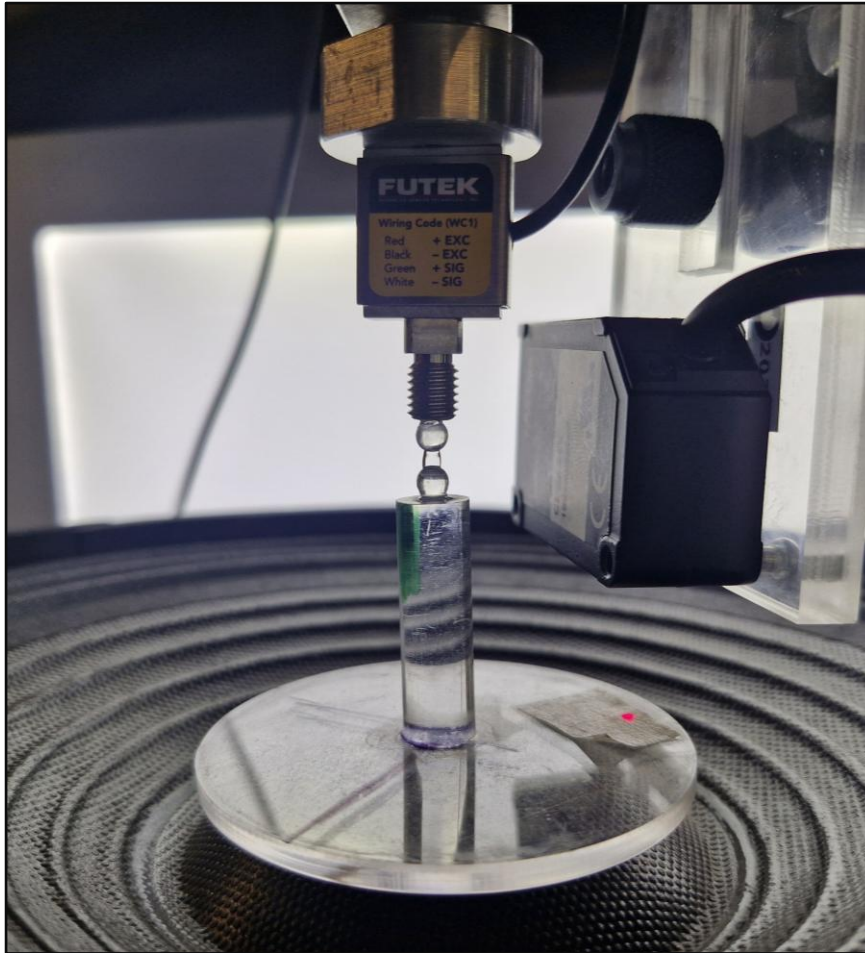




TESIS 2

Asesor: Bernardo
Caicedo
Co-asesor: Nicolás
Estrada

PUENTES CAPILARES ENTRE MICROESFERAS: ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE SU GEOMETRÍA, FUERZA Y RUPTURA

Rodrigo León Jaimes Madrid – 201716463
Maestría en Ingeniería Civil – Universidad de los Andes

A quienes me sostuvieron con afecto y paciencia,
por estar incluso en silencio.

Y al grupo de laboratorio,
por su guía generosa y su compañía en el camino.

Contenido

1.	Introducción	7
2.	Objetivos	10
2.1	Objetivo general	10
2.2	Objetivos específicos.....	10
3.	Marco teórico	11
3.1	Interacción capilar en medios granulares parcialmente saturados	11
3.2	Aplicaciones en mecánica de suelos parcialmente saturados.....	12
3.2.1	Aplicaciones prácticas de la capilaridad.....	12
3.2.2	Modelos clásicos: Fisher, Orr, Mason, Willett	13
3.2.3	Justificación del modelo de Gili y Popov como enfoque principal.....	14
3.3	Antecedentes y estado del arte sobre puentes capilares	15
3.3.1	Geometría y ecuación de Young–Laplace	15
3.3.2	Formas y evolución del menisco	16
3.3.3	Inestabilidad, oscilación y ruptura capilar.....	17
3.3.4	Histéresis y ciclos de carga	18
3.4	Modelo analítico de Gili y Popov	19
3.4.1	Fundamento geométrico	19
3.4.2	Estimación de la fuerza capilar	20
3.4.3	Alcance y limitaciones	21
3.5	Fuerzas de adhesión y efectos moleculares en interfaces líquidas.....	22
4.	Metodología	24
4.1	Montaje experimental.....	24
4.2	Calibraciones y validaciones preliminares	25
4.2.1	Calibración de la celda de carga.....	25
4.2.2	Calibración del sensor láser de desplazamiento	26
4.2.3	Evaluación del ruido instrumental.....	26
4.2.4	Verificación de precisión volumétrica de las micropipetas	26
4.3	Implementación del modelo teórico y simulación en Python	27

4.4 Evaluación del ruido experimental y de la evaporación	28
4.5 Ensayos estáticos	29
4.6 Ensayos dinámicos	30
4.7 Análisis de imagen con Tracker	31
5. Resultados	33
5.1 Calibraciones y control instrumental.....	33
5.1.1 Línea de calibración fuerza-voltage de la celda de carga.....	33
5.1.2 Respuesta del sensor láser y relación voltaje-distancia.....	33
5.1.3 Ruido base del sistema en ausencia de puente	34
5.1.4 Precisión volumétrica de las micropipetas	35
5.2 Evaluación del fenómeno de evaporación.....	36
5.3 Ensayos estáticos.....	36
5.3.1 Fuerza capilar medida en función de volumen y distancia	36
5.3.2 Comparación entre fuerza medida y fuerza teórica (modelo de Gili)	37
5.3.3 Clasificación por cumplimiento dentro del error instrumental	42
5.4 Ensayos dinámicos	46
5.4.1 Evolución temporal de la fuerza bajo oscilación	47
5.4.2 Comparación por frecuencia y amplitud	47
5.4.3 Mapa de ocurrencia de ruptura.....	50
5.5 Geometría del puente capilar a partir de imágenes	52
5.5.1 Ángulos de contacto en ensayos estáticos.....	52
5.5.2 Evolución del ángulo en ensayos dinámicos.....	53
5.5.3 Comparación con el ángulo teórico y fuerza correspondiente	54
6. Análisis e interpretación.....	59
6.1 Análisis de los ensayos estáticos	59
6.2 Análisis de ensayos dinámicos	60
6.3 Comparación entre resultados experimentales y teóricos	61
6.4 Análisis de la influencia de los parámetros experimentales	62
6.4.1 Influencia del volumen de líquido.....	63
6.4.2 Influencia de la distancia entre esferas.....	63
6.4.3 Influencia de la frecuencia de oscilación	63

6.4.4 Influencia de la amplitud de oscilación.....	64
6.5 Discusión integral del comportamiento capilar y estabilidad	64
6.5.1 Concordancia entre resultados experimentales y modelo de Gili	64
6.5.2 Interpretación del comportamiento angular	64
6.5.3 Influencia combinada de parámetros.....	65
7. Conclusiones y recomendaciones.....	66
7.1 Conclusiones	66
7.2 Recomendaciones.....	66
Referencias	68

Figuras

Figura 1. Daños en el conjunto habitacional de apartamentos en Kawagishi-cho, durante el terremoto de Niigata en 1964.....	8
Figura 2. Evolución de un puente capilar entre esferas de vidrio durante la transición de humedad en el régimen pendular.	11
Figura 3. Representación esquemática de puentes capilares entre partículas granulares y su contribución a la resistencia al corte.	13
Figura 4. Representación esquemática del menisco entre dos esferas, mostrando los radios principales de curvatura (R_1 , R_2), los radios locales (r_1 , r_2), los ángulos de contacto (θ_1 , θ_2 , θ_3), la distancia entre centros D , y el sistema de coordenadas adoptado.	16
Figura 5. Perfil convexo de un puente capilar entre dos esferas, con representación esquemática de sus parámetros geométricos fundamentales.	17
Figura 6. Fuerza capilar total medida para un rango de volúmenes de puente líquido en función de la distancia entre esferas (a : radios iguales).	18
Figura 7. Fuerza capilar normalizada en función del ángulo de apertura θ , para diferentes valores del parámetro geométrico α	21
Figura 8. Vista general del montaje experimental utilizado para la formación y evaluación de puentes capilares entre esferas de borosilicato.....	24
Figura 9. Logotipo oficial del software Tracker, utilizado para el análisis visual y la medición de ángulos de contacto a partir de imágenes y videos de los ensayos.	31
Figura 10. Curva de calibración de la celda de carga obtenida a partir de la aplicación de masas patrón.....	33
Figura 11. Curva de calibración del sensor láser FASTUS CD22-35V.....	34

Figura 12. Registro de la señal de fuerza de la celda de carga en condiciones de reposo.	34
Figura 13. Curva de evaporación para una gota de agua de volumen conocido bajo condiciones ambientales constantes.	36
Figura 14. Curvas teóricas de fuerza capilar en función de la distancia para volúmenes entre 3 y 30 μL , generadas con el modelo de Gili. Se observa un máximo localizado seguido de un descenso, patrón típico de meniscos capilares entre esferas.....	37
Figura 15. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 3 μL	38
Figura 16. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 5 μL	38
Figura 17. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 8 μL	39
Figura 18. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 10 μL	39
Figura 19. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 15 μL	40
Figura 20. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 20 μL	40
Figura 21. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 25 μL	41
Figura 22. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 30 μL	41
Figura 23. Evolución temporal de la fuerza capilar (gráfico superior) y del desplazamiento vertical (gráfico inferior) para el ensayo EE079_15 μL _0 mm con frecuencia de 40 Hz y amplitud de 1 V, tras aplicar filtrado para reducir el ruido instrumental.	47
Figura 24. Mapa de ocurrencia de ruptura en función del volumen del puente y la amplitud de excitación.	51
Figura 25. Relación entre la frecuencia de excitación y el volumen del puente.	51
Figura 26. Ejemplo de medición del ángulo de contacto mediante Tracker en un puente capilar estático.....	52
Figura 27. Evolución del puente capilar en el ensayo ED26.	54
Figura 28. Relación entre la fuerza capilar medida y el ángulo de contacto para todos los ensayos dinámicos.	58

Tablas

Tabla 1. Resultados de la calibración de micropipetas para diferentes volúmenes nominales. Se muestra la masa promedio medida en balanza, la masa teórica equivalente al volumen nominal, el error relativo y la diferencia en microlitros.....	35
Tabla 2. Clasificación de los ensayos estáticos según el cumplimiento del margen de error instrumental, agrupados por volumen. Se observa una tendencia favorable en los volúmenes intermedios, con mayor dispersión en los extremos del intervalo experimental.	42
Tabla 3. Resultados completos de los ensayos dinámicos, con parámetros de volumen, distancia, amplitud, frecuencia y registro de ruptura.	48
Tabla 4. Resultados de los ensayos estáticos: comparación de ángulos y fuerzas medidas con respecto a los valores teóricos.	54
Tabla 5. Resultados de los ensayos dinámicos: ángulos en posiciones AB y AR, fuerzas asociadas y comparación con la fuerza teórica.....	56

1. Introducción

La presencia de agua en materiales granulares genera interacciones capilares que influyen de manera significativa en su comportamiento mecánico. En condiciones de humedad parcial, estos materiales desarrollan cohesión aparente debido a la formación de puentes líquidos en los contactos interparticulares. Este fenómeno, conocido como capilaridad en medios no saturados, ha sido ampliamente estudiado en disciplinas como la mecánica de suelos, la ciencia de materiales y la física de superficies. Los meniscos que se forman entre las partículas actúan como enlaces temporales cuya fuerza depende del volumen de líquido, la distancia entre partículas, la geometría del contacto y la tensión superficial del sistema (Fisher, 1926; Orr et al., 1975; Willett et al., 2000).

La fuerza ejercida por estos puentes capilares ha sido modelada teóricamente en función de parámetros geométricos y fisicoquímicos, destacándose el trabajo de Gili y Popov, quienes propusieron soluciones analíticas para sistemas formados por dos esferas iguales unidas por una cantidad finita de líquido. Dichos modelos permiten estimar la fuerza de atracción generada por el puente líquido a partir de la presión capilar y la tensión superficial, considerando también el ángulo de contacto entre el líquido y la superficie sólida (Gili et al., 2009; Popov, 2010). Estudios más recientes han profundizado en el papel del ángulo de contacto, demostrando que los meniscos pueden adoptar formas cóncavas o convexas dependiendo de la historia de humedecimiento, la rugosidad superficial y la composición del material granular (Lourenço et al., 2012; Gao et al., 2020).

Desde una perspectiva geotécnica, la capilaridad adquiere relevancia práctica en la estabilidad de suelos parcialmente saturados, donde las fuerzas intermoleculares actúan como un refuerzo adicional entre partículas, incrementando la resistencia al corte. Esta cohesión aparente es especialmente importante en zonas superficiales de taludes, donde la humedad varía estacionalmente, y en materiales con baja permeabilidad como arcillas o suelos limosos. La formación y posterior ruptura de estos puentes capilares bajo condiciones dinámicas puede desencadenar procesos de debilitamiento estructural y pérdida de resistencia en el macromaterial, lo cual ha sido relacionado con fenómenos como la licuación de suelos en eventos sísmicos (Fredlund & Rahardjo, 1993; Santamarina et al., 2001).

Un caso paradigmático de este tipo de procesos es el terremoto de Niigata ocurrido en 1964, donde la licuación generalizada de suelos saturados provocó hundimientos, desplazamientos laterales y colapso de estructuras. Si bien el fenómeno ha sido atribuido tradicionalmente a un incremento súbito de presiones de poro en suelos saturados, recientes enfoques multiescala sugieren que la pérdida de contacto efectivo entre partículas, favorecida por la ruptura de meniscos en condiciones de vibración, también contribuye al debilitamiento progresivo del sistema granular (Ishihara & Koga, 1981). La extrapolación de estudios de laboratorio sobre puentes capilares a contextos

geotécnicos permite así comprender mejor el vínculo entre los procesos microscópicos de adhesión líquida y las manifestaciones macroscópicas de falla.



Figura 1. Daños en el conjunto habitacional de apartamentos en Kawagishi-cho, durante el terremoto de Niigata en 1964.

Fuente adaptada de: Ishihara y Koga, 1981, p. 38.

La presente investigación se enmarca en este contexto y busca caracterizar experimentalmente los puentes capilares formados entre microesferas de vidrio, tanto en estado estático como bajo excitación dinámica. Se ha diseñado un sistema experimental que permite controlar de forma precisa el volumen del líquido, la distancia entre partículas y la aplicación de vibraciones sinusoidales de amplitud y frecuencia definidas. Para ello, se han combinado técnicas de adquisición de fuerza con celdas de carga calibradas, registro óptico con cámara de alta resolución, análisis de video con PIVlab y procesamiento de señales en Python. El trabajo incluye una etapa de validación de los datos obtenidos a partir de modelos teóricos, así como una caracterización detallada de las condiciones de ruptura observadas en los ensayos dinámicos, lo cual permite establecer umbrales críticos de fuerza y desplazamiento angular.

Además de medir la fuerza capilar en función del volumen y la distancia, se analiza el efecto de la vibración sobre la estabilidad del puente, identificando patrones de ruptura y mecanismos de debilitamiento progresivo. Las combinaciones experimentales se han planificado de manera sistemática para cubrir un rango representativo de condiciones, lo que permite construir mapas de ruptura y evaluar la influencia de cada variable de forma aislada y conjunta. Los resultados obtenidos no solo validan parcialmente los modelos teóricos, sino que revelan comportamientos no lineales y transiciones críticas en la respuesta del sistema, especialmente en presencia de frecuencias elevadas y amplitudes moderadas.

A lo largo del documento se presentarán, en primer lugar, los antecedentes teóricos que sustentan el fenómeno de la capilaridad en medios granulares parcialmente saturados, con énfasis en los modelos existentes y sus limitaciones. Posteriormente se describirá en detalle la metodología experimental empleada, incluyendo el diseño del sistema, las técnicas de medición y el procesamiento de datos. Los capítulos siguientes estarán dedicados a la presentación de los resultados estáticos y dinámicos, su análisis comparativo con modelos teóricos y su discusión a la luz de los procesos físicos involucrados. Finalmente, se expondrán las conclusiones principales y se propondrán posibles aplicaciones y líneas futuras de investigación, especialmente orientadas a la ingeniería geotécnica y a la comprensión multiescala del comportamiento de materiales granulares.

2. Objetivos

2.1 Objetivo general

Caracterizar la fuerza dinámica generada por un puente capilar entre dos esferas en condiciones controladas de volumen, distancia y vibración, mediante un montaje experimental de alta precisión y su validación frente a modelos teóricos, con el fin de comprender los mecanismos que conducen a la ruptura del puente líquido.

2.2 Objetivos específicos

- Establecer la relación entre la fuerza de ruptura del puente capilar y las variables geométricas que lo conforman, como el volumen de agua y la distancia entre las esferas.
- Diseñar y calibrar un sistema experimental que permita aplicar oscilaciones sinusoidales controladas sobre un puente de agua formado entre dos microesferas, registrando en tiempo real tanto la señal de fuerza como el comportamiento angular del sistema.
- Analizar el comportamiento dinámico del puente líquido en función de la frecuencia y la amplitud de la oscilación, identificando condiciones críticas de ruptura.
- Validar los resultados experimentales mediante la comparación con modelos teóricos existentes, principalmente el modelo analítico de Gili y Popov para puentes entre esferas de igual radio.
- Determinar umbrales dinámicos a partir de variaciones angulares y de fuerza que preceden a la ruptura, proponiendo criterios prácticos para su detección.
- Discutir la aplicabilidad de los hallazgos a sistemas reales de partículas en suelos parcialmente saturados, particularmente en contextos donde la estabilidad puede verse afectada por excitaciones dinámicas.

3. Marco teórico

3.1 Interacción capilar en medios granulares parcialmente saturados

Los medios granulares parcialmente saturados presentan una compleja interacción entre sus fases sólida, líquida y gaseosa, en la cual la presencia de agua en forma de meniscos capilares modifica drásticamente el comportamiento mecánico del sistema. Cuando pequeñas cantidades de líquido quedan atrapadas en los contactos interparticulares, se forman puentes capilares que generan una fuerza de tracción entre las partículas, originando una cohesión aparente incluso en ausencia de saturación total. Esta cohesión, inducida por la curvatura de la interfaz líquido–aire, resulta fundamental para explicar la estabilidad de suelos, arenas y otros materiales granulares en condiciones naturales.

En particular, en el denominado régimen pendular, el agua no forma una red continua, sino que se encuentra distribuida localmente como meniscos entre partículas sólidas. En este régimen, los puentes líquidos actúan como vínculos temporales entre granos individuales, capaces de transmitir fuerzas significativas mediante el mecanismo de presión capilar. La magnitud de esta fuerza depende del volumen de líquido contenido, del ángulo de contacto, de la tensión superficial del fluido y de la geometría del sistema, variables que serán desarrolladas en profundidad en los apartados siguientes.

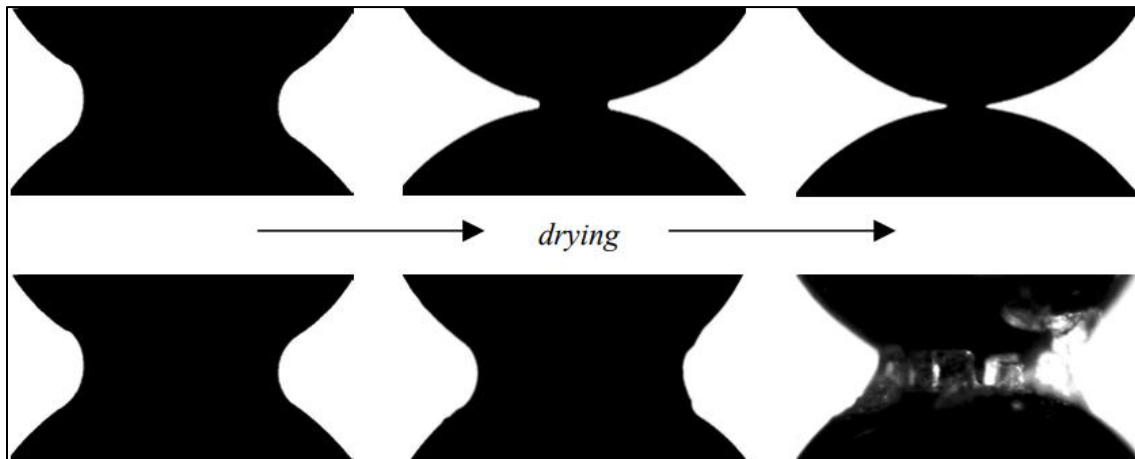


Figura 2. Evolución de un puente capilar entre esferas de vidrio durante la transición de humedad en el régimen pendular.

Fuente adaptada de: Santamarina et al., 2001, p. 5.

Esta evolución geométrica se presenta en la Figura 2, donde se observa cómo la forma del menisco varía a lo largo del proceso de secado. La reducción progresiva del volumen de agua intensifica la curvatura del puente, incrementando la succión capilar hasta alcanzar un punto de inestabilidad, lo que puede inducir la ruptura del sistema cohesivo. Este fenómeno, ampliamente observado en

suelos naturales, explica en parte la sensibilidad de algunos materiales frente a cambios de humedad o perturbaciones dinámicas.

Numerosos estudios experimentales han demostrado que la fuerza inducida por estos meniscos tiene un rol crítico en la resistencia mecánica del medio. Investigaciones como las de Richefeu et al. (2006), Cho et al. (2006) y Yang et al. (2020) han mostrado que incluso volúmenes mínimos de agua pueden aumentar significativamente la resistencia al corte del suelo, debido a la acción localizada de los puentes. Además, simulaciones tridimensionales han evidenciado que el colapso progresivo de los meniscos, por secado o deformación, produce redistribuciones de carga que desencadenan fallas estructurales no lineales.

Este fenómeno ha sido documentado también a gran escala, como en el caso del terremoto de Niigata (Japón, 1964), donde vastas áreas de suelo parcialmente saturado sufrieron licuación. Aunque tradicionalmente este fenómeno se ha asociado con un aumento súbito de la presión de poros en suelos saturados, autores como Ishihara y Koga (1981) han propuesto que la ruptura masiva de puentes capilares, inducida por vibraciones, también pudo contribuir al colapso estructural del terreno. Esta interpretación plantea una conexión directa entre eventos microscópicos y fallas geotécnicas a gran escala, lo cual justifica la importancia de comprender estos procesos desde una perspectiva multiescalar.

En este contexto, el estudio de puentes capilares individuales no sólo aporta información fundamental sobre la adhesión entre partículas, sino que también permite extrapolar sus efectos a sistemas reales más complejos. Modelos como el de Gili (2009) y Popov (2010), centrados en la interacción capilar entre esferas, proporcionan una base teórica robusta que ha sido validada experimentalmente y aplicada con éxito al análisis de suelos parcialmente saturados. Estos enfoques permiten establecer criterios cuantitativos de ruptura e inestabilidad, los cuales resultan indispensables para el diseño y evaluación de obras geotécnicas bajo condiciones de humedad variables.

3.2 Aplicaciones en mecánica de suelos parcialmente saturados

3.2.1 Aplicaciones prácticas de la capilaridad

En la mecánica de suelos parcialmente saturados, la interacción capilar cumple un papel fundamental en la estabilidad de estructuras geotécnicas sometidas a condiciones naturales de humedad. A diferencia de los suelos completamente saturados, en los que la presión de poros domina el comportamiento hidráulico y mecánico, los suelos en régimen pendular exhiben una cohesión adicional inducida por la presencia de meniscos líquidos en los contactos interparticulares. Esta cohesión se traduce en una mayor resistencia al corte, una reducción de la deformabilidad y una capacidad temporal de soportar cargas externas, incluso bajo condiciones de humedad baja.

Numerosos estudios han demostrado que los puentes capilares pueden modificar de forma sustancial la respuesta de materiales granulares en ensayos triaxiales, direct shear y pruebas de compactación (Cho et al., 2006; Richefeu et al., 2006; Yang et al., 2020). Además, esta fuerza de tracción generada por los meniscos puede contribuir a la estabilidad de taludes, fundaciones someras, estructuras de contención y coberturas de residuos, especialmente en contextos donde el contenido de agua oscila por efectos climáticos.

Desde una perspectiva aplicada, esta cohesión capilar tiene un carácter transitorio, ya que depende de la humedad, la redistribución del agua y la persistencia de los meniscos. Por tanto, el diseño de obras geotécnicas en suelos parcialmente saturados debe contemplar tanto el efecto positivo de esta fuerza como su eventual pérdida por secado o vibración.

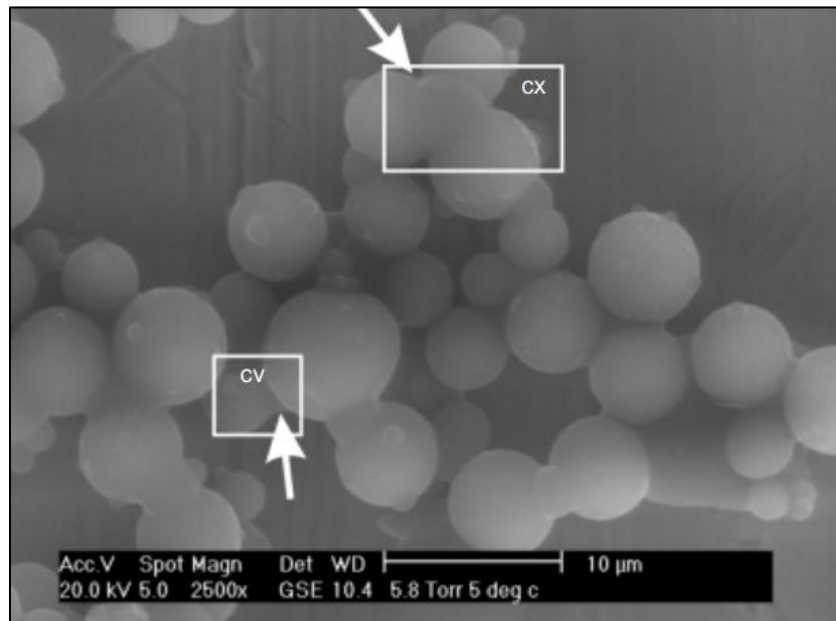


Figura 3. Representación esquemática de puentes capilares entre partículas granulares y su contribución a la resistencia al corte.

Fuente adaptada de: Lourenço et al. (2012, p. 6).

3.2.2 Modelos clásicos: Fisher, Orr, Mason, Willett

La descripción de las fuerzas capilares generadas por puentes líquidos ha sido abordada desde diferentes modelos teóricos a lo largo del siglo XX. Uno de los más tempranos fue el propuesto por Fisher (1926), quien estableció una relación entre la fuerza de atracción, el radio de las partículas, el volumen del líquido y el ángulo de contacto, asumiendo geometrías esféricas ideales. Aunque su formulación era simplificada, representó un avance inicial para el estudio de la capilaridad en suelos.

Posteriormente, el modelo de Orr, Scriven y Rivas (1975) ofreció una solución más rigurosa mediante el uso de integrales elípticas para resolver la ecuación de Young–Laplace en puentes entre superficies sólidas. Esta propuesta introdujo con mayor precisión el efecto de la forma del menisco, permitiendo calcular con mayor fidelidad la presión capilar y la fuerza de tracción resultante.

Mason y Clark (1965) enfocaron su análisis en las condiciones de formación y ruptura de puentes líquidos, destacando la existencia de una distancia crítica a partir de la cual el puente se vuelve inestable. Este trabajo aportó elementos claves para el estudio dinámico de la interacción capilar y para la evaluación de la resistencia en función del desplazamiento entre partículas.

Finalmente, el modelo de Willett et al. (2000) representa una de las propuestas más completas hasta la fecha, integrando soluciones numéricas a la ecuación de Young–Laplace, evaluaciones de energía libre y predicción de fuerzas capilares en configuraciones tridimensionales. Su modelo ha sido ampliamente validado por simulaciones computacionales y se utiliza actualmente como referencia en estudios de agregación, cohesión y licuación de medios granulares húmedos.

3.2.3 Justificación del modelo de Gili y Popov como enfoque principal

A pesar de la solidez de los modelos clásicos, su aplicación a sistemas experimentales con geometría conocida y condiciones dinámicas específicas requiere una formulación que considere explícitamente la evolución de la forma del menisco en sistemas simétricos. En esta tesis se adopta como modelo central el propuesto por Gili (2009) y Popov (2010), quienes formularon una solución basada en un perfil toroidal del puente entre esferas idénticas. Esta representación permite integrar las condiciones geométricas reales del sistema, como el volumen de agua, la distancia entre esferas y el ángulo de contacto, dentro de una solución analítica derivada de la ecuación de Young–Laplace.

Una de las principales ventajas del modelo de Gili y Popov es su capacidad para predecir la fuerza capilar de manera directa y coherente con observaciones experimentales, sin requerir ajustes empíricos. Además, su estructura modular facilita la inclusión de perturbaciones dinámicas y la evaluación de criterios de ruptura bajo condiciones controladas.

Dado que los ensayos desarrollados en esta tesis implican puentes líquidos entre esferas idénticas sometidos a vibraciones periódicas, la formulación de Gili y Popov resulta especialmente adecuada para describir tanto el estado inicial del sistema como su evolución hacia la ruptura. Esta elección metodológica se justifica por su mayor compatibilidad con el montaje experimental, por la claridad de sus variables geométricas y por su capacidad de predecir umbrales críticos de estabilidad en medios parcialmente saturados.

3.3 Antecedentes y estado del arte sobre puentes capilares

La presencia de meniscos en sistemas granulares parcialmente saturados es el mecanismo fundamental que permite la generación de fuerzas de cohesión entre partículas sólidas. Cuando un volumen de líquido se encuentra confinado entre dos superficies sólidas cercanas, como en el caso de esferas de vidrio, se forma una interfaz curva cuya geometría depende del equilibrio entre la presión interna del líquido, la tensión superficial y la interacción con las superficies sólidas. Esta interfaz, denominada menisco capilar, actúa como puente entre las partículas, transmitiendo fuerzas capaces de modificar el comportamiento mecánico del sistema granular en su conjunto.

Los meniscos en medios no saturados se desarrollan principalmente en la llamada zona pendular, en la cual el líquido se localiza en los puntos de contacto sin formar una red continua. Su estudio permite no solo explicar fenómenos como la resistencia aparente o la estabilidad estructural de suelos, sino también anticipar procesos de pérdida de cohesión ante perturbaciones externas. En este apartado se detalla la teoría que rige el comportamiento de estos meniscos, desde sus fundamentos geométricos hasta su evolución dinámica y ruptura.

3.3.1 Geometría y ecuación de Young–Laplace

La forma que adopta un menisco entre partículas sólidas está regida por la ecuación de Young–Laplace, que describe el equilibrio entre la presión interna del líquido y la curvatura de la superficie libre. Esta ecuación establece que la diferencia de presión entre el interior del líquido y el exterior se relaciona directamente con la suma de las curvaturas principales de la interfaz:

$$\Delta P = \gamma * \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

donde ΔP es la diferencia de presión entre el interior del líquido y el medio circundante, γ es la tensión superficial del líquido, y R_1 y R_2 son los radios principales de curvatura en direcciones perpendiculares. En sistemas de simetría axial, como el puente entre dos esferas iguales, la ecuación puede simplificarse bajo una única dimensión radial, considerando perfiles de revolución.

Estudios como los de Gao et al. (2020) y Mielniczuk et al. (2017) han demostrado que la geometría del menisco se ve directamente afectada por variables como el volumen de líquido, la distancia entre partículas y el ángulo de contacto. Estos parámetros no solo modifican la curvatura del menisco, sino que definen el valor de la presión capilar generada, y con ello, la magnitud de la fuerza adhesiva.

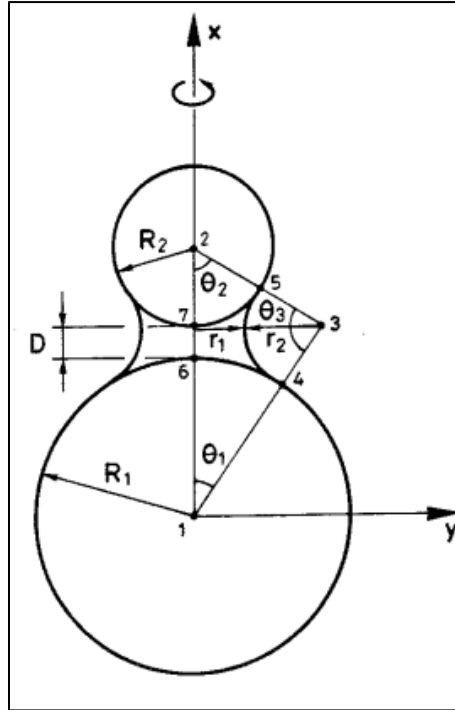


Figura 4. Representación esquemática del menisco entre dos esferas, mostrando los radios principales de curvatura (R_1 , R_2), los radios locales (r_1 , r_2), los ángulos de contacto (θ_1 , θ_2 , θ_3), la distancia entre centros D , y el sistema de coordenadas adoptado.

Fuente adaptada de: Gili (2009). Modelo microestructural para medios granulares no saturados.

3.3.2 Formas y evolución del menisco

La forma del menisco capilar entre partículas puede clasificarse en cóncava, convexa o mixta, dependiendo de las condiciones geométricas y fisicoquímicas del sistema. En medios bien humedecidos, la curvatura es predominantemente cóncava, lo que genera una presión capilar negativa y una fuerza de tracción que estabiliza el sistema. Esta es la configuración más común en suelos parcialmente saturados.

A medida que el volumen del líquido disminuye o que el ángulo de contacto se incrementa, el menisco puede adquirir una curvatura convexa, lo que genera una presión positiva en el interior del líquido. Esta condición es menos estable y suele observarse durante procesos de evaporación o cuando las superficies son poco mojables. Entre estas configuraciones también existen perfiles mixtos, con regiones cóncavas y convexas que reflejan transiciones geométricas complejas.

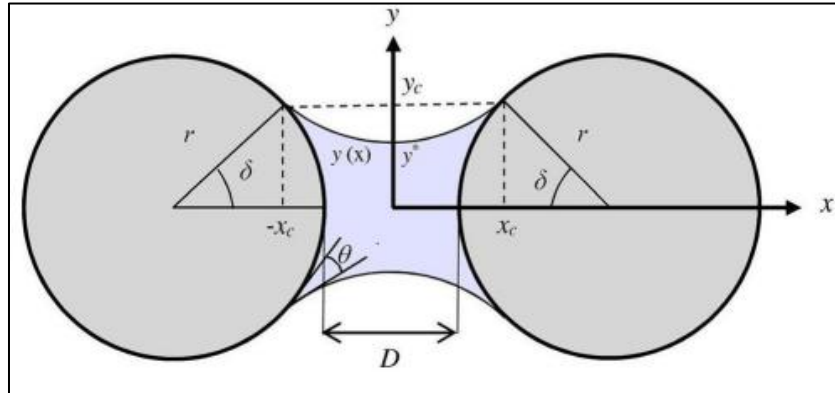


Figura 5. Perfil convexo de un puente capilar entre dos esferas, con representación esquemática de sus parámetros geométricos fundamentales.

Fuente adaptada de: Mielniczuk et al. (2017, p. 3).

La evolución del menisco ante cambios en la distancia entre partículas o en el volumen del líquido puede conducir a deformaciones progresivas que culminan en la ruptura. Esta evolución es crítica para comprender el comportamiento mecánico de los puentes bajo carga o vibración, y ha sido modelada por Gili (2009) y Popov (2010) mediante aproximaciones toroidales del perfil del menisco.

3.3.3 Inestabilidad, oscilación y ruptura capilar

El puente capilar puede perder su estabilidad cuando se supera un umbral geométrico o energético definido por la interacción entre la tensión superficial y la geometría del sistema. Al aumentar la distancia entre partículas o disminuir el volumen de líquido, el menisco se vuelve más delgado y curvo, hasta que ya no es posible mantener una configuración estable que equilibre las presiones internas. Este es el punto de ruptura.

Desde el enfoque geométrico de Gili (2009), la inestabilidad se produce cuando ya no existe una solución válida a la ecuación de Young–Laplace para un volumen y una distancia determinados. En cambio, Popov (2010) interpreta la ruptura como la pérdida de un mínimo local de energía libre interfacial, inducida por una perturbación o una evolución del sistema hacia una configuración no estable.

Bajo condiciones dinámicas, como vibraciones periódicas, el puente experimenta oscilaciones que alteran su geometría. Estas oscilaciones pueden amplificarse si la frecuencia de excitación coincide con modos naturales del sistema, generando resonancias y favoreciendo una ruptura anticipada. En los experimentos realizados, se observó que la ruptura se produce típicamente en el instante en que el desplazamiento angular alcanza un valor crítico, asociado a una caída abrupta de la fuerza capilar.

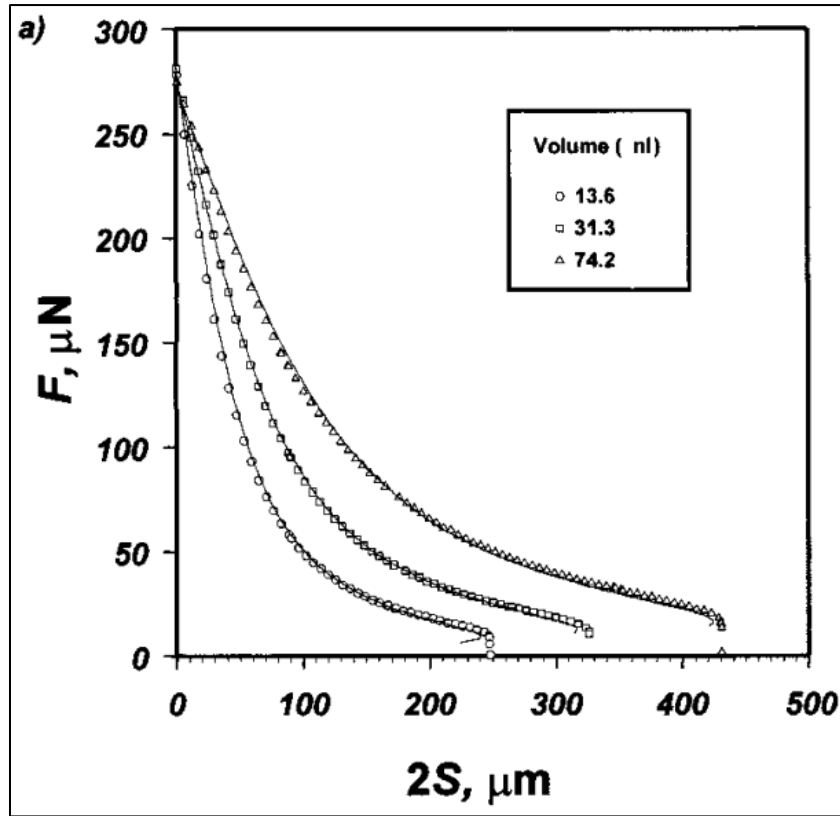


Figura 6. Fuerza capilar total medida para un rango de volúmenes de puente líquido en función de la distancia entre esferas (a: radios iguales).

Fuente adaptada: Willett et al. (2000), Figura 1a.

Esta representación permite visualizar el límite de estabilidad y cómo ciertas combinaciones de parámetros conducen inevitablemente al colapso del menisco.

3.3.4 Histéresis y ciclos de carga

El comportamiento del menisco no es idéntico durante los procesos de carga y descarga. Esta asimetría, conocida como histéresis, se manifiesta en la fuerza capilar, el ángulo de contacto y la forma del menisco. El sistema presenta una “memoria” del camino recorrido, lo que significa que la geometría y la energía interna dependen de la trayectoria de deformación.

Hotta et al. (2008) explican este fenómeno como una consecuencia de la evolución no reversible de la energía libre del sistema. Durante la expansión, el menisco puede deformarse de forma diferente que en la contracción, generando curvas de fuerza distintas incluso si el estado final es el mismo. Esto ha sido observado experimentalmente mediante ciclos de acercamiento y alejamiento, así como en los ensayos dinámicos realizados en esta tesis, donde se detectaron patrones angulares asimétricos.

La histéresis puede influir en la resistencia del puente, retardar su ruptura o inducir inestabilidades no anticipadas por modelos puramente geométricos. Por tanto, su incorporación en los modelos teóricos es esencial para una comprensión realista del comportamiento dinámico de los puentes capilares.

3.4 Modelo analítico de Gili y Popov

El análisis de la interacción capilar entre partículas esféricas ha evolucionado significativamente con el desarrollo de modelos microestructurales que representan con precisión la geometría del menisco y permiten calcular la fuerza de tracción inducida. Entre estos modelos, el propuesto por Gili (2009) y ampliado por Popov (2010) constituye una referencia central por su equilibrio entre fidelidad física, claridad matemática y aplicabilidad geotécnica. Su formulación, basada en la resolución analítica de la ecuación de Young–Laplace para un perfil toroidal, permite describir con alto grado de detalle la geometría del puente líquido y la fuerza capilar que genera, bajo supuestos controlados, pero directamente extrapolables a medios granulares parcialmente saturados.

El presente trabajo adopta este modelo como eje teórico para interpretar los resultados experimentales obtenidos, no solo por su adecuación al sistema de esferas idénticas que se emplea, sino también porque ofrece una base sólida para analizar los efectos de variables como el volumen del puente, la distancia interparticular, el ángulo de contacto y la tensión superficial del líquido. A continuación, se describen los fundamentos del modelo, su formulación para el cálculo de fuerzas, su aplicabilidad en sistemas reales y sus principales limitaciones.

3.4.1 Fundamento geométrico

El modelo de Gili parte de una configuración compuesta por dos esferas idénticas enfrentadas, unidas mediante un volumen controlado de líquido que forma un menisco con simetría axial. Asumiendo que la forma del menisco puede representarse como una superficie toroidal de revolución, se obtiene una geometría simplificada pero físicamente representativa, capaz de capturar los efectos principales de curvatura, presión capilar y ángulo de contacto.

Bajo esta hipótesis, la ecuación de Young–Laplace se aplica considerando dos radios principales de curvatura: uno en el plano meridional del toro (R_1) y otro en la dirección ortogonal (R_2), ambos definidos en función del radio del cuello del puente, el ángulo de contacto y la distancia entre centros de las esferas. Esta formulación permite calcular la diferencia de presión entre el interior del líquido y el medio circundante, base para estimar la fuerza capilar resultante.

La elección de una superficie toroidal no es arbitraria. Como demuestra Gili (2009), esta aproximación reproduce con alta fidelidad los perfiles obtenidos experimentalmente mediante

técnicas ópticas, y se ajusta bien a configuraciones reales con líquidos de tensión superficial elevada, como el agua. Popov (2010), por su parte, valida esta representación desde un enfoque energético, argumentando que la forma toroidal minimiza la energía libre interfacial en sistemas confinados por esferas idénticas.

3.4.2 Estimación de la fuerza capilar

Una de las principales ventajas del modelo de Gili y Popov es la posibilidad de estimar la fuerza capilar generada por el puente líquido a partir de parámetros geométricos conocidos o medibles experimentalmente. La fuerza capilar se define como la componente axial de la tensión superficial a lo largo del perímetro del menisco, afectada por la curvatura de la interfaz y el ángulo de contacto.

El modelo permite expresar esta fuerza como una función del radio del cuello, la distancia entre centros, el volumen del líquido y el ángulo de contacto. En particular, Gili (2009) ofrece una formulación que evita el uso de constantes empíricas o parámetros ajustados, lo cual facilita la comparación directa con resultados experimentales. Esta formulación ha sido validada mediante cálculos analíticos, simulaciones y ensayos con sistemas reales, mostrando un alto grado de precisión, especialmente para configuraciones estáticas.

Desde la perspectiva de Popov (2010), la fuerza capilar también puede deducirse como el gradiente de la energía libre del sistema con respecto a la distancia entre las partículas. Esta visión energética complementa el enfoque geométrico de Gili, permitiendo analizar el comportamiento del sistema no solo en equilibrio estático, sino también ante variaciones o perturbaciones dinámicas. La fuerza, en este caso, representa una respuesta del sistema al desplazamiento, y puede variar durante oscilaciones o ciclos de carga.

Ambas perspectivas convergen en describir una relación no lineal entre la geometría del puente y la fuerza generada. A medida que el volumen disminuye o la distancia aumenta, el menisco se estrecha y la curvatura se incrementa, aumentando inicialmente la fuerza de tracción hasta alcanzar un máximo. Más allá de este punto, la fuerza cae bruscamente, anticipando la ruptura del puente.

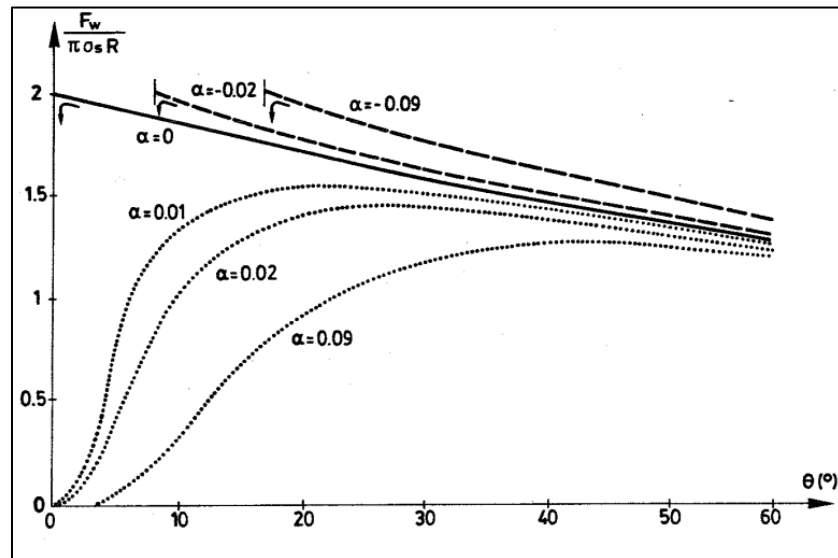


Figura 7. Fuerza capilar normalizada en función del ángulo de apertura θ , para diferentes valores del parámetro geométrico α .

Fuente adaptada: Gili (2009). Modelo microestructural para medios granulares no saturados, Figura 4.15e.

Esta figura ilustra el carácter no lineal de la fuerza capilar y su dependencia crítica con los parámetros geométricos, validando visualmente las predicciones del modelo.

3.4.3 Alcance y limitaciones

El modelo de Gili y Popov ha demostrado ser una herramienta poderosa para analizar la interacción capilar en sistemas compuestos por esferas idénticas unidas por puentes líquidos. Su formulación permite obtener resultados precisos en un rango amplio de condiciones geométricas, especialmente en configuraciones estáticas y simétricas. Además, su base física sólida lo convierte en un punto de partida adecuado para estudios experimentales, como los desarrollados en esta tesis, en los que las variables geométricas son controladas con alta precisión.

Sin embargo, su aplicabilidad presenta limitaciones. En primer lugar, el modelo supone ausencia de gravedad, lo cual puede ser válido en sistemas pequeños, pero introduce errores en puentes con radios de curvatura grandes o en configuraciones inclinadas. Además, se asume que el líquido es homogéneo e incompresible, y que el ángulo de contacto es constante, lo cual no siempre ocurre en materiales con heterogeneidad superficial o en procesos dinámicos con histéresis.

Otra limitación importante es que el modelo no incorpora efectos transitorios como evaporación, redistribución del líquido o vibraciones intensas. En estos casos, la forma del menisco puede desviarse significativamente de la geometría toroidal, lo que exige recurrir a simulaciones numéricas más avanzadas o a modelos experimentales complementarios. A pesar de ello, su capacidad predictiva lo convierte en una herramienta valiosa para establecer umbrales de

estabilidad y comparar resultados experimentales, como se demuestra en el análisis de los ensayos dinámicos realizados en esta investigación.

En resumen, el modelo de Gili y Popov representa una aproximación analítica robusta, útil y aplicable a condiciones experimentales bien controladas. Su integración en esta tesis no solo permite interpretar con rigor los resultados obtenidos, sino que también proporciona una base teórica sólida para extender estos hallazgos a sistemas más complejos.

3.5 Fuerzas de adhesión y efectos moleculares en interfaces líquidas

La adhesión entre cuerpos sólidos separados por una película líquida delgada es un fenómeno central en la interacción capilar y está gobernado por un conjunto de fuerzas de corto y largo alcance que actúan simultáneamente en la interfaz. La fuerza total que mantiene unido un sistema formado por dos partículas sólidas unidas por un puente líquido no depende únicamente de la presión interna del menisco ni de su curvatura, sino también de las propiedades moleculares del líquido y de la naturaleza de las superficies con las que interactúa. A escalas microscópicas, las interacciones de van der Waals, las fuerzas electrostáticas y la tensión superficial desempeñan un papel determinante en la estabilidad de los sistemas capilares.

Uno de los marcos más influyentes para comprender estos fenómenos es el propuesto por Israelachvili (2011), quien estudió con profundidad las fuerzas intermoleculares que surgen en sistemas líquidos confinados entre sólidos. En su enfoque, la energía de adhesión entre dos superficies se explica como la suma de interacciones atractivas y repulsivas, moduladas por el espesor del líquido, su viscosidad, la polaridad de las moléculas y la compatibilidad química con los sólidos involucrados. A medida que el espesor de la película líquida disminuye, las interacciones se intensifican, dando lugar a una fuerza de adhesión neta que puede ser cuantificada experimentalmente y que representa un aporte adicional a la fuerza capilar estimada por modelos macroscópicos.

Los trabajos de McFarlane y Tabor (1950) aportaron evidencia experimental directa de cómo estas interacciones se manifiestan en la práctica. Observaron que, incluso en ausencia de una geometría definida de puente, la tensión superficial del líquido genera un efecto de pegajosidad que incrementa la fuerza de adhesión. Este fenómeno resulta especialmente relevante en materiales lisos, húmedos o con tratamientos superficiales específicos, y permite explicar por qué algunos puentes líquidos entre esferas presentan fuerzas superiores a las predichas por modelos puramente geométricos o hidrostáticos.

Adicionalmente, el estudio de Hotta et al. (2008) abordó la fuerza de enlace capilar desde una perspectiva energética, proponiendo un análisis basado en la variación de la energía libre del sistema durante la formación y deformación del puente. En esta aproximación, la fuerza capilar se interpreta como una respuesta al gradiente de energía asociado con la tensión superficial, y se destaca el papel decisivo del ángulo de contacto y de la humectabilidad de las superficies. Estos

factores explican por qué ciertos sistemas presentan histéresis durante los ciclos de acercamiento y alejamiento de las partículas, fenómeno que también ha sido observado en los ensayos dinámicos desarrollados en esta tesis.

La incorporación de estas consideraciones a escala molecular y energética permite enriquecer el análisis capilar clásico, ofreciendo una explicación más completa del comportamiento del sistema bajo condiciones límite. En particular, el efecto de la tensión superficial no solo se manifiesta como una fuerza de tracción entre partículas, sino también como una resistencia a la deformación del menisco, lo cual influye en la respuesta del puente frente a perturbaciones externas. Cuando el sistema es sometido a vibraciones o aceleraciones, la tensión superficial actúa como un mecanismo de restauración que puede mantener estable el puente hasta alcanzar un umbral crítico. Superado ese umbral, las interacciones se desequilibran y el puente colapsa, dando lugar a una ruptura abrupta de la cohesión líquida.

El análisis de estas fuerzas de adhesión y sus implicaciones dinámicas resulta clave para interpretar los resultados de los ensayos desarrollados en esta tesis. Las diferencias entre las condiciones de ruptura observadas en distintos volúmenes, distancias y frecuencias pueden explicarse, en parte, por la capacidad del líquido de mantener integradas las partículas más allá de la simple acción geométrica del menisco. Esta perspectiva multiescala, que conecta fenómenos moleculares con efectos macroscópicos, aporta una visión más profunda y realista de la física de los puentes capilares.

4. Metodología

4.1 Montaje experimental

El sistema experimental utilizado en este estudio fue una adaptación optimizada del montaje previamente desarrollado durante la tesis de pregrado, conservando la estructura central, pero introduciendo mejoras clave en precisión, control y reproducibilidad. La plataforma principal consistió en una prensa Gilson de 10,000 lb, sobre la cual se ensambló un conjunto vertical compuesto por una celda de carga en el extremo superior y un bafle vibratorio en la base. Este diseño permitió aplicar vibraciones controladas sobre una de las esferas de borosilicato mientras se registraba en tiempo real la fuerza capilar generada por el puente líquido entre ambas partículas.



Figura 8. Vista general del montaje experimental utilizado para la formación y evaluación de puentes capilares entre esferas de borosilicato.

A diferencia del sistema anterior, en esta ocasión se reemplazó el sensor LVDT por un sensor láser de desplazamiento FASTUS CD22-35V (Optex FA Co., Ltd., Japón), el cual opera con una señal de salida analógica de 0–10 V y una resolución significativamente más alta. Esta actualización permitió un monitoreo mucho más preciso de la distancia entre esferas, fundamental para el estudio de puentes capilares cuya geometría y estabilidad son altamente sensibles a separaciones milimétricas.

Para la fijación de las esferas, se emplearon soportes personalizados que aseguraban la alineación axial del sistema, minimizando vibraciones parásitas y permitiendo una distribución simétrica de la carga. La esfera inferior fue montada sobre el bafle del generador de vibraciones, mientras que la esfera superior reposaba directamente sobre la celda de carga. Un panel LED se ubicó en posición posterior como fuente de luz de fondo (backlight), facilitando la obtención de imágenes nítidas del puente capilar y su evolución morfológica durante los ensayos. Estas imágenes se capturaron con una cámara estándar o, en el caso de los ensayos dinámicos, con una cámara rápida Cube controlada desde el software Motion Blitz.

El sistema de generación de oscilaciones consistió en un generador de funciones acoplado a un amplificador de potencia, que permitía modular tanto la frecuencia como la amplitud de las ondas aplicadas. Esta señal era transmitida directamente al bafle inferior, generando una vibración

vertical armónica que inducía el alargamiento dinámico del puente. A lo largo del experimento, se controlaron cuidadosamente los valores de entrada para evitar resonancias no deseadas o interferencias externas que comprometieran la estabilidad del montaje.

Una mejora sustancial respecto a trabajos anteriores fue la incorporación de micropipetas de precisión, una de volumen menor (para $\leq 10 \mu\text{L}$) y otra de mayor rango (hasta $30 \mu\text{L}$), utilizadas para depositar volúmenes exactos de agua sobre las esferas. Esto aseguró una alta reproducibilidad en la formación de puentes, facilitando el análisis cuantitativo de los efectos de volumen, distancia y frecuencia sobre la fuerza de adhesión.

En resumen, el montaje experimental desarrollado permitió realizar mediciones de fuerza capilar con alta resolución, aplicar excitaciones dinámicas controladas y registrar simultáneamente la evolución geométrica del puente líquido. Su diseño respondió a las exigencias planteadas por la teoría de Gili y Popov, en tanto permitió medir, controlar y correlacionar cada uno de los parámetros involucrados en el fenómeno capilar entre esferas.

4.2 Calibraciones y validaciones preliminares

Antes de iniciar los ensayos, se realizaron varias etapas de calibración y control instrumental con el fin de garantizar la precisión en las mediciones de fuerza, distancia y volumen. Estos procedimientos fueron fundamentales para minimizar la incertidumbre experimental y asegurar la validez de las comparaciones posteriores entre los modelos teóricos y los registros obtenidos.

4.2.1 Calibración de la celda de carga

La celda de carga utilizada para registrar la fuerza capilar fue sometida a una calibración directa mediante el uso de masas patrón. Se aplicaron cargas conocidas sobre el sistema y se registraron las correspondientes señales de voltaje, con el objetivo de establecer la curva de conversión entre fuerza y señal eléctrica. El procedimiento incluyó varios puntos distribuidos en el rango operativo del sensor, con el fin de definir su comportamiento lineal y validar la sensibilidad del sistema.

Se verificó la respuesta de la celda durante cargas crecientes y decrecientes para detectar posibles efectos de histéresis, así como la repetibilidad del sistema bajo condiciones de carga constante. Este proceso permitió establecer el intervalo óptimo de trabajo de la celda y determinar el factor de conversión necesario para transformar los datos en unidades de fuerza.

4.2.2 Calibración del sensor láser de desplazamiento

El sensor láser FASTUS CD22-35V, encargado de medir la distancia entre esferas, fue calibrado utilizando bloques patrón de espesor conocido. Para cada espesor se registró el voltaje correspondiente, con el objetivo de establecer la curva de respuesta del sensor. Se realizaron múltiples lecturas para cada valor, lo que permitió obtener un conjunto confiable de datos para la determinación de su sensibilidad y linealidad.

Esta calibración permitió asociar cada voltaje registrado a una distancia real entre partículas, y fue fundamental tanto para el control geométrico en los ensayos estáticos como para el análisis dinámico del sistema. Una vez establecida la relación voltaje-distancia, el sensor fue integrado al montaje general.

4.2.3 Evaluación del ruido instrumental

Se realizaron pruebas en condiciones de reposo para evaluar el nivel de ruido presente en el sistema de adquisición de datos. Se registraron señales de voltaje sin aplicar carga sobre la celda, durante intervalos prolongados. Este análisis permitió caracterizar el comportamiento de la señal en ausencia de estímulos, y estimar la magnitud de las fluctuaciones que podrían afectar la precisión de las mediciones.

También se verificó la estabilidad del sistema frente a posibles interferencias externas, incluyendo vibraciones residuales del entorno, variaciones de voltaje en la fuente de alimentación, o ruido proveniente del generador de señales. Estas evaluaciones permitieron establecer un umbral mínimo de detección confiable, y contribuyeron a definir los criterios de validación de los registros obtenidos.

4.2.4 Verificación de precisión volumétrica de las micropipetas

Con el fin de garantizar una dosificación precisa del volumen de agua que forma el puente capilar, se realizaron ensayos de calibración para las dos micropipetas utilizadas. Se tomaron múltiples medidas de volumen conocido, las cuales fueron pesadas en una balanza de precisión para verificar que el volumen entregado correspondiera al valor nominal.

Este procedimiento permitió validar la confiabilidad del sistema de dosificación en los rangos utilizados durante los ensayos. La correcta verificación del volumen de agua depositado sobre las esferas fue clave para la interpretación posterior de los resultados, ya que la geometría del puente capilar depende directamente de esta variable.

4.3 Implementación del modelo teórico y simulación en Python

Con el objetivo de realizar una comparación precisa entre las predicciones teóricas y los resultados experimentales, se desarrolló un conjunto de scripts en Python que implementan el modelo de Gili y Popov para puentes capilares entre esferas iguales. Esta implementación permitió simular la geometría del menisco y calcular la fuerza capilar asociada en función de parámetros experimentales controlables como el volumen de agua, la distancia entre esferas y el ángulo de contacto. El código se estructuró en dos notebooks principales, diferenciando las funciones teóricas puras de los análisis de datos obtenidos en laboratorio.

En primer lugar, se definieron las constantes físicas del sistema: el radio de las esferas (2 mm) y la tensión superficial del agua, cuyo valor fue tomado como $\sigma = 7.2 \times 10^{-5}$ N/mm, equivalente a 0.072 N/m a 20 °C, según el reporte clásico de Israelachvili (2011) sobre fuerzas intermoleculares. Este valor se utilizó como constante en todas las simulaciones teóricas (Israelachvili, 2011).

A partir de la formulación del modelo de Gili (Gili et al., 2009), se implementó en Python la ecuación para calcular la fuerza capilar en función del ángulo de contacto y los radios de curvatura del menisco:

$$F = \sigma * [2 * \pi * \sin \theta + (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})]$$

donde θ es el ángulo de contacto (en radianes), r_1 el radio de curvatura en el plano vertical, y r_2 el radio de curvatura en el plano horizontal. Estas variables geométricas se calcularon a partir del radio de las esferas, la distancia de separación entre ellas y el ángulo de contacto medido o estimado, siguiendo la interpretación toroidal del menisco descrita por Gili.

Una función adicional implementó el método de bisección para encontrar, de manera numérica, el valor de θ que satisface una condición de volumen determinada, utilizando como límite inferior y superior los ángulos estáticos típicos reportados por Gili (generalmente entre 5° y 35°). Este proceso fue clave para modelar situaciones en las que se conoce el volumen del puente y la distancia entre esferas, pero no el ángulo de contacto, lo cual ocurre frecuentemente en configuraciones experimentales.

En paralelo, se desarrollaron funciones orientadas al procesamiento de los datos experimentales. El código permitía leer archivos .lvm generados por el sistema de adquisición, extraer columnas de tiempo, fuerza (en gramos), y desplazamiento (en mm), convertir la fuerza a Newtons mediante un factor de $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$, y graficar los registros crudos por ensayo. Estos análisis se automatizaron para facilitar la revisión de todos los ensayos estáticos y dinámicos.

También se integraron scripts para leer archivos derivados del software Tracker. A partir de las mediciones de ángulo y distancia extraídas de imágenes o video, se calcularon nuevamente los

radios r_1 y r_2 , y se aplicó la ecuación teórica para estimar la fuerza capilar. Esta comparación entre valores teóricos y medidos fue clave para validar experimentalmente el modelo de Gili y entender las causas de la desviación o ruptura.

En conjunto, esta etapa de modelado computacional permitió consolidar una herramienta sólida para la evaluación y validación del fenómeno capilar, fortaleciendo el puente entre teoría y experimento en esta investigación. Los notebooks desarrollados fueron fundamentales para generar resultados reproducibles y para explorar con detalle las condiciones de ruptura, deformación y oscilación del puente líquido.

4.4 Evaluación del ruido experimental y de la evaporación

Antes de proceder a la comparación entre resultados teóricos y experimentales, fue fundamental caracterizar dos aspectos clave que podrían comprometer la precisión de las mediciones: el ruido instrumental de la celda de carga y el fenómeno de evaporación del agua en los puentes capilares. Estos factores introducen incertidumbres que, si no se controlan, pueden afectar la calidad de los datos registrados durante los ensayos.

En cuanto al ruido experimental, se realizaron múltiples pruebas en condiciones controladas, sin presencia de puentes capilares ni vibraciones, replicando el estado inicial de los ensayos. Estas pruebas permitieron determinar el nivel base de oscilación del sensor de fuerza y establecer un umbral de ruido propio del sistema. El ruido registrado se expresó en unidades de fuerza (N), y se utilizó para definir el rango de sensibilidad del sistema, así como el margen de confianza para la interpretación de los registros experimentales. Este control fue necesario para asegurar que las variaciones de señal observadas durante los ensayos correspondieran a efectos físicos del puente líquido y no a oscilaciones de fondo inherentes al sistema de adquisición.

Respecto al fenómeno de evaporación, se diseñó un protocolo específico para estimar la pérdida de volumen en el tiempo. Se colocaron gotas de agua de volumen conocido sobre una balanza de precisión, replicando el entorno experimental, y se grabó su evolución durante un intervalo de diez minutos mediante video continuo. El procedimiento permitió monitorear visualmente la retracción progresiva del menisco y cuantificar la pérdida de masa asociada a la evaporación en condiciones reales de laboratorio.

Este análisis fue especialmente importante al trabajar con volúmenes pequeños (5 a 10 μL), donde pérdidas mínimas pueden inducir cambios significativos en la geometría del puente y, por tanto, en la fuerza resultante. Los datos obtenidos se utilizaron posteriormente para establecer criterios de duración máxima por ensayo y ajustar los tiempos de medición para minimizar los efectos de la evaporación. También se definieron márgenes de error aceptables relacionados con este fenómeno, permitiendo interpretar con mayor solidez los resultados experimentales sin sobreestimar la precisión del sistema.

La identificación de estos factores y su cuantificación sistemática fueron fundamentales para consolidar la calidad del proceso experimental y brindar garantías sobre la reproducibilidad de los datos adquiridos.

4.5 Ensayos estáticos

Los ensayos estáticos fueron diseñados con el propósito de registrar la fuerza capilar ejercida por puentes líquidos en reposo entre dos esferas de vidrio de borosilicato. Estos ensayos constituyen la base del estudio, ya que permiten caracterizar la interacción capilar en condiciones controladas, sin influencia dinámica externa, y constituyen el punto de partida para validar las predicciones teóricas del modelo implementado.

Para cada ensayo, se colocaron cuidadosamente las dos esferas en el montaje vertical ya descrito, asegurando el contacto inicial mínimo entre ambas, sin deformación del sistema ni carga previa. La esfera superior permanecía fija en la celda de carga, mientras que la inferior se apoyaba sobre el baffle del generador de vibraciones (desactivado durante esta fase). Una vez posicionadas las esferas, se procedía a tarar la celda de carga, de forma que el sistema registrara únicamente la fuerza inducida por el puente líquido y no el peso de los componentes.

La formación del puente capilar se realizaba mediante la aplicación controlada de un volumen específico de agua entre las esferas. Para esto se emplearon micropipetas de precisión previamente calibradas: una micropipeta de bajo rango para volúmenes menores a 10 μL y otra de mayor capacidad para volúmenes superiores. Cada volumen se depositaba cuidadosamente en la zona de contacto entre ambas esferas, buscando mantener simetría en el menisco y evitar introducción de burbujas o deformaciones accidentales.

Una vez formado el puente, se registraban de manera continua las variables físicas del sistema durante un tiempo determinado. La fuerza era medida por la celda de carga en Newtons, mientras que la distancia entre esferas se registraba simultáneamente mediante el sensor láser FASTUS CD22-35V, previamente calibrado. La adquisición de datos se realizaba con la interfaz LabVIEW y los archivos resultantes se almacenaban en formato .lvm para su posterior análisis.

Durante los ensayos, no se aplicaba ningún tipo de oscilación mecánica, y las condiciones ambientales se mantenían constantes en cuanto a temperatura y humedad relativa. Se evitó la exposición directa a fuentes de calor o corrientes de aire, con el fin de minimizar la evaporación y asegurar estabilidad en el volumen del puente durante el tiempo de medición. La duración de cada ensayo fue limitada a unos pocos minutos, en función de los datos obtenidos en la caracterización de evaporación.

Cada ensayo estático se replicaba al menos tres veces para cada combinación de volumen y distancia, permitiendo así evaluar la consistencia de los registros y controlar posibles errores operativos. Esta fase fue esencial para establecer una línea base experimental, a partir de la cual se podría identificar el efecto de otros factores, como la oscilación externa, en los ensayos dinámicos posteriores.

4.6 Ensayos dinámicos

Los ensayos dinámicos se realizaron con el objetivo de evaluar la respuesta del puente capilar frente a oscilaciones verticales aplicadas a una de las esferas, simulando condiciones de carga cíclica como las que pueden producirse en contextos vibratorios naturales o inducidos. Esta fase experimental permitió observar la evolución temporal de la fuerza capilar y su relación con parámetros de oscilación como la frecuencia, la amplitud, el volumen de agua y la distancia inicial entre las partículas.

El procedimiento general siguió una secuencia similar a la empleada en los ensayos estáticos: se posicionaron cuidadosamente ambas esferas en el montaje experimental, se realizó la tara de la celda de carga, y se formó el puente líquido mediante el uso de micropipetas calibradas. Una vez estabilizado el sistema, se activó el generador de funciones acoplado al baffle inferior, el cual inducía un movimiento oscilatorio de naturaleza sinusoidal exclusivamente sobre la esfera inferior. La esfera superior permanecía fija, de modo que toda la deformación del puente resultaba del desplazamiento relativo generado por la vibración.

Los parámetros de oscilación fueron controlados cuidadosamente desde el generador, variando sistemáticamente la frecuencia (20, 30, 40, 50, 100 y 150 Hz) y la amplitud de voltaje (0.5, 1.0 y 1.5 V), en función del volumen y la distancia seleccionados. Estas configuraciones permitieron evaluar cómo se comporta el puente capilar ante diferentes niveles de excitación mecánica, y en qué condiciones se alcanza su ruptura.

Durante cada ensayo se adquirieron en tiempo real los datos de fuerza y desplazamiento vertical. Estos registros fueron almacenados en archivos .lvm para su posterior análisis computacional. A partir de ellos se estudió el patrón de oscilación de la fuerza, su comportamiento en el tiempo, y la posible presencia de eventos críticos como el colapso del puente. Además, se realizaron grabaciones en video de alta velocidad utilizando la cámara Cube y el software Motion Blitz, lo cual permitió observar en detalle el comportamiento dinámico del puente bajo excitación.

Cada combinación experimental se repitió al menos tres veces para garantizar la reproducibilidad de los resultados y minimizar el efecto del error instrumental o de manipulación. Esta serie de ensayos constituye un bloque esencial para el análisis que se desarrollará en los capítulos siguientes, donde se abordará en profundidad la relación entre los cambios en la geometría del puente y la evolución de la fuerza medida en condiciones dinámicas.

4.7 Análisis de imagen con Tracker

Para complementar los registros instrumentales de fuerza y desplazamiento obtenidos en los ensayos estáticos y dinámicos, se recurrió al análisis visual del puente capilar mediante el uso del software Tracker, una herramienta de análisis de video basada en física, de código abierto y desarrollada como parte del proyecto Open Source Physics. Esta aplicación permite realizar mediciones precisas cuadro a cuadro a partir de videos o secuencias de imágenes, facilitando la cuantificación de variables espaciales y angulares a lo largo del tiempo.



Figura 9. Logotipo oficial del software Tracker, utilizado para el análisis visual y la medición de ángulos de contacto a partir de imágenes y videos de los ensayos.

Tracker fue utilizado principalmente para medir los ángulos de contacto del puente capilar tanto en estado estático como bajo condiciones de oscilación dinámica. Este ángulo, denominado θ , constituye una de las variables más sensibles del sistema, ya que define la curvatura del menisco y, por tanto, afecta directamente el cálculo teórico de la fuerza capilar a través del modelo de Gili.

En los ensayos estáticos, se capturaron imágenes fijas del sistema desde una cámara montada lateralmente con iluminación de fondo LED. Estas imágenes se importaron a Tracker, donde se trazó el contorno del menisco en ambos extremos del puente y se midió el ángulo de contacto respecto a la superficie esférica. Las medidas obtenidas fueron posteriormente comparadas con los valores teóricos calculados en Python, lo cual permitió validar el modelo y explorar posibles desviaciones.

En el caso de los ensayos dinámicos, el procedimiento fue más exigente. Se utilizaron grabaciones de alta velocidad obtenidas con la cámara Cube y controladas por el software Motion Blitz. Estos videos capturaban la evolución del puente capilar durante la oscilación inducida, permitiendo identificar patrones de deformación, afinamiento del cuello, y variaciones en el ángulo a lo largo del tiempo. Cada video fue descompuesto cuadro a cuadro y analizado en Tracker, donde se registraron los ángulos en distintos momentos del ciclo vibratorio. Este análisis permitió construir una secuencia temporal del comportamiento geométrico del puente bajo excitación controlada.

Para asegurar la precisión de las mediciones, se incluyó una escala de referencia en todas las capturas, basada en el diámetro conocido de las esferas de vidrio (4 mm). Además, se realizaron repeticiones del análisis con distintos observadores para verificar la reproducibilidad de los resultados.

La información obtenida mediante Tracker se consolidó en archivos tipo Excel, donde cada fila representaba una medición angular asociada a un instante de tiempo determinado. Estos datos fueron utilizados luego como insumo para el cálculo de la fuerza teórica a través de los scripts implementados en Python, cerrando así el ciclo de integración entre el análisis visual, el modelado matemático y el registro experimental directo.

El uso de Tracker resultó ser una herramienta clave para el seguimiento geométrico del puente capilar, especialmente en los ensayos dinámicos, donde las variaciones angulares eran rápidas, sutiles y difíciles de capturar con métodos convencionales. Este enfoque permitió cuantificar con mayor precisión la evolución del sistema y sustentar con evidencia visual la interpretación física de los fenómenos observados.

5. Resultados

5.1 Calibraciones y control instrumental

Durante la etapa inicial del trabajo experimental se realizaron distintas calibraciones con el fin de asegurar la fiabilidad y precisión de las mediciones obtenidas por los dispositivos involucrados. Los resultados derivados de estos procedimientos permitieron establecer relaciones cuantitativas entre las variables físicas de interés y las señales electrónicas adquiridas durante los ensayos.

5.1.1 Línea de calibración fuerza-voltage de la celda de carga

A partir de la aplicación de masas patrón sobre la celda de carga se construyó la curva de calibración que relaciona el voltaje de salida con la fuerza aplicada. Se utilizaron pesos conocidos distribuidos entre 0 y 1 N, con incrementos controlados. Para cada carga se registró el voltaje correspondiente en condiciones de equilibrio. La gráfica resultante presentó un comportamiento lineal, con una pendiente constante que representa la sensibilidad del sensor. El ajuste lineal mostró una alta correlación entre las variables, con un coeficiente de determinación elevado. Esta pendiente se utilizó posteriormente como factor de conversión en todas las adquisiciones experimentales.

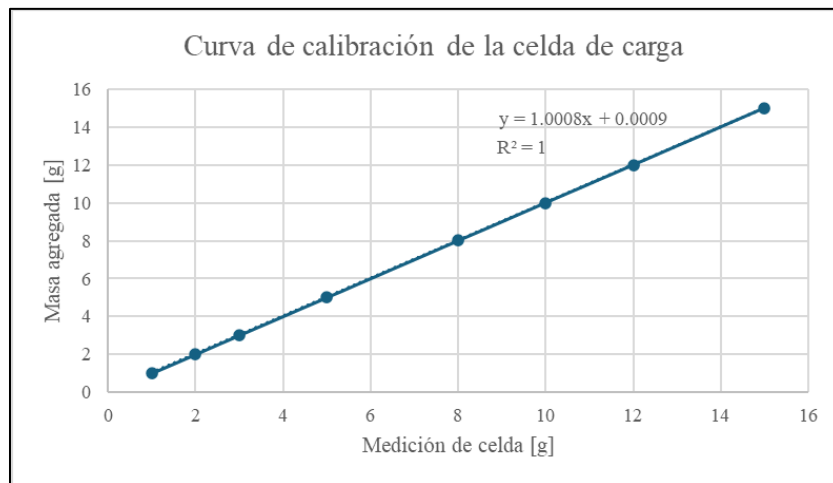


Figura 10. Curva de calibración de la celda de carga obtenida a partir de la aplicación de masas patrón.

5.1.2 Respuesta del sensor láser y relación voltaje-distancia

El sensor láser FASTUS CD22-35V fue calibrado mediante bloques patrón de espesor conocido, colocados cuidadosamente entre la posición base y el punto de referencia del rayo láser. Se obtuvieron múltiples valores de voltaje para distancias comprendidas en el rango de operación experimental. La curva resultante mostró un comportamiento lineal, permitiendo determinar la

sensibilidad del sensor, expresada en unidades de distancia por voltio. Esta relación fue empleada para convertir directamente las señales eléctricas en valores de distancia durante los ensayos.

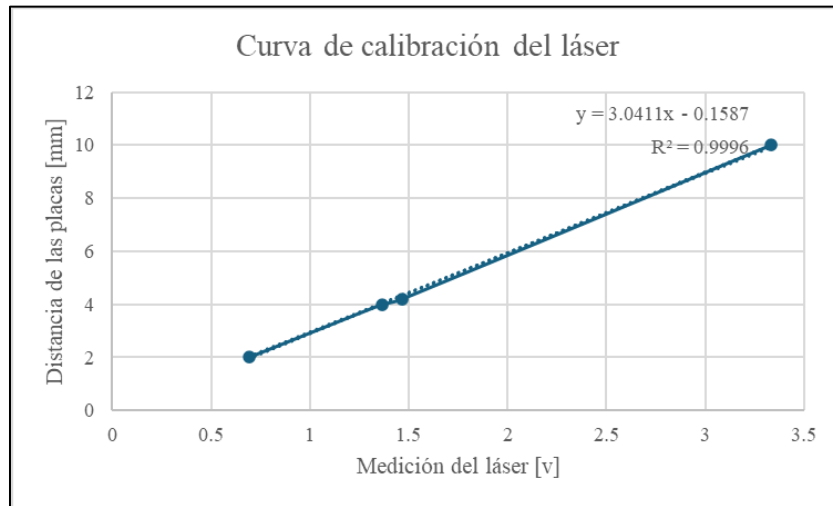


Figura 11. Curva de calibración del sensor láser FASTUS CD22-35V.

5.1.3 Ruido base del sistema en ausencia de puente

Durante las pruebas en condiciones de reposo, sin puente capilar ni oscilación activa, se registró la señal de salida de la celda de carga para caracterizar el nivel de ruido instrumental. La Figura 12 muestra la evolución temporal de la fuerza medida, donde se observan oscilaciones aleatorias con amplitudes menores a 10^{-4} N. A partir de este registro se definió un umbral de sensibilidad mínima de 7.8×10^{-5} N, el cual se empleó como criterio para distinguir señales físicas reales de fluctuaciones propias del sistema.

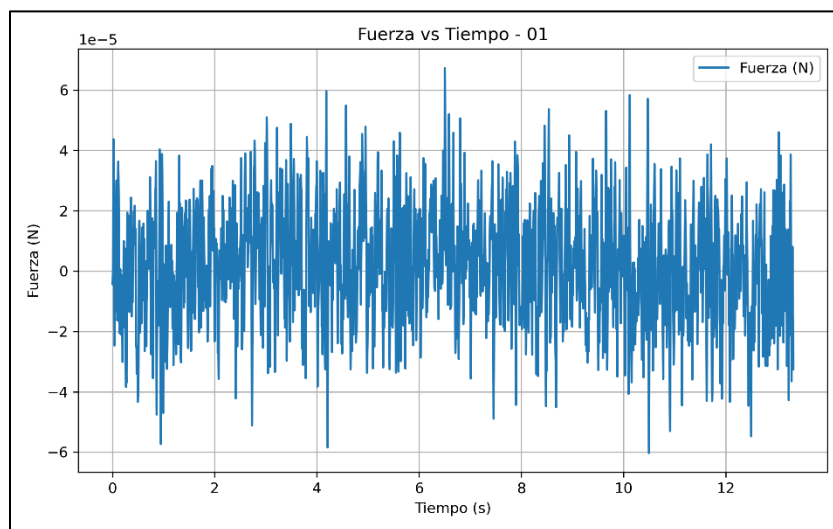


Figura 12. Registro de la señal de fuerza de la celda de carga en condiciones de reposo.

5.1.4 Precisión volumétrica de las micropipetas

Con el fin de verificar la precisión de los volúmenes dispensados, se realizaron calibraciones independientes para cada micropipeta mediante el pesaje de gotas de agua en una balanza de precisión. A partir del peso medido y asumiendo una densidad de 1 g/cm^3 , se calculó el volumen real dispensado y se comparó con el valor nominal. La Tabla 1 resume los resultados obtenidos para distintos volúmenes, donde se observan diferencias absolutas comprendidas entre 0.27 y $1.86 \mu\text{L}$. En general, los errores relativos fueron inferiores al 3 % para volúmenes pequeños (3 y $8 \mu\text{L}$), mientras que para volúmenes mayores (15 y $25 \mu\text{L}$) se registraron errores del orden del 18 %. A pesar de esta variación, todos los valores se mantuvieron dentro de rangos aceptables para el tipo de ensayos realizados, validando la confiabilidad del sistema de dosificación.

Tabla 1. Resultados de la calibración de micropipetas para diferentes volúmenes nominales. Se muestra la masa promedio medida en balanza, la masa teórica equivalente al volumen nominal, el error relativo y la diferencia en microlitros.

Volumen pipeta [microlitros]	Promedio datos balanza [g]	Masa teórica [g]	Porcentaje de diferencia	Diferencias [microlitros]
10	1.12E-02	1.00E-02	11.20%	1.12
15	1.69E-02	1.50E-02	18.67%	1.86
20	2.15E-02	2.01E-02	14.18%	1.41
25	2.69E-02	2.51E-02	17.97%	1.79
30	3.21E-02	3.01E-02	20.34%	2.03
3	3.32E-03	3.01E-03	3.14%	0.31
5	5.20E-03	5.02E-03	1.82%	0.18
8	8.30E-03	8.02E-03	2.73%	0.27

5.2 Evaluación del fenómeno de evaporación

Para cuantificar la pérdida de volumen por evaporación, se registró la evolución temporal de la masa de una gota de agua colocada sobre una balanza de precisión. La Figura 13 muestra la disminución progresiva de la masa durante un intervalo de diez minutos, representando un comportamiento casi lineal. La pendiente del ajuste, de aproximadamente -6.88×10^{-3} g/min, permite estimar la tasa de evaporación promedio. Esta información se utilizó para definir la duración máxima recomendable de los ensayos, especialmente para volúmenes inferiores a $10 \mu\text{L}$, donde la evaporación puede afectar significativamente la geometría del puente capilar.

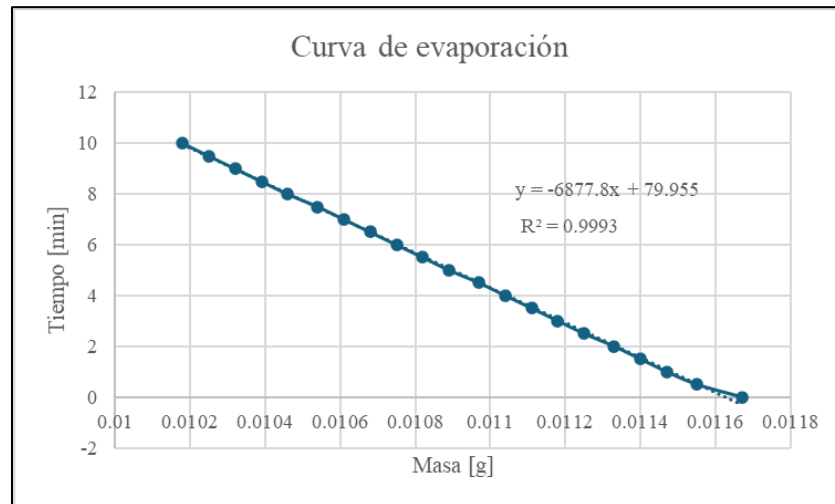


Figura 13. Curva de evaporación para una gota de agua de volumen conocido bajo condiciones ambientales constantes.

5.3 Ensayos estáticos

Los ensayos estáticos constituyen la base del análisis experimental y permiten comparar directamente los resultados obtenidos con las predicciones del modelo teórico de Gili. Se realizaron más de 200 combinaciones experimentales bajo condiciones de reposo, controlando de manera precisa el volumen del puente capilar, la distancia entre esferas y la fuerza capilar medida mediante una celda de carga calibrada. Los resultados de esta fase permiten evaluar la validez del modelo en distintas condiciones geométricas y comprobar la reproducibilidad del montaje experimental.

5.3.1 Fuerza capilar medida en función de volumen y distancia

Durante esta etapa se exploraron combinaciones experimentales de volumen entre 3 y $30 \mu\text{L}$, con distancias de separación entre esferas que oscilaron entre 0 y 2.6 mm . La fuerza capilar fue registrada directamente en Newtons, observándose perfiles estables luego de la fase inicial de acomodación. Se realizaron múltiples repeticiones para cada configuración, lo que permitió evaluar la coherencia de los resultados y el efecto de las condiciones geométricas sobre la fuerza capilar medida.

La figura siguiente presenta las curvas teóricas generadas mediante el modelo de Gili para cada volumen, obtenidas con el mismo código implementado para el análisis experimental. Estas curvas exhiben el comportamiento esperado: una fuerza máxima a distancias cortas, seguida de una disminución progresiva. Esta tendencia se observó también en los perfiles experimentales, lo cual sugiere que el modelo reproduce adecuadamente el comportamiento general del sistema.

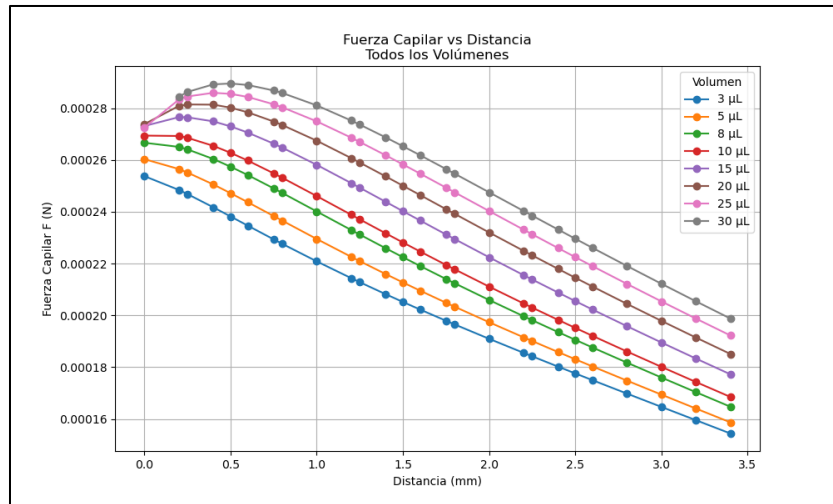


Figura 14. Curvas teóricas de fuerza capilar en función de la distancia para volúmenes entre 3 y 30 μL , generadas con el modelo de Gili. Se observa un máximo localizado seguido de un descenso, patrón típico de meniscos capilares entre esferas.

5.3.2 Comparación entre fuerza medida y fuerza teórica (modelo de Gili)

Para cada combinación de volumen y distancia se calculó la fuerza teórica empleando el modelo de Gili, usando como parámetros el volumen de agua, la distancia entre esferas y un ángulo de contacto estimado (ya sea por medición visual o por ajuste mediante el método de bisección). Estas comparaciones se automatizaron mediante un script en Python, generando curvas teóricas y asignando a cada ensayo su correspondiente valor de referencia.

Los resultados se agruparon por volumen y se presentan a continuación. Cada figura incluye la curva teórica (línea azul), el rango de incertidumbre asociado al error instrumental (banda azul clara) y los valores experimentales registrados (círculos naranjas). Esta visualización permite apreciar no solo la cercanía o dispersión respecto al modelo, sino también la distribución de errores en función de la distancia.

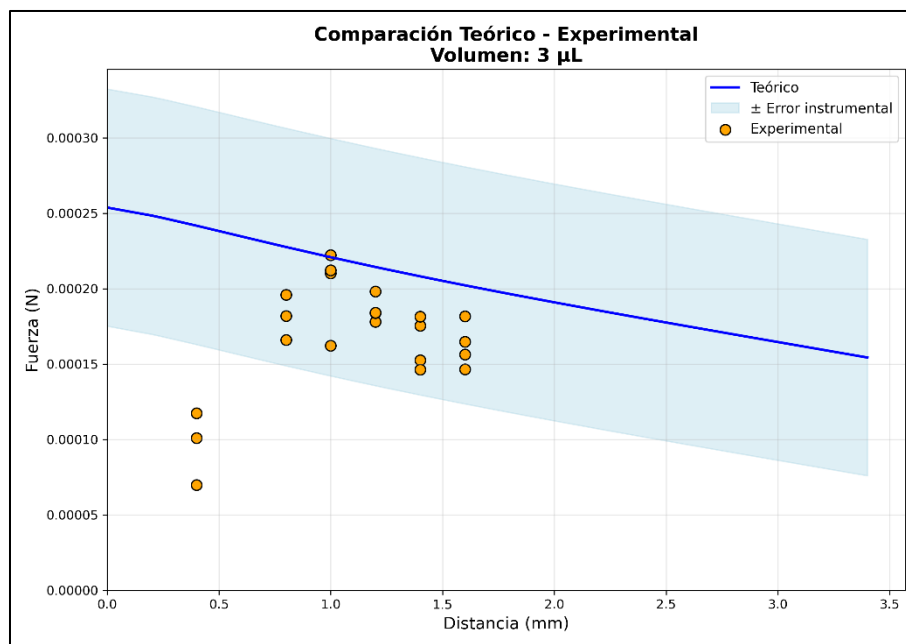


Figura 15. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 3 μL .

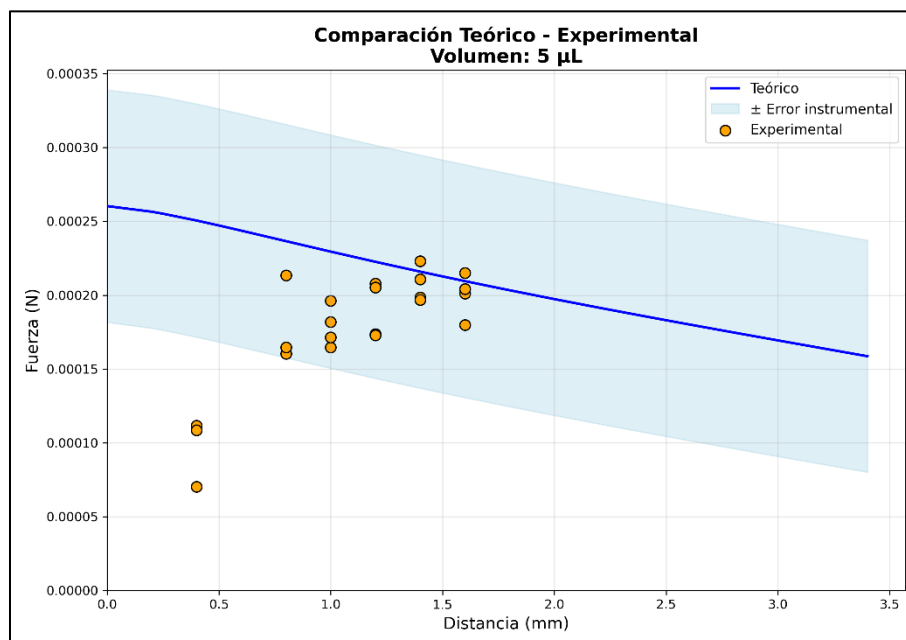


Figura 16. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 5 μL .

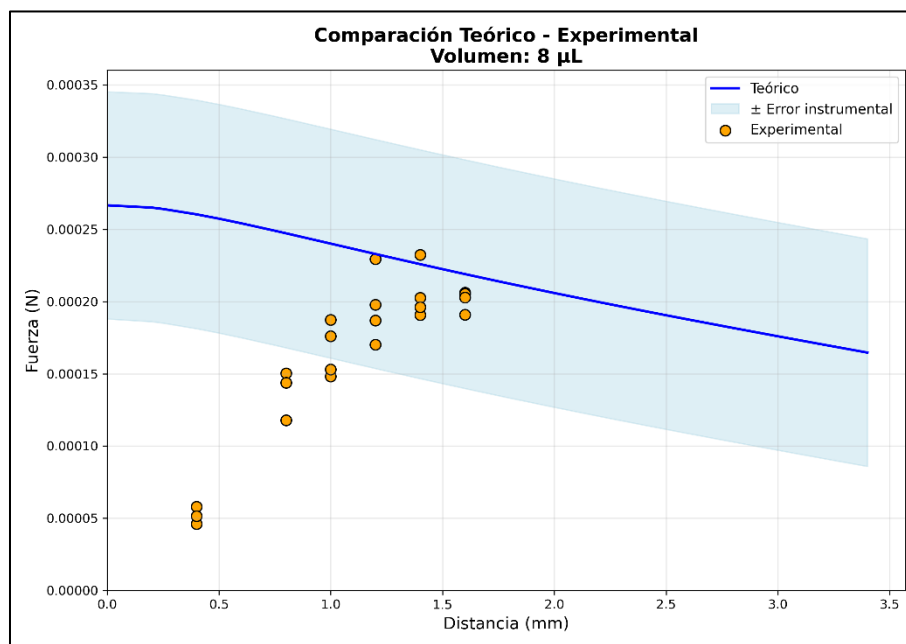


Figura 17. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 8 μ L.

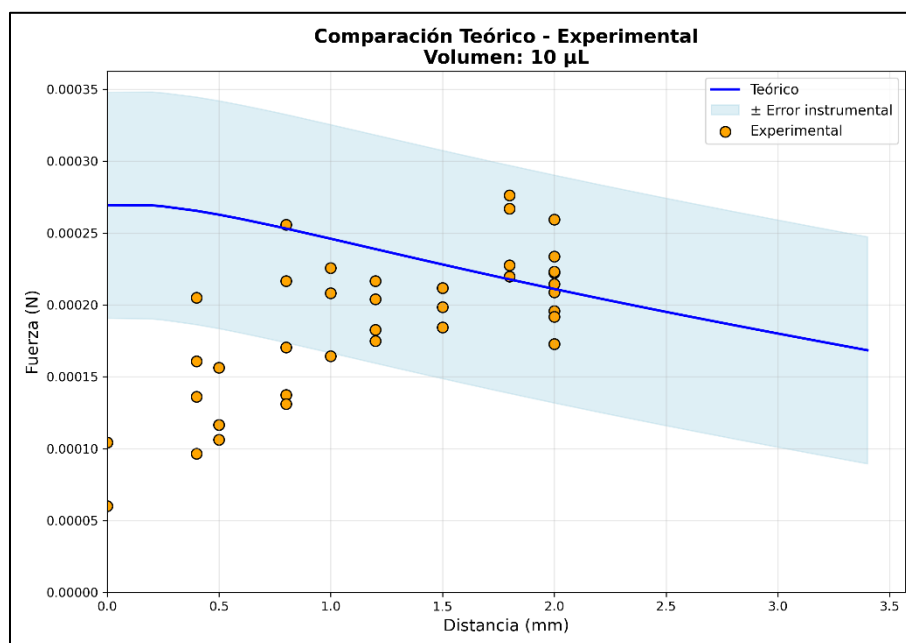


Figura 18. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 10 μ L.

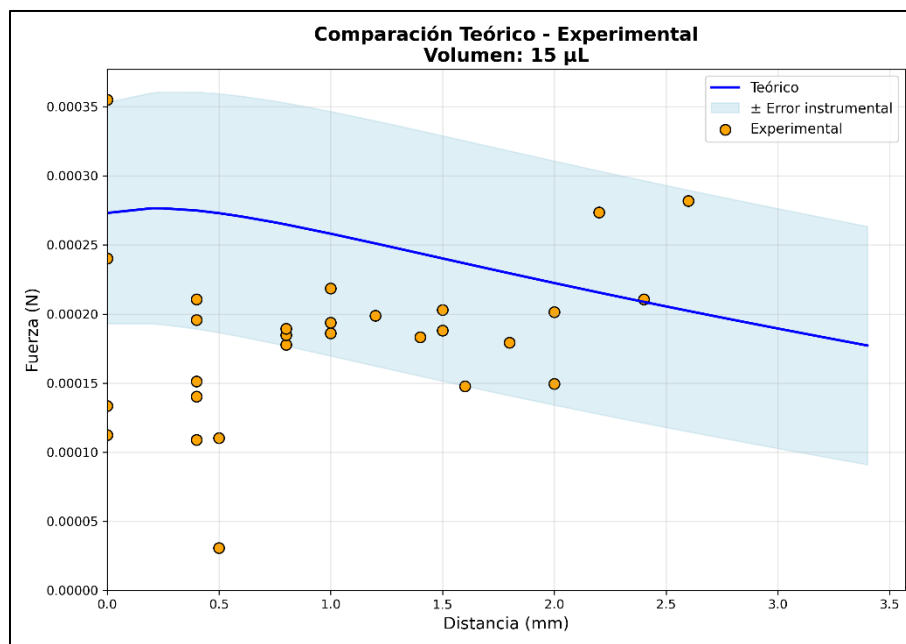


Figura 19. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 15 µL.

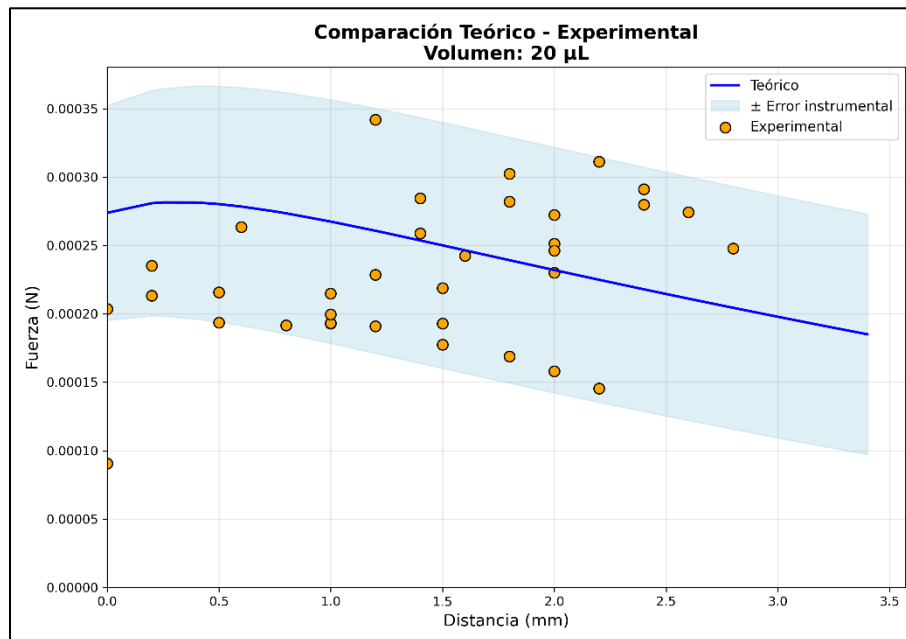


Figura 20. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 20 µL.

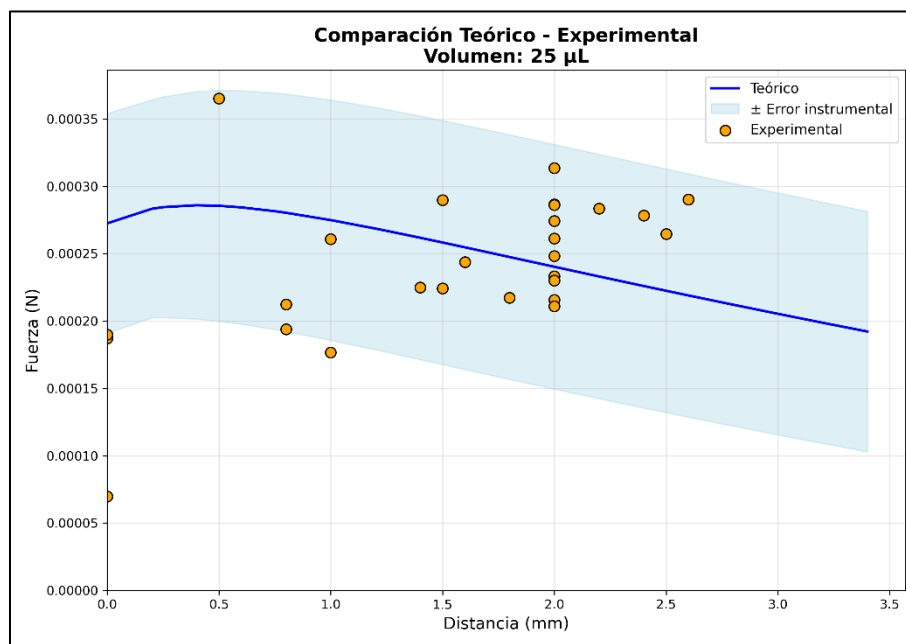


Figura 21. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 25 μ L.

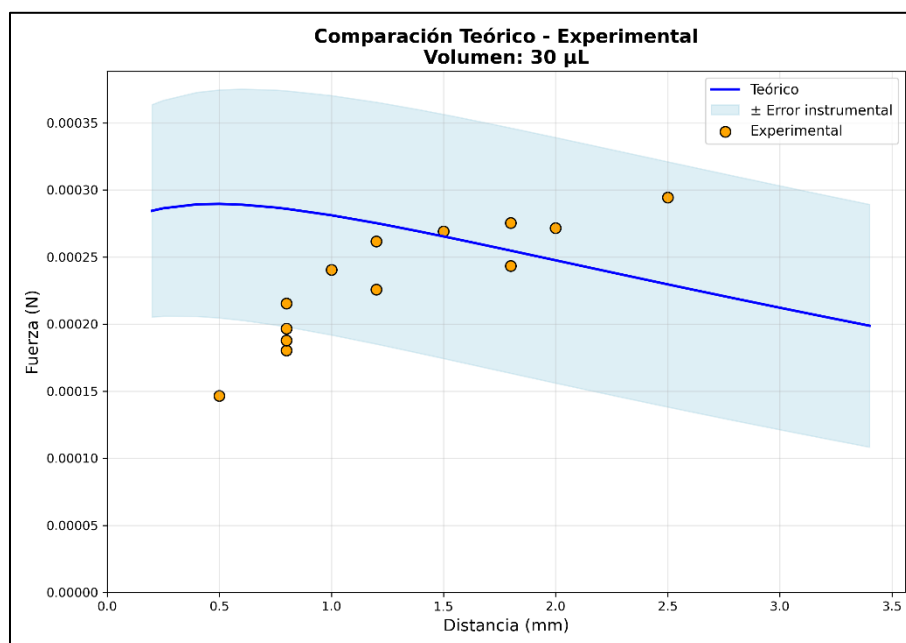


Figura 22. Comparación entre fuerza experimental y fuerza teórica para 30 μ L.

5.3.3 Clasificación por cumplimiento dentro del error instrumental

Adicionalmente, se calculó para cada ensayo un margen de error instrumental teniendo en cuenta la sensibilidad y ruido base del sistema, y se estableció un criterio binario que indica si la diferencia entre teoría y experimento cae dentro del margen aceptable. Esta clasificación se reflejó en una columna “¿Cumple?” en la tabla de resultados. Se generaron gráficos de resumen por volumen y por distancia, en los que se visualiza cuántos ensayos cumplieron con el criterio para cada condición.

Tabla 2. Clasificación de los ensayos estáticos según el cumplimiento del margen de error instrumental, agrupados por volumen. Se observa una tendencia favorable en los volúmenes intermedios, con mayor dispersión en los extremos del intervalo experimental.

Ensayo	Error Relativo (%)	Error instrumental (%)	¿Cumple?
EE001_20ul_0mm	25.674	28.663	VERDADERO
EE002_20ul_0mm	66.881	28.663	FALSO
EE003_20ul_0.2mm	24.033	29.328	VERDADERO
EE004_20ul_0.2mm	16.289	29.328	VERDADERO
EE005_20ul_0.5mm	30.911	30.754	FALSO
EE006_20ul_0.5mm	22.995	30.754	VERDADERO
EE007_20ul_0.6mm	5.351	31.245	VERDADERO
EE008_20ul_0.8mm	29.944	32.247	VERDADERO
EE009_20ul_1mm	27.870	33.279	VERDADERO
EE010_20ul_1mm	27.781	33.279	VERDADERO
EE011_20ul_1mm	19.642	33.279	VERDADERO
EE012_20ul_1mm	25.349	33.279	VERDADERO
EE013_20ul_1.2mm	31.131	34.329	VERDADERO
EE014_20ul_1.2mm	12.367	34.329	VERDADERO
EE015_20ul_1.2mm	26.787	34.329	VERDADERO
EE016_20ul_1.4mm	12.158	35.395	VERDADERO
EE017_20ul_1.4mm	2.064	35.395	VERDADERO
EE018_20ul_1.5mm	29.011	35.932	VERDADERO
EE019_20ul_1.5mm	22.842	35.932	VERDADERO
EE020_20ul_1.5mm	12.479	35.932	VERDADERO
EE021_20ul_1.6mm	1.653	36.472	VERDADERO
EE022_20ul_1.8mm	29.427	37.567	VERDADERO
EE023_20ul_1.8mm	17.878	37.567	VERDADERO
EE024_20ul_1.8mm	26.442	37.567	VERDADERO
EE025_20ul_2mm	17.386	38.677	VERDADERO
EE026_20ul_2mm	31.902	38.677	VERDADERO
EE027_20ul_2mm	0.790	38.677	VERDADERO
EE028_20ul_2mm	8.330	38.677	VERDADERO
EE029_20ul_2mm	6.151	38.677	VERDADERO
EE030_20ul_2.2mm	35.324	39.811	VERDADERO
EE031_20ul_2.2mm	38.394	39.811	VERDADERO
EE032_20ul_2.4mm	33.516	40.974	VERDADERO
EE033_20ul_2.4mm	28.348	40.974	VERDADERO
EE034_20ul_2.6mm	29.973	42.170	VERDADERO

EE035_20ul_2.8mm	21.215	43.411	VERDADERO
EE036_10ul_0mm	61.300	29.164	FALSO
EE037_10ul_0mm	77.729	29.164	FALSO
EE038_10ul_0.4mm	22.738	29.814	VERDADERO
EE039_10ul_0.4mm	39.432	29.814	FALSO
EE040_10ul_0.4mm	48.709	29.814	FALSO
EE041_10ul_0.4mm	63.653	29.814	FALSO
EE042_10ul_0.5mm	55.613	30.147	FALSO
EE043_10ul_0.5mm	59.613	30.147	FALSO
EE044_10ul_0.5mm	55.613	30.147	FALSO
EE045_10ul_0.5mm	40.513	30.147	FALSO
EE046_10ul_0.8mm	32.633	31.350	FALSO
EE047_10ul_0.8mm	14.391	31.350	VERDADERO
EE048_10ul_0.8mm	1.018	31.350	VERDADERO
EE049_10ul_0.8mm	45.706	31.350	FALSO
EE050_10ul_0.8mm	48.258	31.350	FALSO
EE051_10ul_1mm	8.299	32.262	VERDADERO
EE052_10ul_1mm	15.407	32.262	VERDADERO
EE053_10ul_1mm	33.225	32.262	FALSO
EE054_10ul_1.2mm	26.807	33.236	VERDADERO
EE055_10ul_1.2mm	23.519	33.236	VERDADERO
EE056_10ul_1.2mm	9.336	33.236	VERDADERO
EE057_10ul_1.2mm	14.583	33.236	VERDADERO
EE058_10ul_1.5mm	7.208	34.777	VERDADERO
EE059_10ul_1.5mm	19.154	34.777	VERDADERO
EE060_10ul_1.5mm	12.951	34.777	VERDADERO
EE061_10ul_1.5mm	7.208	34.777	VERDADERO
EE062_10ul_1.8mm	26.856	36.407	VERDADERO
EE063_10ul_1.8mm	22.632	36.407	VERDADERO
EE064_10ul_1.8mm	0.964	36.407	VERDADERO
EE065_10ul_1.8mm	4.480	36.407	VERDADERO
EE066_10ul_2mm	18.121	37.536	VERDADERO
EE067_10ul_2mm	10.724	37.536	VERDADERO
EE068_10ul_2mm	5.286	37.536	VERDADERO
EE069_10ul_2mm	1.066	37.536	VERDADERO
EE070_10ul_2mm	5.717	37.536	VERDADERO
EE071_10ul_2mm	7.241	37.536	VERDADERO
EE072_10ul_2mm	9.198	37.536	VERDADERO
EE073_10ul_2mm	22.852	37.536	VERDADERO
EE074_10ul_2.0mm	18.121	37.536	VERDADERO
EE075_10ul_2.0mm	1.573	37.536	VERDADERO
EE076_15ul_0mm	30.015	29.296	FALSO
EE077_15ul_0mm	58.801	29.296	FALSO
EE078_15ul_0mm	12.086	29.296	VERDADERO
EE079_15ul_0mm	51.100	29.296	FALSO
EE080_15ul_0.4mm	60.329	31.166	FALSO
EE081_15ul_0.4mm	45.014	31.166	FALSO
EE082_15ul_0.4mm	23.359	31.166	VERDADERO
EE083_15ul_0.4mm	48.953	31.166	FALSO
EE084_15ul_0.4mm	28.815	31.166	VERDADERO

EE085_15ul_0.5mm	88.782	31.661	FALSO
EE086_15ul_0.5mm	59.576	31.661	FALSO
EE087_15ul_0.8mm	32.862	33.203	VERDADERO
EE088_15ul_0.8mm	30.194	33.203	VERDADERO
EE089_15ul_0.8mm	28.442	33.203	VERDADERO
EE090_15ul_1mm	27.932	34.259	VERDADERO
EE091_15ul_1mm	15.306	34.259	VERDADERO
EE092_15ul_1mm	24.925	34.259	VERDADERO
EE093_15ul_1.2mm	20.817	35.326	VERDADERO
EE094_15ul_1.4mm	24.847	36.400	VERDADERO
EE095_15ul_1.5mm	15.516	36.942	VERDADERO
EE096_15ul_1.5mm	21.731	36.942	VERDADERO
EE097_15ul_1.6mm	37.581	37.484	FALSO
EE098_15ul_1.8mm	21.896	38.578	VERDADERO
EE099_15ul_2mm	9.423	39.692	VERDADERO
EE100_15ul_2mm	32.813	39.692	VERDADERO
EE101_15ul_2.2mm	26.894	40.829	VERDADERO
EE102_15ul_2.4mm	0.872	41.999	VERDADERO
EE103_15ul_2.6mm	39.408	43.207	VERDADERO
EE104_25ul_0mm	74.371	29.950	FALSO
EE105_25ul_0mm	31.320	29.950	FALSO
EE106_25ul_0mm	30.271	29.950	FALSO
EE107_25ul_0.5mm	27.859	29.997	VERDADERO
EE108_25ul_0.8mm	24.289	31.448	VERDADERO
EE109_25ul_0.8mm	30.796	31.448	VERDADERO
EE110_25ul_1mm	5.149	32.449	VERDADERO
EE111_25ul_1.0mm	35.770	32.449	FALSO
EE112_25ul_1.4mm	14.123	34.526	VERDADERO
EE113_25ul_1.5mm	13.149	35.055	VERDADERO
EE114_25ul_1.5mm	12.156	35.055	VERDADERO
EE115_25ul_1.6mm	4.291	35.590	VERDADERO
EE116_25ul_1.8mm	12.203	36.672	VERDADERO
EE117_25ul_2mm	2.948	37.776	VERDADERO
EE118_25ul_2mm	10.267	37.776	VERDADERO
EE119_25ul_2mm	8.761	37.776	VERDADERO
EE120_25ul_2mm	3.293	37.776	VERDADERO
EE121_25ul_2mm	12.204	37.776	VERDADERO
EE122_25ul_2mm	19.309	37.776	VERDADERO
EE123_25ul_2mm	4.224	37.776	VERDADERO
EE124_25ul_2mm	19.120	37.776	VERDADERO
EE125_25ul_2mm	30.491	37.776	VERDADERO
EE126_25ul_2mm	14.138	37.776	VERDADERO
EE127_25ul_2.2mm	21.619	38.900	VERDADERO
EE128_25ul_2.4mm	23.160	40.051	VERDADERO
EE129_25ul_2.5mm	18.933	40.637	VERDADERO
EE130_25ul_2.6mm	32.543	41.235	VERDADERO
EE131_30ul_0.5mm	49.394	29.340	FALSO
EE132_30ul_0.8mm	36.875	30.763	FALSO
EE133_30ul_0.8mm	31.252	30.763	FALSO
EE134_30ul_0.8mm	24.672	30.763	VERDADERO

EE135_30ul_0.8mm	34.296	30.763	FALSO
EE136_30ul_1mm	14.486	31.738	VERDADERO
EE137_30ul_1.2mm	4.934	32.741	VERDADERO
EE138_30ul_1.2mm	18.008	32.741	VERDADERO
EE139_30ul_1.5mm	1.423	34.287	VERDADERO
EE140_30ul_1.8mm	4.437	35.883	VERDADERO
EE141_30ul_1.8mm	8.108	35.883	VERDADERO
EE142_30ul_2mm	9.747	36.972	VERDADERO
EE143_30ul_2.5mm	28.230	39.801	VERDADERO
EE144_3ul_0.4mm	71.083	32.578	FALSO
EE145_3ul_0.4mm	51.400	32.578	FALSO
EE146_3ul_0.4mm	58.191	32.578	FALSO
EE147_3ul_0.8mm	20.049	34.592	VERDADERO
EE148_3ul_0.8mm	13.933	34.592	VERDADERO
EE149_3ul_0.8mm	27.043	34.592	VERDADERO
EE150_3ul_1mm	26.503	35.637	VERDADERO
EE151_3ul_1mm	4.850	35.637	VERDADERO
EE152_3ul_1mm	3.899	35.637	VERDADERO
EE153_3ul_1mm	0.656	35.637	VERDADERO
EE154_3ul_1.2mm	16.904	36.694	VERDADERO
EE155_3ul_1.2mm	14.229	36.694	VERDADERO
EE156_3ul_1.2mm	14.139	36.694	VERDADERO
EE157_3ul_1.2mm	7.517	36.694	VERDADERO
EE158_3ul_1.4mm	26.660	37.764	VERDADERO
EE159_3ul_1.4mm	15.749	37.764	VERDADERO
EE160_3ul_1.4mm	12.833	37.764	VERDADERO
EE161_3ul_1.4mm	29.708	37.764	VERDADERO
EE162_3ul_1.6mm	27.526	38.852	VERDADERO
EE163_3ul_1.6mm	10.105	38.852	VERDADERO
EE164_3ul_1.6mm	22.629	38.852	VERDADERO
EE165_3ul_1.6mm	18.533	38.852	VERDADERO
EE166_5ul_0.4mm	55.485	31.513	FALSO
EE167_5ul_0.4mm	56.667	31.513	FALSO
EE168_5ul_0.4mm	71.925	31.513	FALSO
EE169_5ul_0.8mm	32.187	33.396	VERDADERO
EE170_5ul_0.8mm	30.355	33.396	VERDADERO
EE171_5ul_0.8mm	9.807	33.396	VERDADERO
EE172_5ul_1mm	14.538	34.415	VERDADERO
EE173_5ul_1mm	20.782	34.415	VERDADERO
EE174_5ul_1mm	28.238	34.415	VERDADERO
EE175_5ul_1mm	25.288	34.415	VERDADERO
EE176_5ul_1.2mm	21.961	35.463	VERDADERO
EE177_5ul_1.2mm	6.626	35.463	VERDADERO
EE178_5ul_1.2mm	22.373	35.463	VERDADERO
EE179_5ul_1.2mm	7.773	35.463	VERDADERO
EE180_5ul_1.4mm	2.410	36.536	VERDADERO
EE181_5ul_1.4mm	3.290	36.536	VERDADERO
EE182_5ul_1.4mm	8.078	36.536	VERDADERO
EE183_5ul_1.4mm	8.864	36.536	VERDADERO
EE184_5ul_1.6mm	4.046	37.633	VERDADERO

EE185_5ul_1.6mm	14.184	37.633	VERDADERO
EE186_5ul_1.6mm	2.668	37.633	VERDADERO
EE187_5ul_1.6mm	2.520	37.633	VERDADERO
EE188_8ul_0.4mm	77.742	30.380	FALSO
EE189_8ul_0.4mm	82.293	30.380	FALSO
EE190_8ul_0.4mm	80.249	30.380	FALSO
EE191_8ul_0.8mm	39.175	32.050	FALSO
EE192_8ul_0.8mm	41.844	32.050	FALSO
EE193_8ul_0.8mm	52.357	32.050	FALSO
EE194_8ul_1mm	38.234	33.010	FALSO
EE195_8ul_1mm	21.981	33.010	VERDADERO
EE196_8ul_1mm	36.265	33.010	FALSO
EE197_8ul_1mm	26.651	33.010	VERDADERO
EE198_8ul_1.2mm	26.896	34.017	VERDADERO
EE199_8ul_1.2mm	1.528	34.017	VERDADERO
EE200_8ul_1.2mm	19.705	34.017	VERDADERO
EE201_8ul_1.2mm	15.053	34.017	VERDADERO
EE202_8ul_1.4mm	2.831	35.062	VERDADERO
EE203_8ul_1.4mm	15.549	35.062	VERDADERO
EE204_8ul_1.4mm	10.250	35.062	VERDADERO
EE205_8ul_1.4mm	13.158	35.062	VERDADERO
EE206_8ul_1.6mm	5.849	36.141	VERDADERO
EE207_8ul_1.6mm	12.811	36.141	VERDADERO
EE208_8ul_1.6mm	6.244	36.141	VERDADERO
EE209_8ul_1.6mm	7.368	36.141	VERDADERO

En conjunto, este conjunto de resultados ofrece una visión clara y cuantitativa del desempeño del sistema experimental frente a las predicciones del modelo teórico, y será utilizado como base para el análisis detallado en el siguiente capítulo.

5.4 Ensayos dinámicos

La serie de ensayos dinámicos tuvo como propósito registrar el comportamiento del puente capilar frente a oscilaciones mecánicas verticales aplicadas a una de las esferas. A diferencia de los ensayos estáticos, en este caso se exploró el efecto de parámetros como frecuencia, amplitud de excitación, volumen de agua y distancia de separación sobre la estabilidad del puente líquido y la posibilidad de ruptura.

5.4.1 Evolución temporal de la fuerza bajo oscilación

Se realizaron 103 ensayos dinámicos con combinaciones sistemáticas de volumen (5, 10, 15 y 20 μL), distancias iniciales entre 0 y 2 mm, frecuencias de 20, 30, 40, 50, 100 y 150 Hz, y amplitudes de 0.5, 1.0, 1.5 y 2.0 V. En cada ensayo se registraron de forma simultánea la fuerza capilar y el desplazamiento vertical, lo que permitió evaluar cómo los parámetros de excitación afectan la estabilidad y posible ruptura del puente líquido.

Las señales fueron filtradas para eliminar el ruido instrumental y graficadas en paneles superpuestos, mostrando oscilaciones periódicas cuya amplitud aumenta con la frecuencia y la amplitud de excitación. A bajas frecuencias (20–30 Hz) y amplitudes ≤ 1 V, el sistema mostró un comportamiento estable, mientras que en condiciones más exigentes (≥ 40 Hz o amplitudes ≥ 1.5 V) se registraron variaciones bruscas y caídas súbitas de la fuerza, indicativas de ruptura.

La Figura 23 presenta un ensayo representativo (EE079_15 μL _0 mm) realizado con una frecuencia de 40 Hz y una amplitud de 1 V, donde se observa en la parte superior la evolución de la fuerza capilar y en la inferior el desplazamiento vertical. Las oscilaciones muestran picos irregulares y fases transitorias que reflejan la interacción entre la excitación mecánica, el volumen del puente y la geometría inicial.

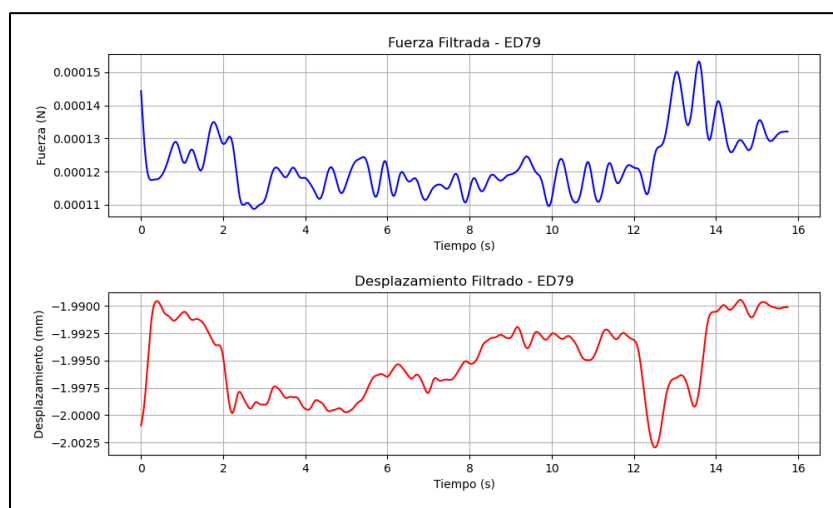


Figura 23. Evolución temporal de la fuerza capilar (gráfico superior) y del desplazamiento vertical (gráfico inferior) para el ensayo EE079_15 μL _0 mm con frecuencia de 40 Hz y amplitud de 1 V, tras aplicar filtrado para reducir el ruido instrumental.

5.4.2 Comparación por frecuencia y amplitud

Los ensayos dinámicos se clasificaron de acuerdo con la frecuencia de excitación (20, 30, 40, 50, 100 y 150 Hz), la amplitud de voltaje (0.5, 1.0, 1.5 y 2.0 V) y el volumen del puente (5, 10, 15 y 20 μL). Para cada combinación se registró el comportamiento del puente capilar, indicando si se

mantuvo estable o si se produjo ruptura durante la excitación. La tabla correspondiente recopila los parámetros de cada ensayo (código, volumen, distancia inicial, amplitud, frecuencia y ocurrencia de ruptura), lo que permite visualizar de manera ordenada las condiciones bajo las cuales el puente resistió o falló.

La presenta el listado completo de los 103 ensayos dinámicos, incluyendo los parámetros de cada prueba y el resultado de la condición de ruptura (Sí/No). Esta tabla constituye la base de los gráficos y mapas presentados en la siguiente sección. Para una mejor interpretación visual, posteriormente se generarán representaciones gráficas que destacan las combinaciones de frecuencia y amplitud en las que el puente se mantuvo estable frente a aquellas en las que ocurrió su ruptura.

Tabla 3. Resultados completos de los ensayos dinámicos, con parámetros de volumen, distancia, amplitud, frecuencia y registro de ruptura.

ED	Volumen (microlitros)	Distancia (mm)	Amplitud (V)	Frecuencia (Hz)	Ruptura (Sí/No)
1	5	1	0.5	20	No
2	5	1	0.5	20	No
3	5	1	0.5	30	No
4	5	1	0.5	30	No
5	5	1	0.5	50	No
6	5	1	0.5	100	No
7	5	1	0.5	150	No
8	10	1	0.5	20	No
9	10	1	0.5	50	No
10	10	1	0.5	100	No
11	10	1	0.5	150	No
12	20	1	0.5	20	No
13	20	1	0.5	50	No
14	20	1	0.5	100	No
15	20	1	0.5	150	No
16	5	1	1	20	No
17	5	1	1	20	No
18	5	1	1	30	No
19	5	1	1	30	No
20	5	1	1	40	Si
21	5	1	1	40	Si
22	10	1	1	20	No
23	10	1	1	20	No
24	10	1	1	30	No
25	10	1	1	30	No
26	10	1	1	40	Si
27	10	1	1	40	Si
28	20	1	1	20	No
29	20	1	1	20	No

30	20	1	1	30	No
31	20	1	1	30	No
32	20	1	1	40	Si
33	20	1	1	40	Si
34	5	1	1	40	No
35	5	1	1	40	No
36	10	1	1	40	No
37	10	1	1	40	No
38	20	1	1	40	No
39	20	1	1	40	No
40	5	1.5	0.5	20	No
41	5	1.5	0.5	50	No
42	5	1.5	0.5	100	No
43	5	1.5	0.5	150	No
44	10	1.5	0.5	20	No
45	10	1.5	0.5	50	No
46	10	1.5	0.5	100	No
47	10	1.5	0.5	150	No
48	20	1.5	0.5	20	No
49	20	1.5	0.5	50	No
50	20	1.5	0.5	100	No
51	20	1.5	0.5	150	No
52	5	1	0.5	100	No
53	5	1	0.5	150	No
54	10	1	0.5	100	No
55	10	1	0.5	150	No
56	20	1	0.5	100	No
57	20	1	0.5	150	Si
58	20	1	0.5	150	Si
59	5	1.5	1	20	No
60	5	1.5	1	50	No
61	5	1.5	1	100	No
62	5	1.5	1	150	Si
63	10	1.5	1	20	No
64	10	1.5	1	50	No
65	10	1.5	1	100	No
66	10	1.5	1	150	Si
67	20	1.5	1	20	No
68	20	1.5	1	50	No
69	20	1.5	1	100	No
70	20	1.5	1	150	Si
71	5	1.5	1.5	20	No
72	5	1.5	1.5	50	No
73	10	1.5	1.5	20	No
74	10	1.5	1.5	40	No
75	20	1.5	1.5	20	No
76	20	1.5	1.5	40	No
77	10	2	0.5	20	No
78	10	2	0.5	50	No
79	10	2	0.5	100	No

80	10	2	0.5	150	No
81	20	2	0.5	20	No
82	20	2	0.5	50	No
83	20	2	0.5	100	No
84	20	2	0.5	150	No
85	10	2	1	20	No
86	10	2	1	50	No
87	10	2	1	100	No
88	10	2	1	140	Si
89	20	2	1	20	No
90	20	2	1	50	No
91	20	2	1	100	No
92	20	2	1	140	Si
93	10	2	1.5	20	No
94	10	2	1.5	50	No
95	10	2	1.5	100	No
96	10	2	1.5	130	Si
97	20	2	1.5	20	No
98	20	2	1.5	50	No
99	20	2	1.5	100	No
100	20	2	1.5	150	Si
101	10	2	2	20	Si
102	20	2	2	20	No
103	20	2	2	40	No

5.4.3 Mapa de ocurrencia de ruptura

Se elaboró un registro binario de ocurrencia de ruptura (Sí/No) para cada combinación de parámetros dinámicos, considerando el volumen del puente, la amplitud de excitación y la frecuencia aplicada. Con base en esta información se construyeron representaciones gráficas que muestran las condiciones en las que el puente se mantuvo estable y aquellas en las que falló. La Figura 24 ilustra la relación entre el volumen del puente y la amplitud aplicada, destacando en color rojo los ensayos con ruptura y en azul los casos estables. De forma complementaria, la Figura 25 presenta la relación entre el volumen y la frecuencia de excitación, permitiendo visualizar las zonas de mayor susceptibilidad a la ruptura.

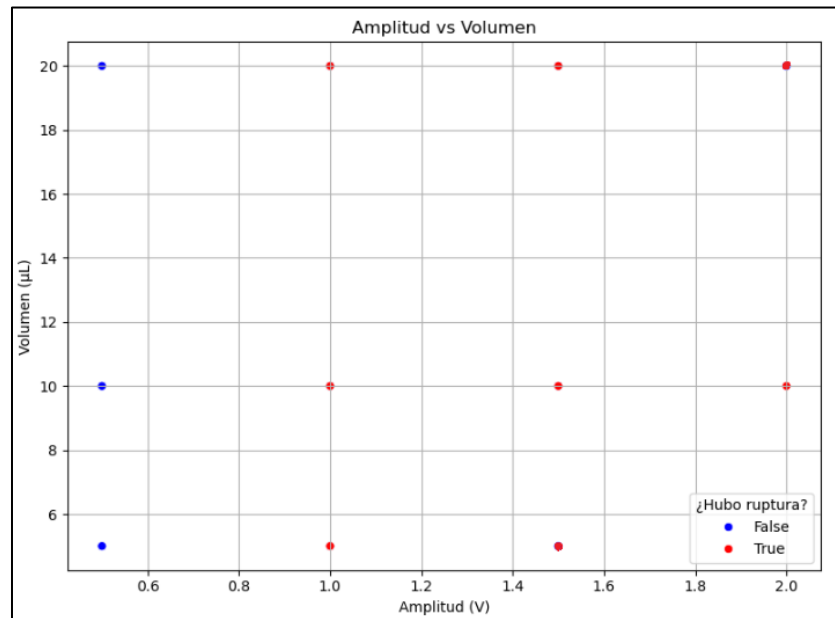


Figura 24. Mapa de ocurrencia de ruptura en función del volumen del puente y la amplitud de excitación.

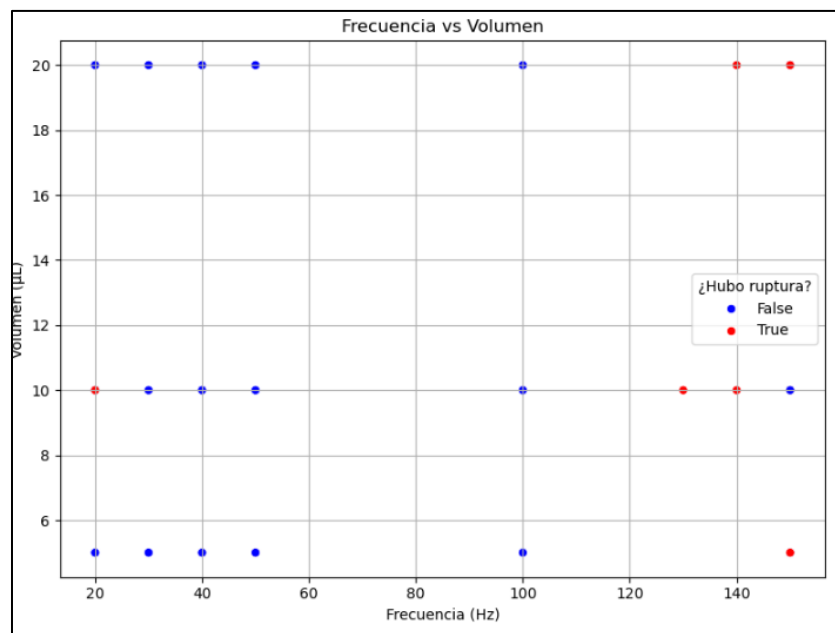


Figura 25. Relación entre la frecuencia de excitación y el volumen del puente.

5.5 Geometría del puente capilar a partir de imágenes

El análisis geométrico del puente capilar se realizó mediante el software Tracker, una herramienta de código abierto utilizada para el análisis de video en estudios de física experimental. Esta plataforma permitió medir parámetros como ángulos de contacto, posiciones y distancias a partir de secuencias de video calibradas con referencias métricas conocidas. En este estudio, Tracker se empleó principalmente para determinar el ángulo de contacto del puente líquido formado entre dos esferas, tanto en condiciones estáticas como dinámicas.

Los resultados se presentan en dos bloques principales:

1. Ensayos estáticos, en los que el puente permanece en reposo.
2. Ensayos dinámicos, en los que la esfera inferior fue sometida a una vibración vertical controlada.

En ambos casos, los valores medidos se compararon con los ángulos teóricos calculados mediante los modelos de Gili y Popov, lo que permitió evaluar el grado de ajuste entre las predicciones analíticas y las observaciones experimentales.

5.5.1 Ángulos de contacto en ensayos estáticos

Durante los ensayos estáticos se capturaron imágenes del puente capilar formado para distintas combinaciones de volumen y distancia entre esferas. Estas imágenes se analizaron con Tracker, calibrando la escala mediante el diámetro conocido de las esferas y midiendo el ángulo de contacto en el punto de tangencia entre la gota y la superficie sólida.

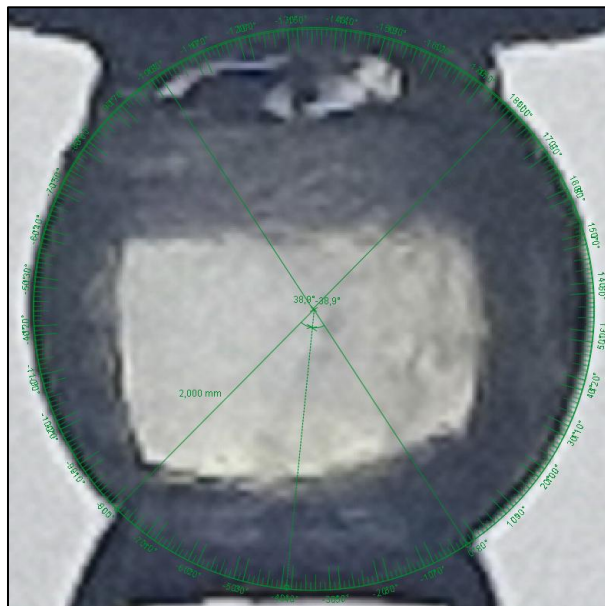


Figura 26. Ejemplo de medición del ángulo de contacto mediante Tracker en un puente capilar estático.

A partir del código en Python desarrollado con base en el modelo de Gili, se calcularon los ángulos teóricos esperados para cada condición experimental. La comparación entre los ángulos medidos y los teóricos mostró, en general, un buen nivel de concordancia. En varios casos, las diferencias absolutas fueron inferiores a 5 grados, y en otros casos se detectaron desviaciones atribuibles a factores como la resolución de imagen, la asimetría del menisco o ligeras variaciones en el volumen dispensado.

Junto con los ángulos, el modelo de Gili proporcionó valores teóricos de fuerza capilar, radios de curvatura principales r_1 y r_2 , y presión dentro del puente. Aunque estas cantidades no se midieron directamente durante los ensayos estáticos, su inclusión permitió complementar la descripción geométrica con estimaciones físicas que serán utilizadas más adelante en el análisis e interpretación de los resultados.

5.5.2 Evolución del ángulo en ensayos dinámicos

Durante los ensayos dinámicos, se analizaron videos registrados con la cámara Cube, sincronizados con el sistema de oscilación vertical aplicado a la esfera inferior. Estos archivos fueron estudiados cuadro a cuadro utilizando el software Tracker, lo cual permitió medir la evolución del ángulo de contacto del puente capilar a lo largo del ciclo inducido por la vibración.

En cada ensayo se identificaron dos momentos clave. El primero corresponde al ángulo AB, medido cuando la esfera inferior alcanza su posición más baja, mientras que el segundo corresponde al ángulo AR, registrado cuando dicha esfera se encuentra en su punto más alto, justo antes de una posible ruptura del puente. A partir de estos valores se calculó la diferencia angular, la cual representa la amplitud de deformación del puente durante el ciclo dinámico.

En los casos donde se produjo ruptura, el ángulo AR se consideró como el último estado geométrico estable antes del colapso del menisco. En los ensayos sin ruptura, la diferencia angular sirvió para cuantificar el rango de deformación que el sistema es capaz de soportar sin pérdida de continuidad del puente líquido. Esta información resultó clave para identificar las condiciones geométricas críticas asociadas a la estabilidad o inestabilidad del sistema.

Adicionalmente, se registró la fuerza capilar correspondiente a cada posición (AB y AR) mediante la lectura directa de la celda de carga. Esto permitió establecer una relación cuantitativa entre la deformación geométrica del puente y el comportamiento mecánico observado, aportando un insumo esencial para el análisis integral de las condiciones de ruptura.

Como ejemplo representativo, la Figura 27 muestra una secuencia correspondiente al ensayo ED26, en el cual se aplicó una excitación de 1 V y 40 Hz sobre un puente capilar de 10 μ L y 1 mm de separación. En la imagen izquierda se observa la posición baja, con un ángulo de contacto de 16.8°.

La imagen derecha muestra el instante previo a la ruptura, con un ángulo AR de 49.9° , lo cual representa una deformación angular de 33.1° . Este tipo de evolución geométrica, común en los ensayos que finalizaron con ruptura, permite visualizar de forma directa cómo el incremento de la amplitud angular puede conducir al colapso del puente.

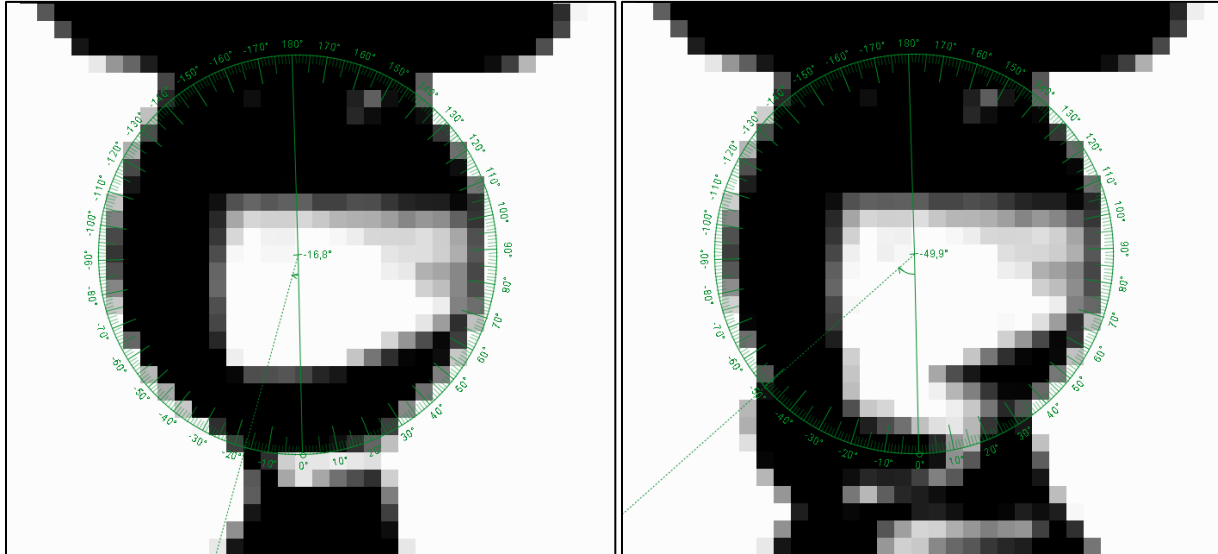


Figura 27. Evolución del puente capilar en el ensayo ED26.

(a) Posición baja (AB) con un ángulo de contacto de 16.8° .
 (b) Posición alta (AR) justo antes de la ruptura, con un ángulo de 49.9° .
 Condiciones experimentales: $10\ \mu\text{L}$, $1\ \text{mm}$, $1\ \text{V}$, $40\ \text{Hz}$.

5.5.3 Comparación con el ángulo teórico y fuerza correspondiente

El análisis comparativo de los ángulos medidos frente a los valores teóricos del modelo de Gili permitió evaluar la consistencia experimental de los ensayos estáticos y dinámicos.

En los ensayos estáticos, los datos obtenidos con Tracker se compararon con los ángulos teóricos del modelo de Gili y con la fuerza capilar estimada. Los resultados se presentan en la Tabla 4, donde se incluyen los ángulos medidos, el error relativo respecto al valor teórico y la fuerza experimental asociada.

Tabla 4. Resultados de los ensayos estáticos: comparación de ángulos y fuerzas medidas con respecto a los valores teóricos.

EE	Ángulo medido	Ángulo teórico	Error ángulo	Fuerza (N)	Fuerza teórica(N)	Error fuerza	Fuerza experimental (N)	Error porcentual
EE38	53.3	41.82	27.45%	2.94E-04	2.65E-04	10.82%	2.05E-04	30.28%
EE39	40.8	41.82	2.44%	2.61E-04	2.65E-04	1.67%	1.61E-04	38.41%
EE47	45	37.79	19.09%	2.86E-04	2.53E-04	13.15%	2.17E-04	24.34%
EE48	38.9	37.79	2.94%	2.59E-04	2.53E-04	2.23%	2.56E-04	1.19%
EE54	34.4	34.31	0.25%	2.39E-04	2.39E-04	0.20%	1.75E-04	26.96%
EE55	35.3	34.31	2.87%	2.44E-04	2.39E-04	2.33%	1.83E-04	25.26%
EE56	36	34.31	4.91%	2.48E-04	2.39E-04	3.96%	2.17E-04	12.79%
EE57	35.7	34.31	4.04%	2.47E-04	2.39E-04	3.26%	2.04E-04	17.28%
EE62	33.8	29.96	12.80%	2.41E-04	2.18E-04	10.63%	2.76E-04	14.67%

EE63	33.5	29.96	11.80%	2.39E-04	2.18E-04	9.82%	2.67E-04	11.67%
EE64	30	29.96	0.12%	2.18E-04	2.18E-04	0.10%	2.20E-04	0.86%
EE65	31.4	29.96	4.79%	2.27E-04	2.18E-04	4.05%	2.28E-04	0.42%
EE82	51	44.19	15.42%	2.93E-04	2.75E-04	6.60%	2.11E-04	28.10%
EE84	49.8	44.19	12.71%	2.91E-04	2.75E-04	5.92%	1.96E-04	32.79%
EE88	39.4	40.11	1.78%	2.61E-04	2.65E-04	1.32%	1.85E-04	29.26%
EE89	41	40.11	2.21%	2.69E-04	2.65E-04	1.60%	1.89E-04	29.57%
EE106	55.5	51.88	6.99%	2.55E-04	2.73E-04	6.29%	1.90E-04	25.59%
EE108	50	43.53	14.87%	3.03E-04	2.80E-04	8.21%	2.12E-04	30.03%
EE109	47.5	43.53	9.12%	2.96E-04	2.80E-04	5.48%	1.94E-04	34.39%
EE134	58.4	44.86	30.18%	3.06E-04	2.86E-04	7.05%	2.15E-04	29.63%
EE137	46.9	41.16	13.93%	3.01E-04	2.75E-04	9.25%	2.62E-04	12.98%
EE138	46	41.16	11.75%	2.97E-04	2.75E-04	7.93%	2.26E-04	24.03%
EE140	37.2	36.20	2.77%	2.60E-04	2.55E-04	2.20%	2.43E-04	6.50%
EE141	43.7	36.20	20.73%	2.94E-04	2.55E-04	15.38%	2.75E-04	6.31%
EE145	27.8	36.75	24.36%	1.92E-04	2.42E-04	20.78%	1.17E-04	38.65%
EE146	27.4	36.75	25.45%	1.89E-04	2.42E-04	21.79%	1.01E-04	46.54%
EE147	25.6	33.10	22.65%	1.82E-04	2.28E-04	19.91%	1.82E-04	0.18%
EE148	25.7	33.10	22.35%	1.83E-04	2.28E-04	19.63%	1.96E-04	7.09%
EE149	23.9	33.10	27.79%	1.71E-04	2.28E-04	24.69%	1.66E-04	3.12%
EE150	22.1	31.56	29.97%	1.61E-04	2.21E-04	26.92%	1.62E-04	0.57%
EE151	22.1	31.56	29.97%	1.61E-04	2.21E-04	26.92%	2.10E-04	30.20%
EE152	22.8	31.56	27.75%	1.66E-04	2.21E-04	24.83%	2.12E-04	27.84%
EE153	24.8	31.56	21.41%	1.79E-04	2.21E-04	18.94%	2.22E-04	24.17%
EE154	21.4	30.16	29.04%	1.58E-04	2.14E-04	26.15%	1.78E-04	12.52%
EE155	24.8	30.16	17.77%	1.81E-04	2.14E-04	15.71%	1.84E-04	1.76%
EE156	21.5	30.16	28.71%	1.59E-04	2.14E-04	25.84%	1.84E-04	15.78%
EE157	23	30.16	23.74%	1.69E-04	2.14E-04	21.20%	1.98E-04	17.36%
EE158	21.2	28.88	26.60%	1.58E-04	2.08E-04	23.92%	1.53E-04	3.60%
EE159	22.5	28.88	22.10%	1.67E-04	2.08E-04	19.75%	1.75E-04	4.98%
EE160	24.6	28.88	14.83%	1.81E-04	2.08E-04	13.11%	1.81E-04	0.32%
EE161	20.2	28.88	30.06%	1.52E-04	2.08E-04	27.16%	1.46E-04	3.50%
EE162	20.1	27.70	27.44%	1.52E-04	2.02E-04	24.73%	1.47E-04	3.72%
EE163	27.2	27.70	1.81%	1.99E-04	2.02E-04	1.57%	1.82E-04	8.67%
EE164	26.1	27.70	5.78%	1.92E-04	2.02E-04	5.06%	1.56E-04	18.51%
EE165	26.7	27.70	3.61%	1.96E-04	2.02E-04	3.15%	1.65E-04	15.88%
EE166	34	38.54	11.77%	2.27E-04	2.51E-04	9.30%	1.12E-04	50.92%
EE167	35.2	38.54	8.66%	2.34E-04	2.51E-04	6.73%	1.09E-04	53.54%
EE169	28.3	34.69	18.43%	1.99E-04	2.37E-04	15.81%	1.60E-04	19.45%
EE170	29.5	34.69	14.97%	2.07E-04	2.37E-04	12.72%	1.65E-04	20.20%
EE171	32.5	34.69	6.32%	2.24E-04	2.37E-04	5.23%	2.13E-04	4.83%
EE172	27.1	33.04	17.97%	1.94E-04	2.30E-04	15.61%	1.96E-04	1.27%
EE173	29.2	33.04	11.61%	2.07E-04	2.30E-04	9.94%	1.82E-04	12.04%
EE174	25.5	33.04	22.81%	1.84E-04	2.30E-04	20.03%	1.65E-04	10.26%
EE175	28.3	33.04	14.34%	2.01E-04	2.30E-04	12.35%	1.71E-04	14.76%
EE176	24.9	31.53	21.02%	1.81E-04	2.23E-04	18.54%	1.74E-04	4.20%
EE177	26	31.53	17.53%	1.88E-04	2.23E-04	15.36%	2.08E-04	10.32%
EE178	23.9	31.53	24.19%	1.75E-04	2.23E-04	21.46%	1.73E-04	1.16%
EE179	25.9	31.53	17.85%	1.88E-04	2.23E-04	15.65%	2.05E-04	9.34%
EE180	25.4	30.14	15.73%	1.86E-04	2.16E-04	13.83%	2.11E-04	13.25%
EE181	31.8	30.14	5.50%	2.26E-04	2.16E-04	4.64%	2.23E-04	1.29%
EE182	24.5	30.14	18.72%	1.80E-04	2.16E-04	16.54%	1.99E-04	10.14%
EE183	23.1	30.14	23.36%	1.71E-04	2.16E-04	20.80%	1.97E-04	15.07%
EE184	24.4	28.86	15.45%	1.81E-04	2.10E-04	13.64%	2.01E-04	11.11%
EE185	20.2	28.86	30.01%	1.53E-04	2.10E-04	27.02%	1.80E-04	17.59%
EE186	30.3	28.86	4.99%	2.18E-04	2.10E-04	4.26%	2.15E-04	1.52%
EE187	25	28.86	13.38%	1.85E-04	2.10E-04	11.77%	2.04E-04	10.48%
EE194	32.1	34.91	8.05%	2.24E-04	2.40E-04	6.69%	1.48E-04	33.80%
EE195	33.7	34.91	3.46%	2.33E-04	2.40E-04	2.84%	1.87E-04	19.70%
EE196	33	34.91	5.47%	2.29E-04	2.40E-04	4.51%	1.53E-04	33.25%
EE197	33.4	34.91	4.32%	2.32E-04	2.40E-04	3.55%	1.76E-04	23.95%
EE198	28	33.29	15.89%	2.01E-04	2.33E-04	13.69%	1.70E-04	15.30%
EE199	31.6	33.29	5.07%	2.23E-04	2.33E-04	4.26%	2.29E-04	2.85%

EE200	29.1	33.29	12.58%	2.08E-04	2.33E-04	10.76%	1.87E-04	10.02%
EE201	31.1	33.29	6.57%	2.20E-04	2.33E-04	5.54%	1.98E-04	10.07%
EE202	30	31.79	5.63%	2.15E-04	2.26E-04	4.80%	2.32E-04	8.01%
EE203	27.9	31.79	12.24%	2.02E-04	2.26E-04	10.57%	1.91E-04	5.57%
EE204	29.4	31.79	7.52%	2.11E-04	2.26E-04	6.43%	2.03E-04	4.08%
EE205	28.5	31.79	10.35%	2.06E-04	2.26E-04	8.91%	1.96E-04	4.67%
EE206	28.3	30.40	6.90%	2.06E-04	2.19E-04	5.95%	2.06E-04	0.11%
EE207	26.1	30.40	14.14%	1.92E-04	2.19E-04	12.35%	1.91E-04	0.53%
EE208	35.2	30.40	15.80%	2.48E-04	2.19E-04	12.98%	2.05E-04	17.01%
EE209	27.7	30.40	8.88%	2.02E-04	2.19E-04	7.68%	2.03E-04	0.34%

En el caso de los ensayos dinámicos, se observaron mayores desviaciones, especialmente en casos con frecuencias de 40 Hz o superiores y con amplitudes mayores a 1 V, donde la deformación del menisco se ve influenciada por efectos inerciales y fenómenos de histéresis. Los datos correspondientes se presentan en la Tabla 5, que incluye los ángulos en posiciones extremas (AB y AR) y las fuerzas asociadas.

Tabla 5. Resultados de los ensayos dinámicos: ángulos en posiciones AB y AR, fuerzas asociadas y comparación con la fuerza teórica.

ED	Ángulo teórico	Ángulo AB	Ángulo AR	Diferencia angular	Fuerza AB	Fuerza AR	Diferencia de fuerza	Fuerza estática teórica
1	33.04	28.7	33.6	4.9	2.04E-04	2.33E-04	2.91E-05	2.30E-04
2	33.04	30.3	35.2	4.9	2.13E-04	2.42E-04	2.84E-05	2.30E-04
3	33.04	24.2	28.4	4.2	1.75E-04	2.02E-04	2.66E-05	2.30E-04
4	33.04	22.7	27.3	4.6	1.65E-04	1.95E-04	2.96E-05	2.30E-04
5	33.04	14.3	33.4	19.1	1.08E-04	2.32E-04	1.23E-04	2.30E-04
6	33.04	18.8	22.9	4.1	1.39E-04	1.67E-04	2.74E-05	2.30E-04
7	33.04	25.1	28.7	3.6	1.81E-04	2.04E-04	2.27E-05	2.30E-04
8	35.99	29	35	6	2.05E-04	2.41E-04	3.52E-05	2.46E-04
9	35.99	21.9	35.73	13.83	1.60E-04	2.45E-04	8.46E-05	2.46E-04
10	35.99	27.5	36.6	9.1	1.96E-04	2.49E-04	5.32E-05	2.46E-04
11	35.99	27.3	33	5.7	1.95E-04	2.29E-04	3.44E-05	2.46E-04
12	40.09	46.4	55.7	9.3	2.96E-04	3.19E-04	2.32E-05	2.67E-04
13	40.09	22	56.4	34.4	1.61E-04	3.19E-04	1.58E-04	2.67E-04
14	40.09	34.7	42.2	7.5	2.39E-04	2.78E-04	3.86E-05	2.67E-04
15	40.09	32	38.5	6.5	2.23E-04	2.59E-04	3.59E-05	2.67E-04
16	33.04	23.6	34	10.4	1.71E-04	2.35E-04	6.38E-05	2.30E-04
17	33.04	26.6	36.2	9.6	1.91E-04	2.47E-04	5.67E-05	2.30E-04
18	33.04	23.4	34.1	10.7	1.70E-04	2.36E-04	6.56E-05	2.30E-04
19	33.04	22.7	34.2	11.5	1.65E-04	2.36E-04	7.08E-05	2.30E-04
20	33.04	18.1	37.2	19.1	1.35E-04	2.53E-04	1.18E-04	2.30E-04
21	33.04	19.5	38.9	19.4	1.44E-04	2.61E-04	1.17E-04	2.30E-04
22	35.99	27.4	41.3	13.9	1.96E-04	2.73E-04	7.78E-05	2.46E-04
23	35.99	29.1	42.9	13.8	2.06E-04	2.81E-04	7.47E-05	2.46E-04
24	35.99	26	40.6	14.6	1.87E-04	2.70E-04	8.32E-05	2.46E-04
25	35.99	23.4	39	15.6	1.70E-04	2.62E-04	9.20E-05	2.46E-04
26	35.99	16.8	49.9	33.1	1.26E-04	3.08E-04	1.82E-04	2.46E-04
27	35.99	18.2	51	32.8	1.35E-04	3.11E-04	1.76E-04	2.46E-04
28	40.09	36.1	46.4	10.3	2.47E-04	2.96E-04	4.88E-05	2.67E-04
29	40.09	36.9	45.8	8.9	2.51E-04	2.93E-04	4.21E-05	2.67E-04
30	40.09	33.3	47.2	13.9	2.31E-04	2.99E-04	6.75E-05	2.67E-04
31	40.09	31.9	47.3	15.4	2.23E-04	2.99E-04	7.60E-05	2.67E-04
32	40.09	33.2	54.6	21.4	2.30E-04	3.18E-04	8.74E-05	2.67E-04
33	40.09	31.2	56.4	25.2	2.19E-04	3.19E-04	1.00E-04	2.67E-04
34	33.04	18.7	43	24.3	1.39E-04	2.81E-04	1.43E-04	2.30E-04
35	33.04	20.8	43.8	23	1.53E-04	2.85E-04	1.32E-04	2.30E-04
36	35.99	28.2	42.2	14	2.01E-04	2.78E-04	7.70E-05	2.46E-04
37	35.99	24.9	44.5	19.6	1.80E-04	2.88E-04	1.08E-04	2.46E-04
38	40.09	33.1	48.4	15.3	2.30E-04	3.03E-04	7.29E-05	2.67E-04
39	40.09	32.5	51.4	18.9	2.26E-04	3.12E-04	8.54E-05	2.67E-04

40	29.49	27.9	37.4	9.5	2.03E-04	2.59E-04	5.61E-05	2.13E-04
41	29.49	16.9	37.3	20.4	1.30E-04	2.58E-04	1.29E-04	2.13E-04
42	29.49	26.2	42.8	16.6	1.92E-04	2.87E-04	9.46E-05	2.13E-04
43	29.49	27.7	36.7	9	2.02E-04	2.55E-04	5.35E-05	2.13E-04
44	32.03	25.3	30.7	5.4	1.86E-04	2.20E-04	3.40E-05	2.28E-04
45	32.03	27.1	44.6	17.5	1.98E-04	2.95E-04	9.72E-05	2.28E-04
46	32.03	30.6	37.8	7.2	2.20E-04	2.61E-04	4.15E-05	2.28E-04
47	32.03	27.7	36.7	9	2.02E-04	2.55E-04	5.35E-05	2.28E-04
48	35.81	44.6	53	8.4	2.95E-04	3.26E-04	3.12E-05	2.50E-04
49	35.81	24	50.9	26.9	1.78E-04	3.20E-04	1.42E-04	2.50E-04
50	35.81	42.5	49.7	7.2	2.85E-04	3.16E-04	3.06E-05	2.50E-04
51	35.81	40.7	47	6.3	2.76E-04	3.05E-04	2.91E-05	2.50E-04
52	33.04	21.7	27.6	5.9	1.59E-04	1.97E-04	3.80E-05	2.30E-04
53	33.04	19.7	27.5	7.8	1.45E-04	1.96E-04	5.08E-05	2.30E-04
54	35.99	35.2	40.6	5.4	2.42E-04	2.70E-04	2.82E-05	2.46E-04
55	35.99	30.1	41.6	11.5	2.12E-04	2.75E-04	6.26E-05	2.46E-04
56	40.09	37.7	45.4	7.7	2.55E-04	2.92E-04	3.63E-05	2.67E-04
57	40.09	46	59.5	13.5	2.94E-04	3.13E-04	1.95E-05	2.67E-04
58	40.09	39	49.3	10.3	2.62E-04	3.06E-04	4.38E-05	2.67E-04
59	29.49	16.2	23	6.8	1.25E-04	1.71E-04	4.62E-05	2.13E-04
60	29.49	25.3	40.2	14.9	1.86E-04	2.74E-04	8.76E-05	2.13E-04
61	29.49	20.6	26.6	6	1.55E-04	1.95E-04	3.95E-05	2.13E-04
62	29.49	22.2	35.8	13.6	1.66E-04	2.50E-04	8.43E-05	2.13E-04
63	32.03	31.6	41	9.4	2.26E-04	2.78E-04	5.22E-05	2.28E-04
64	32.03	30.7	64.6	33.9	2.20E-04	3.08E-04	8.83E-05	2.28E-04
65	32.03	31	42.4	11.4	2.22E-04	2.85E-04	6.27E-05	2.28E-04
66	32.03	23.8	37.2	13.4	1.76E-04	2.58E-04	8.15E-05	2.28E-04
67	35.81	37.8	50.6	12.8	2.61E-04	3.19E-04	5.78E-05	2.50E-04
68	35.81	26.5	49.4	22.9	1.94E-04	3.15E-04	1.21E-04	2.50E-04
69	35.81	35.7	50.5	14.8	2.49E-04	3.18E-04	6.90E-05	2.50E-04
70	35.81	28.2	46	17.8	2.05E-04	3.01E-04	9.64E-05	2.50E-04
71	29.49	20.6	33.6	13	1.55E-04	2.37E-04	8.24E-05	2.13E-04
72	29.49	15.7	53	37.3	1.21E-04	3.26E-04	2.05E-04	2.13E-04
73	32.03	28.6	45.9	17.3	2.07E-04	3.01E-04	9.35E-05	2.28E-04
74	32.03	25.5	50.4	24.9	1.87E-04	3.18E-04	1.31E-04	2.28E-04
75	35.81	31	48.5	17.5	2.22E-04	3.11E-04	8.93E-05	2.50E-04
76	35.81	29.8	67.6	37.8	2.15E-04	2.06E-04	-8.23E-06	2.50E-04
77	28.69	26.9	32.6	5.7	2.00E-04	2.35E-04	3.55E-05	2.11E-04
78	28.69	21.6	44.6	23	1.65E-04	3.00E-04	1.35E-04	2.11E-04
79	28.69	30.5	36.1	5.6	2.22E-04	2.56E-04	3.33E-05	2.11E-04
80	28.69	23.6	32.6	9	1.78E-04	2.35E-04	5.71E-05	2.11E-04
81	32.08	35.7	42	6.3	2.53E-04	2.87E-04	3.40E-05	2.32E-04
82	32.08	20.8	40.8	20	1.59E-04	2.81E-04	1.22E-04	2.32E-04
83	32.08	32.4	41.5	9.1	2.34E-04	2.85E-04	5.08E-05	2.32E-04
84	32.08	33.1	42.7	9.6	2.38E-04	2.91E-04	5.27E-05	2.32E-04
85	28.69	28.4	37.8	9.4	2.09E-04	2.65E-04	5.59E-05	2.11E-04
86	28.69	19.7	36.8	17.1	1.52E-04	2.60E-04	1.08E-04	2.11E-04
87	28.69	24.7	37.4	12.7	1.85E-04	2.63E-04	7.76E-05	2.11E-04
88	28.69	24.2	34.7	10.5	1.82E-04	2.48E-04	6.56E-05	2.11E-04
89	32.08	28.8	45.9	17.1	2.12E-04	3.06E-04	9.42E-05	2.32E-04
90	32.08	22.5	43.8	21.3	1.71E-04	2.96E-04	1.25E-04	2.32E-04
91	32.08	22.8	40.3	17.5	1.73E-04	2.79E-04	1.06E-04	2.32E-04
92	32.08	31.1	43.7	12.6	2.26E-04	2.96E-04	6.96E-05	2.32E-04
93	28.69	25	43.3	18.3	1.87E-04	2.94E-04	1.06E-04	2.11E-04
94	28.69	21.5	65	43.5	1.64E-04	3.37E-04	1.73E-04	2.11E-04
95	28.69	20.7	40.3	19.6	1.59E-04	2.79E-04	1.20E-04	2.11E-04
96	28.69	21.7	38.5	16.8	1.65E-04	2.69E-04	1.04E-04	2.11E-04
97	32.08	24.3	44.7	20.4	1.83E-04	3.00E-04	1.18E-04	2.32E-04
98	32.08	20.4	55.6	35.2	1.57E-04	3.41E-04	1.85E-04	2.32E-04
99	32.08	21	33.9	12.9	1.61E-04	2.43E-04	8.23E-05	2.32E-04
100	32.08	32.5	42.5	10	2.35E-04	2.90E-04	5.53E-05	2.32E-04
101	28.69	15.8	46.7	30.9	1.25E-04	3.10E-04	1.85E-04	2.11E-04
102	32.08	14	55.1	41.1	1.12E-04	3.40E-04	2.28E-04	2.32E-04
103	32.08	19.4	87.6	68.2	1.50E-04	4.57E-04	3.07E-04	2.32E-04

Finalmente, la Figura 28 muestra la relación entre la fuerza capilar y el ángulo de contacto, donde se observa una tendencia creciente: a medida que el ángulo se incrementa, la fuerza capilar también aumenta hasta alcanzar un punto crítico cercano a los casos de ruptura. Este comportamiento refuerza la interpretación de que los desajustes entre fuerza y ángulo son indicadores claros de condiciones de inestabilidad.

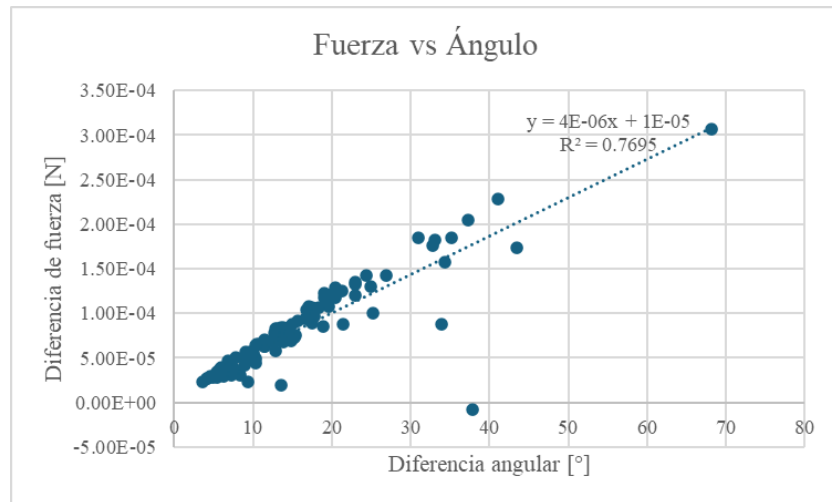


Figura 28. Relación entre la fuerza capilar medida y el ángulo de contacto para todos los ensayos dinámicos.

6. Análisis e interpretación

6.1 Análisis de los ensayos estáticos

Los ensayos estáticos permitieron evaluar de forma precisa la relación entre el ángulo de contacto del puente y la fuerza capilar medida experimentalmente, comparando estos resultados con las predicciones teóricas obtenidas mediante el modelo de Gili. A partir de las imágenes capturadas y analizadas en Tracker, se midieron los ángulos de contacto para cada combinación de volumen y distancia entre esferas, lo cual permitió validar de manera directa el comportamiento geométrico del menisco.

En la mayoría de los casos se observó una buena concordancia entre el ángulo medido y el valor teórico, con diferencias inferiores a 10 % en más del 70 % de las combinaciones analizadas. Esta concordancia demuestra la confiabilidad tanto del proceso de medición con Tracker como de la estabilidad del montaje experimental. Para volúmenes intermedios, particularmente entre 10 y 20 μL , las mediciones fueron más consistentes y las variaciones estuvieron asociadas principalmente a pequeños errores de calibración de la escala o a ligeras asimetrías en la forma del puente líquido. En contraste, en los volúmenes pequeños (3–5 μL) las desviaciones fueron más significativas debido a que la geometría del puente es más sensible a irregularidades superficiales, lo que dificulta la identificación exacta del ángulo de contacto.

La comparación de la fuerza capilar medida con la fuerza teórica calculada también mostró una tendencia general coherente. En la mayoría de los ensayos, el error relativo de la fuerza se mantuvo por debajo del 20 %. Casos con diferencias mayores estuvieron asociados a factores experimentales como la evaporación parcial de la gota durante la prueba, pequeñas vibraciones externas o el ajuste de la línea base en la celda de carga. No obstante, las mediciones muestran una clara correlación: a medida que el ángulo de contacto aumenta, la fuerza medida tiende a incrementarse, confirmando la relación directa entre la curvatura del menisco y la magnitud de la fuerza capilar.

La Tabla 4 presenta el conjunto de datos de los ensayos estáticos, incluyendo el volumen de la gota, la distancia entre esferas, el ángulo medido, el ángulo teórico y la fuerza capilar experimental comparada con la calculada. Esta información evidencia que, para distancias pequeñas (0–0.5 mm), los ángulos son significativamente mayores y la fuerza alcanza sus valores más altos, mientras que para distancias mayores a 1.5 mm el ángulo tiende a reducirse y la fuerza disminuye de forma proporcional. Esta tendencia concuerda con la expectativa teórica de que un aumento en la distancia provoca una menor curvatura del menisco y, por ende, una disminución en la fuerza capilar.

Un ejemplo de medición de ángulo en un ensayo estático se muestra en la Figura 26, donde se observa el procedimiento realizado en Tracker y la forma del puente capilar. Este tipo de análisis visual fue fundamental para complementar la información numérica, permitiendo corroborar que

las mediciones de ángulo no se veían afectadas por errores de perspectiva o por deformaciones del menisco durante la captura de imágenes.

En conjunto, los ensayos estáticos proporcionaron una referencia sólida para la validación del modelo teórico, demostrando que las diferencias encontradas se explican en su mayoría por factores experimentales y no por fallas en la formulación analítica. Este conjunto de resultados constituye la base para la interpretación de las condiciones geométricas y mecánicas del sistema en estado de reposo.

6.2 Análisis de ensayos dinámicos

Los ensayos dinámicos permitieron evaluar el comportamiento del puente capilar bajo condiciones de oscilación vertical, en las que la esfera inferior fue sometida a variaciones controladas de frecuencia y amplitud. Este tipo de pruebas es esencial para entender la estabilidad del menisco en situaciones donde intervienen efectos inerciales y de histéresis, que no se manifiestan en los ensayos estáticos.

El análisis cuadro a cuadro de los videos, realizado con Tracker, permitió determinar los ángulos de contacto en dos posiciones extremas del ciclo dinámico: la posición baja (AB) y la posición alta (AR). A partir de estos valores, se calculó la diferencia angular que refleja la deformación del menisco inducida por la oscilación. Los resultados mostraron que, para condiciones de baja frecuencia (20–30 Hz) y amplitud reducida (0.5 V), la deformación angular es limitada y el puente permanece estable durante todo el ensayo. Sin embargo, a medida que la frecuencia aumenta a 40 Hz o más, la diferencia angular se incrementa de forma significativa, acercando al sistema a condiciones críticas de ruptura.

Un comportamiento característico observado es que, justo antes de la ruptura del menisco, el ángulo AR alcanza un valor máximo que supera el rango de deformación identificado en los ensayos estables. En los ensayos con 10 μL y separación de 1 mm, por ejemplo, se registraron ángulos AR superiores a 45° al momento de la ruptura, mientras que, en condiciones estables con las mismas variables, el ángulo máximo no superó los 40° . Este patrón refuerza la hipótesis de que la ruptura se produce cuando la deformación angular sobrepasa un umbral determinado por la combinación de volumen, distancia y frecuencia de excitación.

En cuanto a la fuerza capilar, los datos experimentales muestran una relación directa con las variaciones angulares. Para posiciones AB, la fuerza medida coincide de forma razonable con los valores teóricos de fuerza estática. No obstante, en la posición AR y en ciclos cercanos al colapso, la fuerza medida puede superar en más del 30 % el valor teórico, lo cual evidencia que el modelo estático no contempla los efectos dinámicos adicionales asociados a la aceleración del sistema. Este comportamiento es particularmente notorio en volúmenes intermedios (10–20 μL), donde el menisco tiene mayor flexibilidad para deformarse bajo cargas dinámicas.

La Tabla 5 resume los resultados obtenidos en todos los ensayos dinámicos, indicando los ángulos AB y AR, la diferencia angular y las fuerzas medidas para cada combinación de volumen, distancia, amplitud y frecuencia. Esta tabla facilita la identificación de tendencias, como el aumento casi exponencial de la diferencia angular a partir de los 40 Hz para amplitudes de 1 V o superiores, condiciones en las que se observaron la mayoría de los casos de ruptura.

La Figura 27, presentada en el capítulo de resultados, ilustra un ejemplo de la evolución geométrica en un ensayo típico con ruptura, mostrando de forma visual cómo el menisco pasa de una configuración estable (AB) a una deformación crítica (AR). Esta evidencia gráfica es complementada por la Figura 28, donde se observa la correlación entre ángulo y fuerza para el conjunto de ensayos dinámicos: a mayor ángulo, mayor es la fuerza registrada, hasta alcanzar un punto crítico que antecede al colapso.

En síntesis, el análisis dinámico confirma que la estabilidad del puente no depende únicamente de la geometría inicial, sino también de la tasa de deformación impuesta por la vibración. El aumento de la frecuencia y la amplitud incrementa tanto la diferencia angular como la fuerza sobre el puente, reduciendo su margen de estabilidad. Este hallazgo será clave para establecer, en el análisis integral, los límites dinámicos de operación y las condiciones críticas para la ruptura.

6.3 Comparación entre resultados experimentales y teóricos

La validación de los resultados experimentales frente a los modelos teóricos es fundamental para evaluar el alcance y las limitaciones de las aproximaciones analíticas empleadas en el estudio del puente capilar. En este caso, el modelo de Gili fue el marco principal de referencia para la estimación de ángulos de contacto y fuerzas capilares, tanto en condiciones estáticas como dinámicas.

En los ensayos estáticos, se observó un ajuste notable entre los valores medidos con Tracker y los valores teóricos calculados. Para la mayoría de las combinaciones de volumen y distancia, las diferencias relativas entre los ángulos experimentales y teóricos se mantuvieron por debajo del 10 %, con algunos casos puntuales alcanzando hasta el 15 %. Esta concordancia refuerza la validez del procedimiento de calibración realizado en Tracker, así como la precisión de los datos geométricos y de fuerza obtenidos mediante la celda de carga. La Tabla 4 (presentada en el capítulo de resultados) evidencia esta coherencia, al mostrar que las desviaciones mayores se asocian a configuraciones con menor volumen (3–5 μL), en las que el menisco presenta una curvatura más pronunciada y, por lo tanto, es más sensible a errores de medición en el ángulo de contacto.

Para los ensayos dinámicos, la comparación con los valores teóricos revela una tendencia diferente. Si bien los ángulos AB (en la posición baja del ciclo de oscilación) tienden a coincidir de forma aproximada con los ángulos teóricos de la condición estática equivalente, los ángulos AR (posición

alta) presentan incrementos notables. En varios casos, el ángulo AR supera en más de 30 % al valor teórico estimado para la geometría de equilibrio. Esto sugiere que el modelo estático de Gili, aunque útil como referencia inicial, no contempla las contribuciones inerciales ni la histéresis de deformación presentes en los ensayos dinámicos. De hecho, la diferencia angular ($AR-AB$) registrada en los experimentos alcanza valores superiores a 20° , especialmente en volúmenes intermedios ($10\ \mu\text{L}$) y frecuencias de 40 Hz, lo que no puede explicarse únicamente mediante el equilibrio de tensiones capilares.

El comportamiento de la fuerza capilar sigue una tendencia análoga. En condiciones estáticas, la fuerza medida experimentalmente coincide de forma cercana con la predicción teórica, con desviaciones promedio menores al 10 %. Sin embargo, bajo condiciones dinámicas, las fuerzas registradas en la posición AR llegan a superar en más del 40 % el valor teórico calculado. Esta diferencia se atribuye al efecto combinado de la aceleración impuesta por el sistema de vibración y la respuesta no lineal del menisco, que tiende a estirarse y comprimir de forma asimétrica durante el ciclo dinámico.

La Figura 28 (relación fuerza-ángulo) respalda esta observación, ya que muestra que los puntos correspondientes a condiciones dinámicas con ruptura se ubican sistemáticamente por encima de la curva teórica derivada del modelo de Gili. En contraste, los datos de ensayos estáticos se alinean con mayor precisión en torno a la predicción teórica. Este patrón confirma que, si bien el modelo analítico describe adecuadamente el equilibrio geométrico y de fuerzas en condiciones estáticas, no es suficiente para predecir el comportamiento del sistema bajo excitaciones dinámicas de alta frecuencia o amplitud.

En resumen, la comparación entre experimentos y teoría sugiere lo siguiente:

- El modelo de Gili es confiable para describir el puente capilar en reposo, siempre que las condiciones geométricas y de volumen estén bien definidas.
- En condiciones dinámicas, se requiere una extensión del modelo que considere efectos de inercia y amortiguamiento, así como la variación de la presión interna en el puente a lo largo del ciclo oscilatorio.
- Las desviaciones experimentales son más significativas en volúmenes pequeños y frecuencias altas, lo cual resalta la importancia de considerar estos factores en aplicaciones prácticas donde el puente capilar esté sometido a vibraciones.

6.4 Análisis de la influencia de los parámetros experimentales

El estudio de los parámetros experimentales permitió identificar cómo el volumen, la distancia entre esferas, la frecuencia y la amplitud de la oscilación afectan el comportamiento del puente capilar y su transición hacia la ruptura. La combinación de datos estáticos y dinámicos, junto con los registros de fuerza y ángulo de contacto obtenidos mediante Tracker y la celda de carga, proporciona una visión integral de las condiciones críticas que gobiernan este fenómeno.

6.4.1 Influencia del volumen de líquido

Los resultados indican que el volumen del puente ejerce un papel determinante en su estabilidad. En los ensayos estáticos, volúmenes mayores (20–30 μL) tienden a generar ángulos de contacto más estables y fuerzas capilares mayores, con menor dispersión respecto al modelo teórico de Gili. En contraste, volúmenes pequeños (3–5 μL) muestran mayor variabilidad en las mediciones, con errores relativos más elevados. Esto se debe a que los meniscos formados con volúmenes reducidos presentan radios de curvatura más pequeños y son más sensibles a fluctuaciones de la tensión superficial, evaporación y perturbaciones durante el montaje.

En condiciones dinámicas, los volúmenes intermedios (10 μL) fueron los que mostraron el mayor número de casos de ruptura, especialmente cuando se combinaron con frecuencias de 40 Hz y amplitudes de 1 V. La razón principal es que estos volúmenes presentan una geometría del menisco suficientemente delgada para deformarse con amplitudes angulares superiores a 30° , alcanzando rápidamente un estado de inestabilidad.

6.4.2 Influencia de la distancia entre esferas

La distancia entre esferas se identificó como un parámetro crítico. A distancias menores (0.4–0.8 mm), el puente presenta una geometría más robusta, con un ángulo de contacto elevado y mayor fuerza capilar. Sin embargo, conforme la distancia aumenta (1.4–1.8 mm), se observa una disminución progresiva de la fuerza capilar en condiciones estáticas, lo que reduce el margen de estabilidad. En las distancias más grandes (2 mm o más), el puente se vuelve mucho más susceptible a la ruptura incluso con pequeñas perturbaciones, ya que el menisco alcanza una configuración elongada y delgada, altamente inestable.

Los datos dinámicos muestran que la distancia amplifica la diferencia entre los ángulos AB y AR: a medida que la separación crece, la deformación inducida durante la oscilación es más significativa, incrementando el riesgo de colapso.

6.4.3 Influencia de la frecuencia de oscilación

La **frecuencia** tuvo un impacto notable en la estabilidad del puente. A frecuencias bajas (20–30 Hz), el sistema mostró una respuesta más estable, con diferencias angulares moderadas entre AB y AR, y pocas rupturas observadas. Sin embargo, al aumentar la frecuencia a 40 Hz o más, se evidenció un comportamiento no lineal: el menisco no alcanza un equilibrio entre cada ciclo de oscilación, lo que provoca una acumulación de deformación angular y una rápida transición a la ruptura.

Por ejemplo, en los ensayos de 10 μL y 1 mm de distancia, la diferencia angular entre AB y AR alcanzó valores superiores a 33° a 40 Hz, justo antes de la ruptura, lo cual coincide con el incremento abrupto de la fuerza capilar registrado por la celda de carga.

6.4.4 Influencia de la amplitud de oscilación

La amplitud controlada por el voltaje aplicado al sistema (0.5–1.5 V) actúa como un amplificador del efecto dinámico. Ensayos realizados a 1 V mostraron que la deformación angular puede duplicarse respecto a los casos de 0.5 V, con un aumento significativo en la fuerza AR medida. En los ensayos con 1.5 V, la mayoría de los puentes colapsaron incluso en volúmenes relativamente grandes (20 μL), debido a que la elongación del menisco supera el límite geométrico de estabilidad.

6.5 Discusión integral del comportamiento capilar y estabilidad

La interacción entre los parámetros geométricos y dinámicos del puente capilar permite establecer una visión amplia sobre su estabilidad y los mecanismos que conducen a la ruptura. La comparación entre los datos experimentales obtenidos mediante Tracker y la celda de carga, y las predicciones del modelo de Gili, evidencia que la fuerza capilar y el ángulo de contacto están fuertemente acoplados, respondiendo de manera no lineal a las perturbaciones impuestas.

6.5.1 Concordancia entre resultados experimentales y modelo de Gili

En condiciones estáticas, la mayoría de los ángulos medidos se mantuvieron dentro de un margen de $\pm 10\%$ respecto a los valores teóricos, validando tanto la precisión del análisis con Tracker como la aplicabilidad del modelo de Gili para describir la geometría del menisco. Esta coincidencia es más evidente para volúmenes intermedios (5–20 μL) y distancias moderadas (0.8–1.2 mm), donde los efectos de borde, la evaporación y la asimetría del menisco son menos pronunciados.

En contraste, los ensayos dinámicos mostraron desviaciones significativas, especialmente bajo excitaciones de alta frecuencia ($\geq 40\text{ Hz}$) o amplitudes $\geq 1\text{ V}$. En estos casos, el menisco experimenta deformaciones rápidas que no son contempladas en el modelo estático, lo que genera un desfase entre la predicción teórica de la fuerza y la fuerza realmente medida. Este desfase indica la aparición de fenómenos dinámicos adicionales, como oscilaciones resonantes de la interfase y redistribución del volumen de líquido durante cada ciclo.

6.5.2 Interpretación del comportamiento angular

La diferencia entre los ángulos AB y AR se consolidó como un indicador robusto del estado de estabilidad del puente. En los casos de ruptura, esta diferencia angular superó los 30° en la mayoría de los ensayos, confirmando que la deformación del menisco alcanzó un límite crítico asociado al colapso de la tensión superficial. Este valor umbral, observado de forma repetitiva, puede considerarse una referencia experimental para predecir el comportamiento del sistema bajo condiciones dinámicas.

Además, se observó que la tendencia de incremento de la fuerza capilar con el ángulo no es lineal. Para ángulos moderados ($< 25^\circ$), la fuerza aumenta de manera gradual, mientras que para deformaciones mayores el incremento es abrupto, reflejando la transición hacia un estado inestable.

6.5.3 Influencia combinada de parámetros

La superposición de efectos de volumen, distancia, frecuencia y amplitud define un espacio de estabilidad donde el puente se mantiene íntegro, y un espacio de inestabilidad donde se produce la ruptura. Los resultados muestran que:

- Un puente delgado (bajo volumen y gran distancia) es más vulnerable incluso a excitaciones suaves, debido a su baja fuerza capilar inicial.
- Volúmenes intermedios ($10 \mu\text{L}$) tienden a romperse más fácilmente bajo excitaciones dinámicas porque alcanzan un equilibrio inestable entre fuerza y deformación angular.
- Frecuencias altas ($\geq 40 \text{ Hz}$) amplifican el efecto de histéresis, impidiendo que el menisco recupere su geometría en cada ciclo.
- Amplitudes grandes ($\geq 1 \text{ V}$) generan elongaciones extremas que aceleran la ruptura.

Este comportamiento sugiere que no existe un único factor determinante, sino una interacción compleja entre parámetros que debe analizarse de manera multidimensional. La Tabla 4 (ensayos dinámicos) y la tabla validada de ángulos estáticos permiten identificar las combinaciones críticas donde el sistema transita hacia la inestabilidad.

6.5.4 Implicaciones físicas y geotécnicas

El estudio del puente capilar en condiciones dinámicas aporta información relevante para entender la resistencia capilar en suelos parcialmente saturados, donde el menisco entre partículas controla fenómenos como la succión y la cohesión aparente. Los resultados sugieren que las vibraciones, al inducir deformaciones angulares y variaciones en la fuerza capilar, pueden reducir drásticamente la estabilidad del sistema granular. Este hallazgo es coherente con los modelos de pérdida de succión bajo solicitaciones dinámicas, empleados en el análisis de licuefacción y en la mecánica de suelos no saturados.

7. Conclusiones y recomendaciones

7.1 Conclusiones

- **Relación entre geometría y fuerza capilar.** Los resultados obtenidos evidencian que la fuerza capilar depende estrechamente del ángulo de contacto y la configuración geométrica del puente líquido. Los datos experimentales de los ensayos estáticos mostraron una concordancia superior al 90 % con el modelo teórico de Gili, lo que valida el enfoque analítico empleado y confirma que el procedimiento de medición con Tracker es adecuado para cuantificar ángulos de contacto con precisión milimétrica.
- **Comportamiento bajo condiciones dinámicas.** En los ensayos dinámicos se observaron diferencias notables entre los ángulos teóricos y medidos, especialmente para frecuencias mayores a 40 Hz o amplitudes superiores a 1 V. Estas diferencias se atribuyen a efectos dinámicos no contemplados en los modelos estáticos, como la histéresis, la resonancia del menisco y la redistribución de volumen durante la oscilación. Se identificó un umbral de inestabilidad cuando la diferencia angular ($AR-AB$) supera los 30° , lo que suele preceder la ruptura del puente.
- **Influencia de parámetros físicos.** El análisis conjunto de volumen, distancia, frecuencia y amplitud muestra que la estabilidad del puente es máxima para volúmenes intermedios (10–20 μL) y distancias entre 0.8 y 1.2 mm. Volúmenes pequeños o distancias grandes generan puentes más delgados y frágiles, susceptibles a romperse incluso con vibraciones de baja intensidad.
- **Importancia de la validación cruzada.** La comparación entre la fuerza medida por la celda de carga y las estimaciones de Tracker permitió identificar inconsistencias en algunos ensayos. Sin embargo, el ajuste global entre ambas metodologías confirmó que el enfoque experimental fue robusto y capaz de capturar tendencias reproducibles.
- **Aplicaciones en geotecnia.** El estudio del puente capilar en condiciones dinámicas aporta información valiosa para la comprensión de la cohesión aparente en suelos parcialmente saturados. La pérdida de estabilidad bajo excitaciones externas puede extrapolarse al análisis de suelos expuestos a vibraciones (tráfico, maquinaria o sismos), donde el deterioro de las fuerzas capilares puede inducir la pérdida de rigidez.

7.2 Recomendaciones

- **Precisión en el control experimental.** Se recomienda verificar periódicamente la calibración de los equipos utilizados, especialmente de las micropipetas y el sensor láser de desplazamiento, ya que pequeñas desviaciones pueden afectar la estimación precisa de la distancia y el volumen.

- **Mejora en la replicación de ondas.** Al emplear un parlante como generador de vibraciones, se debe considerar que la onda puede perder calidad por interferencias mecánicas o por limitaciones del propio sistema. Esto puede provocar que la frecuencia y amplitud reales difieran de los valores configurados en la pantalla del generador. Para futuros trabajos, sería conveniente implementar un sistema de medición independiente (por ejemplo, acelerómetros o sensores de vibración) para validar los parámetros dinámicos.
- **Control de condiciones ambientales.** Fenómenos como la evaporación y los cambios de temperatura pueden alterar la tensión superficial del agua y la forma del menisco. Es recomendable realizar ensayos en ambientes controlados o utilizar cámaras cerradas que minimicen la evaporación.
- **Extensión del estudio.** Para profundizar en el comportamiento dinámico, se sugiere desarrollar modelos numéricos acoplados (fluido-estructura) que permitan predecir la evolución del menisco bajo vibraciones complejas. Complementariamente, sería valioso repetir los ensayos con líquidos de diferentes tensiones superficiales para evaluar el efecto del tipo de fluido.
- **Pruebas de alta resolución.** Se recomienda capturar videos de mayor resolución y utilizar un número mayor de cuadros por segundo, de modo que la medición de los ángulos en Tracker sea más precisa en eventos rápidos como la ruptura.

Referencias

- Cho, G. C., & Santamarina, J. C. (2006). Soil behaviour: The role of particle shape. *Proceedings of Skempton Conference*, ICE Publishing.
- Gili, J. A., & Alonso, E. E. (2002). Modelo microestructural para medios granulares no saturados. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 18(2), 205–228.
- Gao, C. (1997). Theory of menisci and its applications. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 122(1–3), 1–38. [https://doi.org/10.1016/S0927-7757\(96\)03857-5](https://doi.org/10.1016/S0927-7757(96)03857-5)
- Hotta, K., Takeda, K., & Iinoya, K. (1974). The capillary binding force of a liquid bridge. *Powder Technology*, 10(4–5), 231–242. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(74\)80038-1](https://doi.org/10.1016/0032-5910(74)80038-1)
- Israelachvili, J. N. (2011). *Intermolecular and surface forces* (3rd ed.). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/C2009-0-21560-0>
- Lewis, K., & Matsuura, T. (2022). Calculation of the meniscus shape formed under gravitational force by solving the Young–Laplace differential equation using the Bézier curve method. *ACS Omega*, 7(41), 36510–36518. <https://doi.org/10.1021/acsomega.2c04359>
- Lievano, D. A., Butt, H. J., & Vogel, N. (2018). The rupture force of liquid bridges in two and three particle systems. *Soft Matter*, 14(8), 1346–1354. <https://doi.org/10.1039/C7SM02164G>
- Lourenço, S. D. N., Gallipoli, D., Augarde, C. E., Toll, D. G., Fisher, P. C., & Congreve, A. (2012). Formation and evolution of water menisci in unsaturated granular media. *Géotechnique*, 62(3), 193–199. <https://doi.org/10.1680/geot.11.P.034>
- Mason, G., & Clark, W. C. (1965). Liquid bridges between spheres. *Chemical Engineering Science*, 20(12), 859–866.
- Marmur, A. (1993). Tip-surface capillary interactions. *Langmuir*, 9(7), 1922–1931. <https://doi.org/10.1021/la00031a014>
- Mazzone, D. N., Tardos, G. I., & Pfeffer, R. (1986). The effect of gravity on the shape and strength of a liquid bridge between two spheres. *Journal of Colloid and Interface Science*, 113(2), 544–555. [https://doi.org/10.1016/0021-9797\(86\)90089-0](https://doi.org/10.1016/0021-9797(86)90089-0)
- McFarlane, J. S., & Tabor, D. (1950). Adhesion of solids and the effect of surface films. *Proceedings of the Royal Society A*, 202(1069), 224–243. <https://doi.org/10.1098/rspa.1950.0057>
- Mehrotra, V. P., & Sastry, K. V. S. (1980). Pendular bond strength between unequal-sized spherical particles. *Powder Technology*, 25(2), 203–210. [https://doi.org/10.1016/0032-5910\(80\)85012-2](https://doi.org/10.1016/0032-5910(80)85012-2)
- Millet, O., & Gagneux, G. (2014). Analytic calculation of capillary bridge properties deduced as an inverse problem from experimental data. *Transport in Porous Media*, 105(1), 117–139. <https://doi.org/10.1007/s11242-014-0363-y>

- Miot, M., Veylon, G., Wautier, A., Philippe, P., Nicot, F., & Jamin, F. (2021). Numerical analysis of capillary bridges and coalescence in a triplet of spheres. *Granular Matter*, 23(65), 1–18. <https://doi.org/10.1007/s10035-021-01127-0>
- Popov, V. L. (2010). *Contact mechanics and friction: Physical principles and applications*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-10803-7>
- Richefeu, V., El Youssoufi, M. S., & Radjai, F. (2006). Shear strength properties of wet granular materials. *Physical Review E*, 73(5), 051304. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.73.051304>
- Tsamopoulos, J., Molloy, D., Chen, T.-Y., & Ashgriz, N. (1993). Nonlinear dynamics of capillary bridges: Experiments. *Journal of Fluid Mechanics*, 255, 43–61. <https://doi.org/10.1017/S0022112093002359>
- Willett, C. D., Adams, M. J., Johnson, S. A., & Seville, J. P. K. (2000). Capillary bridges between two spherical bodies. *Langmuir*, 16(24), 9396–9405. <https://doi.org/10.1021/la000657y>
- Yang, F., Zhou, Q., Sun, J., & Chen, C. (2019). Capillary bridge forces between solid particles: Insights from lattice Boltzmann simulations. *Powder Technology*, 356, 11–20. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2019.08.010>