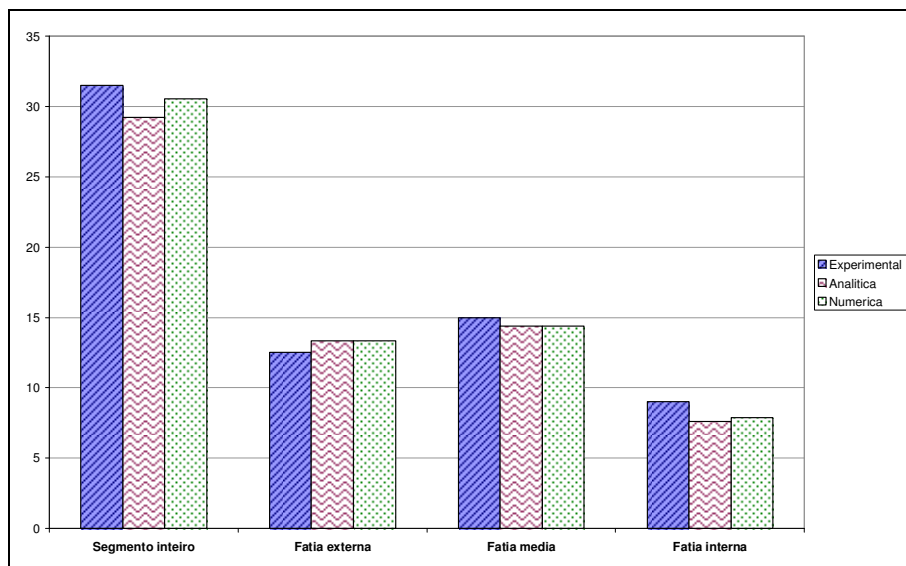


Figura 4-12 - Comparação dos resultados experimentais, analíticos e numéricos para a primeira frequência de vibração dos segmentos da espécie DG

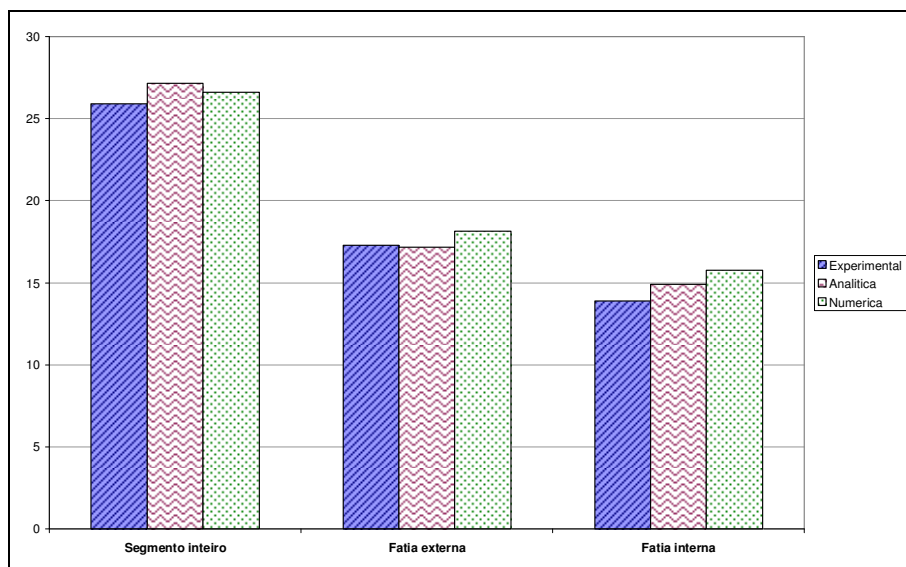


Figura 4-13 - Comparação dos resultados experimentais, analíticos e numéricos para a primeira frequência de vibração dos segmentos da espécie PA

4.5.2. Testes modais

Como foi explicado no capítulo anterior este tipo de teste tem como objetivo a obtenção das Funções de Resposta em Frequência (FRF) que contêm os parâmetros modais de cada um dos colmos ensaiados, lembrando que a FRF usada para obter os parâmetros modais corresponde à média das 12 medições feitas em cada corpo de prova (Richardson & Formenti, 1985).

4.5.2.1. Bambu apoiado sobre duas esponjas

As Figura 4-14 e 4-15 apresentam a FRF média obtida a partir das medições feitas nos 12 pontos de colmos com e sem diafragma da espécie DG respectivamente.

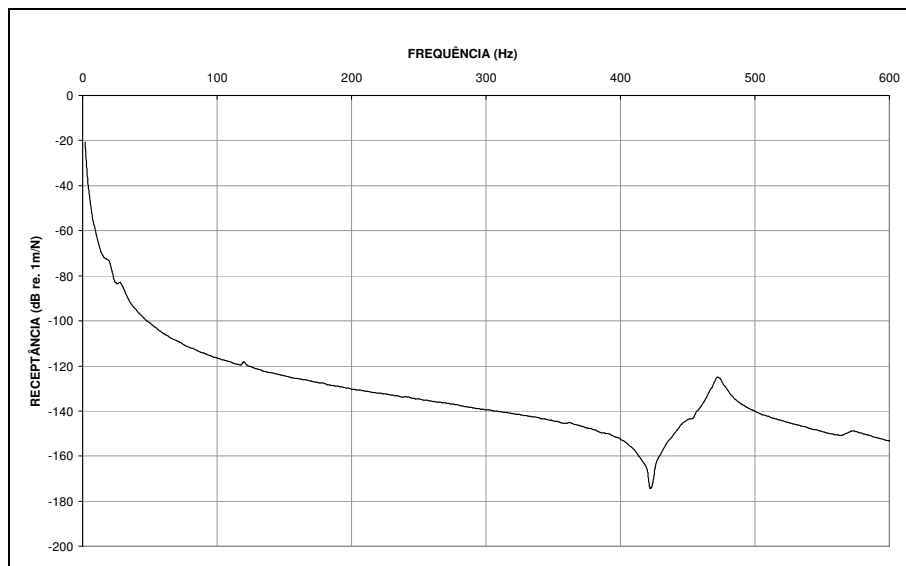


Figura 4-14 - FRF média para colmo de 1.00 m de comprimento com diafragma DG-03, segundo teste

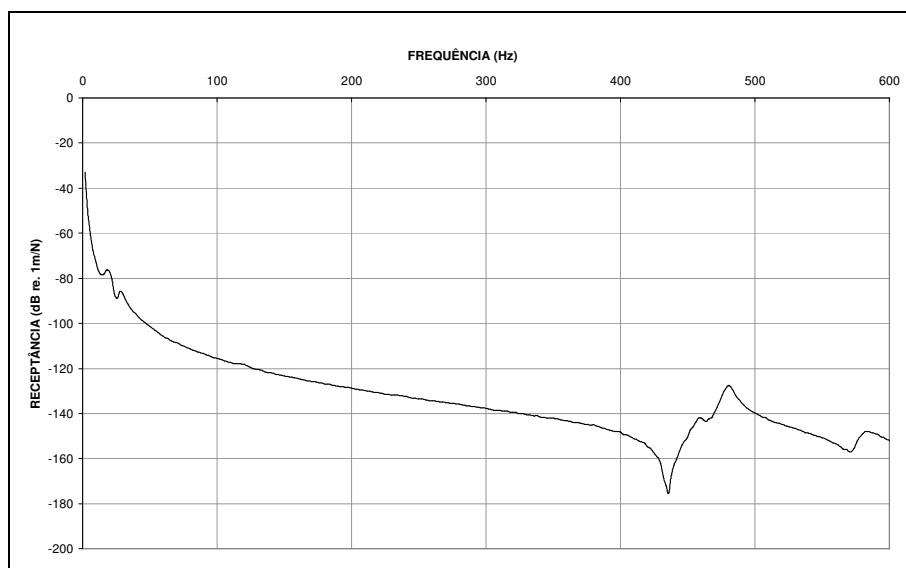


Figura 4-15 - FRF média para colmo de 1.00 m de comprimento sem diafragma DG-03, primeiro teste

As Figura 4-16 e 4-17 apresentam a FRF média obtida a partir das medições feitas nos 12 pontos de colmos com e sem diafragma da espécie PAST7A respectivamente.

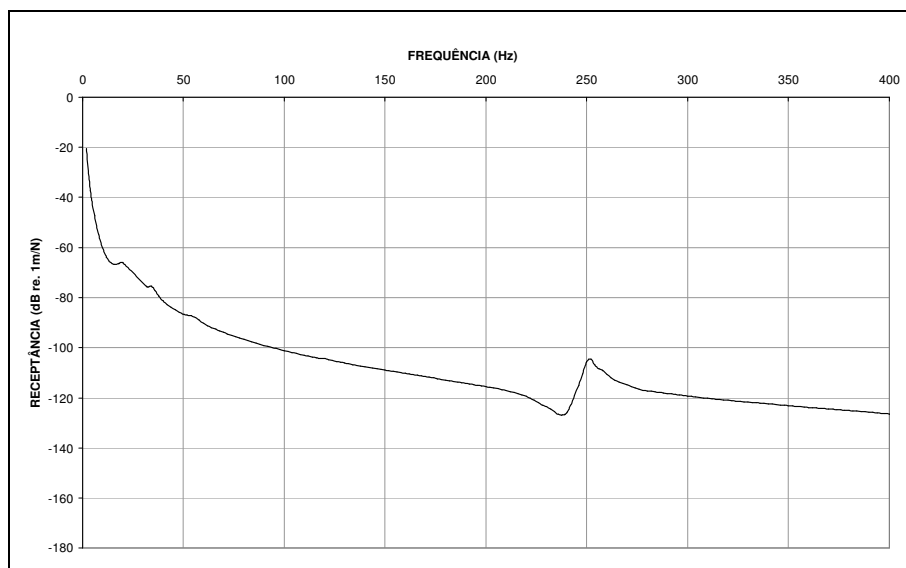


Figura 4-16 - FRF média para colmo de 1.00 m de comprimento com diafragma PAST7A-03, primeiro teste

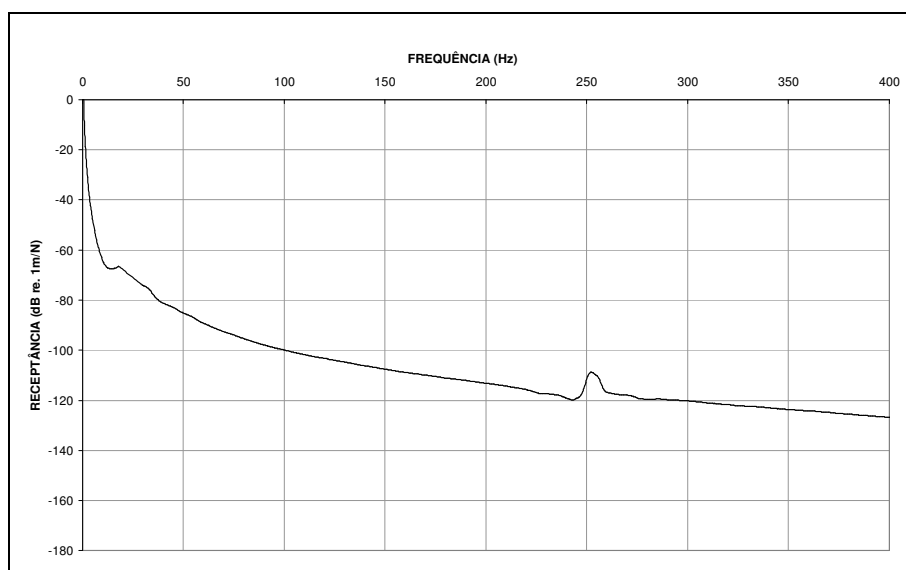


Figura 4-17 - FRF média para colmo de 1.00 m de comprimento sem diafragma PAST7A-03, segundo teste

A Tabela 4.10 apresenta os resultados obtidos para coeficiente de amortecimento e frequências naturais de vibração para colmos com e sem das espécies de bambu estudadas; os resultados correspondem à média de 6 ensaios.

CORPO DE PROVA	COM DIAFRAGMA				SEM DIAFRAGMA			
	(%)	DESVIO PADRÃO	f_o (Hz)	DESVIO PADRÃO	(%)	DESVIO PADRÃO	f_o (Hz)	DESVIO PADRÃO
DG	1.35	0.045	462.28	8.117	1.19	0.042	468.02	9.906
PAST0A	1.26	0.027	157.13	5.484	1.04	0.049	166.05	6.671
PAST1A	1.05	0.151	179.56	11.840	0.83	0.096	182.61	9.677
PAST7A	0.82	0.112	272.58	21.402	0.67	0.071	274.03	20.774
PACT0A	0.94	0.069	165.84	6.676	0.85	0.098	169.82	6.295
PACT1A	0.93	0.118	186.36	13.040	0.80	0.129	192.46	7.912

Tabela 4.10 – Coeficientes de amortecimento e frequência natural de vibração para colmos com e sem diafragma

Coelho (2005), encontrou o valor médio do coeficiente de amortecimento para colmos de 1.00 m de comprimento com diafragma da espécie DG como sendo $\xi = 1.75\%$ e para PA $\xi = 0.96\%$ e da frequência natural de vibração de $f_o = 567.65\text{Hz}$ e $f_o = 254.10\text{Hz}$ para a espécie DG e PA respectivamente. As diferenças destes valores com os obtidos na presente pesquisa devem-se a presença de fungo no material ensaiado da espécie DG, possíveis variações nas seções transversais e longitudinais dos colmos, teores de umidade e na diferença de módulos de elasticidade dos materiais usados nas duas pesquisas.

Retirar o diafragma dos colmos traz um efeito desfavorável no comportamento dinâmico do material, pois diminui o coeficiente de amortecimento em 15%.

Comparando os valores obtidos de ξ para os colmos das variáveis PAST0A, PAST1A e PAST7A, observa-se que o valor do coeficiente de amortecimento diminui com o tempo de armazenamento causado pela estabilização da lignina com o tempo; esse comportamento também é observado nos resultados obtidos nos testes em vibração livre de segmentos em balanço. A Figura 4-18 mostra a variação do ξ em função do tempo de armazenamento para os colmos com e sem diafragma de PAST0A, PAST1A e PAST7A. O resultado obtido por Coelho (2005) concorda com os resultados obtidos neste trabalho, pois nessa pesquisa os colmos tinham 4 anos de armazenamento, sendo o valor do seu ξ intermediário aos obtidos para PAST1A e PAST7A.

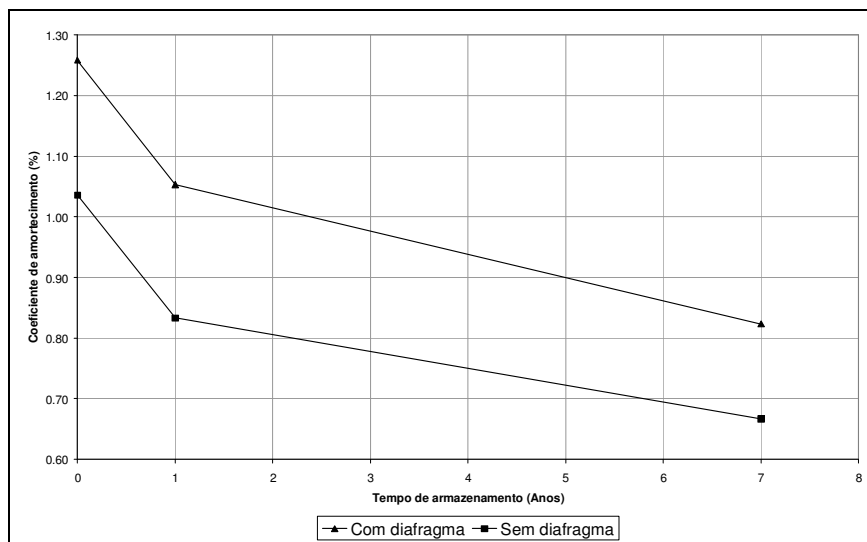


Figura 4-18 - Variação do ξ em função do tempo de armazenamento para colmos de 1.00m de comprimento de PAST0A, PAST1A e PAST7A

Os valores obtidos para o coeficiente de amortecimento dos colmos com e sem diafragma de PACT0A mostram que existe uma redução 21% quando comparados com os valores obtidos para PAST0A; a redução observada nos resultados dos colmos de PACT1A quando comparados com o valor de PAST1A é de 8%. Este comportamento deve-se a que o tratamento usado nesses colmos reduz sua umidade e também queima suas fibras externas, diminuindo a sua capacidade de dissipar energia.

Comparando os valores obtidos para freqüências naturais de vibração dos colmos com e sem diafragma, nota-se que existe um aumento nela, produzido pela redução de massa e de rigidez do sistema com a retirada do diafragma dos colmos.

4.5.2.1.1.

Cálculo numérico das freqüências naturais de vibração

Para fazer uma comprovação dos valores obtidos experimentalmente das freqüências naturais de vibração, para os colmos é realizado o cálculo numérico, através do programa SAP 2000®, onde são usados os valores de propriedades físicas e mecânicas para o segmento inteiro, definidos na Tabela 4.7. Os resultados obtidos no cálculo numérico são apresentados na Tabela 4.11 e no Apêndice B se mostra o código usado no programa.

CORPO DE PROVA	COM DIAFRAGMA f_o (Hz)	SEM DIAFRAGMA f_o (Hz)
DG	357.35	357.58
PA	143.72	143.72

Tabela 4.11 - Frequências naturais obtidas numericamente para os colmos de 1.00m de comprimento

As Figuras 4-19 e 4-20 apresentam a comparação dos resultados obtidos experimentalmente e numericamente para a frequência natural de vibração dos colmos da espécie DG e PA respectivamente; nas figuras o valor experimental para PA corresponde à média dos valores encontrados para as cinco variações estudadas. As diferenças encontradas entre os resultados numéricos com respeito aos experimentais se devem a que na análise numérica só foi levada em conta uma única distribuição dos diafragmas, quando na realidade os colmos ensaiados tinham distribuições diferentes; além disso, no cálculo numérico o diafragma foi modelado com as mesmas propriedades físicas e mecânicas do colmo, e é impossível levar em conta a umidade própria do colmo e as variações na sua estrutura devidas a presença de fungos (espécie DG).

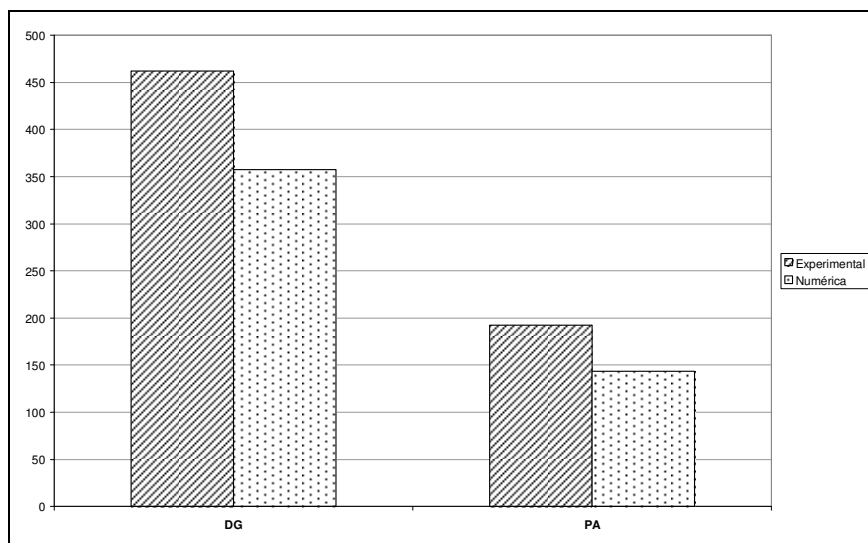


Figura 4-19 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para a frequência natural de vibração dos colmos com diafragma

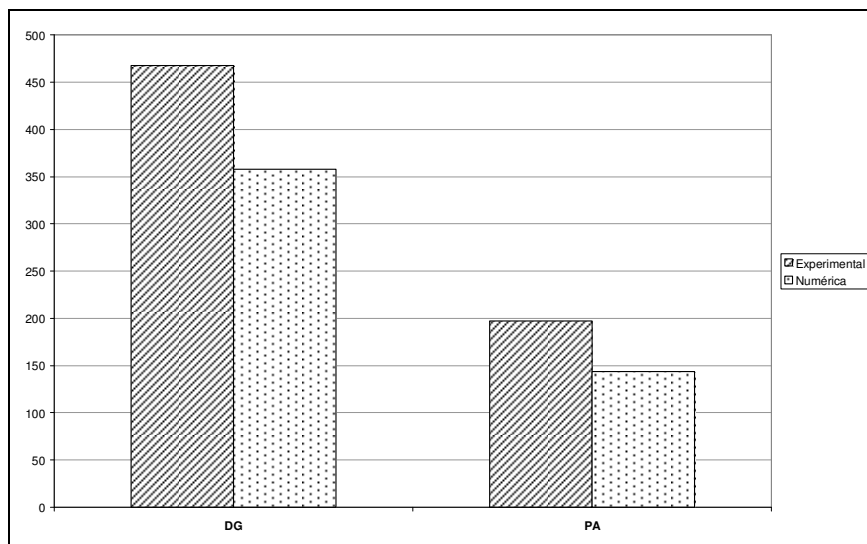


Figura 4-20 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para a frequência natural de vibração dos colmos sem diafragma

4.5.2.2.

Bambu suspenso por fios de nylon

A Figura 4-21 e 4-22 apresentam a FRF média obtidas a partir das medições feitas nos 12 pontos de colmos de 0.33 m e 0.20 m das espécies DG e PA respectivamente.

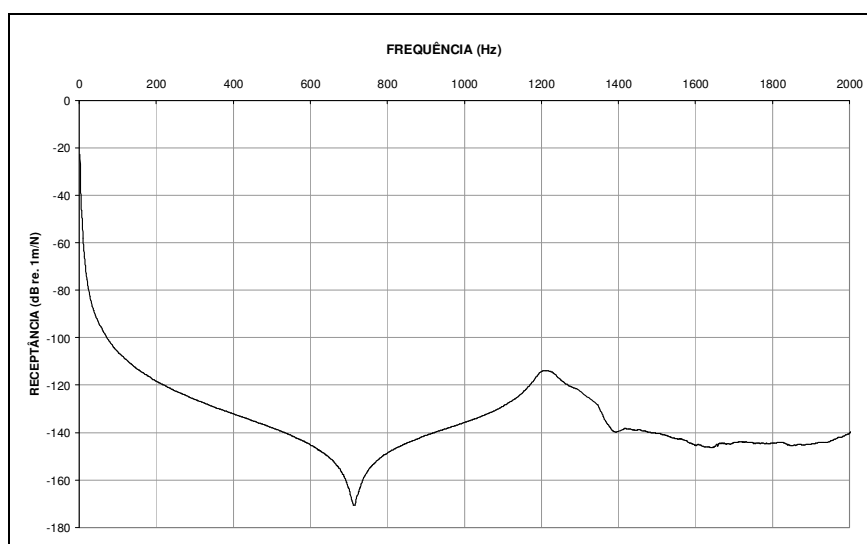


Figura 4-21 - FRF média para colmo de 0.33 m de comprimento DG-02, primeiro teste

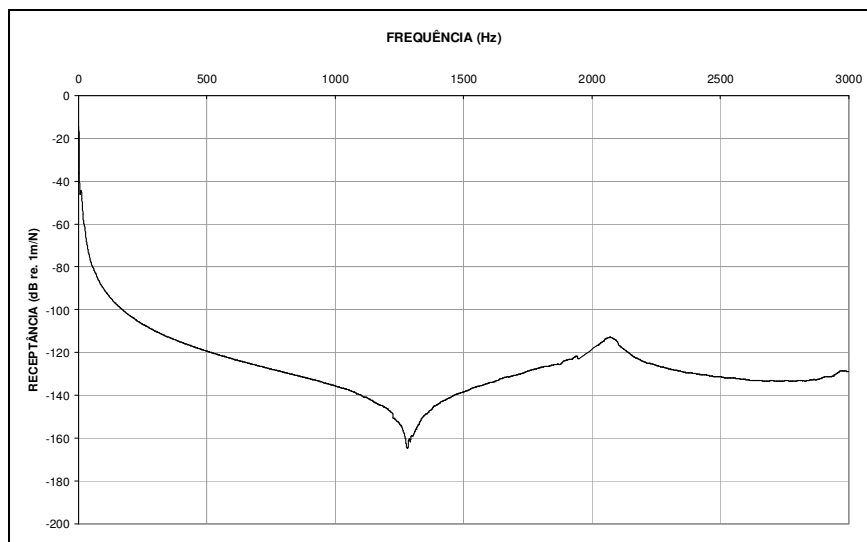


Figura 4-22 - FRF média para colmo de 0.20 m de comprimento PAST07A-01, primeiro teste

A Tabela 4.12 apresenta os resultados obtidos para coeficiente de amortecimento e frequências naturais de vibração para colmos suspensos por fios de nylon das espécies de bambu estudadas; os resultados correspondem à média de 6 ensaios.

CORPO DE PROVA	ζ (%)	DESVIO PADRÃO	f_o (Hz)	DESVIO PADRÃO
DG	1.56	0.050	1202.63	34.408
PAST0A	1.32	0.094	1451.91	145.028
PAST1A	1.14	0.060	1565.13	49.602
PAST7A	0.95	0.097	1966.24	113.737
PACT0A	1.09	0.064	2819.18	50.037
PACT1A	1.13	0.059	1643.40	176.526

Tabela 4.12 - Coeficientes de amortecimento e frequência natural de vibração para colmos suspensos por fios de nylon

Coelho (2005) encontrou o valor do coeficiente de amortecimento para colmos de 0.33 m de comprimento da espécie DG como sendo $\xi = 1.89\%$ e para PA $\xi = 1.05\%$ e da frequência natural de vibração de $f_o = 2890.99\text{Hz}$ e $f_o = 856.90\text{Hz}$ para a espécie DG e PA respectivamente que correspondem a um ensaio só. A diferença dos valores de ξ e f_o dos colmos da espécie DG obtido na presente pesquisa com respeito ao valor obtido por Coelho (2005) deve-se a presença de fungo no material ensaiado, possíveis variações nas seções transversais e longitudinais dos colmos, teores de umidade e a diferença de módulos de elasticidade dos materiais usados nas duas pesquisas.

O valor obtido da frequência natural de vibração para colmos de 0.33 m de comprimento da espécie PA por Coelho (2005) é 55% menor quando comparado com o valor médio de f_o de todas as variações estudadas da mesma espécie na presente pesquisa, devendo-se a diferença no comprimento dos colmos o que traz um aumento na massa do sistema e por tanto diminui a frequência de vibração; além disso existem variações nos módulos de elasticidade dos materiais ensaiados nas duas pesquisas.

Comparando os valores obtidos de ξ para os colmos das variações PAST0A, PAST1A e PAST7A, observa-se que o valor do coeficiente de amortecimento diminui com o tempo de armazenamento podendo ser causado pela estabilização da lignina com o tempo; este comportamento também é observado nos resultados obtidos nos testes em vibração livre de segmentos em balanço e nos testes modais de colmos apoiados sobre esponjas. A Figura 4-23 mostra a variação do ξ em função do tempo de armazenamento para os colmos com e sem diafragma de PAST0A, PAST1A e PAST7A. O resultado obtido por Coelho (2005) concorda com os resultados obtidos neste trabalho, pois nessa pesquisa os colmos tinham 4 anos de armazenamento, sendo o valor do seu ξ intermediário aos obtidos para PAST1A e PAST7A.

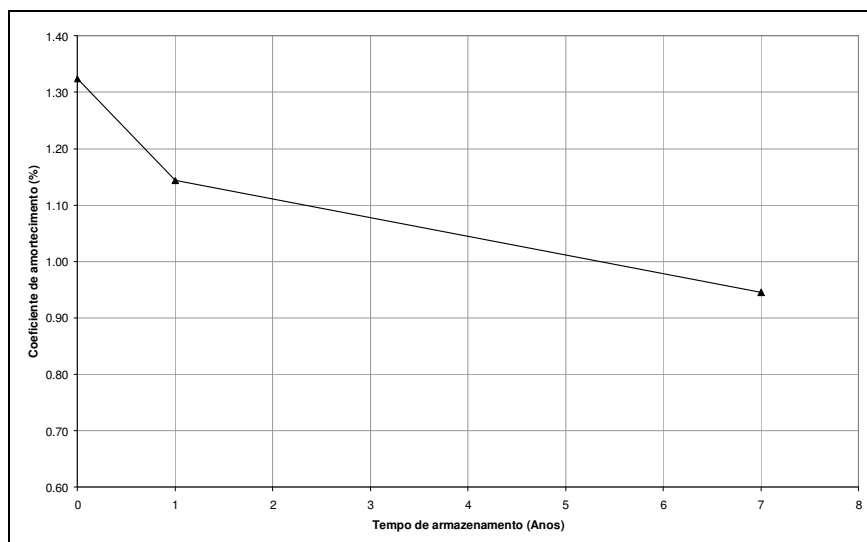


Figura 4-23 - Variação do ξ em função do tempo de armazenamento para colmos de 0.33m de comprimento de PAST0A, PAST1A e PAST7A

Os valores obtidos para o coeficiente de amortecimento dos colmos de PACT0A mostram que existe uma redução 17% quando comparados com os valores obtidos para PAST0A, porque o tratamento usado nestes colmos reduz sua umidade e também queima suas fibras externas, diminuindo a sua

capacidade de dissipar energia. Comparando os valores obtidos para PACT1A e PAST1A a redução é de 2%.

4.5.2.2.1.

Cálculo numérico das freqüências naturais de vibração

Para fazer uma comprovação dos valores obtidos experimentalmente das freqüências naturais de vibração para os colmos é realizado o cálculo numérico, através do programa SAP 2000®, onde são usados os valores de propriedades físicas e mecânicas para o segmento inteiro, definidos na Tabela 4.7. Os resultados obtidos no cálculo numérico são apresentados na Tabela 4.13 e no Apêndice B se mostra o código usado no programa.

CORPO DE PROVA	f_o (Hz)
DG	1430.20
PA	1625.20

Tabela 4.13 - Freqüências naturais obtidas numericamente

A Figura 4-24 apresenta a comparação dos resultados obtidos experimentalmente e numericamente para a freqüência natural de vibração dos colmos da espécie DG e PA respectivamente; nas figuras o valor experimental para PA corresponde à média dos valores encontrados para as cinco variações estudadas. As diferenças encontradas entre os resultados numéricos com respeito aos experimentais devem-se a que a análise numérica é feita com um diâmetro médio sem levar em conta as variações existentes entre os colmos ensaiados; além disso, numericamente é impossível introduzir as variações na estrutura dos colmos devidas a presença de fungos (espécie DG).

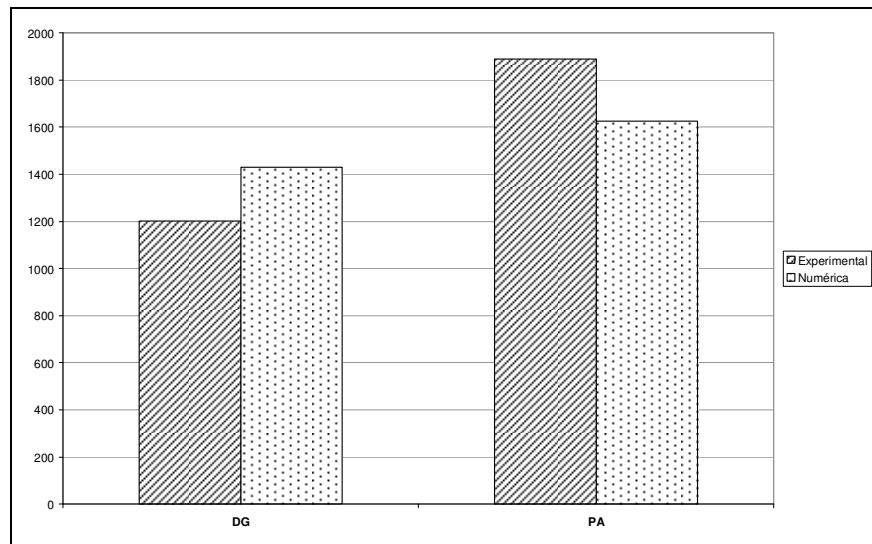


Figura 4-24 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para a frequência natural de vibração para colmos suspensos por fios de nylon

5.

Conclusões e sugestões para trabalhos futuros

Os estudos realizados permitiram estabelecer as principais propriedades físicas, mecânicas e dinâmicas de bambus das espécies *Dendrocalamus Giganteus* e *Phyllostachys Áurea*.

Pelo fato de o bambu ser um material natural suas características físicas, mecânicas e dinâmicas variam conforme a espécie, cuidados durante o plantio, fatores ambientais, tempo de armazenamento e tipo de tratamento utilizado.

As propriedades dinâmicas obtidas na presente pesquisa estão fortemente influenciadas pela estabilização da lignina com o aumento do tempo de armazenamento dos colmos.

O valor do módulo de elasticidade à flexão varia de acordo com a fração volumétrica das fibras ao longo da parede do colmo, sendo maior na parede externa onde está a maior quantidade de fibras. Essa variação também é evidenciada no valor do coeficiente de amortecimento e frequência natural de vibração dos segmentos em vibração livre; o primeiro tem seu maior valor na parede interna do material, onde existe maior quantidade de lignina e o segundo é maior na parede externa onde existe a maior quantidade de fibras.

A partir dos resultados obtidos dos ensaios em segmentos em vibração livre pode-se observar que o bambu apresenta vantagens com respeito ao aço e o alumínio, pois o coeficiente de amortecimento é maior. Além disso estruturas feitas usando bambu como material principal terão menor massa, o que melhorará a resposta sob carregamento dinâmicos do sistema.

As mudanças na microestrutura do bambu produzidas pela presença de fungos no material afeta o comportamento dinâmico do mesmo, diminuindo sua capacidade de dissipar energia.

O tratamento com fogo afeta fortemente o comportamento mecânico e dinâmico do bambu, diminuindo o valor do módulo de elasticidade e do coeficiente de amortecimento principalmente na fatia externa onde a influencia do tratamento é maior.

O retiro dos diafragmas causa uma perda de rigidez e massa no sistema o que se traduz em uma diminuição do coeficiente de amortecimento e um leve aumento na frequência natural de vibração.

Em relação aos ensaios dinâmicos, são feitas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Fazer ensaios para determinar o coeficiente de amortecimento e a frequência natural de vibração de segmentos e colmos do topo e do meio do bambu.

- Fazer ensaios para medir a velocidade de propagação da onda nos colmos de bambu, pois existe uma relação direta entre essa propriedade e o valor do módulo de elasticidade do material, o teor de umidade e a densidade do mesmo.

- Estudar a relação existente entre o teor de umidade do bambu e as suas propriedades dinâmicas.

- Realizar ensaios dinâmicos usando bambus com diferentes tipos de tratamento para estabelecer sua influência no comportamento dinâmico do material.

- Devido ao fato de na bibliografia existirem muitos métodos de identificação modal é conveniente verificar os valores obtidos a partir dos testes modais usando métodos mais sofisticados que os utilizados na presente pesquisa.

- Desenvolver modelos experimentais em ensaios dinâmicos para determinar o comportamento sob carregamentos dinâmicos de estruturas feitas com bambu e correlacionar-lhos com valores analíticos usando os valores encontrados na presente pesquisa.

6. Referências bibliográficas

AGILENT TECHNOLOGIES. The Fundamentals of Modal Testing. Application Note 243 -3. 2000.

BAIN, Carol. Bamboo in Hawaii. Bali, Indonesia, 1995. Disponível em: <[http:// www.kauai.net/bambooweb/cbarticle.html](http://www.kauai.net/bambooweb/cbarticle.html)>. Acesso em: 24 ago. 2007.

CLOUGH, R.; PENZIEN, J. Dynamics of structures. International student edition, New York: McGraw Hill, 1975.

COELHO, C. Análise experimental das propriedades dinâmicas dos bambus das espécies *guadua*, *dendrocalamus* e *áurea*. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil. Rio de Janeiro. 2005.

GERVÁSIO, H; SIMÕES DA SILVA, L. A sustentabilidade do aço. V congresso de construção metálica e mista, Lisboa, 2005, pp. 719-730.

GHAVAMI, K. Bamboo as a reinforcement in structural concrete columns. Cement & Concrete Composites, 2005, pp. 637-649.

GHAVAMI, K. Bambu, um material alternativo na Engenharia. Revista de Engenharia. Construção Civil. Pesquisa Engenho. Editora Técnica Ltda, São Paulo No. 492., 1992, pp. 23-27.

GHAVAMI, K.; MARINHO, A. Propriedades físicas e mecânicas do colmo inteiro do bambu da espécie *Guadua Angustifolia*. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental. Vol. 9, No. 1, 2005, pp. 107-114.

GHAVAMI, K.; RODRIGUES, C.; PACIORNIK, S. Bamboo: Functionally graded material. Asian journal of civil engineering (building and housing). Vol.4, No. 1, 2003, pp. 1-10.

GHAVAMI, K.; SOUZA, M. V. Propriedades mecánicas do bambu. Rio de Janeiro: PUC-Rio, Relatório interno, 2000.

GHAVAMI, K.; VENANCIO FILHO, F.; RODRIGUES Jr., S.; PASQUETTI, E. Experimental analysis of damping property of bamboo, NOCMAT/3 – Vietnam. International Conference on Non-conventional Materials and technologies, 2003, pp. 325-330.

GUTIERREZ, C. A. RFP Modal parameter estimation from frequency response function using rational fraction polynomials method. Chile, 2002.

JIMENEZ, C. Al eje cafetero lo mató el uso de casas en concreto. El Tiempo, Colombia, 11 feb. 1999. Sección Nación.

LIESE, W.; WEINER, G. Modifications of bamboo culm structures due to ageing and wounding. The Bamboos, 1997, pp. 313-322.

MAIA, N.; SILVA, J. (Ed). Theoretical and Experimental Modal Analysis. Research Studies Press Ltd, England, 1997.

MONTALVÃO, D.; RIBEIRO, A.; MAIA, N.; DUARTE J.; CLÁUDIO, R. Damping measurements on a carbon fibre reinforced laminatê. International conference of noise and vibration engineering, Belgium, 2006.

MURPHY, R.; SULAIMAN, O.; ALVIN, K. Fungal deterioration of bamboo cell walls. The Bamboos, 1997, pp. 323-332.

RICHARDSON, M; FORMENTI, D. Global Curve Fitting of Frequency Response Measurements using the Rational Fraction Polynomial Method. 3rd International Modal Analysis Conference, Florida, 1985.

RICHARDSON, M; FORMENTI, D. Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials. 1st International Modal Analysis Conference, Florida, 1982.

ROEHL, J. L. Dinâmica das estruturas – Análise no tempo. Notas de aula do Mestrado em estruturas, Departamento de Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Volume 1, [199-?], pp. 1-40.

SALAS, E. Actualidad y futuro de la arquitectura de bambu en Colombia. Tese (Doutorado) – Universidad Politécnica de Cataluña, Departamento de Construcciones Arquitectónicas. Barcelona, 2006, pp. 251-253.

SANCHEZ, M. L. Caracterização física e mecânica de colmos inteiros de bambu da espécie *Phyllostachys Áurea*: Comportamento à flambagem. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil. Rio de Janeiro, 2002, pp. 62-66.

SHARMA, C. Vibration characteristics of thin circular cylinders. *Journal of sound and vibration*, 1979, pp. 581-592.

SINGHAL, R.; GUAN, W.; WILLIAMS, K. Modal analysis of a thick-walled circular cylinder. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2002, pp. 141-153.

TSE, F; MORSE, I; HINKLE, R. *Mechanical Vibrations theory and applications*. Second Edition. Allyn and Bacon series, United States of America, 1979, pp. 276-279.

APÊNDICE A: FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MÉTODO DOS POLINÔMIOS DE FRAÇÃO RACIONAL (RFP)

A FRF, em termos de receptância, para um sistema com n graus de liberdade e amortecimento viscoso na forma de frações parciais é apresentada na eq. (A.1):

$$\alpha(\omega) = \sum_{r=1}^n \frac{A_r + i\omega B_r}{\omega_r^2 - \omega^2 + i2\xi_r \omega_r \omega} \quad (\text{A.1})$$

Onde A_r e B_r são constantes. A eq. (A.1) pode ser expressa pela relação de dois polinômios em $i\omega$, eq. (A.2), que representam a fração racional de $\alpha(\omega)$ (Richardson & Formenti, 1982).

$$\alpha(\omega) = \frac{\sum_{k=0}^{2n-1} a_k (i\omega)^k}{\sum_{k=0}^{2n} b_k (i\omega)^k} \quad (\text{A.2})$$

Uma função erro entre a FRF analítica $\alpha(\omega)$ e a obtida experimentalmente $\bar{\alpha}(\omega)$ para cada frequência ω_j , é definida da forma da eq. (A.3):

$$e_j = \frac{\sum_{k=0}^{2n-1} a_k (i\omega_j)^k}{\sum_{k=0}^{2n} b_k (i\omega_j)^k} - \bar{\alpha}(\omega_j) \quad (\text{A.3})$$

Trabalhando com a função erro $e_j' = e_j \sum_{k=0}^{2N} b_k (i\omega_j)^k$ e fazendo $b_{2N} = 1$, temos a eq. (A.4) (Maia & Silva, 1997):

$$e_j' = \sum_{k=0}^{2N-1} a_k (i\omega_j)^k - \bar{\alpha}(\omega_j) \left[\sum_{k=0}^{2N-1} b_k (i\omega_j)^k + (i\omega_j)^{2N} \right] \quad (\text{A.4})$$

Esta formulação dá como resultado um sistema de equações lineares, sem ter que fazer uma estimativa inicial dos parâmetros modais. Define-se o vetor erro na eq. (A.5), para todas as L frequências medidas:

$$\{E\} = \begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_L \end{Bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Reescrevendo o vetor erro na forma matriz-vetor e expandindo cada um dos termos da eq. (A.4), temos (eq. (A.6)):

$$\{E\} = [P]\{A\} - [T]\{B\} - \{W\} \quad (\text{A.6})$$

Na eq. (A.6) $[P]$ corresponde a matriz definida na eq. (A.7), $\{A\}$ ao vetor definido na eq. (A.8), $[T]$ a matriz da eq. (A.9), e $\{B\}$ e $\{W\}$ aos vetores das eq. (A.10) e eq. (A.11) respectivamente.

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & (i\omega_1) & (i\omega_1)^2 & \cdots & (i\omega_1)^{2N-1} \\ 1 & (i\omega_2) & (i\omega_2)^2 & \cdots & (i\omega_2)^{2N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & (i\omega_L) & (i\omega_L)^2 & \cdots & (i\omega_L)^{2N-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$\{A\} = \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{2N-1} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \alpha(\omega_1) & \alpha(\omega_1)(i\omega_1) & \cdots & \alpha(\omega_1)(i\omega_1)^{2N-1} \\ \alpha(\omega_2) & \alpha(\omega_2)(i\omega_2) & \cdots & \alpha(\omega_2)(i\omega_2)^{2N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \alpha(\omega_L) & \alpha(\omega_L)(i\omega_L) & \cdots & \alpha(\omega_L)(i\omega_L)^{2N-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

$$\{B\} = \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{2N-1} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$\{W\} = \begin{Bmatrix} \alpha(\omega_1)(i\omega_1)^{2N} \\ \alpha(\omega_2)(i\omega_2)^{2N} \\ \vdots \\ \alpha(\omega_L)(i\omega_L)^{2N} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

As matrizes $\{A\}$ e $\{B\}$ definidas nas eq. (A.8) e eq. (A.10), são calculadas pelo procedimento dos mínimos quadrados, minimizando a função de erro definida como se mostra na eq. (A.12):

$$J = \{E^*\}^T \{E\} \quad (\text{A.12})$$

Na eq. (A.12) * refere-se ao complexo conjugado. Substituindo a eq. (A.6) na eq. (A.12), e realizando algumas operações e manipulações, obtém-se a eq. (A.13):

$$J = \{A\}^T [P^*]^T [P] \{A\} + \{B\}^T [T^*]^T [T] \{B\} + \{W^*\}^T \{W\} - 2 \operatorname{Re}(\{A\}^T [P^*]^T [T] \{B\}) - 2 \operatorname{Re}(\{A\}^T [P^*]^T \{W\}) - 2 \operatorname{Re}(\{B\}^T [T^*]^T \{W\}) \quad (\text{A.13})$$

Na eq. (A.13) $\operatorname{Re}(\cdot)$ denota a parte real do numero complexo. Para minimizar a função J é necessário derivar a função em relação a $\{A\}$ e $\{B\}$, iguala-lhas a zero e encontrar o ponto onde ocorre o mínimo, procedimento apresentado nas eq. (A.14) e eq. (A.15):

$$\frac{\partial J}{\partial A} = 2[P^*]^T [P] \{A\} - 2 \operatorname{Re}([P^*]^T [T] \{B\}) - 2 \operatorname{Re}([P^*]^T \{W\}) = \{0\} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial J}{\partial B} = 2[T^*]^T [T] \{B\} - 2 \operatorname{Re}([T^*]^T [P] \{A\}) - 2 \operatorname{Re}([T^*]^T \{W\}) = \{0\} \quad (\text{A.15})$$

Devido a que as eq. (A.14) e eq. (A.15) contêm as duas variáveis desconhecidas $\{A\}$ e $\{B\}$, tem que ser resolvidas como um sistema de equações da forma mostrada na eq. (A.16):

$$\begin{bmatrix} [Y] & : & [X] \\ \dots & : & \dots \\ [X]^T & : & [Z] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{A\} \\ \dots \\ \{B\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{G\} \\ \dots \\ \{F\} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Onde as matrizes $[Y]$, $[X]$, $[Z]$ e os vetores $\{G\}$ e $\{F\}$ estão definidos na eq. (A.17):

$$\begin{aligned} [Y] &= \operatorname{Re}([P^*]^T [P]) \\ [X] &= -\operatorname{Re}([P^*]^T [T]) \\ [Z] &= \operatorname{Re}([T^*]^T [T]) \\ \{G\} &= \operatorname{Re}([P^*]^T \{W\}) \\ \{F\} &= -\operatorname{Re}([T^*]^T \{W\}) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Em principio, o valor de $\{A\}$ e $\{B\}$ pode ser obtido resolvendo a eq. (A.16), mais pelo fato de ser um conjunto de equações auto-condicionadas sua solução é difícil de determinar. Deste modo é necessário introduzir uma nova formulação usando polinômios ortogonais; assim $[Y]$ e $[Z]$ não estarão definidas como na eq. (A.17) e passarão a estar definidas como o produto de duas matrizes ortonormais, i.e., $[Y]$ e $[Z]$ serão matrizes unitárias. Portanto, a matriz $[P]$ tem que ser substituída pela definida na eq. (A.18):

$$[P] = \begin{bmatrix} \varphi_{1,0} & \varphi_{1,1} & \cdots & \varphi_{1,2N-1} \\ \varphi_{2,0} & \varphi_{2,1} & \cdots & \varphi_{2,2N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{L,0} & \varphi_{L,1} & \cdots & \varphi_{L,2N-1} \end{bmatrix} = [\varphi] \quad (\text{A.18})$$

Onde $\varphi_{i,j}$ corresponde ao polinômio i avaliado na frequência ω_j . Da mesma forma, $[T]$ e $[W]$ são redefinidas como as matrizes da eq. (A.19) e eq. (A.20) respectivamente:

$$[T] = \begin{bmatrix} \alpha(\omega_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha(\omega_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha(\omega_L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{1,0} & \theta_{1,1} & \cdots & \theta_{1,2N-1} \\ \theta_{2,0} & \theta_{2,1} & \cdots & \theta_{2,2N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \theta_{L,0} & \theta_{L,1} & \cdots & \theta_{L,2N-1} \end{bmatrix} = [\alpha] [\Theta] \quad (\text{A.19})$$

$$\{W\} = \begin{Bmatrix} \alpha(\omega_1) \theta_{1,2N} \\ \alpha(\omega_2) \theta_{2,2N} \\ \vdots \\ \alpha(\omega_L) \theta_{L,2N} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.20})$$

Para que $[Y]$ e $[Z]$ sejam matrizes unitárias, é necessário que as funções complexas φ e θ sejam polinômios complexos ortonormais. Assim a FRF é expressa em termos destes polinômios da forma mostrada na eq. (A.21):

$$\alpha(\omega) = \frac{\sum_{k=0}^{2N-1} c_k \varphi_k}{\sum_{k=0}^{2N-1} d_k \theta_k} \quad (\text{A.21})$$

Depois de determinar as variáveis $\{c\}$ e $\{d\}$, os parâmetros $\{a\}$ e $\{b\}$ podem ser recuperados para calcular os parâmetros modais.

Cálculo dos polinômios ortogonais φ e θ

Como foi explicado anteriormente, para resolver o conjunto de equações auto-condicionadas definido na eq. (A.16) é necessário ter a condição mostrada na eq. (A.22) (Maia & Silva, 1997):

$$[Y] = \text{Re} \left([\varphi^*]^T [\varphi] \right) = [I] \quad (\text{A.22})$$

$$[Z] = \text{Re} \left([\Theta^*]^T [\alpha^*] [\alpha] [\Theta] \right) = [I]$$

Para isso, os polinômios φ devem ser calculados usando uma função complemento unitário e θ usando uma função complemento dada por $[\alpha^2]$. Desta forma para um sistema de 2 graus de liberdade a eq. (2.57) fica na forma da eq. (A.23):

$$\alpha(\omega) = \frac{a_0 + a_1(i\omega) + a_2(i\omega)^2 + a_3(i\omega)^3}{b_0 + b_1(i\omega) + b_2(i\omega)^2 + b_3(i\omega)^3 + b_4(i\omega)^4} \quad (\text{A.23})$$

Assim, cada polinômio pode ser determinado como a combinação linear de polinômios ortogonais reais e imaginários, sendo os reais para as funções pares e os imaginários para as funções ímpares da forma apresentada na eq. (A.24) (para θ o procedimento é similar):

Real (pares)	Imaginário (ímpares)	
$\varphi_0 = a'_0$	$\varphi_1 = a'_1(i\omega)$	
$\varphi_2 = a'_2 + a'_3(i\omega)^2$	$\varphi_3 = a'_4(i\omega) + a'_5(i\omega)^3$	
$\varphi_4 = a'_6 + a'_7(i\omega)^2 + a'_8(i\omega)^4$	$\varphi_5 = a'_9(i\omega) + a'_{10}(i\omega)^3 + a'_{11}(i\omega)^5$	(A.24)
$\vdots$	$\vdots$	

Portanto, o numerador da eq. (A.23) é o definido na eq. (A.25):

$$\begin{aligned} & a'_0 + a'_1(i\omega) + a'_2 + a'_3(i\omega)^2 + a'_4(i\omega) + a'_5(i\omega)^3 \\ & = a'_0 + a'_2 + (a'_1 + a'_4)(i\omega) + a'_3(i\omega)^2 + a'_5(i\omega)^3 \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Pelo fato de trabalhar com funções pares e ímpares é necessário considerar as frequências positivas e negativas; se a FRF experimental contém L pontos para serem ajustados, a propriedade de ortogonalidade é a definida na eq. (A.26):

$$\text{Re}\left(\sum_{j=-L}^L \varphi_{j,k}^* \varphi_{j,i}\right) = \begin{cases} 0 \rightarrow k \neq i \\ 1 \rightarrow k = i \end{cases} \quad (\text{A.26})$$

Escrevendo-se φ como $\text{Re}(\varphi) + i \text{Im}(\varphi)$ (eq. (A.27)):

$$\sum_{j=-L}^L (\text{Re}(\varphi_{j,k}) \text{Re}(\varphi_{j,i}) + \text{Im}(\varphi_{j,k}) \text{Im}(\varphi_{j,i})) = \begin{cases} 0 \rightarrow k \neq i \\ 1 \rightarrow k = i \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

Mas as FRF estão definidas por frequências negativas e portanto a eq. (A.27) tem que ser transformada em funções positivas para os pontos de 1 até L . Dividindo a eq. (A.27) em funções negativas e positivas temos a eq. (A.28):

$$\sum_{j=-L}^L (\text{Re}(\varphi_{j,k}^-) \text{Re}(\varphi_{j,i}^-) + \text{Im}(\varphi_{j,k}^-) \text{Im}(\varphi_{j,i}^-)) + \sum_{j=1}^L (\text{Re}(\varphi_{j,k}^+) \text{Re}(\varphi_{j,i}^+) + \text{Im}(\varphi_{j,k}^+) \text{Im}(\varphi_{j,i}^+)) = \begin{cases} 0 \rightarrow k \neq i \\ 1 \rightarrow k = i \end{cases} \quad (\text{A.28})$$

Introduzindo-se a definição de funções pares e ímpares $\text{Re}(\varphi^-) = \text{Re}(\varphi^+)$ e $\text{Im}(\varphi^-) = -\text{Im}(\varphi^+)$ na eq. (A.28) obtém-se a eq. (A.29):

$$2 \sum_{j=1}^L (\text{Re}(\varphi_{j,k}^+) \text{Re}(\varphi_{j,i}^+) + \text{Im}(\varphi_{j,k}^+) \text{Im}(\varphi_{j,i}^+)) = \begin{cases} 0 \rightarrow k \neq i \\ 1 \rightarrow k = i \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

Ou, dividindo por 2, a (eq. (A.30)),

$$\text{Re} \left(\sum_{j=1}^L (\varphi_{j,k}^+)^* (\varphi_{j,i}^+) \right) = \begin{cases} 0 \rightarrow k \neq i \\ 0.5 \rightarrow k = i \end{cases} \quad (\text{A.30})$$

Para os polinômios θ^* (correspondentes aos polinômios θ_k na eq. (A.21)), o procedimento é similar, mas trabalhando com a função complemento $|\bar{\alpha}(\omega_j)|^2$, por tanto obtém-se a eq. (A.31):

$$\text{Re} \left(\sum_{j=1}^L (\theta_{j,k}^+)^* (\theta_{j,i}^+) |\bar{\alpha}(\omega_j)|^2 \right) = \begin{cases} 0 \rightarrow k \neq i \\ 0.5 \rightarrow k = i \end{cases} \quad (\text{A.31})$$

Conhecendo os valores das funções φ^* e θ^* que satisfaçam as eq. (A.30) e eq. (A.31) é possível calcular as matrizes $[P]$ e $[T]$ definidas na eq. (A.18) e eq. (A.19), onde φ e θ devem ser entendidos como φ^* e θ^* . Assim, a eq. (A.16) fica da forma mostrada na eq. (A.32):

$$\begin{bmatrix} [0.5] & : & [X] \\ \dots & : & \dots \\ [X]^T & : & [0.5] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{c\} \\ \dots \\ \{d\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{G\} \\ \dots \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

Com $[X]$ e $[G]$ definidas como na eq. (A.17) e $[P]$ e $[T]$ definidas em termos de φ^* e θ^* . Multiplicando ambos os lados da eq. (A.32) por 2 (eq. (A.33)):

$$\begin{bmatrix} [I] & : & [X'] \\ \dots & : & \dots \\ [X']^T & : & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{c\} \\ \dots \\ \{d\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{G'\} \\ \dots \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.33})$$

Onde $[X'] = 2[X]$ e $[G'] = 2[G]$. Resolvendo a eq. (A.33), tem-se (eq. (A.34)):

$$\begin{aligned}\{d\} &= -\left[[I] - [X']^T [X']\right]^{-1} [X']^T \{G'\} \\ \{c\} &= \{G'\} - [X'] \{d\}\end{aligned}\tag{A.34}$$

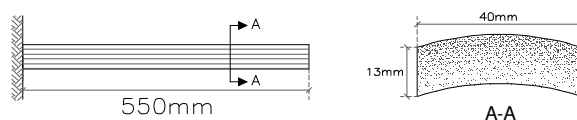
Calculo dos parâmetros modais

Para o calculo dos parâmetros modais a eq. (A.21) (com φ e θ substituídos por φ^* e θ^*) tem que ser reformulada em termos dos coeficientes $\{a\}$ e $\{b\}$ definidos na eq. (A.2). Se os coeficientes dos polinômios φ^* e θ^* são armazenados, é possível determinar uma transformação linear que relacione $\{a\}$ com $\{c\}$ e $\{b\}$ com $\{d\}$.

Conhecendo a solução para $\{b\}$, têm-se os valores para frequências naturais e coeficientes de amortecimento. Com esses resultados é possível calcular os demais parâmetros modais usando as eq. (A.1) e eq. (A.2) (Maia & Silva, 1997).

APÊNDICE B: CÁLCULO ANALÍTICO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS ANALÍTICAS

Especie: *Dendrocalamus Giganteus* - Segmento Inteiro



PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

L =	0.55	m	A =	0.000532	m ²
h =	0.013	m	I =	9.123E-09	m ⁴
b =	0.04	m			

PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS

E =	13.872	Gpa	k =	1773.33	N/m
ρ =	740	kg/m ³			
m =	0.3937	kg/m			

EQUAÇÕES DA VIBRAÇÃO LATERAL EM VIGAS

Equação da frequência: $\cos \beta L \cosh \beta L = -1$ com $\beta = \frac{m\omega^2}{EI}$

Raízes $\beta_i L$ da equação da frequência:

$\beta_1 L =$	1.8751	$\beta_3 L =$	7.854757
$\beta_2 L =$	4.6941	$\beta_4 L =$	10.995541

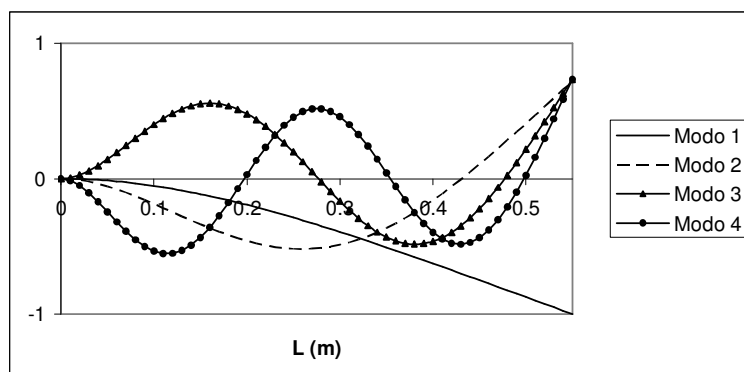
FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS QUATRO PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO

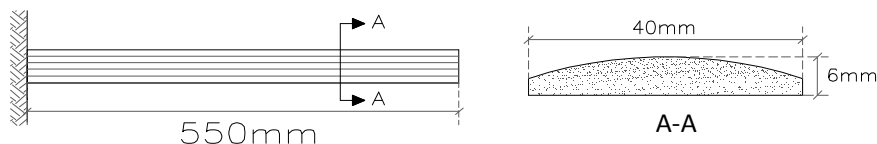
Isolando o valor de ω da relação para β : $\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$

Frequência natural: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

	ω_i [rad/seg]	f_i [Hz]
Modo 1	183.710	29.238
Modo 2	1151.289	183.233
Modo 3	3223.641	513.058
Modo 4	6317.051	1005.390

MODOS DE VIBRAÇÃO PARA A VIGA ENGASTADA



Especie: Dendrocalamus Giganteus - Fatia Externa**PROPRIEDADES GEOMETRICAS**

L =	0.55	m	A =	0.00024	m ²
h =	0.006	m	I =	7.2E-10	m ⁴
b =	0.04	m			

PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS

E =	15.967	Gpa	k =	207.295	N/m
ρ =	924	kg/m ³			
m =	0.22176	kg/m			

EQUAÇÕES DA VIBRAÇÃO LATERAL EM VIGAS

Equação da frequência: $\cos \beta L \cosh \beta L = -1$ com $\beta = \frac{m\omega^2}{EI}$

Raízes $\beta_i L$ da equação da frequência:

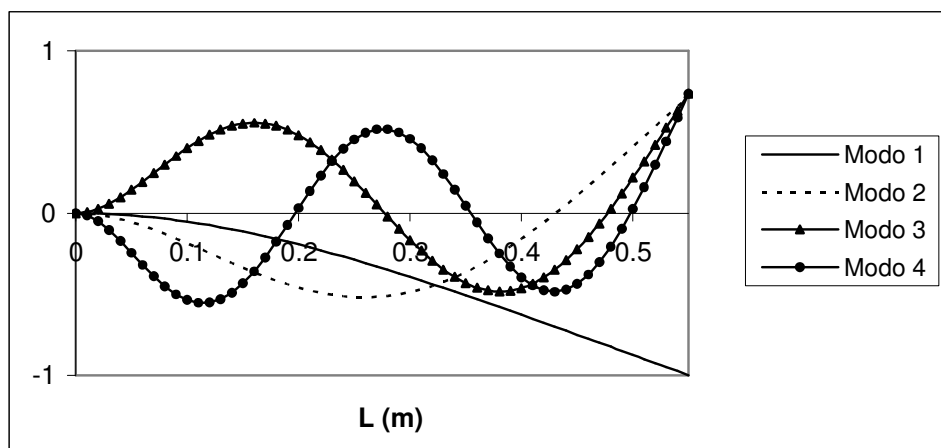
$\beta_1 L =$	1.8751	$\beta_3 L =$	7.85476
$\beta_2 L =$	4.69409	$\beta_4 L =$	10.9955

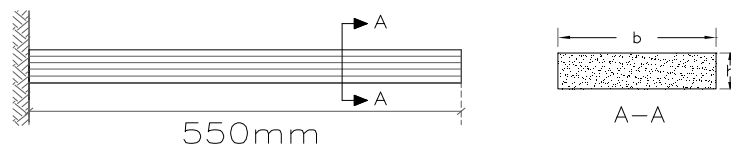
FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS QUATRO PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO

Isolando o valor de ω da relação para β : $\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$

Frequência natural: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

	ω_i [rad/seg]	f_i [Hz]
Modo 1	83.688	13.319
Modo 2	524.462	83.471
Modo 3	1468.508	233.720
Modo 4	2877.691	457.999

MODOS DE VIBRAÇÃO PARA A VIGA ENGASTADA

Especie: Dendrocalamus Giganteus - Fatia Media**PROPRIEDADES GEOMETRICAS**

L =	0.55	m	A =	0.00024	m ²
h =	0.006	m	I =	7.2E-10	m ⁴
b =	0.04	m			

PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS

E =	14.19	Gpa	k =	184.225	N/m
ρ =	705	kg/m ³			
m =	0.1692	kg/m			

EQUAÇÕES DA VIBRAÇÃO LATERAL EM VIGAS

Equação da frequência: $\cos \beta L \cosh \beta L = -1$ com $\beta = \frac{m\omega^2}{EI}$

Raízes $\beta_i L$ da equação da frequência:

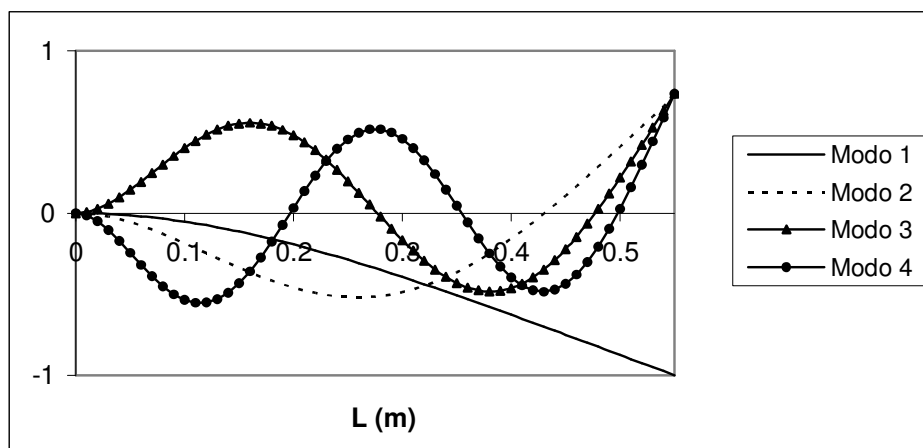
$\beta_1 L =$	1.8751	$\beta_3 L =$	7.85476
$\beta_2 L =$	4.69409	$\beta_4 L =$	10.9955

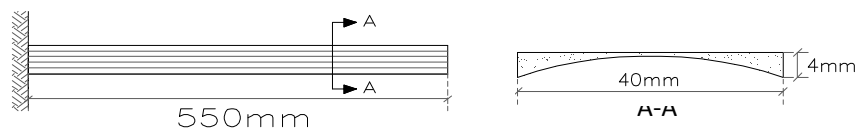
FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS QUATRO PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO

Isolando o valor de ω da relação para β : $\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$

Frequência natural: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

	ω_i [rad/seg]	f_i [Hz]
Modo 1	90.320	14.375
Modo 2	566.024	90.086
Modo 3	1584.884	252.242
Modo 4	3105.740	494.294

MODOS DE VIBRAÇÃO PARA A VIGA ENGASTADA

Especie: Dendrocalamus Giganteus - Fatia Interna**PROPRIEDADES GEOMETRICAS**

L =	0.55	m	A =	0.00016	m ²
h =	0.004	m	I =	2.1E-10	m ⁴
b =	0.04	m			

PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS

E =	7.97	Gpa	k =	30.6585	N/m
ρ =	626	kg/m ³			
m =	0.10016	kg/m			

EQUAÇÕES DA VIBRAÇÃO LATERAL EM VIGAS

Equação da frequência: $\cos \beta L \cosh \beta L = -1$ com $\beta = \frac{m\omega^2}{EI}$

Raízes $\beta_i L$ da equação da frequência:

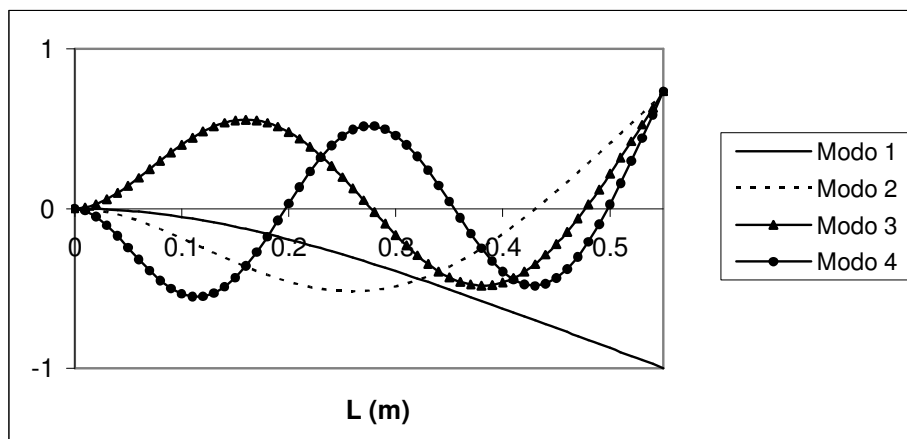
$\beta_1 L =$	1.8751	$\beta_3 L =$	7.85476
$\beta_2 L =$	4.69409	$\beta_4 L =$	10.9955

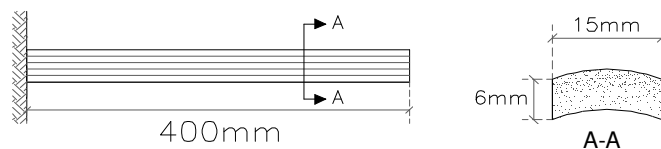
FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS QUATRO PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO

Isolando o valor de ω da relação para β : $\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$

Frequência natural: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

	ω_i [rad/seg]	f_i [Hz]
Modo 1	47.889	7.622
Modo 2	300.116	47.765
Modo 3	840.333	133.743
Modo 4	1646.718	262.083

MODOS DE VIBRAÇÃO PARA A VIGA ENGASTADA

Especie: Phyllostachys Aurea - Segmento Inteiro**PROPRIEDADES GEOMETRICAS**

L =	0.4	m	A =	0.00009	m ²
h =	0.015	m	I =	2.88E-10	m ⁴
b =	0.006	m			

PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS

E =	15.22	Gpa	k =	205.47	N/m
ρ =	808	kg/m ³			
m =	0.0727	kg/m			

EQUAÇÕES DA VIBRAÇÃO LATERAL EM VIGAS

Equação da frequência: $\cos \beta L \cosh \beta L = -1$ com $\beta = \frac{m\omega^2}{EI}$

Raízes $\beta_i L$ da equação da frequência:

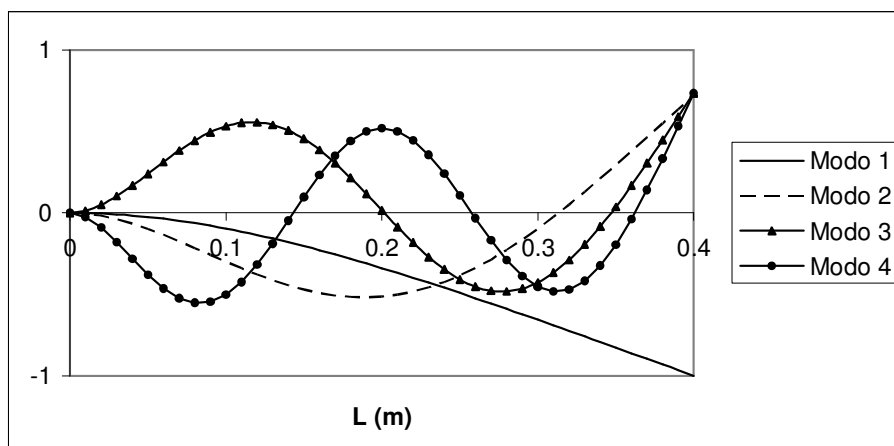
$\beta_1 L =$	1.8751	$\beta_3 L =$	7.854757
$\beta_2 L =$	4.6941	$\beta_4 L =$	10.995541

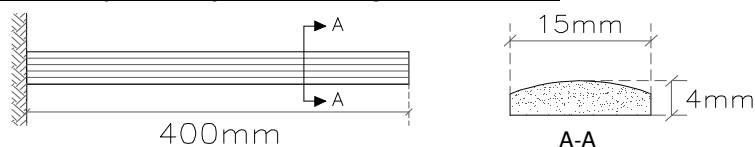
FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS QUATRO PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO

Isolando o valor de ω da relação para β : $\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$

Frequência natural: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

	ω_i [rad/seg]	f_i [Hz]
Modo 1	170.611	27.154
Modo 2	1069.202	170.169
Modo 3	2993.796	476.477
Modo 4	5866.646	933.706

MODOS DE VIBRAÇÃO PARA A VIGA ENGASTADA

Especie: Phyllostachys Aurea - Segmento Externo**PROPRIEDADES GEOMETRICAS**

L =	0.4	m	A =	6E-05	m ²
h =	0.004	m	I =	8E-11	m ⁴
b =	0.015	m			

PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS

E =	16.83	Gpa	k =	63.113	N/m
ρ =	930	kg/m ³			
m =	0.0558	kg/m			

EQUAÇÕES DA VIBRAÇÃO LATERAL EM VIGAS

Equação da frequência: $\cos \beta L \cosh \beta L = -1$ com $\beta = \frac{m\omega^2}{EI}$

Raízes $\beta_i L$ da equação da frequência:

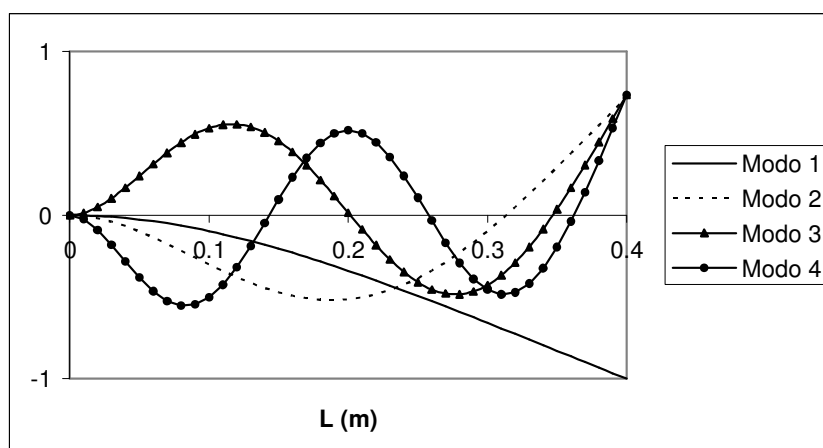
$\beta_1 L =$	1.8751	$\beta_3 L =$	7.8548
$\beta_2 L =$	4.6941	$\beta_4 L =$	10.996

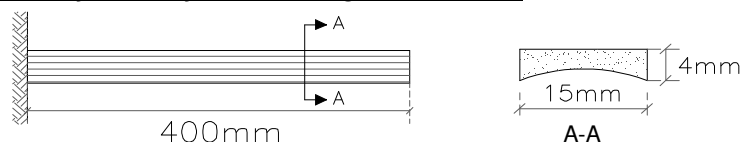
FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS QUATRO PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO

Isolando o valor de ω da relação para β : $\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$

Frequência natural: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

	ω_i [rad/seg]	f_i [Hz]	
Modo 1	107.945	17.180	0.058
Modo 2	676.477	107.665	
Modo 3	1894.155	301.464	
Modo 4	3711.788	590.749	

MODOS DE VIBRAÇÃO PARA A VIGA ENGASTADA

Especie: Phyllostachys Aurea - Segmento Interno**PROPRIEDADES GEOMETRICAS**

L =	0.4	m	A =	6E-05	m ²
h =	0.004	m	I =	8E-11	m ⁴
b =	0.015	m			

PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS

E =	9.37	Gpa	k =	35.138
ρ =	686	kg/m ³		
m =	0.0412	kg/m		

EQUAÇÕES DA VIBRAÇÃO LATERAL EM VIGAS

Equação da frequência: $\cos \beta L \cosh \beta L = -1$ com $\beta = \frac{m\omega^2}{EI}$

Raízes $\beta_i L$ da equação da frequência:

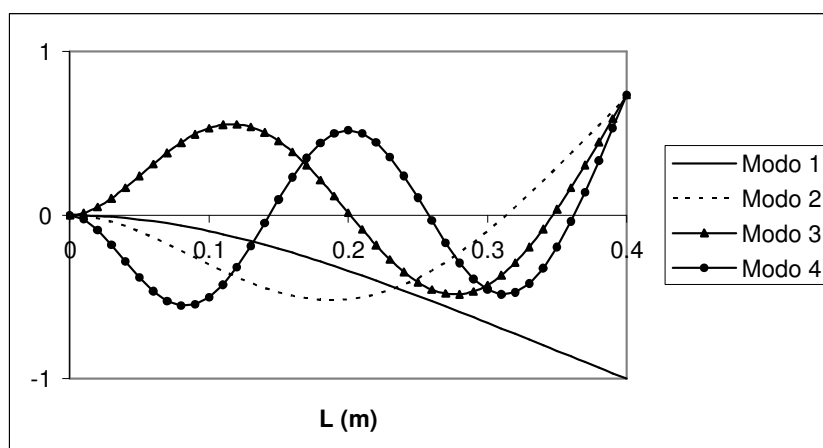
$\beta_1 L =$	1.8751	$\beta_3 L =$	7.8548
$\beta_2 L =$	4.6941	$\beta_4 L =$	10.996

FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA OS QUATRO PRIMEIROS MODOS DE VIBRAÇÃO

Isolando o valor de ω da relação para β : $\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{m}}$

Frequência natural: $f = \frac{\omega}{2\pi}$

	ω_i [rad/seg]	f_i [Hz]	
Modo 1	93.779	14.925	0.067
Modo 2	587.706	93.536	
Modo 3	1645.594	261.904	
Modo 4	3224.708	513.228	

MODOS DE VIBRAÇÃO PARA A VIGA ENGASTADA

APÊNDICE C: CÁLCULO NUMÉRICO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS ANALÍTICAS

ESPÉCIE: *DENDROCALAMUS GIGANTEUS* – SEGMENTO INTEIRO

TABLE: Area Section Properties

Section	Material	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Text	Text	m	m
COMP	DG_COM	Shell	Shell-Thin	0.013	0.013

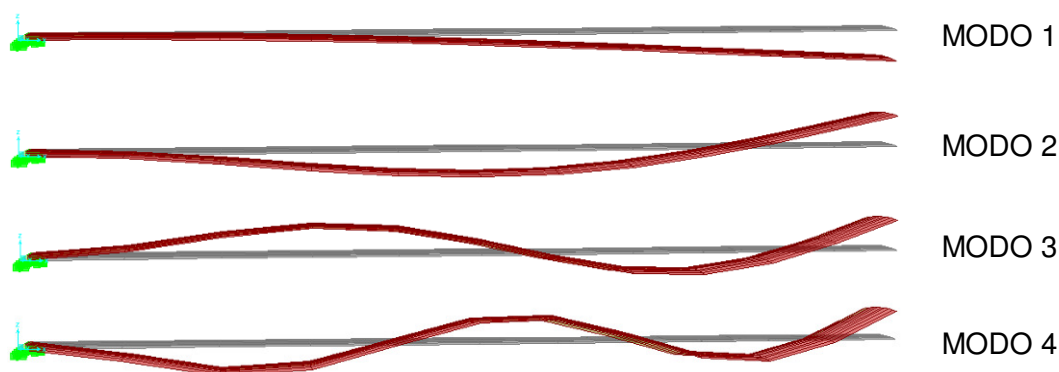
TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
DG_COM	Isotropic	None	740	7400	13870000000	0.26

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.032744	30.54	191.89	36821
MODAL	Mode	2	0.005272	189.67	1191.7	1420200
MODAL	Mode	3	0.001897	527.15	3312.2	10971000
MODAL	Mode	4	0.000975	1025.8	6445.1	41540000

MODOS DE VIBRAÇÃO



ESPÉCIE: *DENDROCALAMUS GIGANTEUS* – FATIA EXTERNA

TABLE: Area Section Properties

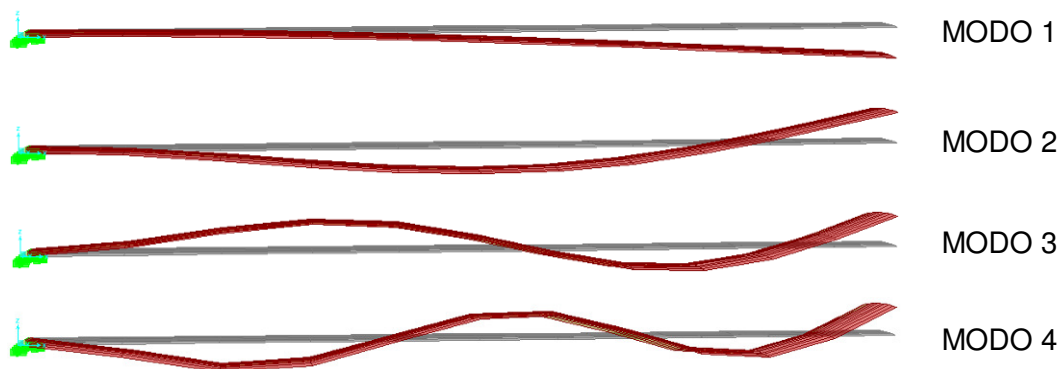
Section	Material	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Text	Text	m	m
F_EXT	DG	Shell	Shell-Thin	0.006	0.006

TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
DG	Isotropic	None	924	9240	15970000000	0.26

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.075044	13.326	83.727	7010.2
MODAL	Mode	2	0.01211	82.578	518.86	269210
MODAL	Mode	3	0.004367	228.98	1438.8	2070000
MODAL	Mode	4	0.00225	444.35	2791.9	7794800

MODOS DE VIBRAÇÃO**ESPÉCIE: *DENDROCALAMUS GIGANTEUS* – FATIA MÉDIA****TABLE: Area Section Properties**

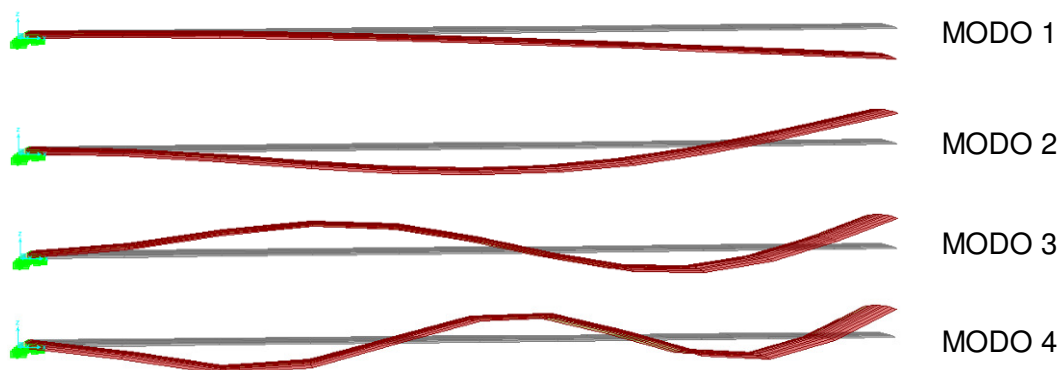
Section	Material	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Text	Text	m	m
F_MEIO	DG	Shell	Shell-Thin	0.006	0.006

TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
DG	Isotropic	None	705	7050	14190000000	0.26

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.06954	14.38	90.353	8163.7
MODAL	Mode	2	0.011222	89.114	559.92	313510
MODAL	Mode	3	0.004047	247.11	1552.6	2410600
MODAL	Mode	4	0.002085	479.52	3012.9	9077500

MODOS DE VIBRAÇÃO

ESPÉCIE: DENDROCALAMUS GIGANTEUS – FATIA INTERNA**TABLE: Area Section Properties**

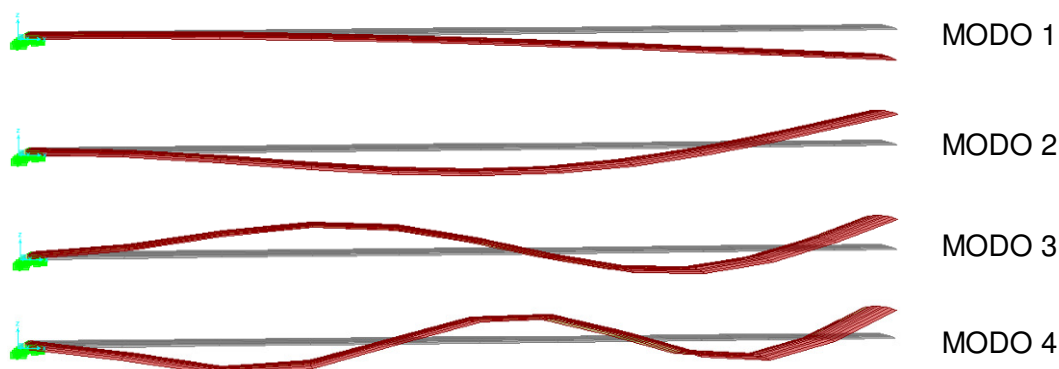
Section	Material	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Text	Text	m	m
F_INT	DG	Shell	Shell-Thin	0.004	0.004

TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
DG	Isotropic	None	626	6260	7970000000	0.26

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.127272	7.8572	49.368	2437.2
MODAL	Mode	2	0.020537	48.692	305.94	93601
MODAL	Mode	3	0.007409	134.97	848.07	719220
MODAL	Mode	4	0.003821	261.74	1644.6	2704600

MODOS DE VIBRAÇÃO**ESPÉCIE: DENDROCALAMUS GIGANTEUS – COLMO 1.00m COM DIAFRAGMA****TABLE: Area Section Properties**

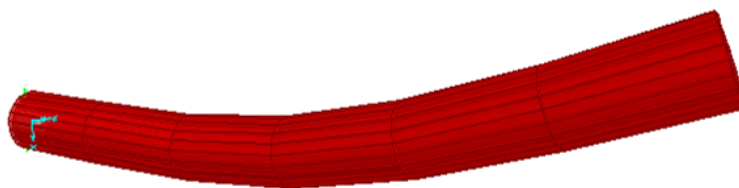
Section	Material	MatAngle	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Degrees	Text	Text	m	m
DG_100	DG	0	Shell	Shell-Thin	0.013	0.013
DIAF	DIAFRAGM	0	Shell	Shell-Thin	0.003	0.003

TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
DG	Isotropic	None	740	7400	13870000000	0.26
DIAFRAGM	Isotropic	None	740	7400	13870000000	0.26

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.002798	357.35	2245.3	5041200

PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO:

ESPÉCIE: *DENDROCALAMUS GIGANTEUS* – COLMO 1.00m SEM DIAFRAGMA

TABLE: Area Section Properties

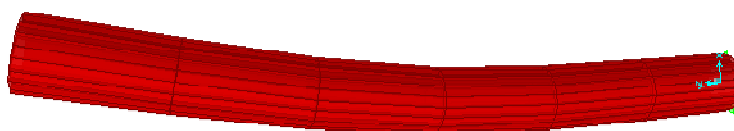
Section	Material	MatAngle	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Degrees	Text	Text	m	m
DG_100	DG	0	Shell	Shell-Thin	0.013	0.013

TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
DG	Isotropic	None	740	7400	13870000000	0.26

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.002797	357.58	2246.8	5047900

PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO:

ESPÉCIE: *DENDROCALAMUS GIGANTEUS* – COLMO 0.33m

TABLE: Area Section Properties

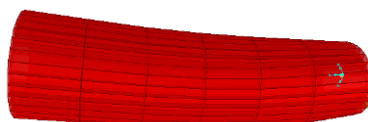
Section	Material	MatAngle	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Degrees	Text	Text	m	m
DG33	DG	0	Shell	Shell-Thin	0.013	0.013

TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
DG	Isotropic	None	740	7400	13870000000	0.26

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
MODAL	Mode	1	0.000699	1430.2	8985.9	80747000

PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO:

ESPÉCIE: *PHYLLOSTACHYS AUREA* – SEGMENTO INTEIRO**TABLE: Area Section Properties**

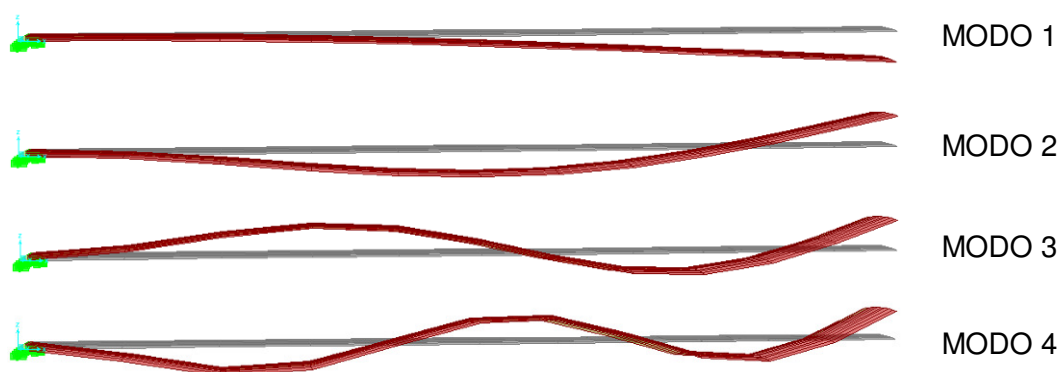
Section	Material	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Text	Text	m	m
COMP	PA_COM	Shell	Shell-Thin	0.006	0.006

TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
PA_COM	Isotropic	None	808	8080	15220000000	0.34

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.037602	26.594	167.1	27921
MODAL	Mode	2	0.006097	164.01	1030.5	1062000
MODAL	Mode	3	0.002205	453.54	2849.7	8120700
MODAL	Mode	4	0.001137	879.53	5526.3	30540000

MODOS DE VIBRAÇÃO**ESPÉCIE: *PHYLLOSTACHYS AUREA* – FATIA EXTERNA****TABLE: Area Section Properties**

Section	Material	MatAngle	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Degrees	Text	Text	m	m
PA_INT	PA_EXT	0	Shell	Shell-Thin	0.004	0.004

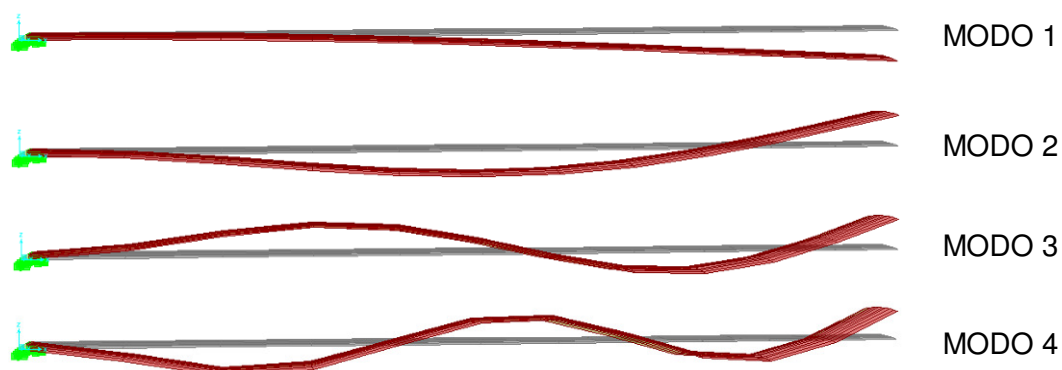
TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
PA_EXT	Isotropic	None	930	9300	16830000000	0.34

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.055132	18.138	113.97	12988
MODAL	Mode	2	0.008951	111.72	701.93	492710
MODAL	Mode	3	0.003247	308	1935.2	3745000
MODAL	Mode	4	0.001684	593.84	3731.2	13922000

MODOS DE VIBRAÇÃO



ESPÉCIE: *PHYLLOSTACHYS AUREA* – FATIA INTERNA

TABLE: Area Section Properties

Section	Material	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Text	Text	m	m
PA_INT	PA_INT	Shell	Shell-Thin	0.004	0.004

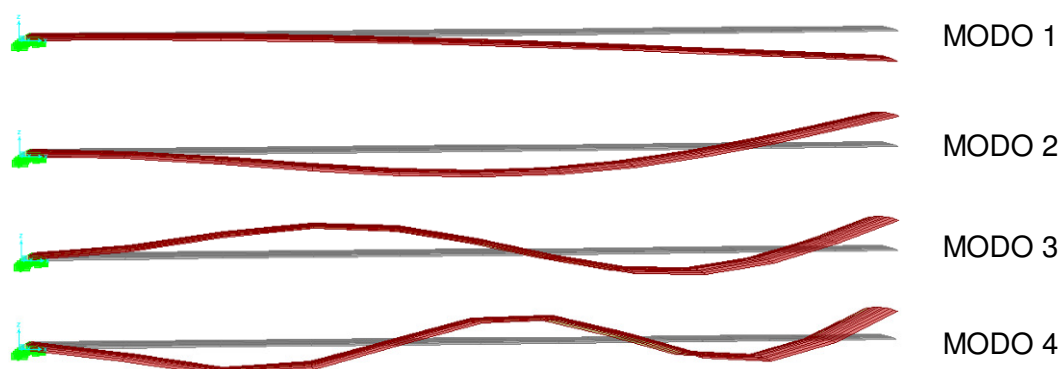
TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
PA_INT	Isotropic	None	686	6860	9370000000	0.34

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.06346	15.758	99.01	9803.1
MODAL	Mode	2	0.010303	97.056	609.82	371880
MODAL	Mode	3	0.003737	267.58	1681.3	2826600
MODAL	Mode	4	0.001938	515.91	3241.6	10508000

MODOS DE VIBRAÇÃO



ESPÉCIE: *PHYLLOSTACHYS AUREA* – COLMO 1.00m COM DIAFRAGMA**TABLE: Area Section Properties**

Section	Material	MatAngle	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Degrees	Text	Text	m	m
DIAF	DIAFRAGM	0	Shell	Shell-Thin	0.003	0.003
TUBO	PA	0	Shell	Shell-Thin	0.005	0.005

TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
DIAFRAGM	Isotropic	None	808	8080	15220000000	0.34
PA	Isotropic	None	808	8080	15220000000	0.34

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.006958	143.72	903.03	815470

PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO:**ESPÉCIE: *PHYLLOSTACHYS AUREA* – COLMO 1.00m SEM DIAFRAGMA****TABLE: Area Section Properties**

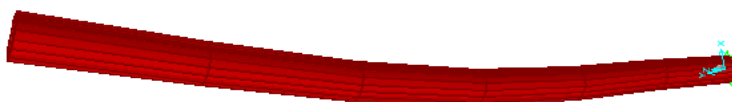
Section	Material	MatAngle	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Degrees	Text	Text	m	m
TUBO	PA	0	Shell	Shell-Thin	0.005	0.005

TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
PA	Isotropic	None	808	8080	15220000000	0.34

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	4	0.006958	143.72	903.02	815450

PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO:**ESPÉCIE: *PHYLLOSTACHYS AUREA* – COLMO 0.20m****TABLE: Area Section Properties**

Section	Material	MatAngle	AreaType	Type	Thickness	BendThick
Text	Text	Degrees	Text	Text	m	m
TUBO	PA	0	Shell	Shell-Thin	0.005	0.005

TABLE: Material Properties 1 - General

Material	Type	DesignType	UnitMass	UnitWeight	E	U
Text	Text	Text	N-s2/m4	N/m3	N/m2	Unitless
PA	Isotropic	None	808	8080	15220000000	0.34

TABLE: Modal Periods And Frequencies

OutputCase	StepType	StepNum	Period	Frequency	CircFreq	Eigenvalue
Text	Text	Unitless	Sec	Cyc/sec	rad/sec	rad2/sec2
MODAL	Mode	4	0.000615	1625.2	10212	104280000

PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO: